

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI SALERNO



DIPARTIMENTO DI MATEMATICA

DOTTORATO DI RICERCA IN MATEMATICA  
XIV CICLO - NUOVA SERIE

# Performance analysis of queueing systems with resequencing

CANDIDATO: Caraccio Ilaria

COORDINATORE: Chiar.ma Prof.ssa Patrizia Longobardi

TUTOR: Chiar.mo Prof. Ciro D'Apice

COTUTOR: Prof.ssa Rosanna Manzo

ANNO ACCADEMICO 2014-2015



## Abstract

Il settore dei servizi è il cuore dell'economia mondiale. Nel corso degli anni, il settore dei servizi ha dato origine ad una quantità enorme di sfide tecnologiche, scientifiche e manageriali. Tra tutte le sfide, la qualità del servizio, l'efficienza del servizio ed i compromessi tra i due sono sempre stati al centro dell'attenzione dei responsabili del servizio e lo saranno sempre più in futuro. La teoria delle code cerca di affrontare queste tematiche da un punto di vista matematico. Ogni sistema di servizio è caratterizzato da due componenti principali: il processo degli arrivi e il processo di servizio. Il processo degli arrivi regola i tempi di arrivo della richiesta, e il processo di servizio riguarda la durata del servizio nel sistema. Poiché i processi di arrivo e di servizio sono di natura stocastica, lo studio delle reti di servizio comporta un'analisi probabilistica, che è oggetto della teoria delle code. Molte applicazioni, come le voice data transmission, richiedono che gli scambi di dati tra i diversi nodi di un sistema sia eseguito in maniera tale da rispettare l'ordine di invio. Recentemente il multipath routing ha ricevuto una certa attenzione in quanto l'invio di pacchetti di dati lungo percorsi diversi, può contribuire ad equilibrare il carico di traffico riducendo così livelli di congestione della rete e abbassando il tempo di soggiorno nel sistema. Purtroppo però poiché i dati viaggiano lungo diversi percorsi, è facile che i dati arrivino a destinazione in ordine differente rispetto all'invio. Se l'applicazione richiede che i pacchetti da elaborare arrivino al ricevente nello stesso ordine di invio, allora i pacchetti disordinati devono attendere un tempo noto come resequencing time. Il fenomeno del packet mis-ordering avviene in due particolari scenari. Nel primo scenario, l'utilizzo di più canali di servizio accelera il servizio ma aumenta la probabilità che i dati arrivino a destinazione in ordine differente rispetto a quello di invio, questo perché lungo i differenti canali utilizzati per la trasmissione, i dati possono subire ritardi differenti. Nel secondo scenario, i pacchetti possono essere persi o erroneamente ricevuti a causa ad esempio della congestione del canale utilizzato. In questo caso i dati devono essere ritrasmessi

tramite uno schema di ritrasmissione: SR-ARQ. Si noti che il secondo scenario si ha quando vi è un singolo canale tra il trasmettitore e il ricevitore. In pratica, molte applicazioni richiedono che i pacchetti vengano ricevuti nello stesso ordine con il quale sono stati inviati. Per tali applicazioni, bisogna introdurre il resequencing buffer che è un buffer nel quale i pacchetti attendono al fine di essere riordinati. L'obiettivo principale di questa ricerca è quello di analizzare le caratteristiche dei sistemi  $M/M/3/\infty$ ,  $M/M/\infty/\infty$  e  $MAP/PH/2/\infty$  con riordino in condizioni stazionarie e con buffer e reordering buffer di capacità infinita. Nel  $M/M/3/\infty$  le richieste possono formare due code nel reordering buffer. Le due code sono etichettate come coda di 1 e 2. Nella coda 1 ci sono le richieste che sono in attesa di due clienti che sono ancora in servizio, mentre nella coda 2 ci sono richieste che sono in attesa di un cliente che è ancora in servizio. È stata ricavata l'espressione per la distribuzione stazionaria congiunta sia in forma esplicita che in termini di funzione generatrice. Quando il parametro del servizio  $\mu$  è uguale a uno e il parametro di arrivo  $\lambda$  è tra 0.1 and 2.5, sono stati forniti esempi numerici per il numero medio di richieste nel reordering buffer (RB) (1 coda e la coda 2), per la varianza del numero di richieste nel RB (coda 1 e coda 2), il coefficiente di correlazione tra coda 1 e 2, tra coda di 1 e RB, tra la coda 2 e RB. Il sistema  $M/M/\infty/\infty$  è una generalizzazione del primo sistema dove si hanno  $N$  servitori. Viene studiata la distribuzione stazionaria congiunta del numero totale di richieste in coda e il numero totale di richieste nel reordering buffer. Usando metodi analitici è stato ricavato il sistema di equazioni di equilibrio che permette la computazione ricorsiva della distribuzione stazionaria congiunta del numero totale di richieste nel buffer e in servizio e il numero totale di richieste nel RB. Nel  $MAP/PH/2/\infty$  si ha un sistema con 2 server, capacità del buffer e del reordering buffer infinita. La distribuzione di servizio è la distribuzione a fase (PH), mentre gli arrivi seguono un processo Markoviano. Si introduce un algoritmo ricorrente per calcolare la distribuzione stazionaria congiunta del numero di richieste in servizio, nel reordering buffer e nel buffer. Vengono calcolate la distribuzione stazionaria del

tempo di arrivo nel sistema e nel reordering buffer con la Trasformata di Laplace-Stieltjes.