

---

## Abstract

Negli ultimi decenni, la modellazione del flusso pedestre, ha attirato l'attenzione dei matematici, a causa di un numero crescente di applicazioni.

La folla ha causato numerosi disastri, negli stadi durante alcuni grandi eventi sportivi come il "disastro di Hillsborough" avvenuto il 15 aprile 1989 a Sheffield, in Inghilterra, causando la morte di 96 persone e 766 feriti. Altro esempio è il "disastro dell'Heysel" che si è verificato nel 29 maggio 1985 allo Stadio Heysel di Bruxelles, in Belgio, a seguito di disordini prima dell'inizio della finale di coppa campioni tra Liverpool e Juventus, ci furono trentanove morti e 600 feriti. E' ben noto il caso del London Millennium Footbridge, che è stato chiuso il giorno stesso della sua apertura a causa di macroscopiche oscillazioni laterali della struttura in via di sviluppo, mentre i pedoni attraversato il ponte. Questo fenomeno ha rinnovato interesse verso l'indagine di questi problemi mediante tecniche di modellazione matematica. Altri esempi sono situazioni di emergenza in luoghi affollati come aeroporti o stazioni ferroviarie.

Nella letteratura esistente sulla modellizzazione matematica delle folle umane si possono distinguere due approcci: modelli microscopici e macroscopici. Nel modello a scala microscopica i pedoni sono descritti singolarmente nel loro movimento da equazioni differenziali ordinarie. Il modello su scala macroscopica consiste nell'utilizzare le equazioni differenziali alle derivate parziali, cioè nel descrivere l'evoluzione nel tempo e nello spazio dei pedoni. Ancora una volta, le linee guida tipiche di elaborazione di questo tipo di modelli sono i concetti di direzione preferenziale di movimento e di disagio ad alta densità. Nel quadro delle leggi di conservazione scalari, un modello macroscopico monodimensionale è stato proposto da Colombo e Rosini, ricorrendo ad alcune idee comuni alla modellizzazione del traffico veicolare, con il preciso scopo di descrivere il passaggio da condizioni normali a condizioni di panico. Piccoli e Tosin propongono di adottare un diverso punto di vista macroscopico, basato su una misura teorica, che è stato recentemente introdotto da Canuto per i problemi di coordinamento (rendez-vous) di sistemi multiagente. Questo approccio consiste nel fornire una stima dell'occupazione di spazio da parte dei pedoni in diverse fasi temporali. Dal punto di vista della modellazione, questa impostazione è particolarmente adatta per trattare le interazioni tra pedoni, ostacoli e condizioni al bordo.

---

Un approccio microscopico è vantaggioso quando si vuole modellare le differenze tra gli individui, disturbi casuali, o ambienti di piccole dimensioni. Inoltre, è l'unico metodo affidabile quando si vuole controllare esattamente la posizione di pochi pedoni. D'altra parte, essa non può essere conveniente utilizzare un approccio microscopico di flusso pedonale modello in ambienti di grandi dimensioni, a causa di un alto sforzo computazionale. Un approccio macroscopico può essere preferibile per affrontare i problemi di ottimizzazione e problemi analitici, nonché per gestire dati sperimentali. Tuttavia, nonostante il fatto che l'auto-organizzazione fenomeni sono spesso visibili solo in grandi folle, sono una conseguenza di comportamenti strategici sviluppati da singoli pedoni.

Le due scale possono riprodurre le stesse caratteristiche del comportamento della folla, fornendo così un accoppiamento perfetto tra i risultati delle simulazioni per il modello microscopico e il modello macroscopico in alcuni casi di test. Questo ha motivato l'approccio multiscala proposto da Cristiani, Piccoli e Tosin. Tale approccio consente di mantenere una visione macroscopica senza perdere la giusta quantità di "granularità", che è cruciale per la nascita di alcuni modelli di auto-organizzati. Inoltre, il metodo permette di introdurre in un contesto macroscopico (media) di alcuni effetti microscopici, come ad esempio disturbi casuali o le differenze tra gli individui, in modo del tutto giustificabile sia dal punto di vista fisico che matematico. Nel modello, scale microscopiche e macroscopiche coesistono e costantemente condividere le informazioni sulle dinamiche complessive.

Partendo dal modello di Cristiani, Piccoli e Tosin abbiamo implementato algoritmi per simulare il movimento pedoni verso un obiettivo da raggiungere in una zona limitata, con uno o più ostacoli all'interno. In questo lavoro sono stati analizzati diversi scenari al fine di trovare la configurazione degli ostacoli che minimizza il tempo medio di uscita dei pedoni. L'ottimizzazione è realizzata utilizzando tre tipi di algoritmi. Il primo è basato sulla esplorazione esaustiva di tutte le posizioni: viene calcolato il tempo medio di uscita di tutti gli scenari e alla fine si seleziona il migliore. Il secondo algoritmo è di tipo steepest descent, secondo il quale la configurazione ottima degli ostacoli viene trovata mediante un metodo iterativo. E' stata introdotta una variante per l'algoritmo in modo da ottenere una procedura più efficiente. Quest'ultimo permette di trovare soluzioni migliori con un numero di passi inferiore rispetto agli algoritmi. Infine, abbiamo effettuato

---

altre simulazioni con i domini delimitati simili ad appartamenti con cinque camere e due uscite, confrontando i risultati di tre differenti scenari che differiscono per le posizioni delle porte di uscita.