

SOMMARIO

INTRODUZIONE	5
Capitolo 1	9
1. Strategia innovativa: L'isolamento sismico dotato di smorzamento di massa	9
1.1. Principi dell'isolamento alla base	10
1.2. Principi dello smorzamento di massa.....	12
1.3. L'isolamento sismico dotato di smorzamento di massa	15
Capitolo 2	19
2. Teoria dei modelli ed Analisi dimensionale.....	19
2.1. L'analisi dimensionale e le quantità fisiche.....	20
2.2. Quantità fisiche di base e derivate	21
2.3. Variabili fisicamente indipendenti e dimensionalmente indipendenti	26
2.4. L'analisi dimensionale e il teorema di Buckingham	27
Capitolo 3	31
3. Modelli in scala per i sistemi strutturali in campo sismico.	31
3.2. La similitudine dei sistemi meccanici.....	34
3.3. L'analisi dimensionale di sistemi strutturali in zona sismica	36
3.4. Le leggi di scala tipiche per i sistemi strutturali in campo sismico.....	39
3.5. Leggi di similitudine applicato alle sperimentazioni.....	42
Capitolo 4	47
4. Strumentazione per la sperimentazione.....	47
4.1. Tavola vibrante.....	48
4.2. Schede di acquisizione dati.....	50
4.3. Telaio di prova.....	51
4.4. Sistema di isolamento	53
4.5. Tuned mass dumper	55
4.6. Sensori di misura integrativi	57
Capitolo 5	61
5. Identificazione	61
5.1. Risposta impulsiva dei sistemi DLTI	63
5.2. Rumore e caratterizzazione del disturbo	65
5.3. Modelli nel dominio del tempo a rappresentazione esterna.....	66
5.4. Modelli ARX e ARMAX.....	67

SOMMARIO

5.5. Prediction error method (PEM)	69
5.6. Identificazione dei componenti della sperimentazione e test in libere vibrazioni	70
5.7. Risultati dell'identificazione	71
5.7.1. Telaio fisso alla base	71
5.7.2. Sistema di isolamento	77
5.8. Scelta del segnale in ingresso.....	81
5.9. Identificazione del telaio isolato alla base	83
5.10. Identificazione del telaio isolato alla base con tmd disattivo.....	87
5.11. Identificazione del telaio isolato alla base con tmd attivo	91
5.12. Identificazione del telaio isolato alla base con tmd attivo	95
Capitolo 6	97
6. Registrazioni sismiche.....	97
6.1. Analisi delle registrazioni sismiche considerate.....	98
6.2. Descrizione degli accelerogrammi utilizzati	99
6.2.1. Belgrado 0196	100
6.2.2. Belgrado 0199	105
6.2.3. Belgrado 0228	110
6.2.4. Enel 0288	115
6.2.5. Ankara 0535	120
6.2.6. Iceland 6328.....	125
6.3. Confronto tra gli accelerogrammi	130
Capitolo 7	165
7. Descrizione del programma sperimentale	165
7.1. Risultati sperimentali	138
7.2. Conclusioni	189

INTRODUZIONE

Negli ultimi anni si sono affermate diverse metodologie innovative di protezione sismica, tra cui particolare importanza è stata assunta dall'isolamento alla base, tecnica ampiamente sperimentata in diversi paesi ad elevata pericolosità sismica. In Italia il viadotto Somplago sull'autostrada Carnia – Udine ha rappresentato la prima opera realizzata con questa tecnica, risalente agli anni '70. Da allora diverse sono state le opere realizzate con questo sistema di protezione sismica, sia nel campo infrastrutturale che in quello edilizio. Oggi l'adozione di questa tecnica nel nostro paese è facilitata anche dalle nuove disposizioni normative, ad esempio con l'entrata in vigore dell'Ordinanza 3274 del 2003 è stata eliminata la necessità di richiedere il parere di conformità al Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici, snellendo di fatto le procedure amministrative legate all'approvazione del progetto.

La migliore prestazione sismica dei sistemi isolati rispetto a quelli convenzionali è dovuta al disaccoppiamento del moto della struttura rispetto a quello del terreno, attraverso l'interposizione alla base del sistema da proteggere di elementi molto flessibili che consentono di realizzare strutture caratterizzate da periodi di oscillazione generalmente superiori ad 1 s. In sintesi il livello di isolamento si comporta come un filtro che elimina le componenti dell'azione sismica con frequenza superiore a quella principale dell'isolamento, con la conseguenza che la sovrastruttura viene interessata da una domanda sismica caratterizzata da una minore energia in ingresso.

Quanto appena descritto risulta verificato se il contenuto di energia dell'evento sismico è concentrato in corrispondenza delle alte frequenze o comunque su frequenze maggiori rispetto a quella propria del livello di isolamento. D'altronde la distribuzione energetica dell'input sismico ha un carattere fortemente aleatorio e non può essere governato (Bommer et al., 2000). Ciò pone un serio limite nella diffusione di questa tecnica di protezione sismica che è fortemente vulnerabile nei casi in cui la prima frequenza naturale del sistema isolato è compresa tra quelle in cui l'energia sismica è maggiore; infatti il sistema isolato è soggetto ad altissimi spostamenti alla base che rendono il sistema di protezione inefficace e vulnerabile.

INTRODUZIONE

La soluzione a tale problema è quella di predisporre idonee misure in grado di salvaguardare il livello di isolamento, che nel contempo non ne compromettano l'efficacia. A tal proposito nel 1994 Palazzo e Petti hanno proposto un sistema ibrido di protezione basato sulla combinazione dell'isolamento alla base e dello smorzamento di massa passivo (BI & TMD), in cui il sistema di smorzamento passivo viene tarato sulla prima forma modale del sistema isolato, operando una riduzione degli spostamenti dello stesso. Tale sistema fino ad oggi non è mai stato realizzato, ma sono stati effettuati diversi studi analitici che ne hanno confermato il buon funzionamento.

Nel presente lavoro viene riportato uno studio sperimentale su tavola vibrante effettuato su un modello in scala del suddetto sistema, nell'ambito del quale è stata valutata la sua capacità di ridurre gli spostamenti alla base, nonché l'influenza del sistema di smorzamento sulla risposta dinamica della sovrastruttura. Il lavoro si articola in sette capitoli che descrivono le diverse fasi della sperimentazione, partendo da quella progettuale fino alla discussione dei principali risultati ottenuti.

Nel primo capitolo vengono descritti i principi teorici del sistema ibrido proposto, partendo dai principi alla base dei sistemi isolati e di quelli dotati di smorzamento di massa.

Nei capitoli 2 e 3 vengono trattate la teoria dei modelli e quella dell'analisi dimensionale, che assume un'importanza fondamentale quando si trattano modelli in scala. Vengono introdotti, innanzitutto, i concetti fondamentali di tali costruzioni teoriche, quindi vengono descritte le principali leggi di similitudine applicate ai sistemi strutturali in campo sismico.

Con il quarto capitolo si entra nel vivo del lavoro di sperimentazione, infatti viene descritta l'intera strumentazione utilizzata, mostrandone le caratteristiche ed i limiti, aspetti che assumono un'importanza fondamentale nelle scelte successive.

Il capitolo 5 è dedicato alla prima fase sperimentale, ovvero all'identificazione dei sistemi strutturali realizzati; a tal proposito vengono innanzitutto sintetizzate le procedure utilizzate per l'identificazione delle diverse parti del modello in scala, quindi vengono presentati e commentati i principali risultati ottenuti.

INTRODUZIONE

Gli ultimi due capitolo sono dedicati alle prove sperimentali ed all'elaborazione delle stesse. Dapprima vengono descritte le caratteristiche delle registrazioni sismiche considerate nell'ambito del lavoro, corrispondenti a quelle del progetto di ricerca nazionale ReLUIIS, mentre successivamente vengono analizzati i risultati ottenuti, riportando i casi più significativi, nonché una valutazione statistica dell'insieme delle prove svolte, che evidenziano l'efficacia del nuovo sistema ibrido proposto, confermando gli studi analitici precedentemente realizzati.

CAPITOLO 1

1. STRATEGIA INNOVATIVA: L'ISOLAMENTO SISMICO DOTATO DI SMORZAMENTO DI MASSA

E' noto che la tecnica del controllo mediante dispositivi di isolamento interposti tra la sorgente del segnale perturbante e la struttura primaria attua una legge di controllo in catena aperta. Infatti l'isolamento alla base può essere considerato come un filtro passa basso che ha la capacità di filtrare le componenti ad alta frequenza contenute nel segnale in ingresso, con la conseguenza che il comportamento del sistema isolato è governato da un'unica componente modale, con frequenza prossima a quella del sistema isolato, considerato rigido rispetto al piano di isolamento. Praticamente ciò si traduce in una concentrazione degli spostamenti in corrispondenza del piano isolato, che deve essere assorbito dagli isolatori disposti alla base del sistema.

L'ampiezza dei suddetti spostamenti dipende dal contenuto energetico che il segnale perturbante presenta alle basse frequenze; in particolare un evento sismico caratterizzato da un contenuto energetico importante in tale range di frequenze (es. Mexico City 1985) può indurre spostamenti al livello dell'isolamento che portano al collasso l'intero sistema. Più in generale data l'aleatorietà del fenomeno sismico la possibilità di collasso complessivo del sistema può essere non accettabile.

Il comportamento del sistema isolato può essere migliorato attraverso un controllo localizzato in corrispondenza della frequenza che governa la dinamica dello stesso ed una possibile soluzione è fornita dallo smorzamento di massa, che attua una legge di controllo a ciclo chiuso assimilabile ad un'azione filtrante nell'intorno di una frequenza di accordo (filtro passabanda). Il sistema di controllo ibrido – passivo ottenuto dalla combinazione dell'isolamento sismico e dello smorzamento di massa è stato proposto per la prima volta dai proff. Petti e Palazzo nel 1994, con l'intento di ottenere un nuovo sistema di protezione sismica che

consentisse di ottenere i vantaggi di una struttura isolata e di aumentarne l'affidabilità rispetto all'aleatorietà degli eventi sismici.

1.1. PRINCIPI DELL'ISOLAMENTO ALLA BASE

Il principio alla base della strategia dell'isolamento sismico consiste nel ridurre la frequenza naturale di vibrazione del sistema complessivo, attraverso l'interposizione di un piano sofficce tra il suolo e la sovrastruttura, così che le componenti dell'eccitazione sismica con contenuto energetico elevato, in genere vicine alla frequenza di vibrazione naturale del sistema fisso alla base, vengano filtrate.

Il comportamento di un sistema isolato alla base è descrivibile attraverso un modello lineare a due gradi di libertà (Figura 1).

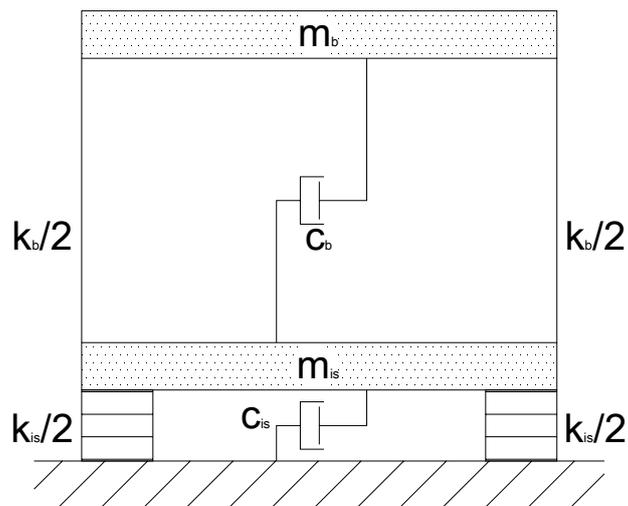


FIGURA 1

Le equazioni del moto per questo sistema sono:

$$\begin{aligned} m_b \ddot{u}_b + c_b (\dot{u}_b - \dot{u}_{is}) + k_b (u_b - u_{is}) &= 0 \\ m_{is} \ddot{u}_{is} + c_{is} \dot{u}_{is} + k_{is} u_{is} - c_b (\dot{u}_b - \dot{u}_{is}) - k_b (u_b - u_{is}) &= c_{is} \dot{u}_g + k_{is} u_g \end{aligned} \quad (1.1)$$

dove u_g rappresenta lo spostamento del suolo, m_{is} , c_{is} e k_{is} sono rispettivamente la massa del piano di isolamento, lo smorzamento e la rigidità degli organi di isolamento, infine m_b , c_b e k_b descrivono la massa, lo smorzamento e la rigidità della sovrastruttura.

Detto ε il rapporto tra la frequenza naturale di vibrazione della struttura fissa alla base, ω_b , e la frequenza naturale del sistema considerato rigido rispetto al piano di isolamento, ω_{is} , se questo tende a zero è possibile dimostrare (Kelly 1990) che i parametri modali del sistema isolato sono:

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= \omega_{is}^2 (1 - \chi\varepsilon) \cong \omega_{is}^2; & g_1 &= 1 - \chi\varepsilon; \\ \omega_2^2 &= \frac{\omega_b^2}{(1 - \chi)} (1 + \chi\varepsilon) \cong \frac{\omega_b^2}{1 - \chi}; & g_2 &= \chi\varepsilon \end{aligned} \quad (1.2)$$

dove χ rappresenta il rapporto tra la massa della sovrastruttura e la massa totale del sistema, ω_1 e ω_2 rappresentano le frequenze del primo e secondo modo di vibrare del sistema isolato, g_1 e g_2 i coefficienti di partecipazione della struttura isolata.

Dall'analisi dei risultati analitici si desume che al tendere a 0 del parametro ε il sistema isolato segue la prima forma modale e la sovrastruttura tende a rimanere indeformata. Tale parametro indica il livello di isolamento introdotto, descrivibile anche attraverso il grado di isolamento verticale, I_d , pari a:

$$I_d = \frac{1}{\varepsilon^{-1/2}} \quad (\text{Palazzo 1991}) \quad (1.3)$$

In particolare le condizioni limite $I_d = 0$ e $I_d = \infty$ rappresentano le situazioni di isolamento ideale e di assenza dello stesso.

Nella logica del controllo un sistema isolato alla base può essere definito come un "Controllo Passivo a ciclo aperto" descrivibile attraverso il seguente schema a catena aperta:

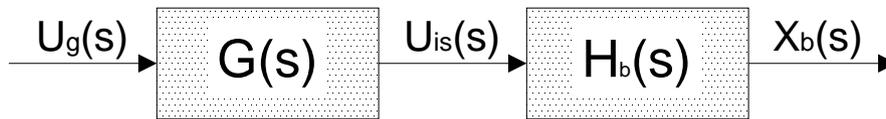


Figura 2

In Figura 2 “ $G(s)$ ” e “ $H_b(s)$ ” rappresentano rispettivamente le funzioni di trasferimento del livello di isolamento e della sovrastruttura. In particolare l’analisi dello schema mostra che il livello di isolamento ha la funzione di filtrare il segnale indotto dal sisma (U_g), che quindi investirà la sovrastruttura con caratteristiche modificate. In generale l’effetto di questa azione di filtraggio è descritta in Figura 3, dove vengono riportate le funzioni di trasferimento per ognuno dei blocchi indicati in figura 2, nonché la combinazione delle stesse, che produce un abbattimento dei picchi dei due sistemi.

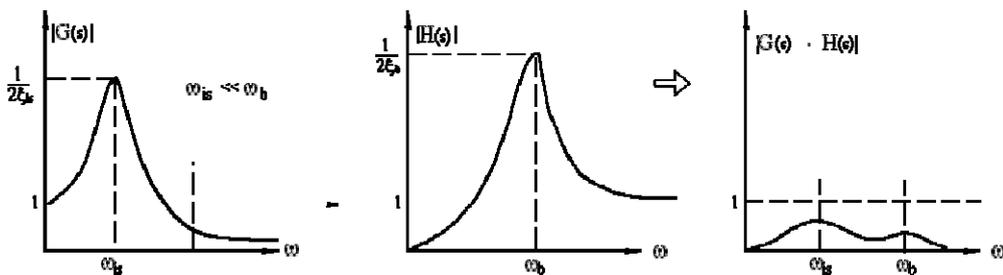


Figura 3

1.2. PRINCIPI DELLO SMORZAMENTO DI MASSA

La tecnica dello smorzamento di massa (tuned mass dumper, TMD) è applicata nelle costruzioni civili per il controllo delle vibrazioni dovute al vento ed al sisma moderato. Il principio alla base di questa strategia di controllo consiste nell’inserire una massa satellitare appositamente progettata che oscilli in contro fase rispetto al sistema da proteggere così da smorzare il moto di quest’ultimo. L’effetto di questo sistema è limitato ad un intervallo ristretto di frequenza e per tale caratteristiche è

particolarmente adatto per sistemi la cui risposta dinamica è controllata da un singolo moto di vibrazione.

Il comportamento dei sistemi strutturali dotati di TMD è descrivibile dall'analisi di un sistema ad un solo grado di libertà dotato di smorzamento di massa (figura 4).

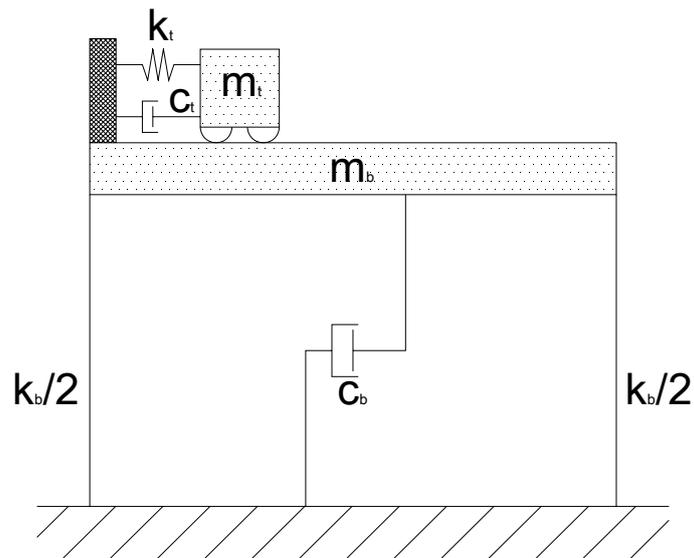


Figura 4

Le equazioni del moto per tale sistema sono le seguenti:

$$\begin{aligned} \ddot{u} + 2\xi_{TMD}\omega_{TMD}\dot{u} + \omega_{TMD}^2u &= 2\xi_{TMD}\omega_{TMD}\dot{u}_b + \omega_{TMD}^2u_b \\ \ddot{u}_b + 2\xi_b\omega_b\dot{u}_b + \omega_b^2u_b &= 2\xi_b\omega_b\dot{u}_g + \omega_b^2u_b - \mu\ddot{u} \end{aligned} \quad (1.4)$$

dove ξ_{TMD} e ω_{TMD} rappresentano rispettivamente il fattore di smorzamento e la pulsazione del sistema satellitare (TMD), ξ_b e ω_b sono le corrispondenti grandezze del sistema principale, mentre μ rappresenta il rapporto di massa m_{TMD}/m_b .

I parametri meccanici che massimizzano gli effetti dell'installazione del TMD, ovvero la massima riduzione del picco della risposta di amplificazione di un sistema non smorzato in corrispondenza della

risonanza, si ottengono applicando le formule di Den Hartog (1956), ovvero:

$$\alpha = \frac{1}{1 + \mu}; \quad \xi_{TMD} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)}} \quad (1.5)$$

dove α rappresenta il rapporto tra la frequenza della massa ausiliare, ω_{TMD} , e quella del sistema principale, ω_b .

Nella logica del controllo l'installazione del TMD produce un controllo in catena chiusa, descrivibile attraverso il seguente schema a blocchi:

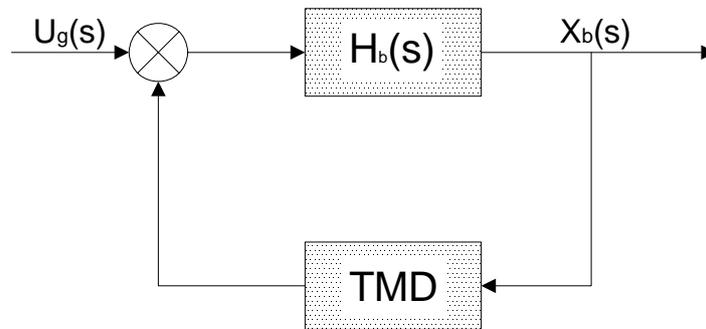


Figura 5

Dall'analisi del diagramma a blocchi riportato in figura 5 si deduce che il funzionamento del TMD opera in parallelo alla struttura principale. In figura 6 sono riportate le funzioni di trasferimento dei singoli sistemi, nonché quella ottenuta dalla combinazione dei due, nell'ipotesi che la sintonizzazione della massa ausiliare sia stata ottimizzata.

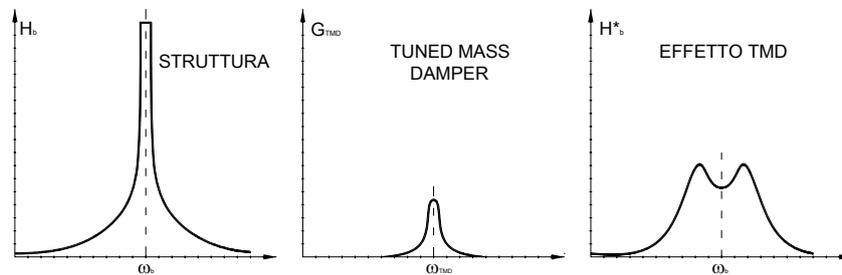


Figura 6

1.3. L'ISOLAMENTO SISMICO DOTATO DI SMORZAMENTO DI MASSA

Il sistema di protezione sismica ibrido – passivo ottenuto dalla combinazione dell'isolamento alla base con lo smorzamento di massa viene proposto (Palazzo, Petti 1994) con l'intento di ridurre la vulnerabilità di sistemi isolati alla base rispetto ad eventi sismici caratterizzati da un alto contenuto energetico del segnale perturbante alle basse frequenze che sicuramente produrrebbero ampi spostamenti nei dispositivi di isolamento con possibilità di collasso degli stessi e del sistema complessivo. Ed a tal proposito l'applicazione di una massa smorzante in corrispondenza del livello di isolamento potrebbe produrre un'azione filtrante localizzata intorno alla frequenza del sistema isolato in grado di ridurre gli spostamenti del livello di isolamento, senza peraltro compromettere l'efficacia rispetto alla sovrastruttura.

Lo schema di applicazione di questa strategia combinata è descritta nella figura che segue:

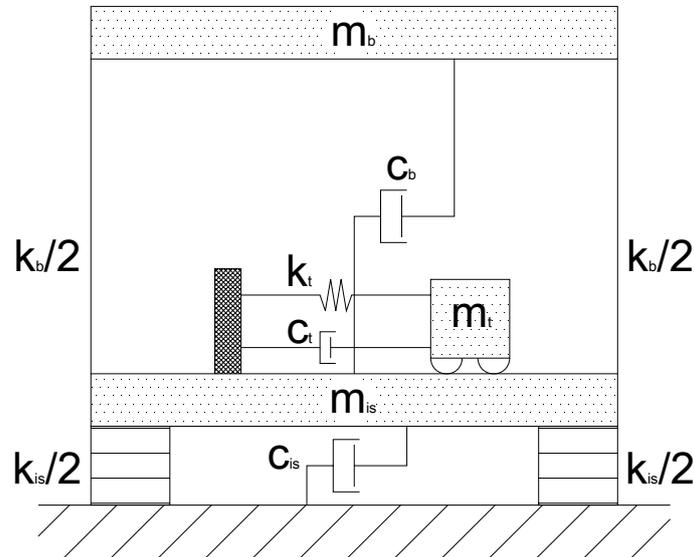


Figura 7

Le equazioni del moto dedotte per il sistema in figura 7 sono le seguenti:

$$\begin{aligned}
 \ddot{u} + 2\xi_{TMD} \omega_{TMD} \dot{u} + \omega_{TMD}^2 u &= 2\xi_{TMD} \omega_{TMD} \dot{u}_{is} + \omega_{TMD}^2 u_{is} \\
 \ddot{x}_b + 2\xi_b \omega_b \dot{x}_b + \omega_b^2 x_b &= \ddot{u}_{is} \\
 \ddot{u}_{is} + 2\xi_{is} \omega_{is} \dot{u}_{is} + \omega_{is}^2 u_{is} &= 2\xi_{is} \omega_{is} \dot{u}_g + \omega_{is}^2 u_g - \mu \ddot{u} - \chi \ddot{x}_b
 \end{aligned}
 \tag{1.6}$$

dove μ e χ rappresentano rispettivamente i rapporti di massa del TMD e della sovrastruttura rispetto alla massa totale del sistema isolato.

L'azione del sistema combinato può essere descritta come un'azione di filtraggio sul segnale sismico in ingresso, che viene modificata anche in funzione della risposta dell'isolamento attraverso l'azione del TMD. Il segnale filtrato quindi investe la sovrastruttura.

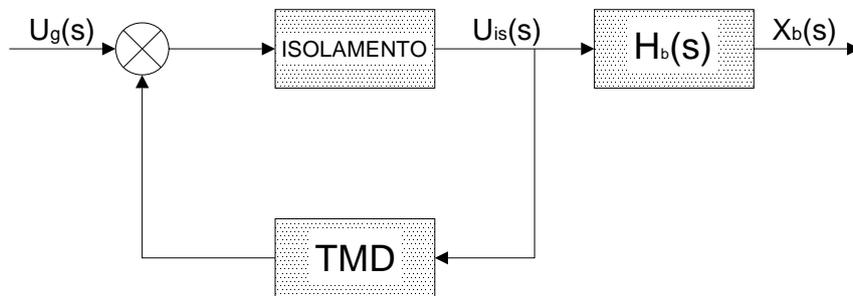


Figura 8

Il grafico che segue descrive gli effetti del sistema combinato attraverso la combinazione delle funzioni di trasferimento dei componenti dello stesso.

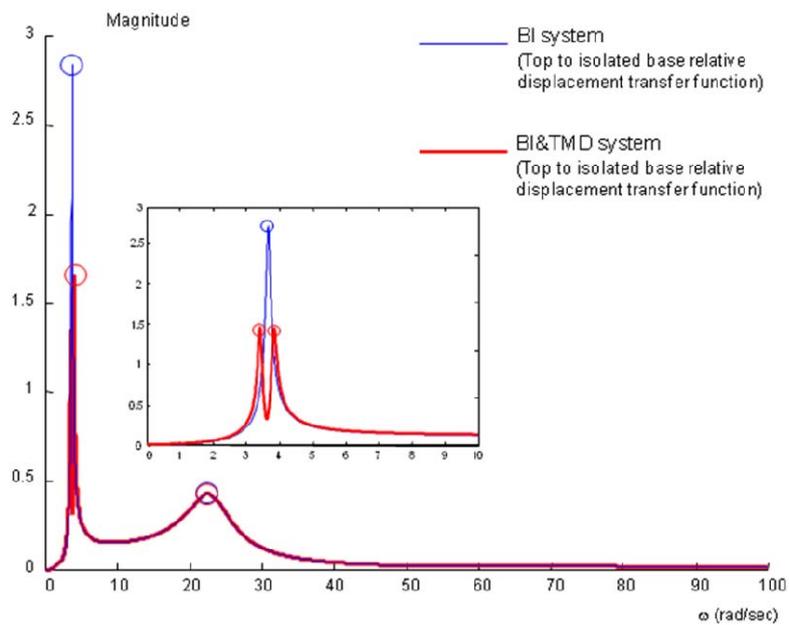


Figura 9

CAPITOLO 2

2. TEORIA DEI MODELLI ED ANALISI DIMENSIONALE

La teoria dei modelli si occupa delle leggi che mettono in relazione il comportamento di un **modello** con quello del prototipo reale. In particolare il modello rappresenta un sistema con un comportamento qualitativo uguale a quello dell'oggetto da studiare, ma che, rispetto a quest'ultimo, presenta caratteristiche tecnologiche ed economiche congruenti con le risorse a disposizione.

Gli strumenti forniti da questa disciplina possono essere molto utili in campo sperimentale, specie quando si studiano sistemi fisici per i quali le prove nella loro configurazione reale richiederebbero sforzi rilevanti, rendendo, al limite, impossibile l'esecuzione dei test.

Diversi esempi di tali sistemi si ritrovano tra quelli studiati nell'ingegneria civile, dove spesso le dimensioni delle costruzioni rendono complesso, sia in termini di spazio che di costi, la realizzazione di campagne di prova su esemplari con dimensione reali (ad es. sperimentazioni su dighe o sul comportamento sismico di strutture). In questo caso lo studio sperimentale del comportamento di modelli in scala, di minori dimensioni e con caratteristiche cinematiche e/o meccaniche differenti da quelle del sistema reale, è di grande aiuto nella comprensione di alcuni aspetti altrimenti deducibili solo per via analitica.

I principi alla base della teoria dei modelli sono racchiusi nell'analisi dimensionale e nella teoria delle similitudini. La prima studia le dimensioni delle grandezze fisiche coinvolte nei fenomeni del mondo reale, mentre la seconda descrive le leggi generali che permettono di mettere in relazione sistemi di una stessa classe, caratterizzati da una diversa magnitudo delle grandezze che li descrivono.

2.1. L'ANALISI DIMENSIONALE E LE QUANTITÀ FISICHE

Il principale scopo dell'analisi dimensionale è quello di ridurre la complessità nella descrizione dei fenomeni fisici, attraverso lo studio delle dimensioni e dei legami dimensionali tra le variabili utilizzate.

Concetto fondamentale per la comprensione delle procedure e dei risultati di questo tipo di analisi è quello di dimensione di una grandezza fisica, che può essere definito a patto di aver chiaro i principi alla base della modellazione dei fenomeni del mondo reale.

Quest'ultimo è uno degli aspetti salienti dell'ingegneria, ovvero osservare gli eventi fisici di interesse per trarne leggi matematiche che consentano di descriverli e simularli mediante la valutazione quantitativa di opportune grandezze dette quantità fisiche.

L'espressione matematica che descrive una legge fisica mette in relazione i valori numerici delle quantità in gioco nel processo; in generale è possibile relazionare una quantità fisica di interesse Q_0 ad un certo numero di altre quantità Q_1, Q_2, \dots, Q_n :

$$Q_0 = f(Q_1; Q_2; \dots; Q_n) \quad (2.1)$$

Un aspetto caratteristico di queste relazioni è la loro indipendenza dalle convenzioni introdotte nella descrizione, ad esempio, delle variabili fisiche. Si pensi infatti alla scelta delle unità di misura. Ciò è noto come il principio di significato assoluto della magnitudo relativa di BRIDGMAN, secondo il quale "un numero Q , ottenuto inserendo i valori numerici delle quantità fisiche in una formula, è una quantità fisica se il rapporto di due suoi campioni rappresentativi resta costante anche quando cambiano le unità di misura considerate per la valutazione delle grandezze in gioco".

Le N variabili Q_1, Q_2, \dots, Q_n , sono dette indipendenti se il valore numerico di ognuna di esse non è influenzato da quello assunto dalle altre $n-1$ variabili. La variabile Q_0 nell'espressione [1] è detta invece dipendente. Se il valore di Q_0 è univocamente individuato una volta definito quello di tutte le n variabili indipendenti, l'insieme delle N variabili indipendenti viene detto completo.

Nello studio dei processi fisici l'individuazione di un insieme di variabili indipendenti e completo è di rilevanza per la corretta descrizione della legge fisica di interesse.

In generale queste grandezze vengono distinte in quantità di base (base quantities) e quantità derivate, di I e II tipo (derived quantities). Le prime, *base quantities*, hanno origine dalla lettura diretta di aspetti salienti connessi all'esperimento fisico di interesse (ad es.: la lunghezza, la velocità, la massa gravitazionale, la forza, ecc.). In particolare, per definizione tali quantità devono essere direttamente misurabili con procedure fisiche.

Le *quantità derivate* sono il risultato dell'applicazione di equazioni matematiche a quantità di base ed eventualmente altre quantità derivate (ad es.: l'energia, etc.). Ciò comporta che esse non sempre siano caratterizzate da un significato o riscontro fisico.

2.2 QUANTITÀ FISICHE DI BASE E DERIVATE

Le *quantità fisiche di base* sono definite dalle 2 procedure fisiche riportate di seguito:

- *Operazione di confronto*, ovvero una procedura fisica che consenta di dire se due campioni di una stessa quantità, **A** e **B**, sono uguali ($A = B$) o meno ($A \neq B$). Nel caso delle forze una possibile procedura è quella di applicare lungo la stessa direzione ma in verso opposto, su un corpo libero, due forzanti e quindi valutare la variazione dell'accelerazione del corpo;
- *Operazione di addizione*, vale a dire una procedura fisica che stabilisca il significato dell'operazione di addizione tra due campioni di quella quantità fisica ($C = A + B$). Nel caso delle forze si potrebbero applicare ad un corpo libero da un lato la coppia di azioni **A** e **B** e dall'altro, in verso opposto, una forza **C** tale che il corpo non vari la propria accelerazione.

Per **procedura fisica** si intende un processo che si possa valutare sperimentalmente, associando ad una proprietà od all'evento un carattere di realtà che superi il mero significato numerico. La notazione in grassetto evidenzia che il parametro indicato va inteso come una grandezza concreta nella realtà, per la quale il valore numerico associato rappresenta solo un aspetto descrittivo della magnitudo della stessa.

In analogia alle proprietà delle operazioni matematiche tra numeri puri, quelle su descritte devono rispettare le seguenti condizioni:

- L'operazione di confronto deve obbedire alla legge dell'identità ($A = B, B = C \rightarrow A = C$);
- L'operazione di addizione deve essere commutativa ($A + B = B + A$), associativa, [$A + (B + C) = (A + B) + C$] ed unica (se $A + B = C$, non esiste alcuna quantità fisica D tale che $A + B + D = C$).

Ciò consente di definire per le quantità di base, in termini fisici e matematici, le seguenti relazioni:

- maggiore di, $>$, minore di, $<$;
- sottrazione;
- moltiplicazione e divisione per un numero puro.

Si precisa che tutte le suddette operazioni possono essere eseguite solo su quantità fisiche dello stesso tipo (ovvero tra forze, tra lunghezze, tra le masse, ecc...), dato che non esiste alcuna procedura sperimentale che permetta di applicare tali operazioni a quantità differenti.

Il poter confrontare ed addizionare le grandezze in gioco permette anche di esprimere le loro quantità in termini di multipli di un campione standard, definito **unità di misura**. La taglia o grandezza dell'unità di misura può essere scelta in modo arbitrario e da essa dipende solo il valore numerico che descrive la magnitudo della proprietà fisica in questione ed in alcun modo ciò influenza il significato intrinseco della proprietà stessa. Ad es. se bisogna misurare la lunghezza A di un oggetto, l'operazione di misura può essere realizzata confrontando la proprietà in questione o con una lunghezza campione di 1 m (**a**) o con una lunghezza campione di 2 m (**b**). La proprietà fisica è intrinseca dell'oggetto ed è indipendente dalla scelta dell'unità di misura, l'unica differenza è che nel primo caso si otterrà un valore numerico della misura pari al doppio di quello del secondo caso, ovvero:

$$A = na = \frac{n}{2} b \quad (2.2)$$

dove " n " rappresenta il numero di campioni di 1 m che uguagliano la lunghezza di A .

Sia il concetto di *unità di misura*, che quello di *misura* stessa, vanno intesi in senso fisico. L'unità di misura rappresenta un campione, un oggetto reale (nel caso delle lunghezze il metro di riferimento è definito come la lunghezza del tratto percorso dalla velocità della luce nel vuoto in $1/299792458$ s), l'operazione di misura consiste nel confrontare e replicare

l'unità campione fino ad eguagliare la proprietà dell' oggetto che si sta studiando.

L'operazione matematica subentra a valle di quella fisica, ovvero nel conteggiare il numero di interi e frazioni dell'unità campione che descrivono la proprietà dell'evento fisico. Il solo valore numerico descrive la magnitudo della proprietà, o meglio il numero di campioni necessari per eguagliare lo specifico oggetto che si sta misurando e non rappresenta una misura se non associato con l'operazione fisica di misura.

Il carattere fisico dell'operazione di misura e della definizione dell'unità campione esclude la possibilità di definire queste operazioni per le **quantità derivate**, distinte in:

- *Quantità fisiche derivate del I tipo*, ottenute inserendo i valori numerici delle quantità fisiche di base in opportune formule matematiche, aventi la forma di leggi di potenza ($Q_D = \alpha A^a B^b C^c \dots$, dove Q_D è la quantità derivata, **A**, **B** e **C** rappresentano le quantità fisiche di base e α , a , b e c sono dei numeri reali, *principio di significato assoluto della magnitudo relativa di BRIDGMAN*);
- *Quantità fisiche derivate del II tipo*, ottenute esprimendo quantità fisiche di base attraverso le unità di misura di altre quantità di base utilizzando una legge fisica generale (ad es. la forza può essere espressa come il prodotto di una massa per una accelerazione sfruttando la 2^a legge di Newton). Per queste grandezze il significato fisico non cambia, ovvero una forza può essere misurata direttamente nella realtà come forza ed espressa come n volte il prodotto dell'unità di massa per l'unità di accelerazione, *che letto fisicamente non ha alcun significato*.

Va precisato che mentre per la prima tipologia di quantità fisiche è possibile che le stesse non abbiano alcuna rispondenza sperimentale, ad es. la radice quadrata della lunghezza o del tempo, per quello del II tipo ciò non può accadere.

La possibilità di non poter definire fisicamente una quantità derivata non ci permette di parlare di unità di misura, ovvero di campioni della quantità stessa da utilizzare nelle operazioni di misura, anche se di fatto il valore numerico assunto da queste grandezze dipende dalle unità di misura delle quantità di base. Se ad es. si sta valutando il valore di una forza, espressa come quantità derivata pari al prodotto della massa per l'accelerazione, si

avranno valori numerici diversi a seconda che si esprima la massa in *kg* o in *g*, in tal caso il primo dei due valori sarà pari ad 1/1000 del secondo.

Per esprimere la dipendenza del valore numerico delle quantità fisiche dalla taglia delle unità di misura di base si utilizza il concetto di **dimensione**, che si riferisce al solo valore numerico della grandezza considerata ed esprime la tipologia e la combinazione delle unità di misura di base corrispondenti a quel valore.

Per le quantità di base, a meno che non siano espresse in termini di grandezze derivate del II tipo, la dimensione indica l'insieme delle unità di misura che possono essere adottate per misurare la sua magnitudo. Ad es. detta **A** la lunghezza di un oggetto, a cui corrisponde il valore numerico *A*, la dimensione di quest'ultimo sarà:

$$[A] = L \quad (2.3)$$

Questa espressione indica che il valore di **A** si esprime in unità di lunghezza, ovvero in m, cm, mm, ecc..., quindi se lo standard di misura della lunghezza varierà di un coefficiente *n*, il valore numerico della misura, *A*, cambierà di un coefficiente pari a n^{-1} .

Il discorso è analogo per le quantità derivate, ma in questo caso l'espressione dimensionale rappresenta un'equazione matematica tra le unità di misura base. Ad es. detta **B** una grandezza derivata dalla seguente espressione:

$$B = \sqrt{A} \quad (2.4)$$

La dimensione della grandezza **B** è:

$$[B] = \sqrt{L} \quad (2.5)$$

Questo ci dice che la quantità **B** si esprime in "unità" di radici di lunghezza, pertanto se l'unità di misura della lunghezza varia di un coefficiente *n*, il valore numerico della misura *B* cambierà di un coefficiente pari a $n^{-1/2}$. Va precisato che l'espressione "unità di radici di lunghezza" è impropria, dato che per la grandezza **B** non può essere definito uno standard di misura in senso fisico, che dovrebbe essere un oggetto rappresentativo della radice quadrata di 1 m o di 1 cm o di un qualsiasi altro campione di misura della lunghezza.

Altro esempio interessante per la comprensione del concetto di dimensione è riferito ad una grandezza **B** rappresentativa di una forza, che è una quantità fisica di base, esprimibile attraverso la seconda legge di Newton, ovvero come quantità derivata del II tipo. Per questa grandezza può essere individuata una unità di misura fisica (ad es. il kg_{forza} definito come la forza che, applicata alla massa del valore di 1 kg, gli imprime una accelerazione pari a quella di gravità), ma nell'esprimerla come quantità derivata per essa non si può parlare di unità di misura, ma bisogna far riferimento alla sua dimensione, ovvero:

$$[B] = \frac{M \cdot L}{T^2} \quad (2.6)$$

Nel caso in cui la stessa quantità venga intesa come quantità fisica di base, la sua espressione dimensionale sarebbe la seguente:

$$[B] = F \quad (2.7)$$

dove F rappresenta l'insieme delle unità di misura delle forze (kg_{forza} , N, ecc...).

In entrambi i casi si sta trattando la stessa quantità fisica, rappresentativa della stessa proprietà e pertanto avente lo stesso effetto nel mondo reale. L'unica differenza sta nell'espressione dimensionale associata alla quantità nei due casi, dipendente dalle convenzioni alla base del sistema di misura adottato, che vengono definite in modo "arbitrario" secondo canoni che in alcuni casi sono legati alla sua storia piuttosto che a considerazioni di ordine scientifico.

Le considerazioni circa l'espressione dimensionale associata alle grandezze in gioco nella modellazione matematica degli eventi è di grande importanza, perché sottolinea il distacco del concetto di dimensione dalla realtà fisica che si vuole descrivere e giustifica la necessità di rappresentare tale realtà attraverso leggi matematiche che siano indipendenti dalla scelta delle unità di misura di base. Ad es. la relazione secondo la quale vi è uguaglianza tra la misura in pollici di un essere umano ed il suo peso in kg non può essere identificata come equazione fisica, innanzitutto perché è legata a due specifiche unità di misura (cambiando l'unità di misura del peso da kg in g la legge si riferirebbe ad essere umani alti mediamente più di 1 km) ed inoltre non

rispetta il principio di BRIDGMAN del significato assoluto delle magnitudo relative.

2.3. VARIABILI FISICAMENTE INDIPENDENTI E DIMENSIONALMENTE INDIPENDENTI

L'espressione matematica di una legge fisica descrive la dipendenza della proprietà fisica di interesse da una serie di altre variabili coinvolte nel processo. In particolare richiamando la (2.8) l'espressione funzionale della legge fisica sarà:

$$Q_0 = f(Q_1; Q_2; \dots; Q_n) \quad (2.8)$$

Il criterio che conduce alla scelta del set di variabili Q_1, Q_2, \dots, Q_n è quello di descrivere l'insieme delle grandezze fisiche che influenzano la proprietà che si sta studiando. In particolare per evitare sforzi computazionali inutili si tende a considerarne il minimo numero possibile, ovvero si considerano solo le variabili fisiche tra loro indipendenti, evitando in ogni caso di trascurare aspetti che giocano un ruolo importante nell'evoluzione del fenomeno. Comunque, l'insieme delle quantità fisiche deve essere completo.

Un numero sovrabbondante di variabili indipendenti o presunte tali non arreca danno alle analisi, se non in termini di un aggravio di lavoro. Diversamente, se l'insieme di queste variabili non è completo si rischia di trascurare aspetti fondamentali per la comprensione del fenomeno fisico, quindi i risultati ottenuti potrebbero non essere corretti.

Tra le variabili fisiche indipendenti è possibile individuare un sottogruppo di grandezze indipendenti da un punto di vista dimensionale. Queste godono della proprietà che le rispettive espressioni dimensionali non possono essere riscritte come combinazione delle restanti del sottogruppo. Inoltre se da questo insieme è possibile definire l'espressione dimensionale di tutte le altre variabili indipendenti, allora il sottogruppo è anche completo.

La circostanza che tra le variabili indipendenti ne esistono un certo numero dimensionalmente dipendenti non è in contrasto con la definizione stessa delle prime. Infatti, le quantità indipendenti dedotte dall'osservazione del processo vanno intese indipendenti in senso fisico, senza alcuna

correlazione con la loro descrizione dimensionale, che peraltro è estranea alla definizione fisica delle quantità. Ad es. la descrizione dimensionale delle forze viscosive come una massa per una accelerazione non ha nulla a che fare con il processo fisico che le genera, queste forze sono infatti proporzionali alle velocità e non all'accelerazione.

2.4. L'ANALISI DIMENSIONALE E IL TEOREMA DI BUCKINGHAM

L'analisi dimensionale rappresenta una parte fondamentale nella definizione dei rapporti di scala tra sistemi. In particolare essa consente di diminuire il numero di variabili indipendenti da utilizzare per la descrizione del fenomeno.

Ciò è possibile riscrivendo le espressioni matematiche delle leggi fisiche in termini di quantità adimensionali, ovvero quantità i cui valori sono indipendenti dalla scelta delle unità di misura delle quantità di base. Queste grandezze sono caratterizzate da una espressione dimensionale il cui risultato è unico ed è pari a 1.

In base al teorema di BUCKINGHAM, ciò consente di diminuire il numero di variabili indipendenti di una quantità pari a quelle dimensionalmente indipendenti. In particolare il teorema asserisce che *“quando una relazione tra quantità fisiche dimensionali è espressa in forma adimensionale, il numero di quantità indipendenti che compaiono al suo interno diminuisce da n originale a $n-k$, dove n rappresenta il numero iniziale di variabili indipendenti e k quello delle quantità dimensionalmente indipendenti tra le n iniziali”*.

Il significato fisico dell'espressione riscritta in termini adimensionali resta inalterato, data l'indipendenza delle equazioni fisiche dall'espressione dimensionale delle quantità utilizzate come variabili. Naturalmente mentre l'uso di variabili indipendenti dimensionali consente un legame diretto con la realtà e quindi una più facile interpretazione dei risultati ottenuti, l'impiego di variabili adimensionali comporta la perdita di questo legame diretto tra analisi e mondo reale, soprattutto nei casi in cui le grandezze sono quantità derivate del I tipo, alle quali non può essere fornito alcun significato *fisico diretto* (es. numero di Reynolds, numero di Froude, ecc...). Pur tuttavia, la diminuzione del numero di quantità necessarie a descrivere un dato fenomeno fisico implica diversi vantaggi, tra cui:

- Descrizione con un'unica espressione matematica di fenomeni che per dimensioni geometriche, cinematiche o meccaniche sono diversi;
- Riduzione del numero di variabili nel caso di analisi parametriche;
- Estensione di risultati ricavati su esperimenti in scala ridotta a modelli in scala reale, sui quali altrimenti non si potrebbe operare per via sperimentale.

Per la scelta delle variabili dimensionalmente indipendenti va precisato che, in analogia alle variabili indipendenti del processo fisico, non è possibile individuare un procedimento univoco che porti alla scelta ottimale del sottogruppo di parametri, ma vi sono una serie di criteri che possono guidare in tale scelta e possono essere riassunti come segue:

- Il numero di variabili dimensionalmente indipendenti è pari al numero di dimensioni delle quantità fisiche di base, ovvero al numero di queste ultime;
- Nessuna coppia di variabili di riferimento deve avere le stesse dimensioni;
- Tutte le dimensioni fondamentali devono comparire almeno una volta nelle variabili di riferimento scelte;
- La scelta delle variabili va fatta in modo da ottenere gruppi adimensionali che risultano il più possibile significativi da un punto di vista fisico.

CAPITOLO 3

3. MODELLI IN SCALA PER I SISTEMI STRUTTURALI IN CAMPO SISMICO

Nell'ambito dell'ingegneria sismica i fenomeni di interesse riguardano il comportamento delle strutture soggette ad un moto di base. In generale le strutture vengono modellate come un **sistema meccanico**, ovvero come un oggetto composto da diversi elementi connessi ed interagenti tra loro e con l'ambiente esterno. Nello specifico caso si parla anche di **sistemi dinamici**.

Studiare il moto di un siffatto sistema significa definirne la *cinematica*, ovvero l'evoluzione nel tempo dei caratteri geometrici del moto dei corpi che compongono lo stesso, e la *dinamica*, che analizza le relazioni che intercorrono tra il moto degli oggetti, descritto con i metodi della cinematica, e le cause che lo hanno indotto, identificate nelle forze. Da queste considerazioni segue che i sistemi meccanici sono caratterizzati dalla presenza di 4 grandezze fisiche fondamentali, ovvero il *tempo* e la *lunghezza* (il moto si svolge nello spazio e nel tempo), la *forza* e la *massa inerziale* (rappresentano rispettivamente le cause del moto e il carattere di resistenza al moto, intrinseco di ogni corpo).

Queste 4 grandezze sono quantità fisiche di base, che caratterizzano l'evoluzione dei sistemi meccanici e consentono di esprimere tutte le altre grandezze fisiche coinvolte nell'evoluzione dei sistemi meccanici come quantità derivate (velocità, accelerazioni, lavoro, ecc...). Il loro significato fisico è noto ed è tangibile nella realtà quotidiana, ma qualche precisazione merita il concetto di forza. In particolare la forza intesa come grandezza fisica individua un'azione che consente di perturbare o mantenere inalterato uno scenario nel mondo reale. In senso comune la forza viene intesa come l'azione (ad es. la forza muscolare) applicata per compiere un'operazione, che può riguardare il sollevare, lo spingere, il deformare, il mantenere in equilibrio, ecc.... Questa interpretazione è indipendente dal processo che porta alla generazione della forza. D'altronde conoscere la natura della forza (inerziale, viscosa, ecc...) è

fondamentale, in quanto ci permette di associarle un'appropriata legge di forza, ovvero la relazione che consente di esprimere la forza indotta da un certo processo in funzione delle caratteristiche dell'oggetto su cui agisce e delle caratteristiche del processo stesso.

Nello studio del moto dei sistemi meccanici la rappresentazione generale della forza è fornita dalla 2^a legge di Newton, ovvero:

$$F = m \cdot a \quad (3.1)$$

La (3.1) rappresenta la relazione fondamentale della dinamica, in quanto correla l'accelerazione di un corpo alle cause del moto. Questa legge, che vale anche in termini vettoriali, ci dice che la forza risultante applicata ad un corpo è proporzionale all'accelerazione dello stesso ed è quindi la causa delle sue variazioni di velocità e delle modifiche dell'evoluzione del moto. La (3.1) vale qualsiasi sia l'origine della forza. Infatti, applicando ad un corpo una forza di una certa intensità la variazione di accelerazione indotta sarà la stessa sia che si applichi un'azione viscosa sia che si utilizzi un'azione elastica. Quanto detto non implica che in generale la forza rappresenta l'azione che provoca la variazione della quantità di moto in un corpo, questo può essere vero per i fenomeni che si studiano in dinamica, ma rappresenta solo una definizione locale che non identifica la forza in senso generale. Infatti, quello di forza è un concetto primitivo ed indipendente, al quale non può essere data una definizione, se non operativa, ovvero che ne consenta la misura. A tal proposito è possibile distinguere, infatti, una *definizione operativa statica* che corrisponde alla misura attraverso la valutazione della deformazione indotta in un corpo (dinamometro), da una *definizione dinamica* che si basa proprio sulla 2^a legge di Newton, ovvero sulla variazione di velocità indotte dalla forza su un corpo in moto in un sistema inerziale.

Da quanto detto si comprende che di fatto nello studio dei sistemi meccanici le quantità di base dimensionalmente indipendenti sono 3 e non 4, dato che la massa inerziale o la forza possono essere espresse dimensionalmente l'una in funzione dell'altra.

Le strutture rappresentano una particolare classe di sistemi meccanici, che vengono studiate in analogia agli altri fenomeni di interesse ingegneristico, adottando modellazioni matematiche e numeriche che simulino il loro comportamento reale e ricorrendo all'osservazioni dei fenomeni opportunamente riprodotti attraverso la sperimentazione in laboratorio.

Nel caso specifico dello studio delle strutture soggette ad un sisma l'obiettivo è la caratterizzazione del moto indotto nella struttura dallo scuotimento tellurico. A tal fine è necessario individuare un insieme completo di quantità fisiche che influenzano il fenomeno. Rispetto al carattere di *completezza* dell'insieme delle variabili indipendenti è necessario osservare che questo va inteso in senso ingegneristico, dato che nella maggior parte dei casi tale insieme viene individuato trascurando le quantità che hanno un'influenza marginale sul fenomeno che si sta analizzando. Ciò comporta delle ripercussioni minime sulla correttezza dei risultati, contribuendo nel contempo a diminuire l'onere computazionale delle analisi e delle sperimentazioni.

Nel caso di una generica struttura intelaiata, la variabile dipendente sarà una funzione $x(t)$ che descrive il moto della struttura soggetto ad una legge di spostamenti sismici alla base $y(t)$.

Con riferimento alla relazione funzionale (2.1), la legge matematica rappresentativa di questo fenomeno sarà:

$$x(t) = f(y(t); Q_2; \dots; Q_n) \quad (3.1)$$

dove Q_2, \dots, Q_n rappresentano le rimanenti $n-1$ variabili indipendenti che insieme a $y(t)$ determinano il comportamento dinamico della struttura. Per individuare tali grandezze non è definita una procedura standard, ma bensì si ricorre all'osservazione dei fenomeni fisici ed alla interpretazione delle sperimentazioni fin ora eseguite. Nel caso specifico queste grandezze possono essere identificate nei seguenti parametri:

- E , caratteristiche costitutive del materiale costituente la struttura, elastiche e non;
- M , la massa del sistema;
- h , le dimensioni geometriche del sistema (altezza, larghezza, profondità);
- t , il tempo;
- F , le forze agenti sulla struttura, intese in senso generale, ovvero come azioni capaci di modificare il moto di un oggetto.

Sulla base delle considerazioni finora svolte la (3.1) può essere pertanto riscritta come segue:

$$x(t) = f\left(y(t), E, M, h, t, F\right) \quad (3.2)$$

Nella pratica questa relazione funzionale viene ulteriormente modificata, dato che come variabile dipendente viene considerata la derivata seconda della funzione $x(t)$, ovvero le accelerazioni relative $\ddot{x}(t)$, ed in modo analogo si procede per la descrizione dell'evento sismico, mediante la funzione delle accelerazioni assolute alla base $\ddot{y}(t)$.

La relazione funzionale finale assume pertanto la seguente forma:

$$\ddot{x}(t) = f\left(\ddot{y}(t), E, M, h, t, F\right) \quad (3.3)$$

Nell'ipotesi che il gruppo di variabili indipendenti sia completo, ovvero non sia possibile in alcun caso trovare altre quantità da cui può dipendere l'accelerazione $\ddot{x}(t)$, la (3.3) rappresenta la descrizione matematica implicita del processo fisico oggetto di interesse.

3.2. LA SIMILITUDINE DEI SISTEMI MECCANICI

Una classe di sistemi meccanici di particolare interesse è rappresentato dai sistemi simili, caratterizzati da uno stesso comportamento qualitativo, ma non quantitativo, ovvero due sistemi meccanici si dicono simili se le grandezze che intervengono nell'evoluzione di uno dei due (lunghezze, tempi, masse, forze, pressioni, lavori, ecc...) possono essere ricavate moltiplicando per opportuni coefficienti (rapporti di scala) quelle dedotte dall'evoluzione dell'altro.

Tra le similitudini comuni, quella più nota è la **similitudine geometrica** tra due oggetti, che comporta l'uguaglianza degli angoli, un rapporto costante tra le lunghezze dei segmenti corrispondenti, un rapporto costante tra i volumi, tra le aree, ovvero tra le grandezze geometriche in generale. I rapporti di proporzionalità tra la geometria dei due oggetti sono automaticamente definiti una volta imposto ad esempio quello tra le lunghezze (λ) che viene detto scala del modello.

L'estensione della similitudine geometrica porta a definire quella **cinematica** che comporta una corrispondenza di proporzionalità oltre che tra le grandezze geometriche, anche tra quelle cinematiche (velocità, accelerazione, ecc...). In questo secondo caso i rapporti di proporzionalità sono definiti una volta individuati quelli delle lunghezze, λ , e del tempo, τ . Una ulteriore estensione della similitudine cinematica porta a quella **meccanica**, in cui oltre alla proporzionalità tra grandezze geometriche e cinematiche è richiesto che i modelli siano simili anche per le masse, le forze, il lavoro, la potenza, ed in generale per tutte le grandezze meccaniche. In analogia al caso geometrico e cinematico, l'insieme dei rapporti di proporzionalità risulterà definito una volta fissati i rapporti di scala tra le quantità di base, ovvero lunghezza, tempo, massa o forze. Rispetto a queste due ultime grandezze va precisato che per la 2^a legge di Newton, una volta fissati i rapporti di scala delle lunghezze (λ), del tempo (τ), e delle masse (μ) è automaticamente fissato quello tra le forze (Φ):

$$\Phi = \mu \cdot \lambda \cdot \tau^{-2} \quad (3.4)$$

In particolare, il rapporto di scala delle forze Φ rappresenta il coefficiente di proporzionalità che dovrebbe applicarsi alle forze che intervengono nei modelli meccanici che si stanno trattando, dato che deriva dalla "definizione meccanica" di forza rappresentata dalla 2^a legge di Newton.

Da quanto detto ne consegue che definiti i rapporti di scala delle quantità di base, restano automaticamente assegnati i restanti rapporti di scala e ciò è una diretta conseguenza della possibilità di descrivere le grandezze fisiche come quantità derivate del II tipo. Ciò implica limitazioni sulla progettazione del modello su cui eseguire la sperimentazione.

Prendendo ad es. la relazione (3.3), le grandezze fisiche che descrivono il fenomeno di interesse sono 6. Trattandosi di un sistema meccanico, la costruzione di un eventuale sistema simile a quello reale ma di minori dimensioni potrà essere progettato liberamente solo con riferimento a 3 delle grandezze che compaiono nella relazione funzionale, mentre per le restanti 3 dovranno essere rispettati i rapporti di scala desunti dalla combinazione dimensionale delle quantità fisiche di base scelte.

E' importante ricordare che il legame dimensionale tra le grandezze prescinde dal significato fisico delle stesse e dai fenomeni reali che le generano. Ciò, in alcuni casi, comporta la possibilità di definire solo

similitudini meccaniche parziali, in cui i rapporti di proporzionalità sono validi solo in un determinato range di funzionamento del sistema.

3.3 L'ANALISI DIMENSIONALE DI SISTEMI STRUTTURALI IN ZONA SISMICA

Le strutture vengono classificate come dei sistemi meccanici, per cui sono caratterizzate da 3 quantità dimensionalmente indipendenti. Ciò comporta che passando dalla descrizione dimensionale a quella adimensionale dei fenomeni che le interessano, il numero di variabili indipendenti coinvolte nella modellazione matematica diminuisca di 3.

Nel caso dell'analisi del comportamento dinamico di una struttura intelaiata, descritto dalla relazione funzionale (3.3), le quantità dimensionalmente indipendenti possono essere individuate facilmente riferendosi ad una delle seguenti terne di grandezze:

- tempo, lunghezza e massa;
- tempo, lunghezza e forza.

Le suddette terne non rappresentano le uniche possibili, ma consentono di semplificare le modalità di combinazione dimensionale, anche perché sono le quantità di base a cui si riferiscono gli standard di misura dei sistemi di unità più utilizzati.

Scelte le quantità dimensionalmente indipendenti, la dimensione di tutte le altre variabili fisicamente indipendenti può essere riscritta come combinazione di quella di queste variabili. Scelta ad esempio la seconda terna (tempo, lunghezza e forza) si ha:

$$t = [T] \quad (3.5)$$

$$h = [L] \quad (3.6)$$

$$F = [F] \quad (3.7)$$

$$\ddot{x}(t) = \ddot{y}(t) = [L \cdot T^{-2}] \quad (3.8)$$

$$M = [F \cdot T^2 \cdot L^{-1}] \quad (3.9)$$

$$E = [F \cdot L^{-2}] \quad (3.10)$$

Dall'opportuna combinazione delle espressioni su riportate la relazione (3.3) può essere riscritta in termini di variabili indipendenti adimensionali,

con una diminuzione del numero di variabili indipendenti da 6 a 3. La nuova relazione assumerà la seguente espressione:

$$\frac{\ddot{x}(t)}{\ddot{y}(t)} = \phi' \left(\frac{Eh^2}{M \cdot \ddot{y}(t)}, \frac{h}{\ddot{y}(t) \cdot t^2}, \frac{F}{M \cdot \ddot{y}(t)} \right) = \phi'(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3) \quad (3.11)$$

Va precisato che la (3.11) è una possibile espressione adimensionale della (3.3), in cui la variabile dipendente $\ddot{x}(t)$ viene adimensionalizzata dividendola per $\ddot{y}(t)$. Una possibile alternativa è la seguente:

$$\frac{\ddot{x}(t)}{h \cdot t^{-2}} = \phi'' \left(\frac{E}{M \cdot t^{-2}}, \frac{\ddot{y}(t)}{h \cdot t^{-2}}, \frac{F}{M \cdot h \cdot t^{-2}} \right) = \phi''(\Pi'_1, \Pi'_2, \Pi'_3) \quad (3.12)$$

La (3.11) e la (3.12) hanno la stessa valenza, ma sono scritte in termini di gruppi adimensionali differenti, un possibile criterio di scelta tra le due relazioni potrebbe essere basato sulla maggiore facilità di interpretazione fisica dei gruppi adimensionali che compaiono nelle relazioni. Nel caso specifico la scelta potrebbe ricadere sulla (3.11), in quanto il risultato dell'espressione adimensionale ci fornisce una misura delle accelerazioni relative della struttura rispetto a quelle di base.

Per quanto attiene la descrizione del comportamento fisico, la relazione (3.11) è identica alla relazione (3.3). Per entrambe, ad un insieme di specifici valori assunti dalle variabili indipendenti corrisponderà un unico valore della variabile dipendente, con la differenza che nel caso della (3.3) la risposta sarà definita in termini di magnitudo delle grandezze in gioco, in tal caso l'accelerazione relativa del sistema, nel caso della (3.11) si otterrà invece il rapporto tra due insiemi di accelerazioni, ottenuto da più combinazioni delle variabili indipendenti iniziali. Ciò significa che ad un unico valore della variabile dipendente nella relazione (3.11) corrisponderanno più stati dinamici descrittivi di sistemi strutturali differenti soggetti a segnali sismici diversi. In particolare indicate con $\Pi_{1,r}$, $\Pi_{2,r}$, $\Pi_{3,r}$ e con $\Pi_{1,m}$, $\Pi_{2,m}$, $\Pi_{3,m}$ rispettivamente le quantità adimensionali descrittive del sistema reale (pedice r) e quelle associate al modello (pedice m), imporre l'uguaglianza tra queste variabili comporta:

$$\Pi_{1,r} = \Pi_{1,m} \Rightarrow \left(\frac{Eh^2}{M \ddot{y}(t)} \right)_r = \left(\frac{Eh^2}{M \ddot{y}(t)} \right)_m \quad (3.13)$$

$$\Pi_{2,r} = \Pi_{2,m} \Rightarrow \left(\frac{h}{t^2 \ddot{y}(t)} \right)_r = \left(\frac{h}{t^2 \ddot{y}(t)} \right)_m \quad (3.14)$$

$$\Pi_{3,r} = \Pi_{3,m} \Rightarrow \left(\frac{F}{M \ddot{y}(t)} \right)_r = \left(\frac{F}{M \ddot{y}(t)} \right)_m \quad (3.15)$$

Tali espressioni permettono di definire i vincoli sui rapporti di scala tra i valori della struttura reale e quelli del modello.

In particolare definito il rapporto di scala per la generica grandezza G come:

$$N_G = \frac{G_r}{G_m} \quad (3.16)$$

dove il pedice r si riferisce al sistema reale ed m al modello, le espressioni (3.13), (3.14) e (3.15) possono essere riscritte in funzione dei rapporti di scala tra le quantità che compaiono nella relazione (3.3) ovvero:

$$\Pi_{1,r} = \Pi_{1,m} \Rightarrow N_E = \frac{N_M N_y}{N_h^2} \quad (3.17)$$

$$\Pi_{2,r} = \Pi_{2,m} \Rightarrow N_h = N_y N_t^2 \quad (3.18)$$

$$\Pi_{3,r} = \Pi_{3,m} \Rightarrow N_F = N_y N_M \quad (3.19)$$

Le tre relazioni su riportate rappresentano l'espressione matematica dei vincoli sui parametri di proporzionalità, che devono essere mantenuti affinché il modello possa dirsi simile alla struttura reale e ciò al fine di rispettare la relazione matematica dimensionale descrittiva del processo fisico oggetto di indagine.

Nel rispetto della natura meccanica del sistema strutturale, dei sei rapporti di scala da definire, tanti quante le variabili indipendenti caratteristiche

della relazione (3.3), quelli che possono essere definiti arbitrariamente sono solo 3, mentre gli altri sono stabiliti dalle (3.17), (3.18) e (3.19).

Di seguito si mostrerà che la scelta di questi 3 parametri è ulteriormente vincolata dalle capacità di sperimentazione (dimensioni dei modelli, costi, ecc...) e dall'obiettivo della sperimentazione, ovvero dagli aspetti che si desidera indagare.

3.4. LE LEGGI DI SCALA TIPICHE PER I SISTEMI STRUTTURALI IN CAMPO SISMICO

La definizione di similitudini meccaniche complete, che dovrebbe essere il normale obiettivo nello studio di modelli in scala, di fatto è difficilmente realizzabile. Ciò in parte è dovuto alla natura dei rapporti di proporzionalità tra sistemi simili, i quali sono definiti solo parzialmente in base a considerazioni fisiche sul reale stato dei fenomeni che si verificano in natura. Praticamente la circostanza che alcuni dei parametri di proporzionalità siano imposti potrebbe comportare la necessità di realizzare un modello eccessivamente costoso o carente rispetto ad alcuni parametri. Altro aspetto limitativo è la riproduzione in scala delle condizioni al contorno da cui inizia l'evoluzione del fenomeno in studio. Ad es. per lo studio di una soglia di sfioro posta ad una distanza di diverse centinaia di metri dalla sorgente del canale o di una qualsiasi fonte di disturbo, la disuniformità delle caratteristiche cinematiche della corrente può essere trascurata. Contrariamente nel modello in scala utilizzato per lo studio dello sfioro l'ipotesi di uniformità del moto in corrispondenza della sezione di sfioro non è scontata, data la vicinanza di tale sezione con quella iniziale.

Queste ed altre considerazioni comportano che in molti casi bisogna limitarsi a **modelli in similitudine parziale**, ovvero in cui i rapporti di proporzionalità ricorrono solo tra alcune grandezze. Sempre in idraulica si adottano ad esempio i modelli di Froude, per studiare fenomeni in cui le azioni viscosive hanno scarsa rilevanza ed i modelli di Reynolds in cui si trascura l'effetto delle forze di gravità. Pertanto il modello su cui eseguire le sperimentazioni va opportunamente progettato e la scelta dei rapporti di scala va fatta tenendo conto delle caratteristiche dell'oggetto da studiare, dell'obiettivo della sperimentazione e dei risultati che si vogliono evidenziare.

La similitudine parziale è una circostanza che ricorre molto spesso nello studio attraverso modelli in scala del comportamento delle strutture. In questo caso i rapporti arbitrariamente definibili sono 3, ma solo potenzialmente, dato che considerazioni circa la scala geometrica dei modelli ed il loro materiale costituente diminuiscono il numero di gradi di libertà ad 1.

Rispetto al primo aspetto, ovvero quello geometrico, va osservato che uno dei principali vincoli allo studio sperimentale del comportamento degli oggetti di interesse nell'ingegnere civile sono proprio le dimensioni degli esemplari da studiare. Ciò comporta che il rapporto di scala per le grandezze geometriche (N_h) assume un ruolo fondamentale. Un secondo criterio deriva direttamente dalle caratteristiche meccaniche dei materiali costituenti la struttura, che nella maggior parte dei casi devono essere gli stessi di quello del modello in quanto si vuole riprodurre il comportamento anche non lineare delle strutture. Di conseguenza bisognerebbe porre $N_E = 1$.

Le ultime due considerazioni limitano in modo importante le possibilità di progettare modelli per i quali valgano le leggi di similitudine completa. A tal proposito rispetto allo studio del comportamento sismico della struttura intelaiata si riportano di seguito tre ipotesi di leggi di similitudine, tra le più utilizzate per questi scopi. Va osservato che anche se in nessuno dei tre casi viene stabilito un rapporto di similitudine completo, questi possono essere proficuamente utilizzati avendo ben presenti i limiti di ognuna di loro.

- Caso I $\rightarrow N_M = N_h^3$. Imporre che il rapporto di scala tra le masse sia pari al cubo di quello tra le lunghezze, ovvero sia pari al rapporto di scala dei volumi, appare una logica conseguenza della scelta del materiale costituente del modello, che essendo lo stesso di quello della struttura reale è caratterizzato anche dalla stessa densità. Conseguenza diretta di questa scelta è la definizione dei rapporti di scala delle restanti quantità fisiche, definiti nel rispetto delle relazioni [11], da cui si ha:

$$N_y = \frac{1}{N_h}; \quad N_t = N_h; \quad N_F = N_h^2 \quad (3.20)$$

Dalle (3.20) si deduce che il modello progettato con una scala geometrica $1 : N_h$, realizzato con lo stesso materiale del sistema reale, avrà lo stesso comportamento qualitativo del sistema reale (o meglio opportunamente scalato) quando è soggetto ad accelerogrammi scalati nel tempo con lo stesso rapporto di scala adoperato per le lunghezze e caratterizzati da accelerazioni pari al prodotto tra l'inverso del rapporto di scala geometrica e le accelerazioni che interessano la struttura reale, con forze proporzionali al quadrato di N_h . In particolare quest'ultimo rapporto di scala mette in evidenza un'incongruenza tra il modello ideale e quello realizzabile. Infatti avendo costruito il modello con lo stesso materiale della struttura reale, e non potendo imporre per l'accelerazione di gravità g la scala adottata per le accelerazioni, le forze gravitazionali agenti sullo stesso saranno scalate di un fattore di scala pari a quello delle masse (il cubo di N_h) diverso da quello dedotto dalle [11]. In conseguenza di ciò gli effetti indotti dalle forze inerziali e da altre forze esterne opportunamente scalate saranno proporzionali a quelli della struttura reale, mentre non lo saranno quelli indotti dalle forze di gravità, che rispetto alle altre non potranno essere scalate a meno di agire sul campo gravitazionale terrestre.

A dispetto di questo limite, le leggi di scala definite sopra sono ampiamente utilizzate quando le distorsioni delle forze di gravità hanno effetti trascurabili sulla risposta del modello che si intende studiare, ad esempio quando non vi sono fenomeni di overturning e sono trascurabili i fenomeni dissipativi dovuti ai meccanismi di frizione (Coulomb).

- Caso II $\rightarrow N_y = 1$. Considerando l'impossibilità di agire sul campo gravitazionale terrestre, si impone che il rapporto di scala tra le accelerazioni sia pari ad 1, così da rendere ininfluenza il fatto che sui due sistemi agisca la stessa accelerazione di gravità, g . Il set di rapporti di scala si completa con le seguenti espressioni:

$$N_M = N_h^2; \quad N_I = \sqrt{N_h}; \quad N_F = N_h^2 \quad (3.21)$$

In questo caso l'incongruenza si sposta dal rapporto tra le forze a quello tra le masse, che anziché essere pari alla scala dei volumi è pari al quadrato del rapporto delle lunghezze. Dato che il modello è caratterizzato dalla stessa densità della struttura reale, per ripristinare il rapporto di similitudine si dovrà ricorrere all'aggiunta di masse concentrate che dovranno essere opportunamente disposte per mantenere inalterata la

posizione del centro di gravità e modificare il meno possibile la distribuzione degli stati tensionali interni della struttura. Inoltre in presenza di azioni dinamiche particolarmente violente sorgerà anche il problema del collegamento delle masse alla struttura. L'incongruenza rispetto alle masse limita anche le possibilità di riduzione geometrica del modello, dato che la quantità di massa da aggiungere cresce in modo proporzionale alla scala geometrica del modello.

- *Caso III* → $N_y = Q$ con $1/N_h < Q < 1$. La terza similitudine che si presenta rappresenta un caso intermedio tra i due visti in precedenza, in cui sono presenti entrambe le distorsioni su descritte, ma queste vengono più o meno amplificate in funzione del valore imposto per il rapporto di scala delle accelerazioni. In questo ultimo caso le espressioni dei restanti rapporti di scala sono:

$$N_M = \frac{N_h^2}{N_y}; \quad N_t = \sqrt{\frac{N_h}{N_y}}; \quad N_F = N_h^2 \quad (3.22)$$

La convenienza di ricorrere a questa terza similitudine risiede sia nella possibilità di gestire l'entità delle distorsioni, quindi i limiti dei risultati dedotti dalla sperimentazione che si esegue, che nell'opportunità di incontrare le capacità dell'attrezzatura di sperimentazione, che avrà limiti spaziali (*Caso I*) e legati alla riproduzione delle accelerazioni (*Caso I*).

3.5. LEGGI DI SIMILITUDINE APPLICATO ALLE SPERIMENTAZIONI

Nell'ambito della sperimentazione eseguita presso l'Università di Salerno l'estensione dei risultati delle prove ai casi reali è stata effettuata attraverso un approccio di tipo cinematico, in ragione degli obiettivi principali della sperimentazione, ovvero valutare l'efficacia dell'installazione del TMD rispetto alla limitazione degli spostamenti al livello dell'isolamento e verificare che ciò non comporti un aumento delle accelerazioni registrate in corrispondenza della sovrastruttura. In entrambi i casi i parametri fisici che vengono indagati sono di tipo cinematico (spostamenti ed accelerazioni).

Considerato che il sistema di prova si compone di tre elementi descrivibile attraverso la formulazione matematica di sistemi SDOF, ovvero:

$$\ddot{x}(t) + \frac{4\pi \cdot \xi \cdot \dot{x}(t)}{T_0} + \frac{4\pi^2 \cdot x(t)}{T_0^2} = \ddot{y}(t) \quad (3.23)$$

dove $\ddot{x}(t)$, $\dot{x}(t)$, $x(t)$ rappresentano rispettivamente l'accelerazione, la velocità e lo spostamento, T_0 e ξ il periodo naturale e lo smorzamento del sistema SDOF e $\ddot{y}(t)$ l'accelerazione in ingresso al sistema.

La (3.23) può essere riscritta in forma implicita come segue:

$$x = f(t, T_0, \xi, y) \quad (3.24)$$

Imponendo il coefficiente di smorzamento, la (3.24) può essere riscritta in forma adimensionale applicando il teorema di Buckingham, ovvero:

$$\pi_1 = f(\pi_2) \quad (3.25)$$

dove π_1 e π_2 rappresentano rispettivamente le quantità adimensionali

$$\frac{\ddot{y}}{\ddot{x}} \text{ e } \frac{x}{t^2 \cdot \ddot{x}}.$$

La relazione (3.25) è indipendente dalle reali dimensioni fisiche dei sistemi di studio e permette di applicare una completa similitudine cinematica, con la conseguenza che i dati cinematici del sistema in scala sono proporzionali a quelli del sistema reale, cui possono essere estesi applicando gli opportuni coefficienti di scala.

Nel caso specifico tali rapporti sono stati scelti imponendo quelli relativi al tempo, t , ed alle accelerazioni, \ddot{y} :

$$N_t = \bar{N}_t \quad N_{\ddot{y}} = \bar{N}_{\ddot{y}} \Rightarrow N_L = \bar{N}_{\ddot{y}} \cdot \bar{N}_t^2 \quad (3.26)$$

In questo modo attraverso la scelta del rapporto di scala dei tempi sono state individuate le classi di strutture da analizzare, mentre il controllo del rapporto di scala sulle accelerazioni ha permesso di contenere entro i limiti dell'apparecchiatura di prova la magnitudo degli spostamenti. Inoltre il controllo di questo parametro ha consentito anche di limitare l'influenza

del rumore sui dati registrati, quindi di estendere il range di strutture esplorabili verso quelle con periodi maggiori. Infatti, in questi casi la necessità di adoperare rapporti di scala dei tempi elevati implicava la descrizione di input sismici scalati con spostamenti molto ridotti, con la conseguenza che il rumore assumeva lo stesso ordine di grandezza dei dati registrati rendendo impossibile l'estrapolazione dei risultati di interesse.

CAPITOLO 4

4. STRUMENTAZIONE PER LA SPERIMENTAZIONE

Nel presente capitolo vengono presentati le diverse parti del sistema utilizzato per la sperimentazione oggetto del presente lavoro. I componenti del sistema utilizzato per la sperimentazione sono i seguenti:

- Tavola vibrante;
- Modulo di potenza (Universal Power Module 180-25B);
- Schede di acquisizione dati;
- Struttura di prova (telaio piano ad un livello);
- Sensori per la misurazione delle accelerazioni (accelerometri);
- Sistema di isolamento
- TMD
- Software;

4.1. TAVOLA VIBRANTE

Shake Table II (Figura 10) è una tavola vibrante fabbricata dalla Quanser, che permette di simulare il comportamento sismico di strutture piane di dimensioni ridotte. La tavola consente di simulare sia onde di forma semplice (es. onde sinusoidali) che onde di forma complesse (es. accelerogrammi reali).

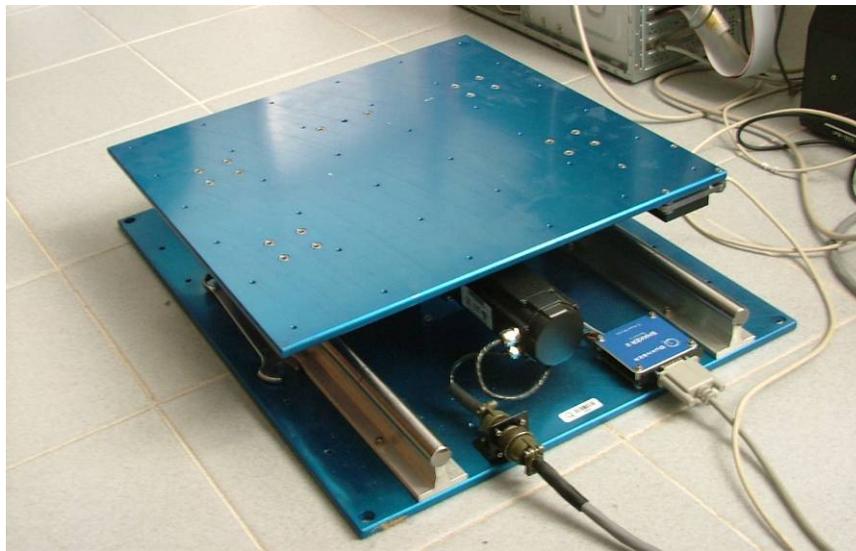


Figura 10

La tavola è composta da una piattaforma traslante con dimensioni 457 x 457 mm, su cui sono previsti 36 fori, posti su una griglia 83 x 83 mm. La piastra è guidata da un servomotore elettrico, che spinge la tavola, su cui sono connessi dei cuscinetti lineari sferici, su due guide circolari.

La tavola opera nel range di frequenza tra 0 e 20 Hz ($T_{\min} = 0,05$ s), consente escursioni massime di circa 7.5 cm e supporta un carico utile massimo di 15 kg. Possono essere simulate accelerazioni fino a 2.5g raggiungendo velocità massime di 0,84 m/s.

La tavola vibrante è alimentata da un apposito modulo di potenza (Universal Power Module 180-25B, Figura 11), che fornisce la necessaria energia sia per il movimento della piastra basculante, che per l'acquisizione dei dati

misurati attraverso i due accelerometri, disposti rispettivamente sul traverso in testa del telaio e su quello posizionato sulla piastra basculante. Sul quadro frontale per evitare di danneggiare la tavola, per esempio imprimendo ad essa un'accelerazione maggiore di quella consentita ovvero uno spostamento eccessivo della tavola, è presente il pulsante Safety Override che deve essere posizionata su OFF per proteggere la tavola. Altri sensori importanti sono Left, Home e Right che indicano la posizione della tavola. Quando l'UPM viene acceso i sensori Left e Right lampeggiano, per resettare l'UPM e portare la tavola in posizione centrale (Home) bisogna utilizzare il software Wincon, una volta seguita la procedura, è possibile avviare la sperimentazione.



Figura 11

4.2. SCHEDE DI ACQUISIZIONE DATI

Lo scambio dati tra il computer e la tavola avviene attraverso due schede, una inserita all'interno del computer Data Acquisition Card (DAC Q4, Figura 12), collegata attraverso un cavo dati ad un ulteriore scheda esterna Extend Terminal Card (ETC Q4, Figura 13).

Le schede guidano il modulo di potenza che fornisce l'energia necessaria per il moto della tavola

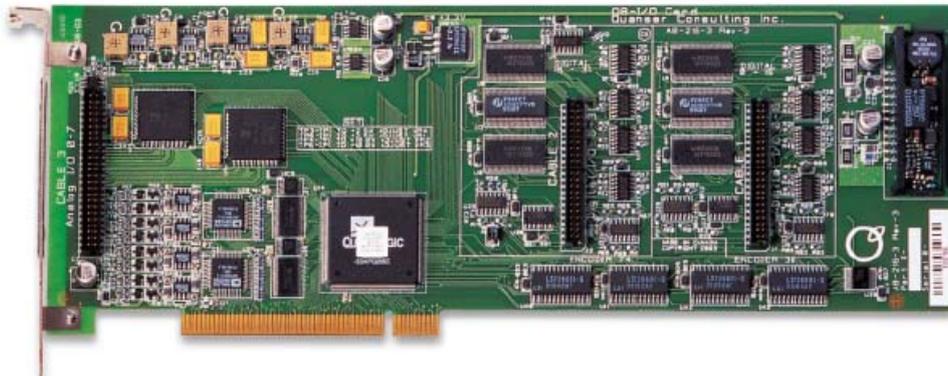


Figura 12



Figura 13

Le caratteristiche principali della scheda DAQ 4 sono riportate nella Tabella 1.

<i>PARAMETRI</i>	<i>Valore</i>	<i>Unità di misura</i>
<i>Analog Input Channels</i>		
Number	4	
Range	± 10	V
Resolution	14	bit
<i>Analog Output Channels</i>		
Number	4	
Range	± 10	V
Resolution	12	bit

Tabella 1

4.3. TELAIO DI PROVA

La struttura su cui realizzare le simulazioni sismiche è un telaio ad un solo livello (Figura 14). Il telaio è composto da due elementi verticali in acciaio, con sezione 1,75 x 108.1 mm, altezza di 50 cm circa e massa di 0,24 kg cadauno e da due traversi in stirene, con dimensioni 0,31 x 0,11 x 0,011 m e massa di circa 0,50 kg. La massa complessiva del telaio è pari a 1.62 kg (1.67 kg con accelerometri PCB e supporto).



Figura 14

Gli accelerometri con cui è equipaggiato il telaio di prova sono forniti dalla Quanser Consultino Inc. e le caratteristiche principali sono riportate nella Tabella 2.

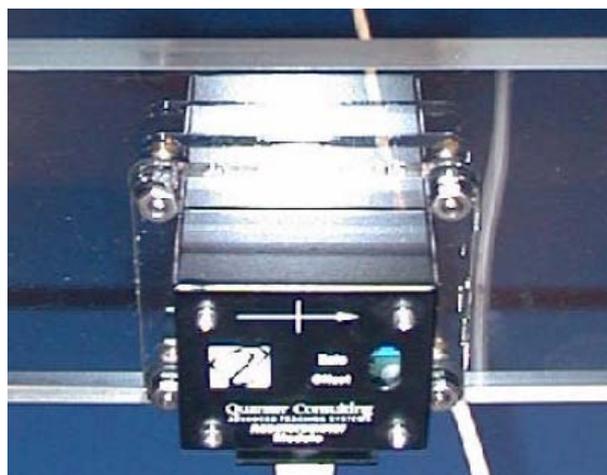


Figura 15

<i>PARAMETRI</i>	<i>Valore</i>	<i>Unità di misura</i>
Accelerometer range	± 5	g
Accelerometer sensitivity	1000	mV/g

Tabella 2

4.4. SISTEMA DI ISOLAMENTO

Il sistema di isolamento è realizzata con una piastra in alluminio dello spessore di 6 mm e larga 150 mm (Figura 16), collegata solidamente con la base inferiore della struttura di prova, sono connessi 4 pezzi in acciaio, cavi all'interno (Figura 17). Questi rappresentano gli alloggiamenti per i cuscinetti lineari (o boccole a sfera) che consentono al sistema di scivolare su due barre in acciaio, di diametro 14 mm.

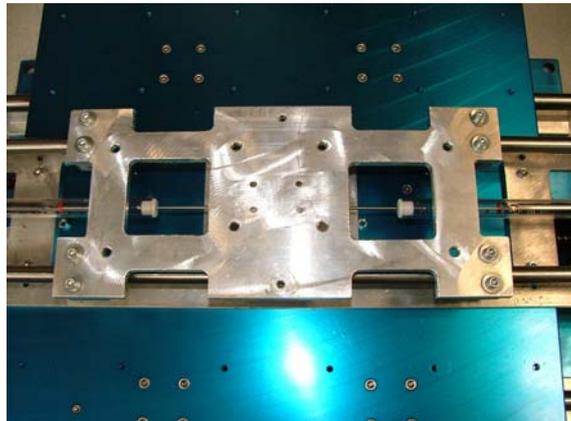


Figura 16



Figura 17

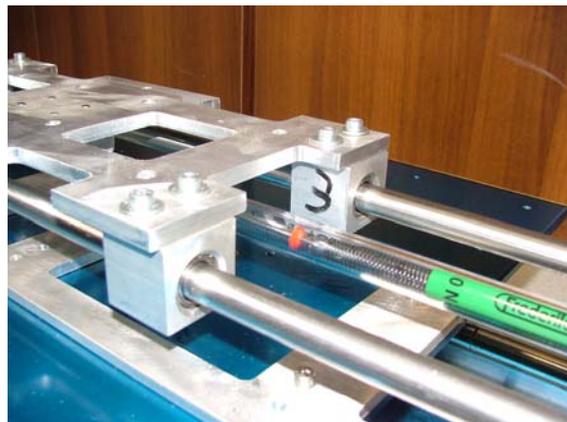


Figura 18

E' importante specificare che i cuscinetti sono disposti in aderenza alle guide, così da evitare che vi siano moti, anche minimi, diversi da quello traslante e che ostacolino il movimento della struttura durante le prove. L'attrito tra i cuscinetti e le guide viene eliminato dalla presenza delle sfere all'interno dei cuscinetti, che sono lubrificati con olio al silicone. Le due guide in acciaio sono alloggiare su una seconda lamina in alluminio da 6 mm, sagomata con due risvolti verso l'alto di 10 cm (Figura 19).



Figura 19

La lamina solidale alla struttura di prova e quella solidale alla tavola sono collegate attraverso dei dinamometri, aventi lunghezze 10 cm e portanza di 10 N (rigidezza della molla 100 N/m) che permettono uno spostamento relativo di 5cm, e si staccano per spostamenti maggiori. La massa del sistema basculante è pari a 1.140kg ed è la massa che verrà presa a riferimento per effettuare tutte le prove.

4.5. *TUNED MASS DUMPER*

Il Tuned mass damper (TMD) è stato realizzato con uno scatolare in alluminio da 4 mm di spessore, con peso 610 g, equipaggiato con due aste filettate con diametro 6 mm, connesse attraverso un cuscinetto a sfere in acciaio (Figura 20).



Figura 20

Il cuscinetto è stato saldato su una delle due aste ed è bloccato nella mezzeria dell'altra con un sistema fissa cuscinetti. Le caratteristiche dinamiche del TMD sono state calcolate secondo le formule di DEN HORTEG, per cui lo stesso deve avere una massa oscillante pari al 10% di quella del sistema isolato ed un periodo pari al 90% di quest'ultimo. La massa è realizzata con un cubo di piombo con lato 3 cm (310g), il cui baricentro verrà posizionato alla distanza opportuna dal centro di rotazione (cuscinetto), in modo che il pendolo abbia un periodo di oscillazione naturale pari a quello dedotto in fase progettuale. La massa complessiva del TMD vale 0.92 kg.

4.6. *SENSORI DI MISURA INTEGRATIVI*

Oltre la strumentazione standard fornita con la tavola vibrante sono stati utilizzati degli accelerometri integrativi, necessari per monitorare per il comportamento del sistema di isolamento.

Sono stati utilizzati accelerometri capacitivi Serie 3701 della PCB PIEZOTRONICS. Questi trasduttori sfruttano la variazione della capacità elettrica di un condensatore al variare della distanza tra le sue armature.

In Figura 19 è riportata la scheda tecnica di uno degli accelerometri integrativi che sono stati utilizzati per la sperimentazione. Nella scheda vengono riportate tutte le caratteristiche tecniche dell'accelerometro ma i parametri sui quali soffermeremo la nostra attenzione sono l'offset e lo slope. Dato che per questo tipo di accelerometri, tra l'accelerazione gravitazionale (g) e il voltaggio (mV) sussiste una relazione di tipo lineare $y[g] = a \cdot x[mV] + b$ allora l'offset è l'intercetta della retta con l'asse y mentre lo slope è il coefficiente angolare della stessa.

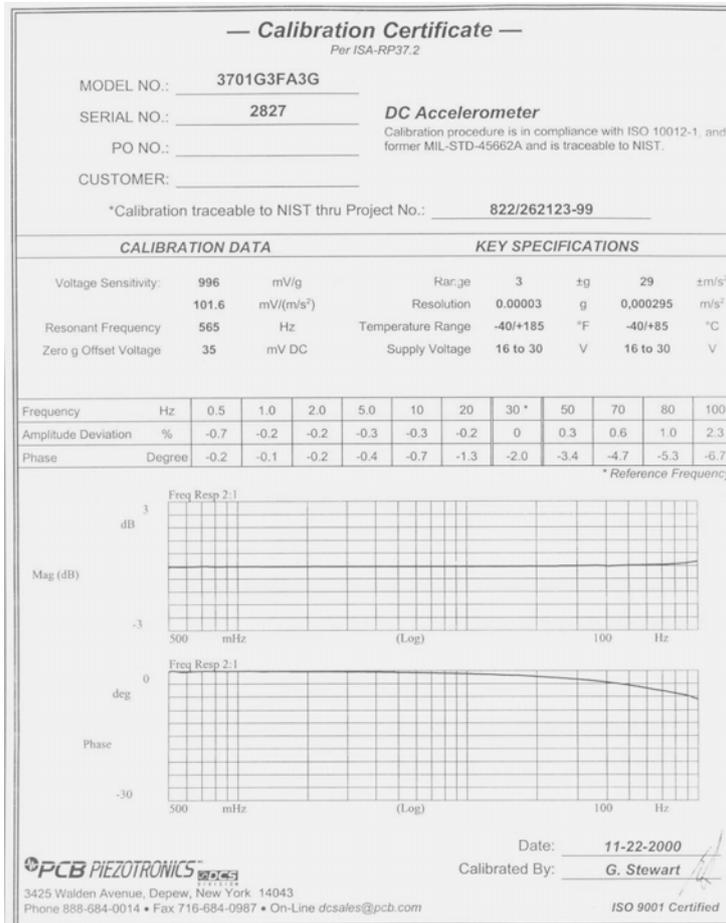


Figura 21

A questi trasduttori è stata accoppiata una scheda di acquisizione dati NI - DAQPad-6015 (Mass Termination), con risoluzione pari a 16bit (216=65536), 16 canali analogici di input, un input range pari a ±10V e frequenza di campionamento $f_c=1000\text{Hz}$.

CAPITOLO 5

5. IDENTIFICAZIONE

Le tecniche di identificazione delle proprietà dinamiche e meccaniche delle strutture consentono di identificare i parametri caratteristici del comportamento dei sistemi strutturali e stanno assumendo sempre maggiore importanza e diffusione specie quando sia necessario collaudare strutture complesse. Tali metodi si distinguono in quelli che operano nel dominio delle frequenze (Peak – Picking, Complex Mode Indication Function, Circle-Fit Method) e quelli definiti nel dominio del tempo (modelli a rappresentazione esterna ed a rappresentazione interna).

I modelli nel dominio delle frequenze operano ricavando innanzitutto la funzione di risposta in frequenza (FRF), attraverso la quale vengono identificati i parametri caratteristici del sistema oggetto di studio. I metodi che consentono di identificare i modi propri dalle FRF sono diversi, ma sono accomunati dall'ipotesi di base che in vicinanza della frequenza di risonanza il contributo del modo che provoca la risonanza stessa è quella assolutamente prevalente della definizione del valore della funzione di risposta in frequenza, ovvero, in altre parole, il contributo degli altri modi è trascurabile. Con questa supposizione, un sistema a N gradi di libertà può essere trasformato in N sistemi a un singolo grado di libertà ed operare così su un ristretto range di frequenze nell'intorno della frequenza propria r -esima.

I modelli nel dominio del tempo sono stati inizialmente sviluppati in discipline quali l'ingegneria del controllo e la teoria dei sistemi. Le risposte dinamiche, acquisite durante le prove sperimentali effettuate vengono considerate come serie temporali discrete, trattate in modo statistico mediante processi stocastici descrittivi il fenomeno fisico in esame. Le equazioni differenziali che descrivono il moto dei sistemi vibranti a tempo

continuo vengono trasformate in equazioni alle differenze nella variabile tempo al discreto.

Nei modelli a rappresentazione esterna vengono considerate le sole variabili osservate, suddivise in grandezze in ingresso ed in uscita. Per valutare le proprietà modali della struttura occorre risolvere i modelli ricercando i coefficienti propri del modello. Il metodo di identificazione parametrica conosciuto come Prediction Error Method (PEM) [Andersen, 1997] consente di stimare tali parametri, individuando una funzione “predittore” che fornisca, nota la storia temporale fino al tempo t , una valutazione il più possibile accurata del valore del segnale al tempo $t+1$. È possibile quindi risalire ai coefficienti attraverso una procedura iterativa di ottimizzazione non lineare. La funzione “errore di predizione” è definita come la differenza tra il valore del segnale in uscita (ad esempio le accelerazioni misurate sulla struttura) rispetto al valore del segnale predetto attraverso il modello.

I modelli di stato, invece, possono essere convenientemente risolti mediante algoritmi a sottospazi, considerando anche variabili ausiliare, dette di stato. L'identificazione con metodi a sottospazi [Van Overschee & De Moor, 1996] è usualmente basata sulla manipolazione di matrici mediante operazioni di algebra lineare. Il nome “metodi a sottospazi” riflette il fatto che le matrici contenenti il segnale misurato possono essere interpretate come uno spazio vettoriale dove le colonne di tale matrice rappresentano una base di vettori. Tali matrici possono essere determinate direttamente dalla sola conoscenza dei segnali di uscita, senza la conoscenza a priori delle matrici caratterizzanti il modello [Peeters, 2000]. La predizione del segnale, necessaria per la determinazione delle matrici del sistema, è accompagnata dalla costruzione dell'associato filtro di Kalman [Bittanti, 2000, Grewal & Andrews, 2001].

Le ipotesi che si formulano alla base dei metodi che operano nel dominio del tempo riguardano la linearità del comportamento dinamico della struttura, l'invarianza del comportamento della struttura nel tempo e la schematizzazione delle forze eccitanti incognite nella forma di un rumore bianco.

L'ultima fase del processo identificativo è la validazione del modello identificato: si valuta cioè se il modello trovato abbia un'accuratezza sufficiente e soddisfacente o meno.

Nel lavoro presentato le tecniche di identificazione sono adottate per risalire ai parametri meccanici che caratterizzano il comportamento

dinamico dei sistemi oggetti di studio, ovvero il telaio fisso alla base, il sistema di isolamento, il telaio isolato, il telaio isolato con smorzamento di massa (TMD). In particolare vengono descritte le tecniche di identificazione nel dominio del tempo a rappresentazione esterna e vengono riportati i principali risultati della sperimentazione.

5.1. RISPOSTA IMPULSIVA DEI SISTEMI DLT

Indicando con $\delta(n-k)$ l'impulso ideale unitario discreto applicato in k , definito dalla funzione δ di DIRAC, ovvero:

$$\delta(n-k) = \begin{cases} 1 & \text{per } n = k \\ 0 & \text{per } n \neq k \end{cases} \quad (5.1)$$

è immediato verificare che, data una qualunque sequenza $u(n)$ campionata per esempio con un periodo T pari a 1 s, il prodotto di tale segnale per un impulso unitario locato in k è ancora un impulso ideale, ma di ampiezza pari al valore del segnale in k , ovvero $u(k)$:

$$u(n)\delta(n-k) = u(k)\delta(n-k) \quad (5.2)$$

Tale relazione consente di riscrivere la generica sequenza di dati in ingresso ad un sistema, $u(n)$, in funzione del segnale impulso come:

$$u(n) = \sum_{k=1}^{\infty} u(k)\delta(n-k) \quad (5.3)$$

La (5.3) assume particolare interesse nello studio dei sistemi lineari tempo – invarianti, dato che la risposta di questi sistemi ad una combinazione lineare di segnali in ingresso $[u(t) = a_1u_1(t) + a_2u_2(t) + a_3u_3(t) + \dots]$ corrisponde alla combinazione lineare dei segnali in uscita $[y(t) = a_1y_1(t) + a_2y_2(t) + a_3y_3(t) + \dots]$, ovvero alla combinazione delle risposte ad ognuno dei segnali in ingresso amplificate dei relativi coefficienti (proprietà di linearità). Ciò consente di modellare la risposta del

sistema generico come combinazione lineare delle risposte agli impulsi unitari, opportunamente amplificati, in cui può essere scomposto il segnale in ingresso.

In particolare, detta $h_k(n)$ la risposta all'impulso unitario discreto $\delta(n-k)$, possiamo scrivere:

$$y(n) = \sum_{k=1}^{\infty} u(k)h_k(n) \quad (5.4)$$

Considerato che la risposta dei sistemi tempo – invarianti e causali all'impulso $\delta(n-k)$ è indipendente dall'istante di ingresso del segnale ed è nulla in quelli precedenti ($t < 0$), la risposta al generico impulso in ingresso al k-esimo intervallo di campionamento può essere indicata come:

$$h_k(n) = h(n-k) \quad (5.5)$$

e la (4.4) assume la seguente forma:

$$y(n) = \sum_{k=1}^{\infty} u(k)h(n-k) = \sum_{k=1}^{\infty} u(n-k)h(k) \quad (5.6)$$

La seconda notazione della 4.6 è quella che sarà adottata in seguito, in quanto più comoda ai fini esplicativi. In ogni caso si precisa che le due equazioni sono completamente equivalenti e differiscono solo per il significato assunto dal parametro k, che nella prima rappresenta l'istante a cui si riferisce l'entrata del segnale, mentre nel secondo indica l'intervallo temporale tra l'istante di entrata del segnale e quello in cui si vuole calcolare il valore dell'output del sistema.

La funzione $h(k)$, rappresentativa della risposta del sistema all'impulso unitario, è detta risposta impulsiva del sistema, mentre l'equazione (5.6) è la somma di convoluzione discreta tra $h(n)$ ed $u(n)$, e simbolicamente si rappresenta come:

$$y(n) = u(n) * h(n) \quad (5.7)$$

La risposta impulsiva caratterizza completamente il comportamento nel tempo di un sistema LTI discreto.

La Figura 22 mostra la somma di convoluzione, infatti ad un dato istante n , il valore dell'uscita $y(n)$ risulta dalla somma di N termini, ognuno pari al valore della risposta impulsiva ottenuta $(n - k)$ istanti dopo l'applicazione dell'impulso all'istante k .

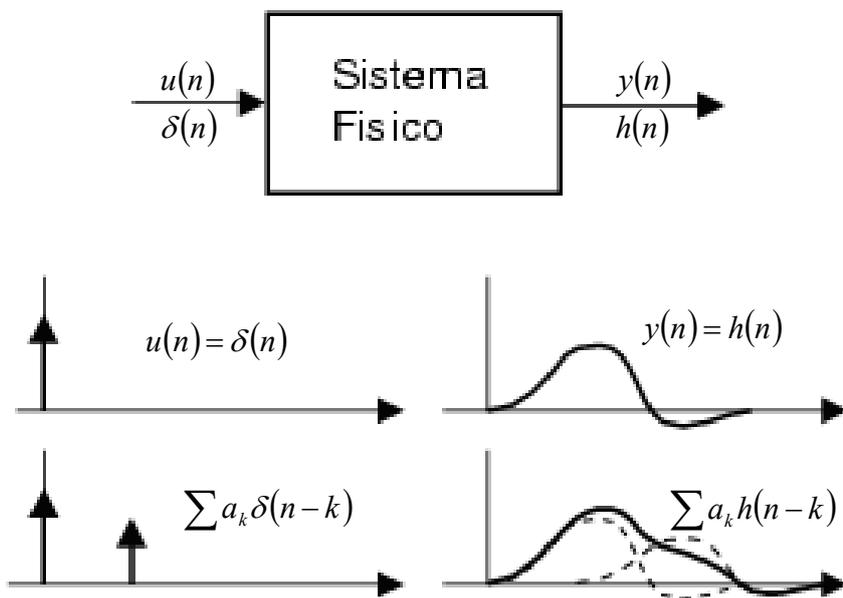


Figura 22

5.2 RUMORE E CARATTERIZZAZIONE DEL DISTURBO

I dati delle misure sperimentali sono affetti da rumore, ovvero da segnali di disturbo, generati da diversi fonti (es. dagli strumenti di acquisizione, dai sensori, dall'interazione con l'ambiente circostante, dal fenomeno stesso, ecc...).

Nella descrizione matematica del sistema questo disturbo viene modellato aggiungendo il termine $v(t)$ alla (5.6), ottenendo:

$$y(t) = \sum_{k=1}^{\infty} u(t-k) \cdot h(k) + v(t) \quad (5.8)$$

Il termine $v(t)$ può essere espresso dalla seguente relazione:

$$v(t) = \sum_{k=0}^{\infty} g(k)e(t-k) \quad (5.9)$$

dove $e(t)$ è detto rumore bianco e corrisponde ad una sequenza di variabili casuali a media nulla e varianza.

5.3 MODELLI NEL DOMINIO DEL TEMPO A RAPPRESENTAZIONE ESTERNA

Queste tecniche statistiche, molto utilizzate nel campo economico, hanno per obiettivo la valutazione, o meglio predizione di eventi futuri in base all'analisi di serie storiche. Nello specifico il modello matematico rappresentativo del comportamento del sistema dinamico sperimentato è descritto attraverso equazioni alle differenze a coefficienti costanti che assume la seguente forma:

$$\begin{aligned} y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_n y(t-n) \\ = b_1 u(t-1) + \dots + b_m u(t-m) \end{aligned} \quad (5.10)$$

L'equazione (5.10) è la rappresentazione matematica di un sistema a tempo discreto dove $u(t)$ rappresenta i dati in ingresso al sistema (input) ed $y(t)$ i dati di uscita dal sistema (output, risposta del sistema).

La (5.10) può essere utilizzata per calcolare la risposta futura del sistema avendo osservato i dati passati e cioè:

$$y(t) = -a_1 y(t-1) - \dots - a_n y(t-n) + b_1 u(t-1) + \dots + b_m u(t-m) \quad (5.11)$$

Introducendo i vettori θ e $\varphi(t)$:

$$\theta = [a_1 \quad \cdots \quad a_n \quad b_1 \quad \cdots \quad b_m]^T \quad (5.12)$$

$$\varphi(t) = [-y(t-1) \quad \cdots \quad -y(t-n) \quad -u(t-1) \quad \cdots \quad -u(t-m)]^T \quad (5.13)$$

possiamo riscrivere la (5.11) nella seguente forma:

$$y(t) = \varphi^T(t)\theta \quad (5.14)$$

Pertanto la risposta del sistema in esame dipende dai valori assunti dai coefficienti del vettore θ .

La struttura del modello matematico (5.14), lineare in θ , è nota in statistica come regressione lineare, il vettore $\varphi(t)$ rappresenta il vettore di regressione e le sue componenti sono detti regressori.

5.4 MODELLI ARX E ARMAX

L'espressione (5.11) su riportata è valida nel caso in cui si trattano processi deterministici. In realtà, i dati registrati durante la sperimentazione sono affetti da rumore, pertanto i modelli adoperati si modificano inserendo una successione di variabili aleatorie indipendenti e identicamente distribuite, con media nulla e varianza σ^2 che descrivono la presenza del rumore, ottenendo la seguente espressione:

$$\begin{aligned} y(t) + a_1 y(t-1) + \cdots + a_{n_a} y(t-n_a) \\ = b_1 u(t-1) + \cdots + b_{n_b} u(t-n_b) + e(t) \end{aligned} \quad (5.15)$$

Il modello descritto dalla (4.15) è noto come modello ARX (autoregressione con extra input) dove gli interi n_a , n_b , prendono il nome di ordine delle due parti (dati di uscita ed ingresso) ed $e(t)$ rappresenta il rumore bianco. Il processo auto regressivo (5.15) esprime il valore della variabile $y(t)$ all'istante t come funzione lineare dei valori assunti dalla stessa variabile negli n_a istanti precedenti, dei valori che i dati di ingresso assumono negli n_b istanti precedenti e del valore assunto allo stesso

istante t dalla variabile $e(t)$. Se indichiamo con q^{-1} l'operatore di ritardo ($q^{-1}y(t) = y(t-1)$; $q^{-2}y(t) = y(t-2)$,...) ed introduciamo le seguenti quantità:

$$\begin{aligned} A(q) &= 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_{n_a}q^{-n_a} \\ B(q) &= 1 + b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_{n_b}q^{-n_b} \end{aligned} \quad (5.16)$$

ed il vettore:

$$\theta = [a_1 \quad \dots \quad a_{n_a} \quad b_1 \quad \dots \quad b_{n_b}]^T \quad (5.17)$$

l'equazione (5.15) assume la seguente forma:

$$A(q)y(t) = B(q)u(t - n_k) + e(t) \quad (5.18)$$

noto come modello ARX.

Se invece consideriamo la seguente espressione:

$$\begin{aligned} y(t) + a_1y(t-1) + \dots + a_{n_a}y(t-n_a) = \\ b_1u(t-1) + \dots + b_{n_b}u(t-n_b) + w(t) \end{aligned} \quad (5.19)$$

dove

$$w(t) = e(t) + c_1e(t-1) + \dots + c_{n_c}e(t-n_c) \quad (5.20)$$

La (5.19) differisce dalla (5.18) per il termine $w(t)$, che prende il nome di residuo di equazione. L'equazione (5.20) definisce precisamente un processo stocastico detto processo a media mobile nel quale il valore assunto dalla variabile $w(t)$ è una combinazione lineare dei valori assunti dal rumore bianco all'istante considerato e a un numero finito n_c di istanti precedenti. Se dunque introduciamo le seguenti quantità:

$$C(q) = 1 + c_1q^{-1} + c_2q^{-2} + \dots + c_{n_c}q^{-n_c} \quad (5.21)$$

ed il vettore

$$\theta = [a_1 \quad \dots \quad a_{n_a} \quad b_1 \quad \dots \quad b_{n_b} \quad c_1 \quad \dots \quad c_{n_c}]^T \quad (5.22)$$

possiamo scrivere:

$$A(q)y(t) = B(q)u(t - n_k) + C(q)e(t) \quad (5.23)$$

L'equazione (5.23) è rappresentativa dei modelli noti come ARMAX.

5.5 PREDICTION ERROR METHOD (PEM)

I metodi per la valutazione del vettore θ si basano tutti sulla minimizzazione di un funzionale dell'errore di predizione e fanno parte di un'unica famiglia cui si dà il nome di PEM (prediction error method). Supponiamo di non conoscere per un dato sistema il vettore θ e di conoscere invece i dati di input ed output registrato su un intervallo di tempo $1 \leq t \leq N$:

$$Z^N = \{u(1), y(1), \dots, u(N), y(N)\} \quad (5.24)$$

Un possibile approccio per la valutazione del vettore θ è di calcolare i coefficienti che compongono tale vettore e di volta in volta valutare le quantità $\hat{y}(t | \theta)$, ovvero la risposta del sistema condizionata dai valori assunti dai parametri θ . I coefficienti a cui corrisponde la migliore approssimazione dei dati di uscita $y(t)$ registrati saranno quelli da utilizzare per la costruzione del modello matematico. Per la stima si utilizza il metodo dei minimi quadrati, che si basa sulla minimizzazione del seguente funzionale V_N .

$$\min_{\theta} V_N(\theta, Z^N) \quad (5.25)$$

dove:

$$V_N(\theta, Z^N) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (y(t) - \hat{y}(t | \theta))^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (y(t) - \varphi^T(t)\theta)^2 \quad (5.26)$$

Si indica allora con $\hat{\theta}_N$ il vettore dei coefficienti della (5.19) che minimizzano l'argomento della sommatoria:

$$\hat{\theta}_N = \arg \min_{\theta} V_N(\theta, Z^N) \quad (5.27)$$

Siccome la funzione V_N è del secondo ordine rispetto a θ , è possibile calcolare il minimo di tale funzione portando a zero la derivata prima:

$$0 = \frac{d}{dt} V_N(\theta | Z^N) = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t)(y(t) - \varphi^T(t)\theta) \quad (5.28)$$

dalla quale si ottiene:

$$\sum_{t=1}^N \varphi(t)y(t) = \sum_{t=1}^N \varphi(t)\varphi^T(t)\theta \quad (5.29)$$

$$\hat{\theta}_N = \left[\sum_{t=1}^N \varphi(t)\varphi^T(t) \right]^{-1} \sum_{t=1}^N \varphi(t)y(t) \quad (5.30)$$

L'espressione (5.30) rappresenta il predittore ottimale per i sistemi su riportati.

5.6. IDENTIFICAZIONE DEI COMPONENTI DELLA SPERIMENTAZIONE E TEST IN LIBERE VIBRAZIONI

L'identificazione dei sistemi oggetto della sperimentazione descritta nel presente lavoro è stata effettuata attraverso delle procedure numeriche risolte in ambiente MATLAB, validate con metodi semplificati come i test in libere vibrazioni.

In particolare i test in libere vibrazioni sono stati effettuati sui sistemi ad un grado di libertà (telaio fisso e per il sistema di isolamento), applicando una forzante di tipo sinusoidale con ampiezza e pulsazione arbitraria.

Superata la fase di moto transitorio del sistema la tavola è stata bloccata istantaneamente, lasciando il sistema in oscillazioni libere. In tale regime è possibile valutare i parametri dinamici caratteristici del sistema (ω_0 , ξ), infatti dalla registrazione accelerometrica del sistema è possibile misurare il periodo naturale di vibrazione del telaio. Noto tale parametro per la valutazione del fattore di smorzamento ξ facciamo riferimento al decremento logaritmico, viene cioè valutata l'accelerazione al tempo t e al tempo $t+T_d$ (dove T_d è il periodo) del sistema in libere oscillazioni:

$$\xi\omega_0 T_d = \ln \frac{\ddot{x}(t)}{\ddot{x}(t+T_d)} \quad (5.31)$$

$$\xi = \frac{1}{\omega_0 T_d} \ln \frac{\ddot{x}(t)}{\ddot{x}(t+T_d)} \quad (5.32)$$

Considerato che per strutture con $\xi < 10\%$ il periodo della struttura smorzata, T_d , coincide con il periodo naturale della struttura, T_n , si può scrivere:

$$\xi = \frac{1}{\omega_0 T_d} \ln \frac{\ddot{x}(t)}{\ddot{x}(t+T_d)} = \frac{1}{\omega_0 T_d} \ln \frac{\ddot{x}(t)}{\ddot{x}(t+T_d)} = \frac{1}{2\pi\omega_0} \omega_0 \ln \frac{\ddot{x}(t)}{\ddot{x}(t+T_d)} \quad (5.33)$$

pertanto:

$$\xi = \frac{1}{2j\pi} \ln \frac{\ddot{x}(t)}{\ddot{x}(t+jT_d)} \quad (5.34)$$

5.7. RISULTATI DELL'IDENTIFICAZIONE

5.7.1. TELAIO FISSO ALLA BASE

Il grafico in Figura 23 viene mostrato l'accelerogramma registrato in corrispondenza del traverso superiore del telaio, da cui è stato calcolato, con un test in libere vibrazioni il periodo naturale del sistema, pari a 0,269 s.

Noto il periodo è stato valutato attraverso la (5.34) il fattore di smorzamento medio che vale:

$$\xi = 0,95\%$$

La Tabella 3 riportata di seguito riassume i dati relativi all'identificazione in libere vibrazioni.

Parametri	Valore	Unità di misura
m_{telaio}	1.67	kg
T_{telaio}	0.269	s
f_{telaio}	3.71	Hz
ω_{telaio}	23.36	rad/s
k_{telaio}	911	N/m
ξ	0.95%	----

Tabella 3

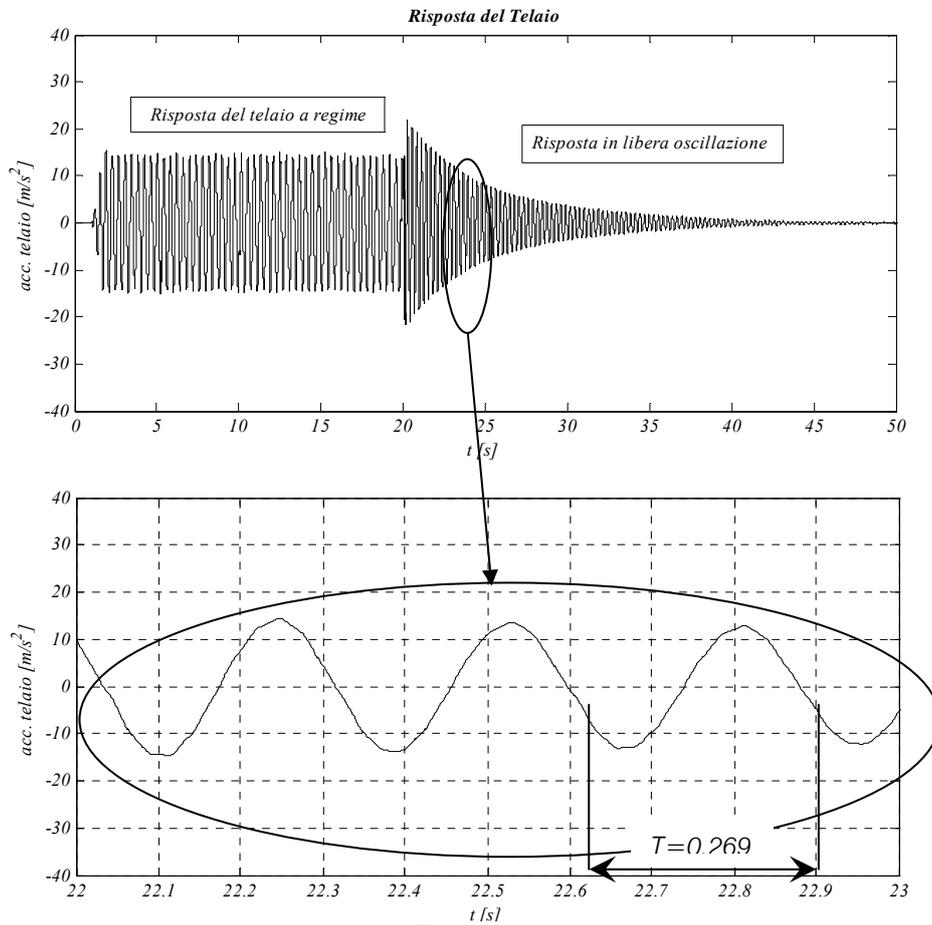


Figura 23

La medesima identificazione realizzata con modelli a rappresentazione esterna ha fornito i risultati descritti in Figura 24 e riassunti in Tabella 4.

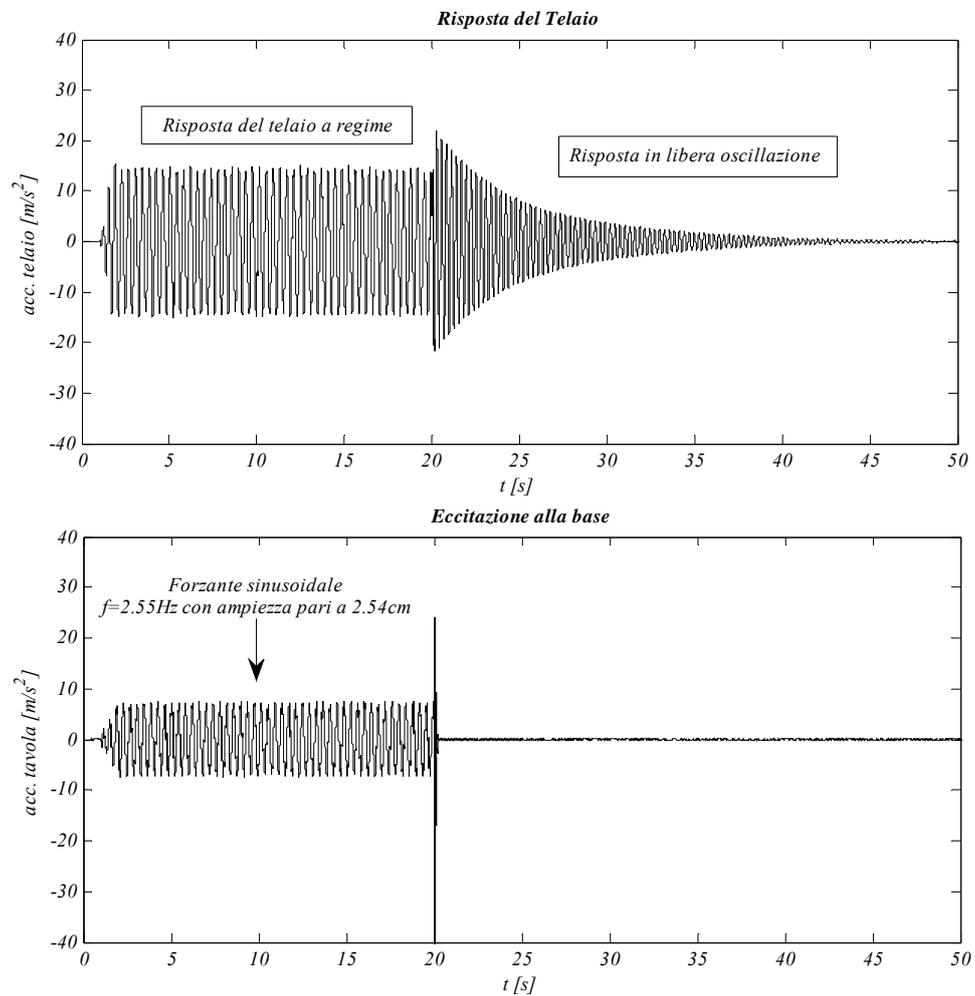


Figura 24

Parametri	Libere Vibrazioni	Modello a rapp. esterna
Periodo naturale T	0.269 s	0.28s
Smorzamento ξ	0.95%	0.90%

Tabella 4

In Figura 25 viene mostrato il confronto tra la risposta del sistema predetta e quella registrata mentre in Figura 26 viene riportata la funzione di trasferimento del sistema.

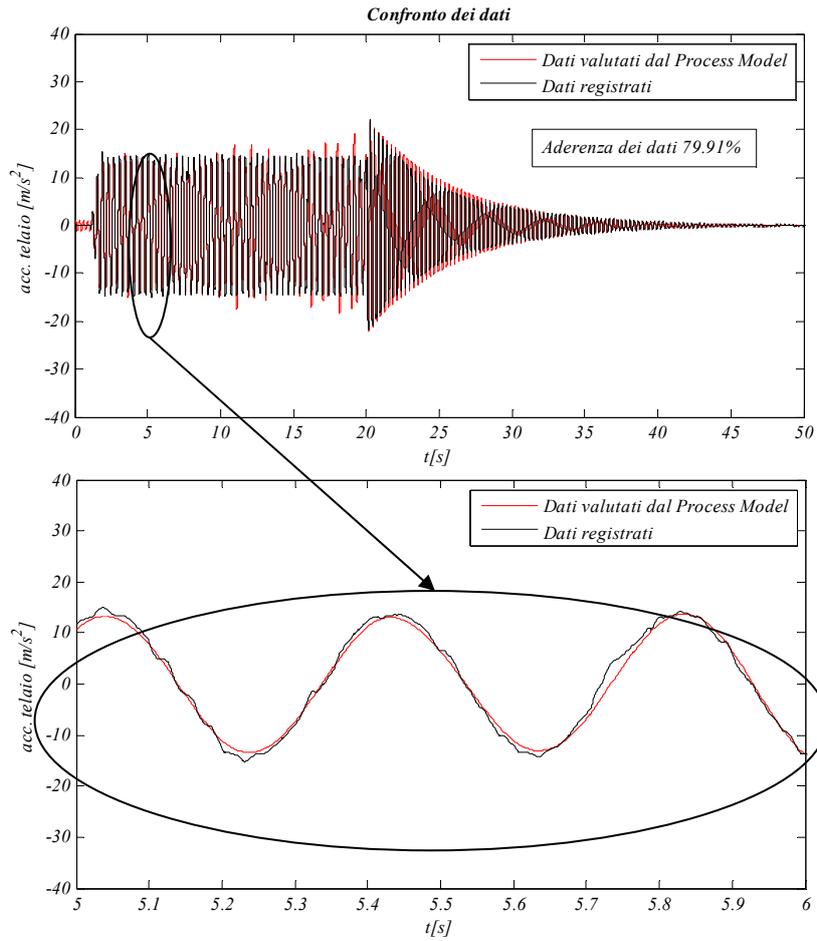


Figura 25

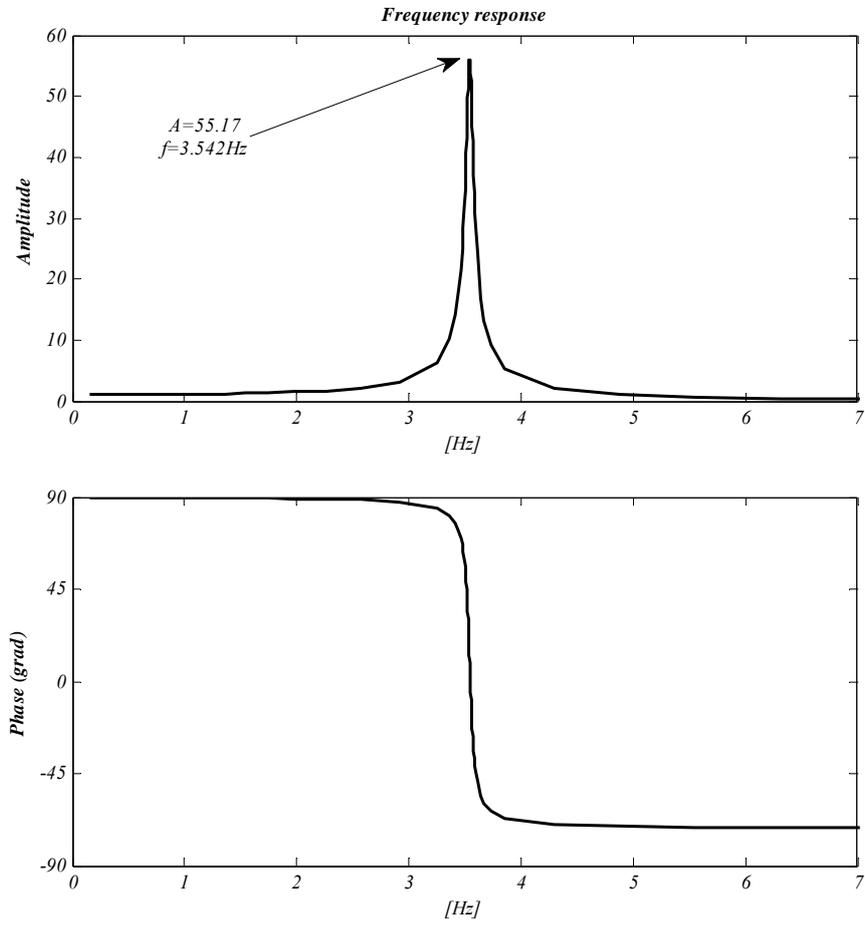


Figura 26

5.7.2. SISTEMA DI ISOLAMENTO

Note le caratteristiche dinamiche del telaio di prova, è stato progettato il sistema di isolamento. In particolare la rigidezza dello stesso è stata calcolata imponendo un grado di isolamento pari a 3, pertanto:

$$T_{isol} = T_{Telaio} \cdot 3 = 0.27 \cdot 3 = 0.81s$$

$$\omega_{isol} = \frac{2\pi}{T_{isol}} = \frac{2\pi}{0.81} = 7.75rad / s$$

$$k = \omega_{isol}^2 (m_{Tel} + m_{isol}) = 60.17 \cdot 2.81 = 169N / m$$

Utilizzando i dinamometri con rigidezza pari a 100N/m la rigidezza laterale complessiva risulta essere pari a 200N/m. quindi:

$$\omega_{isol} = \sqrt{\frac{200}{2.81}} = 8.44N / m$$

$$T_{isol} = \frac{2\pi}{8.44} = 0.75s$$

$$I = \frac{0.75}{0.27} = 2.76$$

Analogamente al caso precedente nella Figura 27 si riporta la registrazione ottenuta dall'accelerometro posizionato al disopra del sistema di isolamento ed in Tabella 5 vengono riassunti i dati ottenuti dal test in libere vibrazioni.

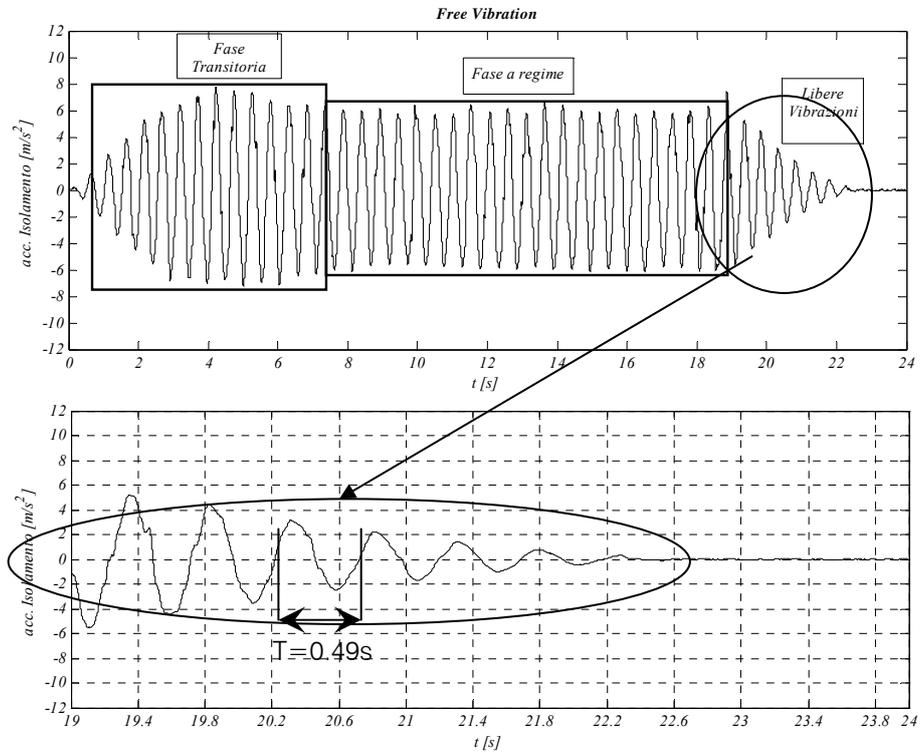


Figura 27

Parametri	Test in libere vibrazioni	Unità di misura
M_{is}	1.14	kg
T_{is}	0.47	s
f_{is}	2.13	Hz
ω_{is}	13.37	Rad/s
k_{is}	188	N/m
ξ	4.4%	

Tabella 5

Analogamente al caso precedente la medesima identificazione è stata realizzata con modelli numerici a rappresentazione esterna, da cui sono stati ricavati i parametri dinamici caratteristici del sistema di isolamento confrontati in Tabella 6 con quelli dedotti dai test in libere vibrazioni.

Parametri	Metodo Analitico	Process Model
Periodo naturale, T	0.47s	0.49s
Smorzamento, ξ	4.40%	4.90%

Tabella 6

Le Figura 28 e Figura 29 che seguono illustrano la sovrapposizione dei segnali registrati e predetti e la funzione di trasferimento del sistema di isolamento.

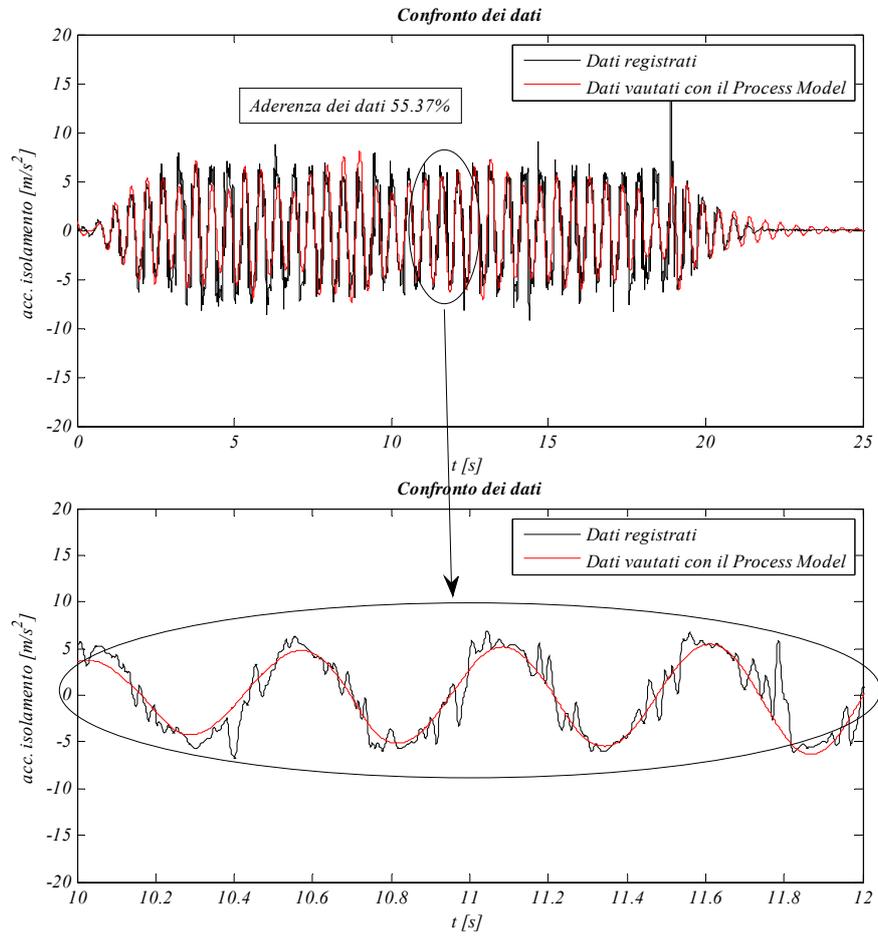


Figura 28

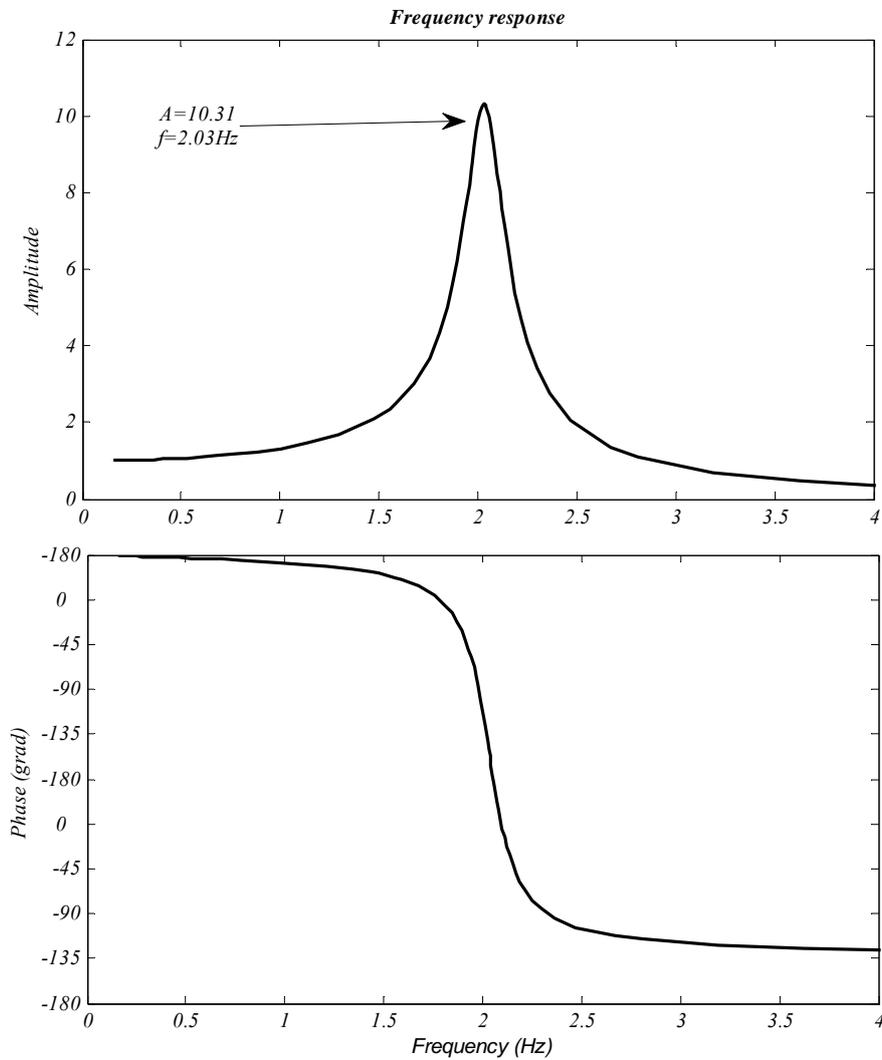


Figura 29

5.8. SCELTA DEL SEGNALE IN INGRESSO

I sistemi a più gradi di libertà sono stati identificati esclusivamente con i metodi a rappresentazione esterna e per questi è stato necessario costruire opportuni segnali in ingresso. In particolare sono stati adottati dei

segnali tipo Multi – Sine, comprensivi di tutte le componenti armoniche caratteristiche del comportamento dinamico del sistema oggetto di studio. L'espressione del segnale Multi – Sine è la seguente forma:

$$u(t) = \sum_{k=1}^d a_k \cos(\omega_k t + \varphi_k) \quad (5.35)$$

Scegliendo in modo appropriato il numero di sinusoidi, d , componenti il segnale, la loro pulsazione, ω_k , e l'ampiezza delle stesse, a_k , è possibile costruire forzanti in grado di attivare i diversi modi di vibrare del sistema oggetto della sperimentazione.

Nel definire il segnale di prova è necessario considerare il Crest Factor (C , fattore di cresta), definito come il rapporto tra il picco del segnale e il valore efficace dello stesso (x_{RMS} , radice della media dei quadrati).

$$x_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_N^2}{N}} \quad (5.36)$$

$$C = \frac{|x|_{picco}}{x_{RMS}} \quad (5.37)$$

Il fattore di cresta aumenta con l'aumentare dei massimi dell'ampiezza del segnale e può evidenziare la presenza di picchi non compatibili con i limiti della strumentazione per la sperimentazione.

Per controllare questo fenomeno è necessario adottare un appropriato valore della fase delle singole sinusoidi (φ_k), che può essere valutato con l'espressione (4.38) nota come formulazione di Schroeder (1970).

$$\varphi_k = \varphi_1 - \frac{k(k-1)}{d} \pi \quad 2 \leq k \leq d \quad (5.38)$$

φ_1 valore arbitrario della fase

5.9. IDENTIFICAZIONE DEL TELAIO ISOLATO ALLA BASE

Di seguito vengono riportati i parametri caratteristici del segnale multi – sine utilizzato per l'identificazione del telaio isolato alla base, mentre in Figura 30 viene rappresentato il segnale nel tempo ed in si riportano le registrazioni durante la prova effettuate in corrispondenza del traverso del telaio ed alla base dello stesso.

- Range frequency, 1 – 7.5 Hz ($7.28 < \omega_k < 47,12$ rad/sec);
- Step frequency, 0,1 Hz;
- Numero di sinusoidi, $d = 66$;
- Ampiezza sinusoidi, $a_k = 1$;
- Fase, $\varphi_1 = 0$;

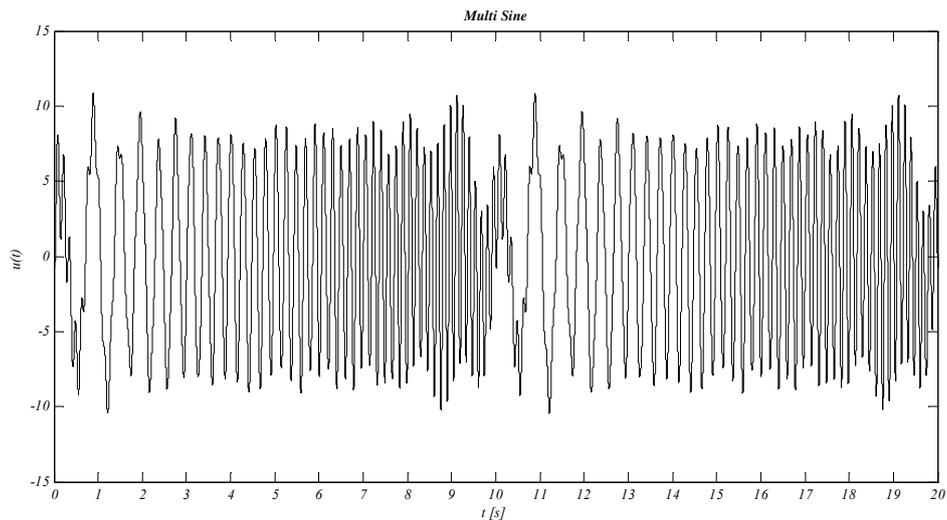


Figura 30

CAPITOLO 5 - IDENTIFICAZIONE

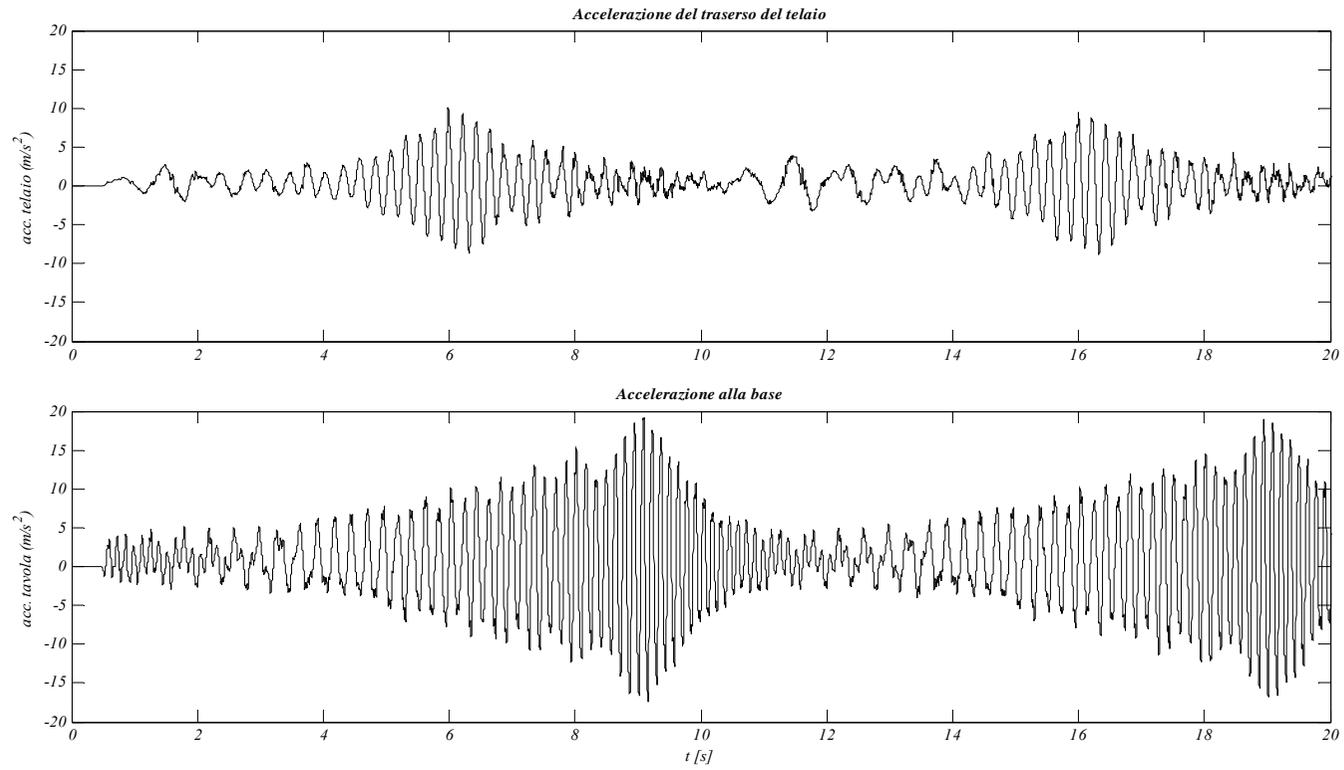


Figura 31

Per l'identificazione del sistema è stato utilizzato un modello ARMAX del quarto ordine, che consente di riprodurre la risposta del sistema con un adattamento pari a circa il 75.91%. La Figura 32 mostra il confronto tra la risposta registrata del segnale e quella predetta, mentre in Figura 33 viene mostrata la funzione di trasferimento del sistema isolato.

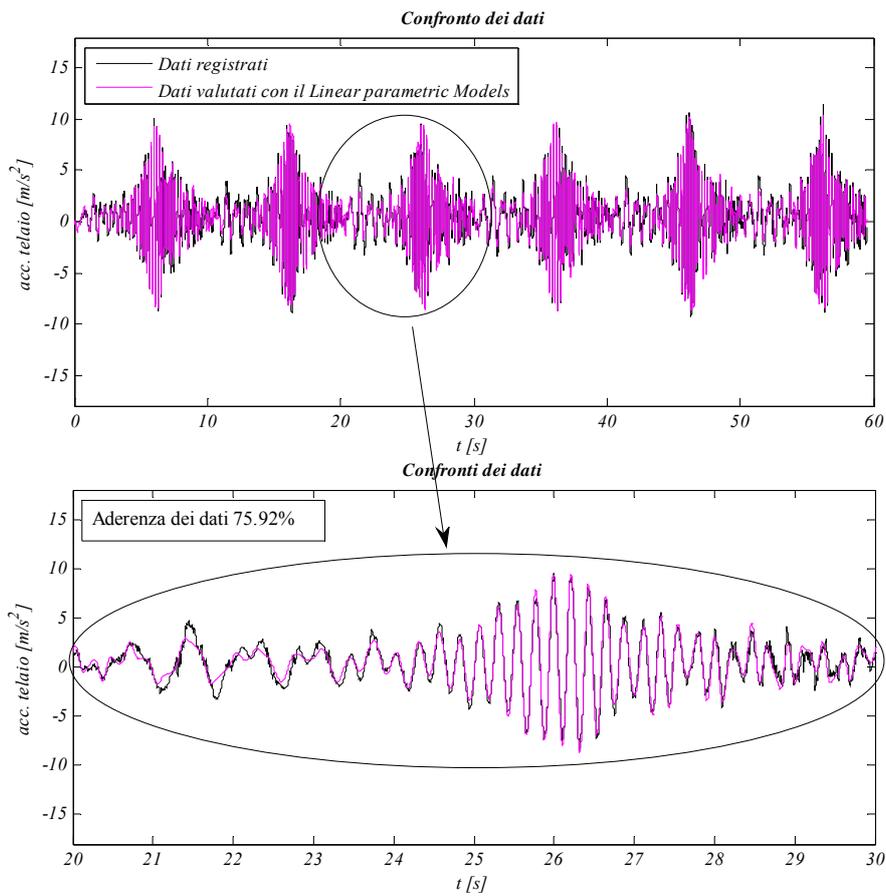


Figura 32

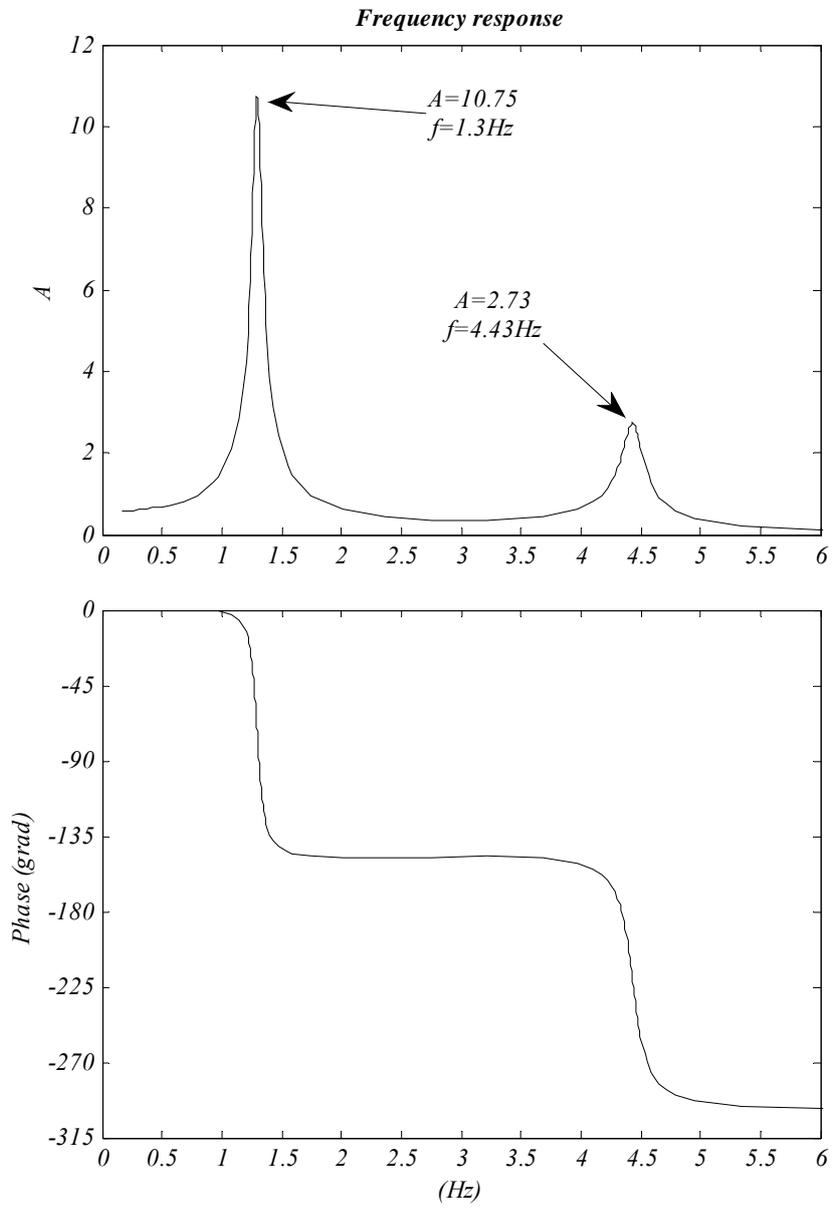


Figura 33

Di particolare interesse risulta la In Figura 34 dove viene riportato il confronto tra le funzioni di trasferimento del telaio fisso alla base, del sistema di isolamento e del telaio isolato. Da tale confronto è evidente l'efficacia dell'isolamento, con un abbattimento della risposta massima della struttura non isolata pari a circa il 95%.

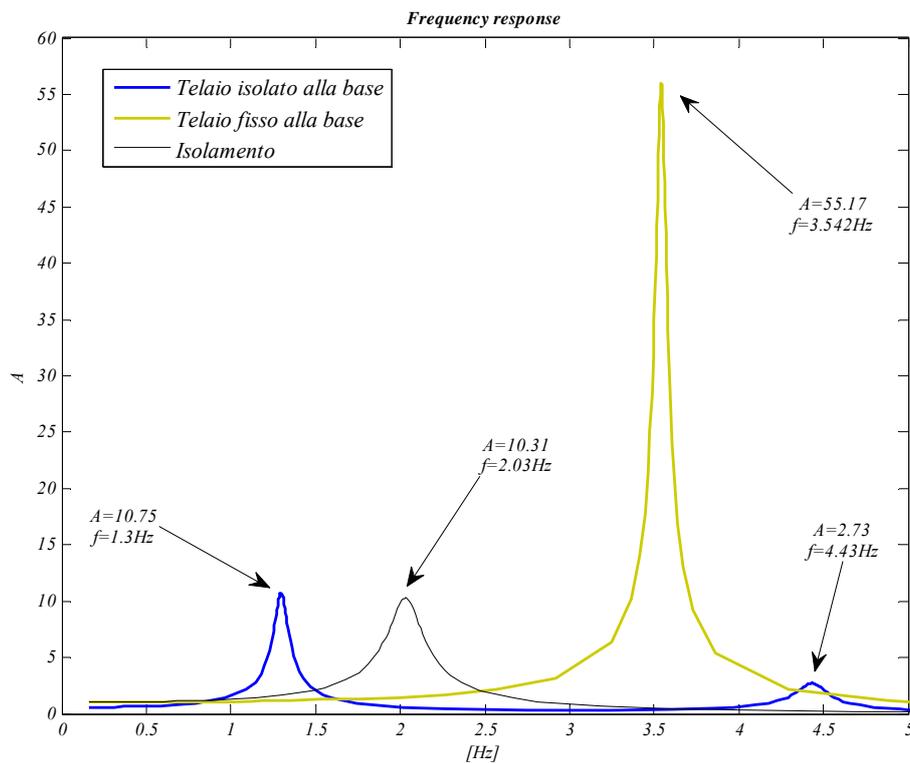


Figura 34

5.10 IDENTIFICAZIONE DEL TELAIO ISOLATO ALLA BASE CON TMD DISATTIVO

Nel presente paragrafo si descrive l'identificazione del telaio isolato a seguito dell'installazione del TMD, che in questo caso viene bloccato e pertanto va considerato come un mero aumento di massa del sistema.

Il segnale di ingresso Multi – Sine (Figura 35) possiede le seguenti caratteristiche:

- Range frequency, 1 – 2.3 Hz; 4 – 5 Hz ($7.28 < \omega_k < 14,45$, $25.13 < \omega_k < 31.42$ rad/sec);
- Step frequency, 0,1 Hz;
- Numero di sinusoidi, $d = 25$;
- Ampiezza sinusoidi, $a_k = 1$;
- Fase, $\varphi_1 = 0$;

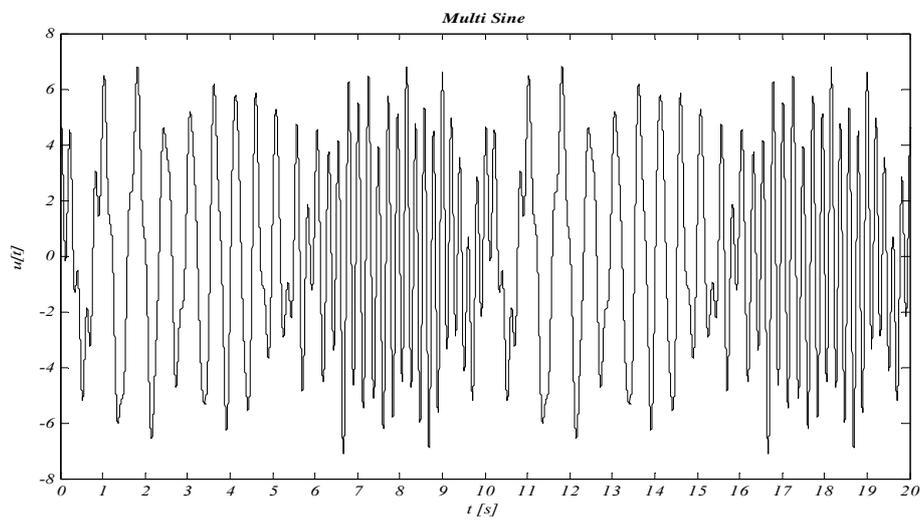


Figura 35

CAPITOLO 5 - IDENTIFICAZIONE

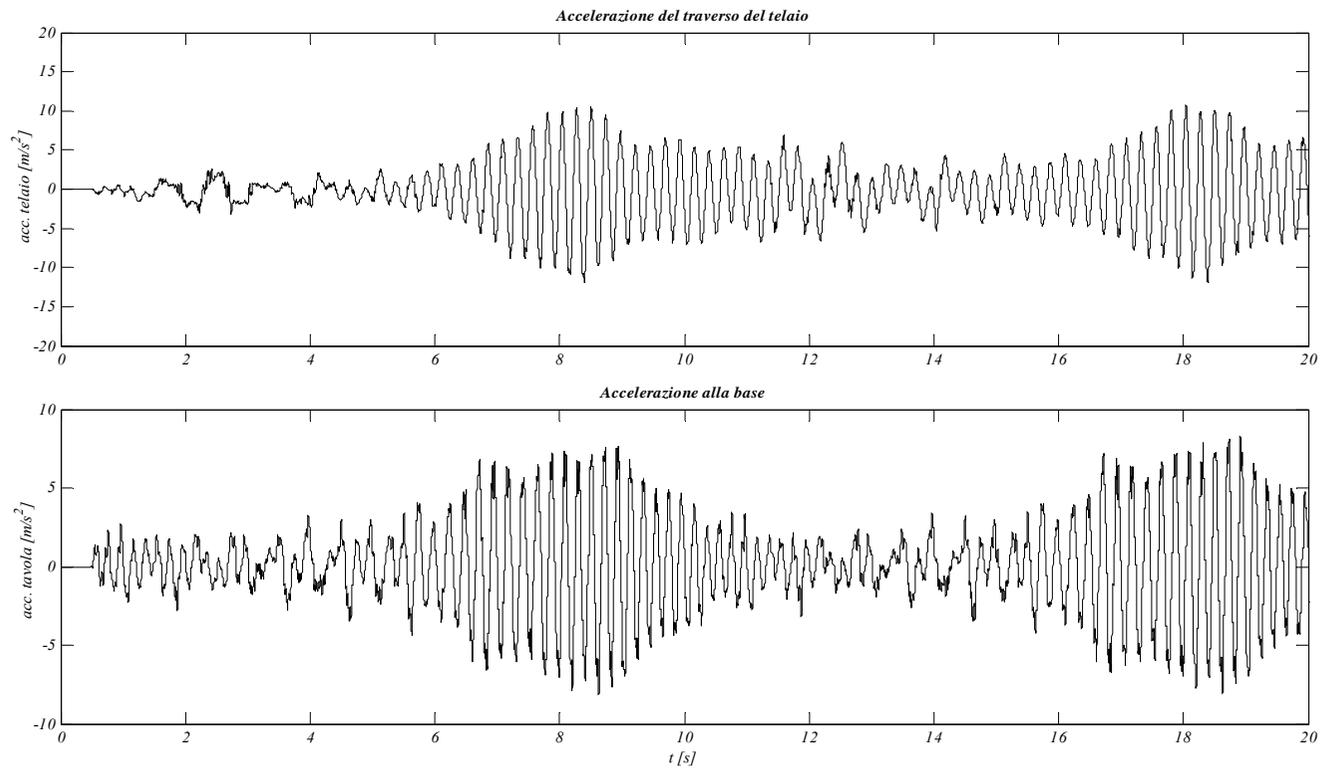


Figura 36

Per l'identificazione del sistema è stato utilizzato un modello ARMAX dell'ottavo ordine, che consente di riprodurre la risposta del sistema con un adattamento pari a circa il 87.14%. La Figura 37 mostra il confronto tra la risposta registrata del segnale e quella predetta, mentre in Figura 38 viene mostrata la funzione di trasferimento del sistema isolato, equipaggiati o meno con TMD.

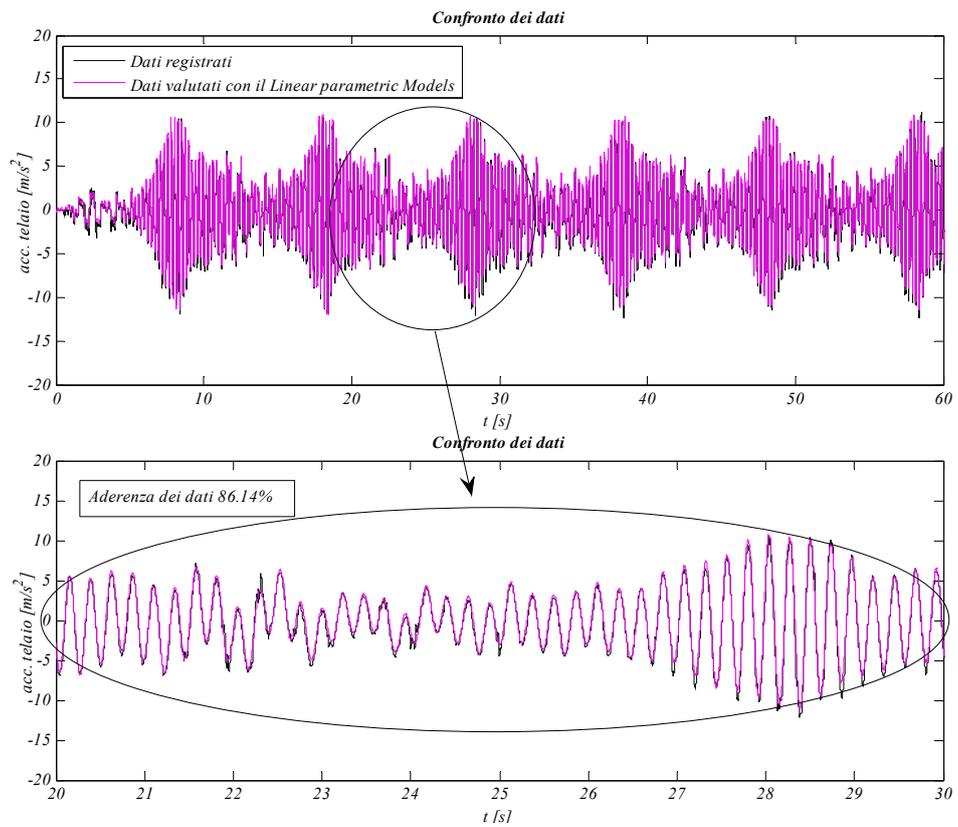


Figura 37

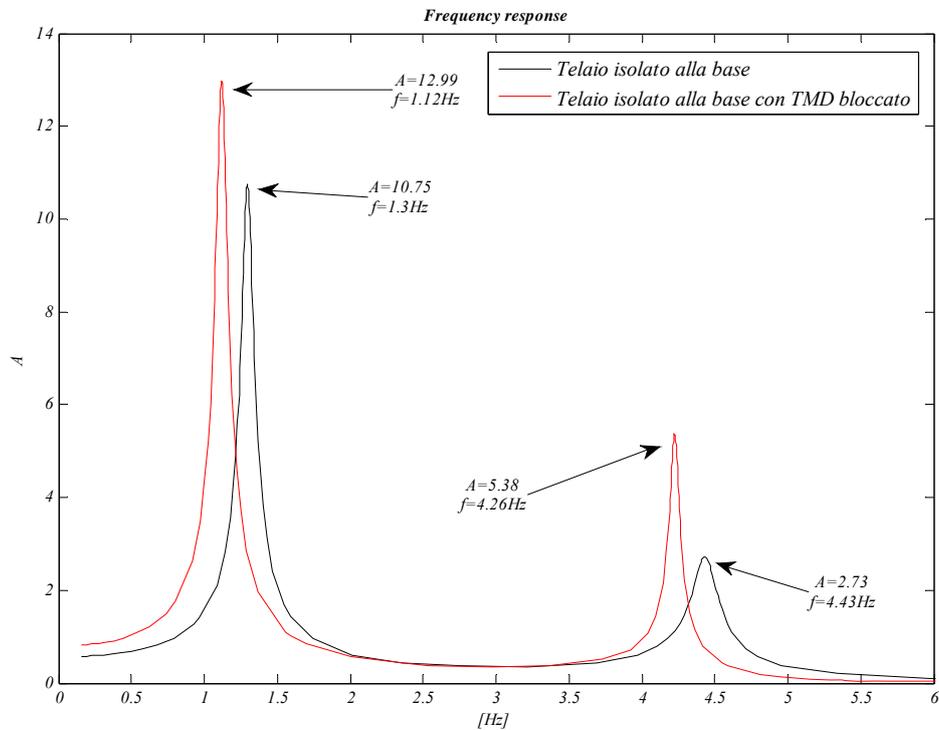


Figura 38

5.11 IDENTIFICAZIONE DEL TELAIO ISOLATO ALLA BASE CON TMD ATTIVO

Note le caratteristiche del sistema con l'aumento di massa dovuta all'installazione del TMD è stata regolato il periodo naturale di quest'ultimo. In particolare è stato posto il peso in piombo ad una distanza di 15 cm dall'asse di rotazione del pendolo, cui corrisponde un periodo di 0,78 s.

In Figura 39 viene mostrato il segnale Multi – Sine utilizzato per le prove di identificazione.

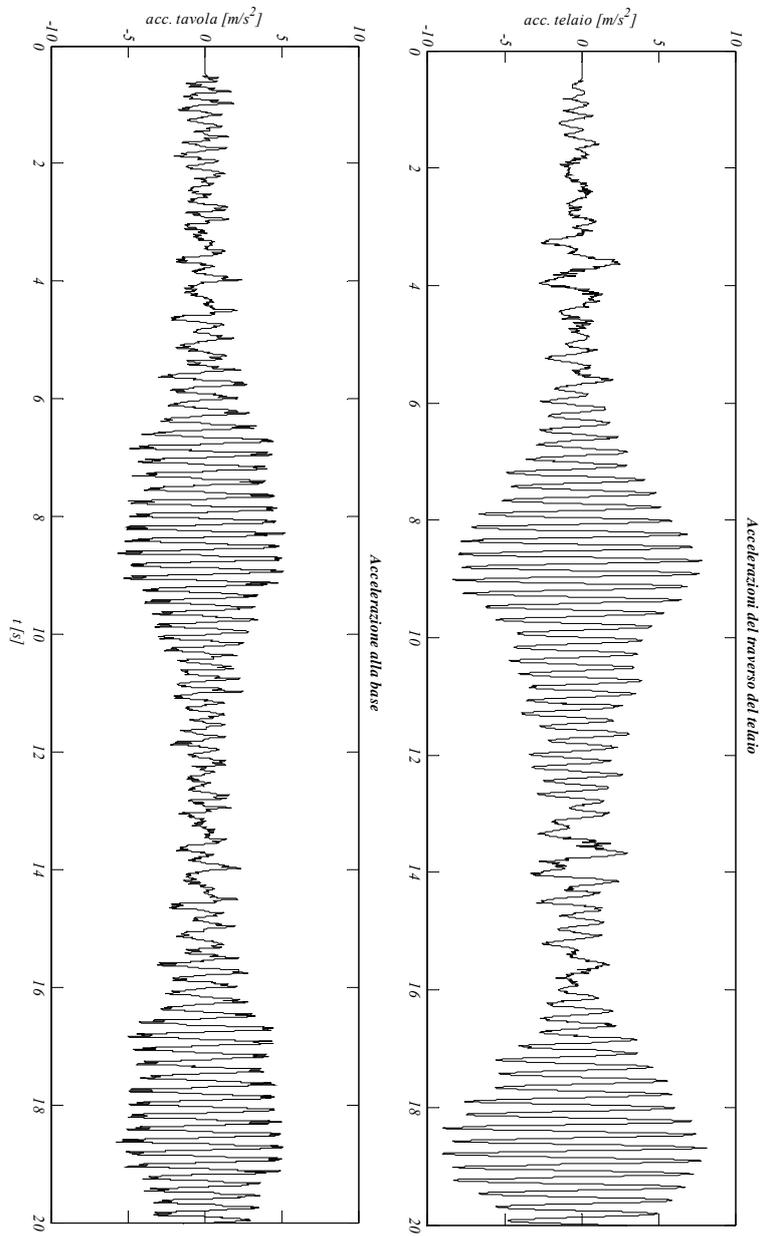


Figura 39

Per l'identificazione del sistema è stato utilizzato un modello ARMAX del decimo ordine, che consente di riprodurre la risposta del sistema con un adattamento pari a circa il 87.76%. La Figura 40 mostra il confronto tra la risposta registrata del segnale e quella predetta, mentre in Figura 41 e Figura 42 vengono mostrate le funzioni di trasferimento del sistema isolato con TMD, nonché il confronto tra quest'ultima e quella del sistema semplicemente isolato.

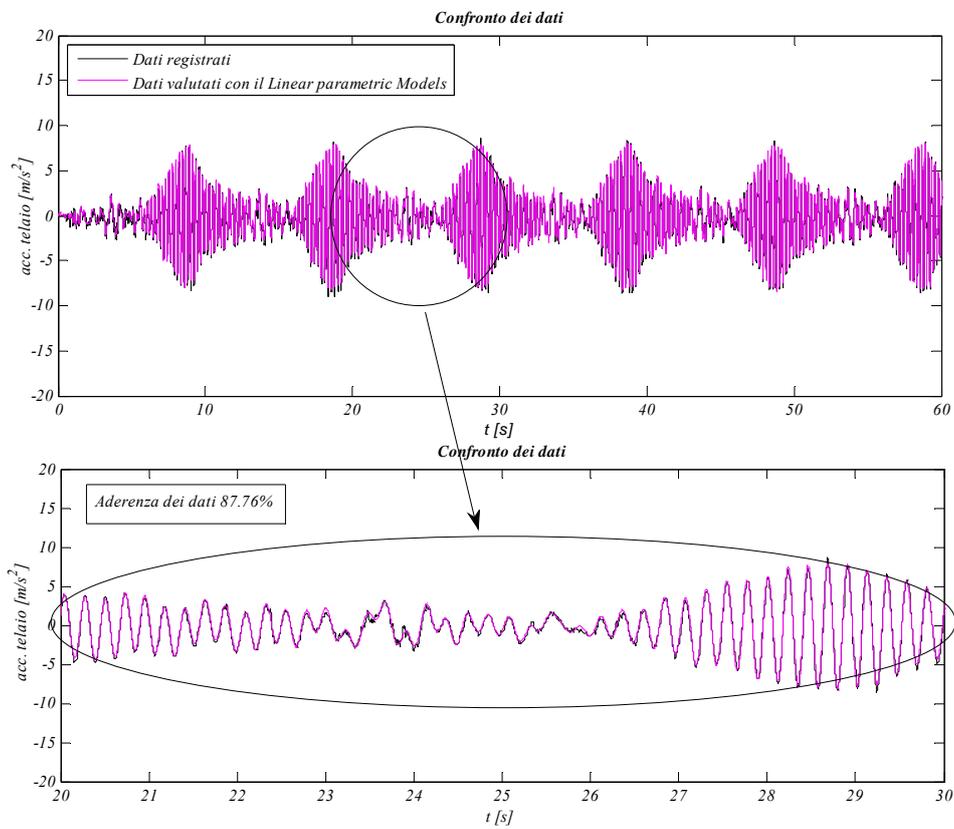


Figura 40

CAPITOLO 5 - IDENTIFICAZIONE

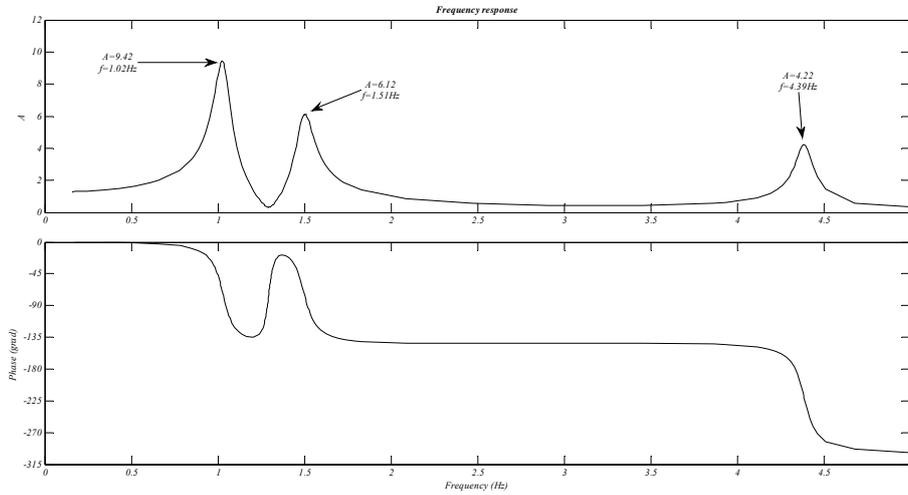


Figura 41

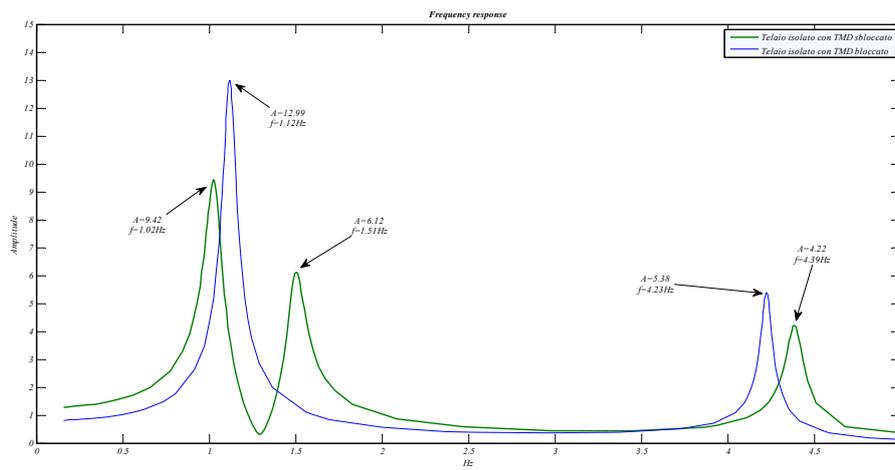


Figura 42

5.12. IDENTIFICAZIONE DEL TELAIO ISOLATO ALLA BASE CON TMD ATTIVO

Tipologia Strutturale	Caratteristiche delle Funzioni di Trasferimento								
	I° Picco			II° Picco			III° Picco		
	T [s]	A	ξ [%]	T [s]	A	ξ [%]	T [s]	A	ξ [%]
Telaio Fisso	/			0.27	55.17	0.9	/		
Sistema di Isolamento	0.49	10.31	4.84	/			/		
Telaio Isolato	0.77	10.75	4.65	/			0.26	2.73	18.32
Telaio Isolato con TMD Disattivato	0.89	12.99	3.84	/			0.23	5.38	9.29
Telaio Isolato con TMD Attivato	0.98	9.42	5.31	0.66	7.12	8.17	0.23	4.22	11.85

Tabella 7

CAPITOLO 6

6. REGISTRAZIONI SISMICHE

La sperimentazione sulla struttura in scala è stata eseguita utilizzando sequenze accelerometriche registrate da eventi sismici che hanno avuto luogo in Europa. Tali registrazioni (Tabella 8) corrispondono a quelle utilizzate nell'ambito del progetto di ricerca nazionale ReLUIIS (Rete dei Laboratori Universitari di Ingegneria Sismica).

Evento sismico	Data registrazione	Codice sisma	Durata registrazione
Belgrade	15/04/1979	0196X, 0196Y	48.23 s
Belgrade	15/04/1979	0199X, 0199Y	47.82 s
Belgrade	15/04/1979	0228X, 0228Y	34.35 s
Italia	23/11/1980	0288X, 0288Y	30.16 s
Ankara	13/03/1992	0535X, 0535Y	73.21 s
Islanda	21/06/2000	6328X, 6328Y	51.37 s

Tabella 8

Nel presente capitolo verranno presentate le diverse accelerazioni utilizzate, descritte attraverso dei parametri caratteristici, descritti al paragrafo seguente.

6.1. ANALISI DELLE REGISTRAZIONI SISMICHE CONSIDERATE

Le grandezze caratteristiche del moto al suolo descritte di seguito sono dei parametri, ricavabili dalla semplice conoscenza delle registrazioni degli eventi sismici, che possono essere utilizzati al fine di valutare il potenziale di danno di un terremoto, senza dover affrontare lo studio della risposta strutturale. In particolare le grandezze considerate sono:

- PGA (peak ground acceleration)
- PGV (peak ground velocity)
- PGD (peak ground displacement)
- PGA/PGV
- Intensità di Arias
- Durata dell'evento sismico

La caratterizzazione dell'evento sismico attraverso i parametri di picco (PGA, PGV, PGD, PGV/PGA e PGD/PGV) o di quelli ottenuti per integrazione dell'accelerogramma (Intensità di Arias) è una delle tecniche più utilizzate.

La massima accelerazione al suolo (peak ground acceleration, PGA), pur essendo una delle misure più immediate per descrivere un terremoto, non consente tuttavia una valutazione esaustiva del potenziale di danno; essa, infatti, può fornire una valutazione marginale delle capacità distruttive di un evento. L'osservazione delle registrazioni relative a molti eventi sismici ha mostrato che terremoti caratterizzati da un valore molto elevato della accelerazione di picco possono non produrre danni strutturali apprezzabili, mentre terremoti con valori di PGA molto bassi possono dimostrarsi inaspettatamente distruttivi.

La PGV, invece, può fornire una misura più rappresentativa dell'intensità sismica, essendo direttamente connessa con il contenuto energetico associato all'evento.

Il rapporto PGA/PGV rappresenta un altro indicatore molto interessante del potenziale di danno di una registrazione accelerometrica. Studi sismologici hanno mostrato che l'attenuazione del valore massimo della velocità con la distanza è generalmente più lenta di quella dell'accelerazione. Come risultato si ha che il rapporto PGA/PGV risulta più alto vicino all'epicentro e diminuisce al crescere della distanza. Una registrazione prossima all'epicentro è di tipo impulsivo, caratterizzata da

una breve durata e con alte frequenze dominanti, mentre una registrazione più lontana è di tipo più regolare e caratterizzata da una durata maggiore. Inoltre, è stato messo in luce che terremoti con frequenze dominanti elevate sono caratterizzati da alti valori del rapporto PGA/PGV, mentre quelli con frequenze dominanti più basse sono generalmente associati a bassi valori di tale rapporto. Gli eventi a media distanza dall'epicentro hanno normalmente un contenuto in frequenze significative distribuite su un intervallo abbastanza ampio, presentando valori intermedi di tale rapporto. Perciò il valore PGA/PGV fornisce informazioni, sulle frequenze dominanti dell'evento sismico e sulle potenzialità di danno (crescente al diminuire di tale rapporto).

L'intensità di Arias è una misura dell'intensità sismica ed è calcolata attraverso la seguente espressione:

$$I_a = \frac{\pi}{2g} \int_0^{t_E} [a(t)]^2 dt$$

dove con g si è indicato l'accelerazione di gravità e con $a(t)$ l'accelerazione della i -esima registrazione considerata.

Per quanto riguarda la durata dell'evento sismico, ci sono varie definizioni, quella che sarà utilizzata è quella proposta da Trifunac e Brady (1975) secondo i quali, la durata è pari all'intervallo di tempo che intercorre tra il 5% ed il 95% dell'intensità di Arias.

I parametri su descritti sono stati calcolati per ognuna delle accelerazioni utilizzate nell'ambito della sperimentazione eseguita al fine di caratterizzare in modo oggettivo le stesse.

6.2. DESCRIZIONE DEGLI ACCELEROGRAMMI UTILIZZATI

Nel seguito vengono descritte le registrazioni accelerometriche utilizzate per la sperimentazione oggetto del presente lavoro. Per le suddette registrazioni sono stati valutati i parametri caratteristici descritti in precedenza.

Ogni descrizione è preceduta da una tabella riassuntiva delle principali caratteristiche della registrazione riguardanti la strumentazione utilizzata, il codice del sisma, l'intervallo di campionamento dei dati, la lunghezza della

registrazione, ecc. Inoltre per ogni evento sismico viene mostrato il grafico dell'accelerogramma, dello spostamento al suolo, dell'intensità di Arias e lo spettro di Fourier della registrazione. Quest'ultimo mette in evidenza il contenuto in frequenza di ciascuna registrazione accelerometrica.

6.2.1. BELGRADO 0196

file:	000196xa.cor, 000196ya.cor
earthquake code:	93
station code:	62
waveform code:	196
total number of channels:	3
instrument type:	SMA-1
instrument operator:	EnergoProject, Belgrade, Yugoslavia
time of first sample:	15. 4.1979 6:19:-9.999UTC
sampling period:	0.010000s
number of samples:	4823
record length:	48.218s

Tabella 9

Le registrazioni accelerometriche rappresentate in Figura 43 e Figura 46 hanno una durata di 48.218 s. Rispetto all'intensità possiamo distinguere due zone caratteristiche, la prima individuata dall'intervallo temporale che va da 5 s a 17 s e la seconda che va da 17 s a 48.218 s. Per l'accelerogramma registrato in direzione X, la prima zona è caratterizzata da accelerazioni che variano da un valore minimo pari a 1 m/s^2 fino a 4.5 m/s^2 , mentre la seconda zona è caratterizzata da valori delle accelerazioni che decrescono nel tempo oscillando dapprima tra valori compresi tra $\pm 1 \text{ m/s}^2$ fino a valori compresi tra $\pm 0.2 \text{ m/s}^2$.

Per la direzione Y le caratteristiche accelerometriche rispetto a quelle in direzione X variano solo di intensità, infatti nella prima zona il valore minimo è pari a 1 m/s^2 ed arriva al più a 3 m/s^2 , mentre la seconda parte della registrazione è simile alla corrispondente in direzione X.

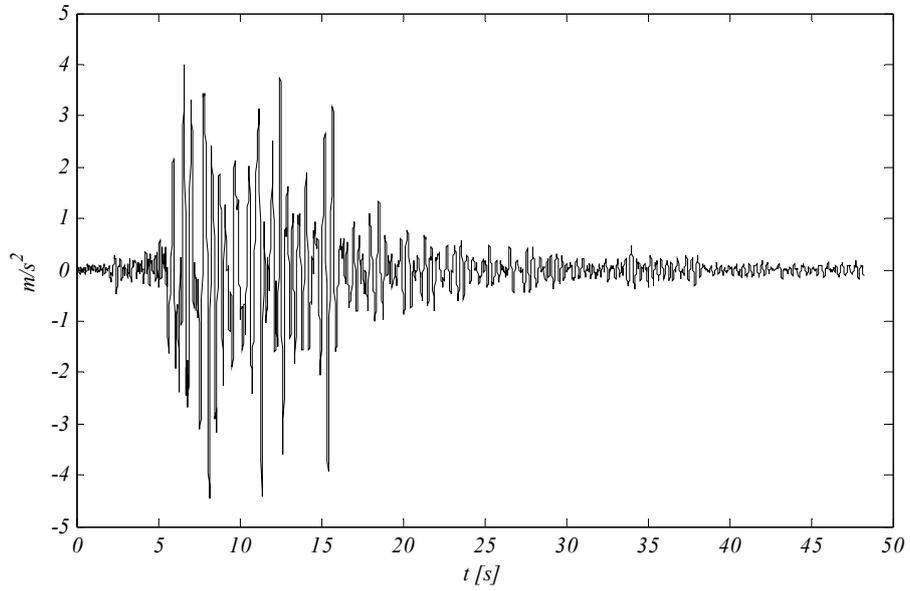


Figura 43

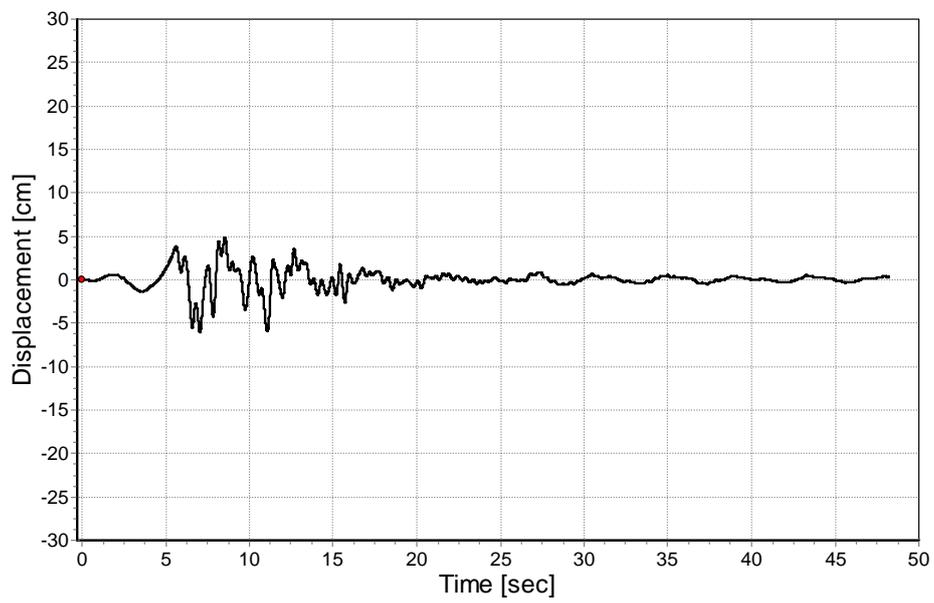


Figura 44

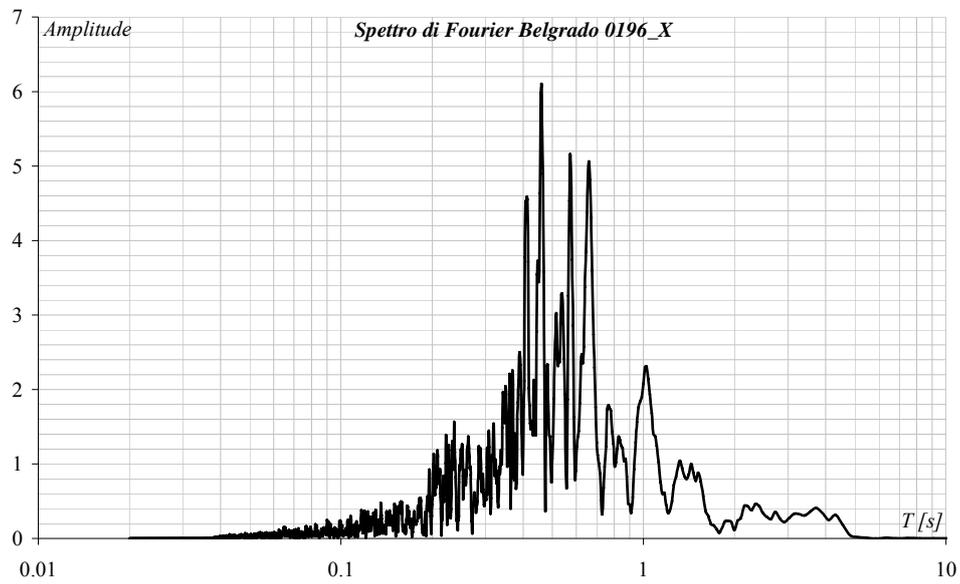


Figura 45

Parametro	Valore
PGA	4.67 m/s ²
PGV	0.42 m/s
PGD	6.05 cm
PGA/PGV	11.22 s
Intensità di Arias	4.53 m/s
Durata effettiva	11.98 s

Tabella 10

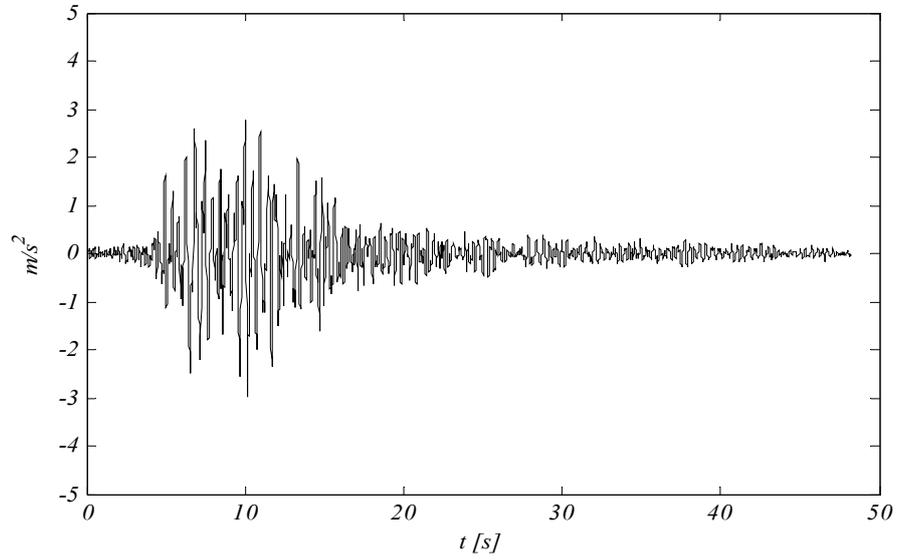


Figura 46

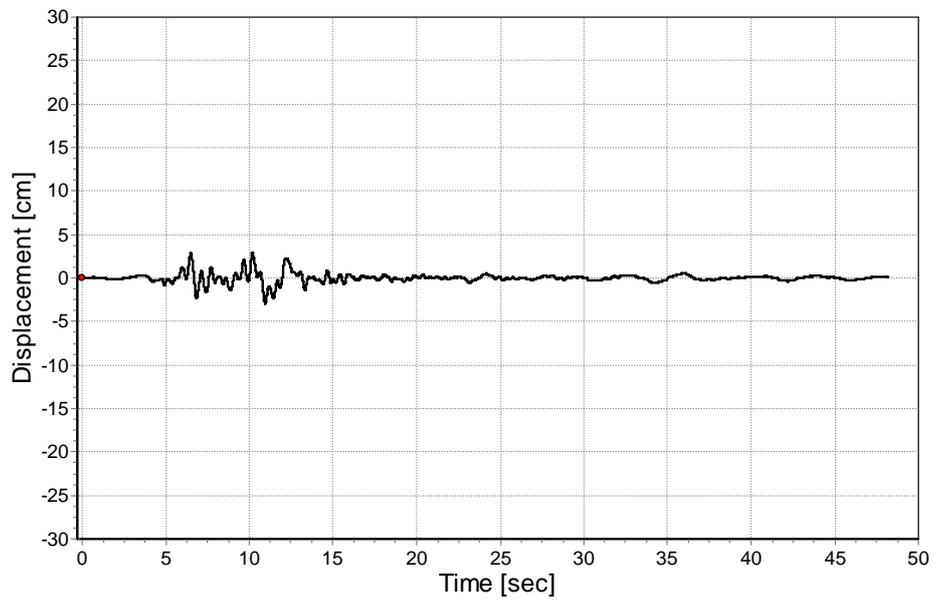


Figura 47

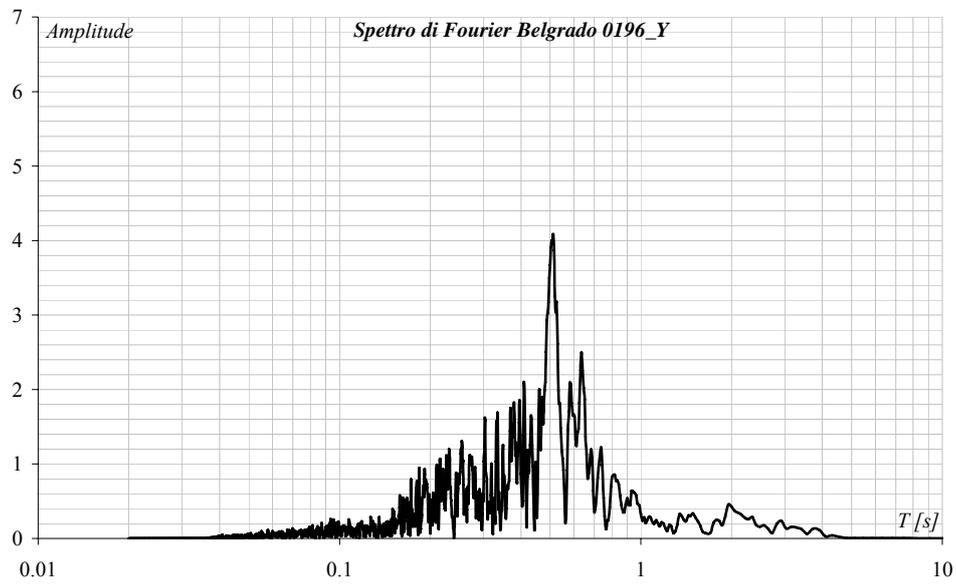


Figura 48

Parametro	Valore
PGA	3.14 m/s ²
PGV	0.23 m/s
PGD	2.97 cm
PGA/PGV	13.49 s
Intensità di Arias	1.99 m/s
Durata effettiva	13.35 s

Tabella 11

6.2.2. *BELGRADO 0199*

file:	000199xa.cor, 000199ya.cor
earthquake code:	93
station code:	67
waveform code:	199
total number of channels:	3
instrument type:	SMA-1
instrument operator:	EnergoProject, Belgrade, Yugoslavia
time of first sample:	15. 4.1979 6:19:-9.999UTC
sampling period:	0.010000s
number of samples:	4782
record length:	47.808s

Tabella 12

Le registrazioni accelerometriche rappresentate in Figura 49 e Figura 52 hanno una durata di 47.808s. Per queste registrazioni, rispetto all'intensità accelerometrica possiamo distinguere tre zone caratteristiche, la prima ricade nell'intervallo temporale compreso tra 8s ed 11s la seconda zona tra 11s e 33s e la terza ed ultima zone tra 33s fino a 47.808.

Per la registrazione lungo X, la prima zona, presenta delle accelerazioni che variano da un valore minimo pari a 1 m/s² fino ad un valore massimo pari a 3.8 m/s², la seconda zona presenta delle accelerazioni con valori compresi tra 0.7 m/s² e 1.5 m/s² con dei picchi fino a circa 4 m/s², nella terza le accelerazioni sono più contenute e presentano valori che oscillano tra ± 0.3 m/s².

Per la registrazione lungo Y l'intensità accelerometrica presenta le stesse caratteristiche della registrazione lungo X con l'unica differenza che in questo caso le accelerazioni decrescono da una zona all'altra in modo più graduale.

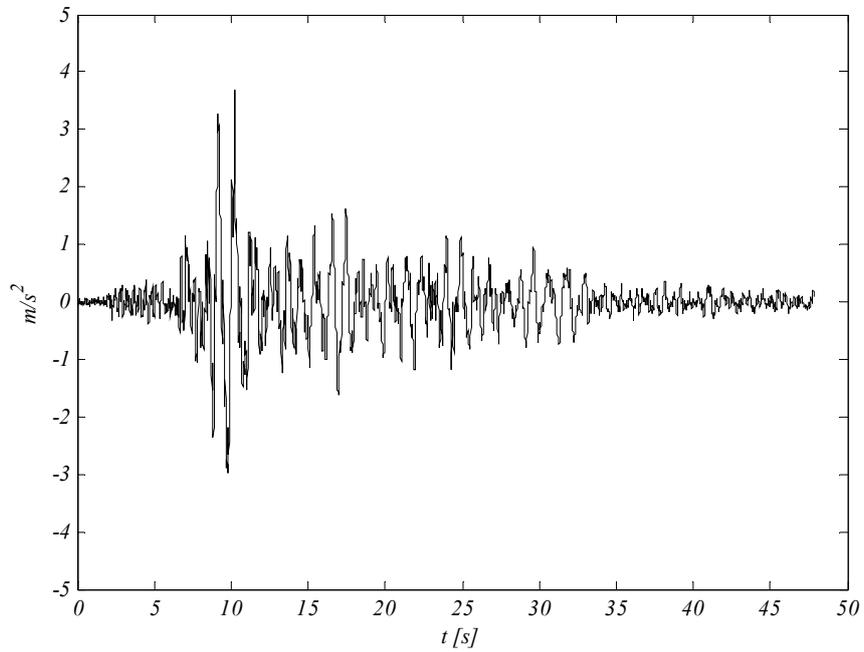


Figura 49

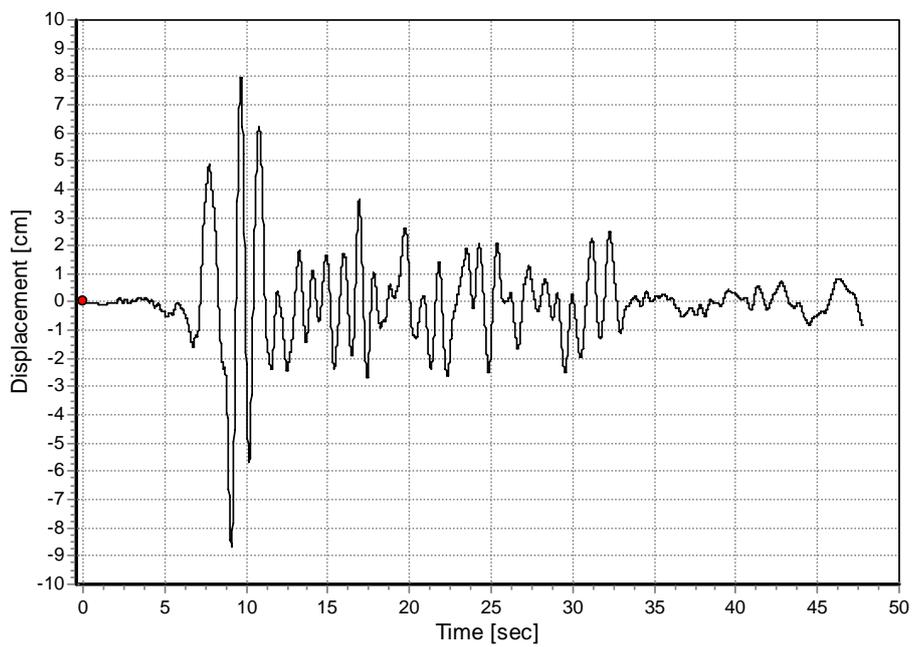


Figura 50

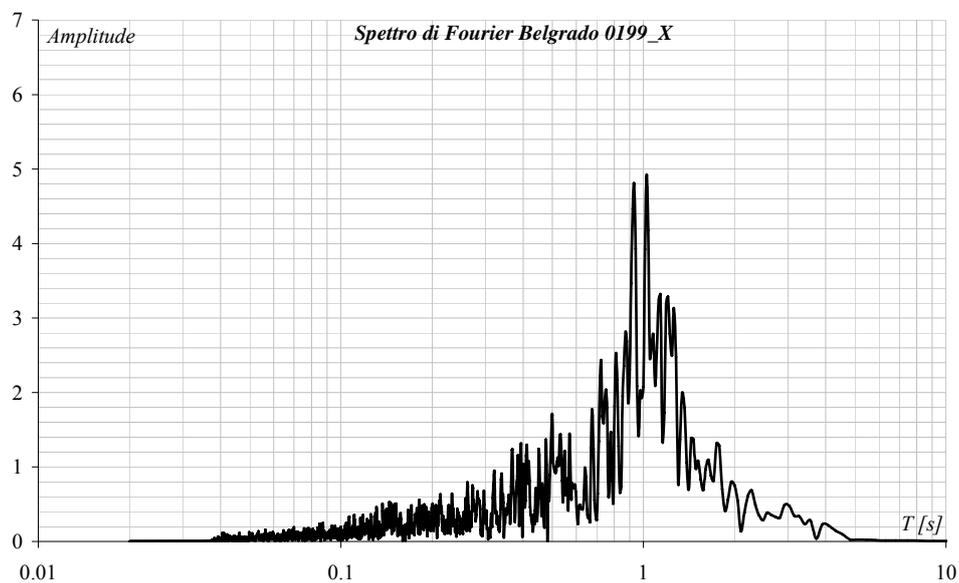


Figura 51

Parametro	Valore
PGA	3.56 m/s ²
PGV	0.44 m/s
PGD	8.82 cm
PGA/PGV	8.00 s
Intensità di Arias	1.98 m/s
Durata effettiva	21.37 s

Tabella 13

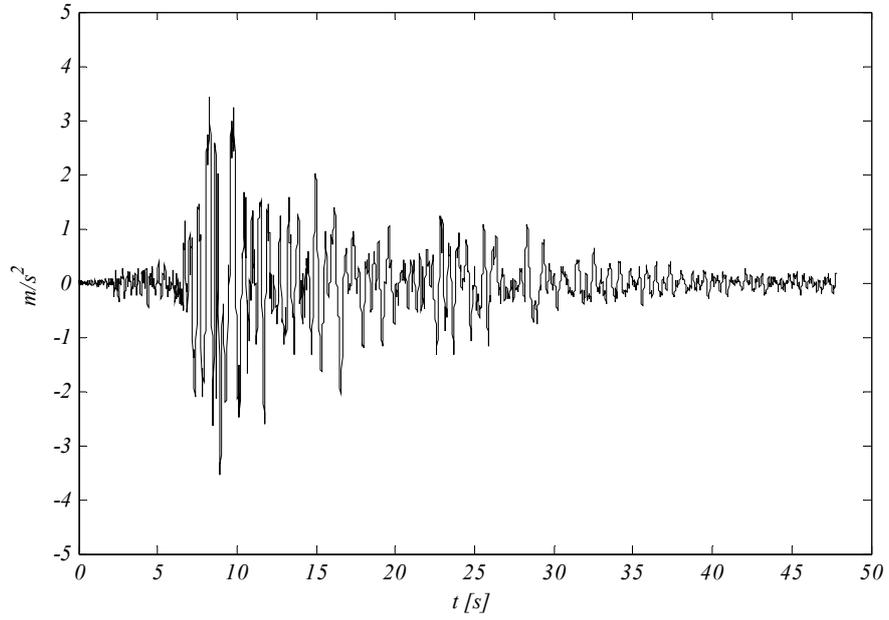


Figura 52

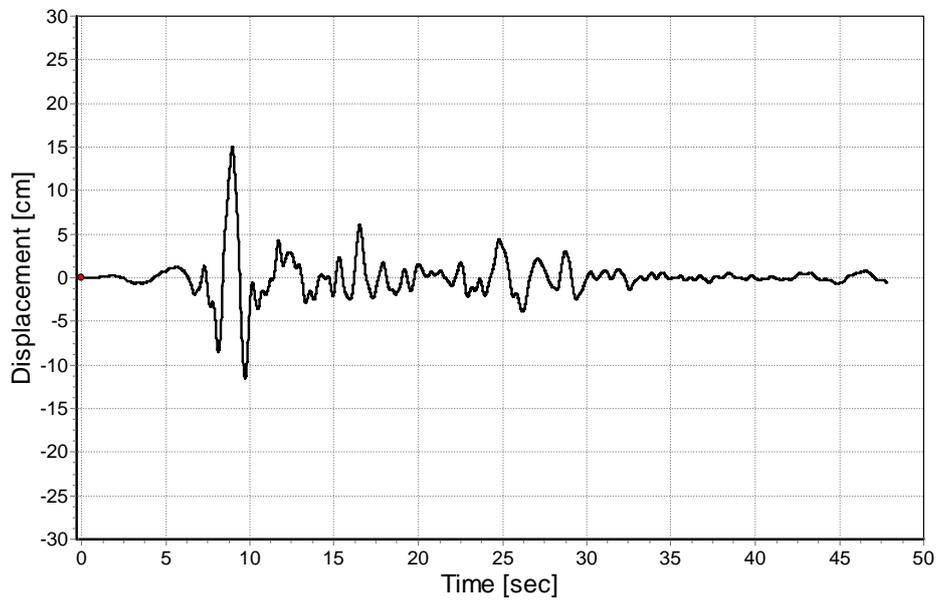


Figura 53

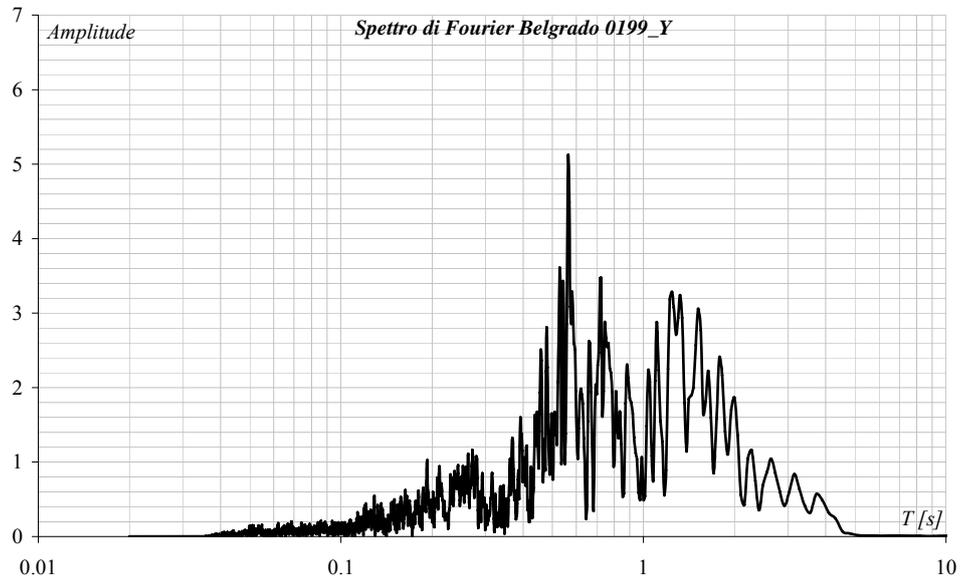


Figura 54

Parametro	Valore
PGA	3.78 m/s ²
PGV	0.56 m/s
PGD	14.98 cm
PGA/PGV	6.69 s
Intensità di Arias	3.03 m/s
Durata effettiva	18.96 s

Tabella 14

6.2.3. BELGRADO 0228

file:	000228xa.cor, 000228ya.cor
earthquake code:	108
station code:	67
waveform code:	228
total number of channels:	3
instrument type:	SMA-1
instrument operator:	EnergoProject, Belgrade, Yugoslavia
time of first sample:	24. 5.1979 17:23:-9.999UTC
sampling period:	0.010000s
number of samples:	3435
record length:	34.340s

Tabella 15

Le registrazioni accelerometriche rappresentate in Figura 55 e Figura 58 hanno una durata di 34.340s. Per queste registrazioni, rispetto all'intensità accelerometrica possiamo distinguere due zone caratteristiche, la prima di intervallo temporale compreso tra 3s e 5s e la seconda zona tra 5s e 34.34s.

Per la registrazione lungo X, la prima zona, presenta delle accelerazioni che variano da un valore minimo pari a 0.5 m/s² fino ad un valore massimo pari a 2 m/s², la seconda zona presenta delle accelerazioni che si smorzano fino alla fine del sisma.

Nel caso della registrazione lungo Y, nella prima zona si hanno delle accelerazioni che variano da un valore minimo pari a 0.5 m/s² fino ad un valore massimo pari a 2.5 m/s² le caratteristiche della seconda zona sono invece uguali a quelle della registrazione del sisma lungo X.

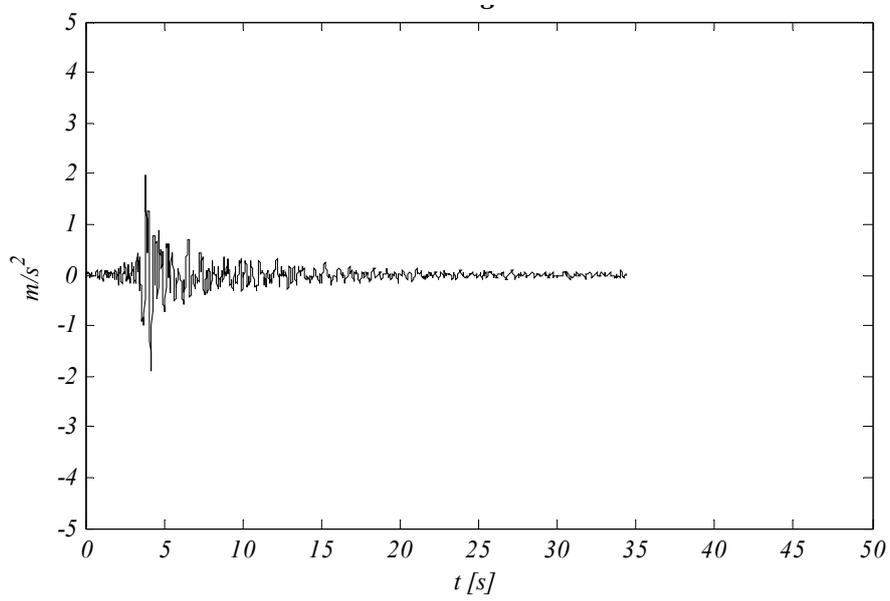


Figura 55

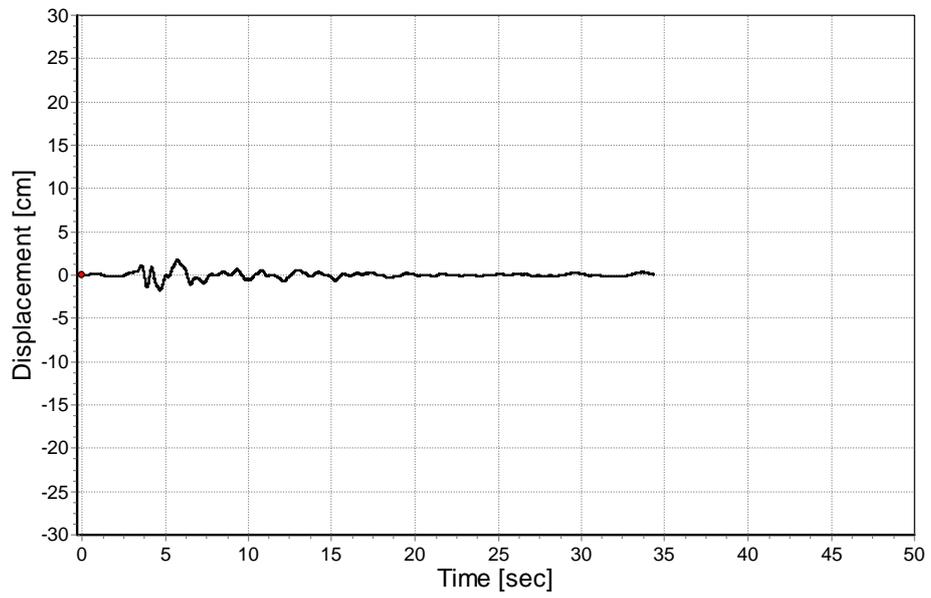


Figura 56

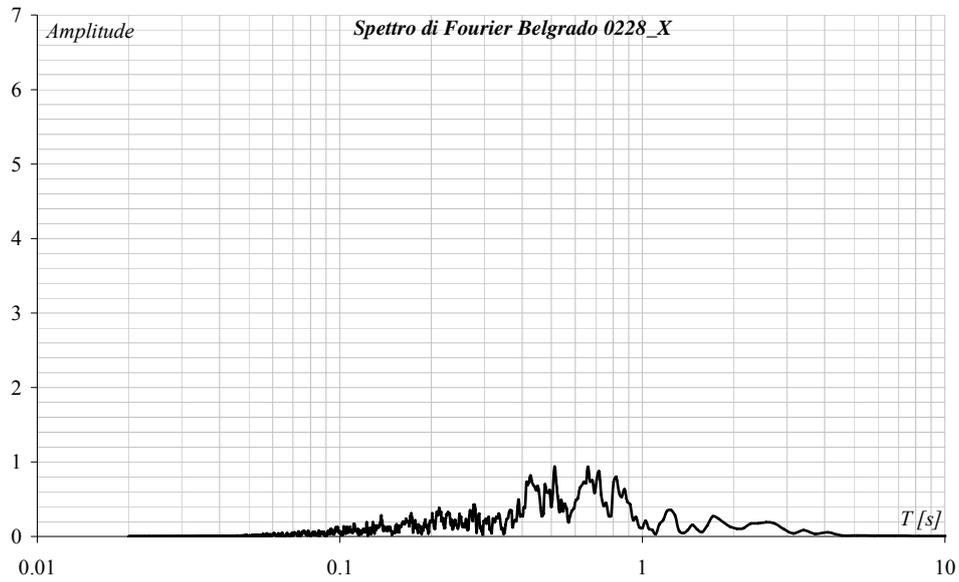


Figura 57

Parametro	Valore
PGA	2.17 m/s ²
PGV	0.15 m/s
PGD	1.74 cm
PGA/PGV	14.40 s
Intensità di Arias	0.24 m/s
Durata effettiva	9.38 s

Tabella 16

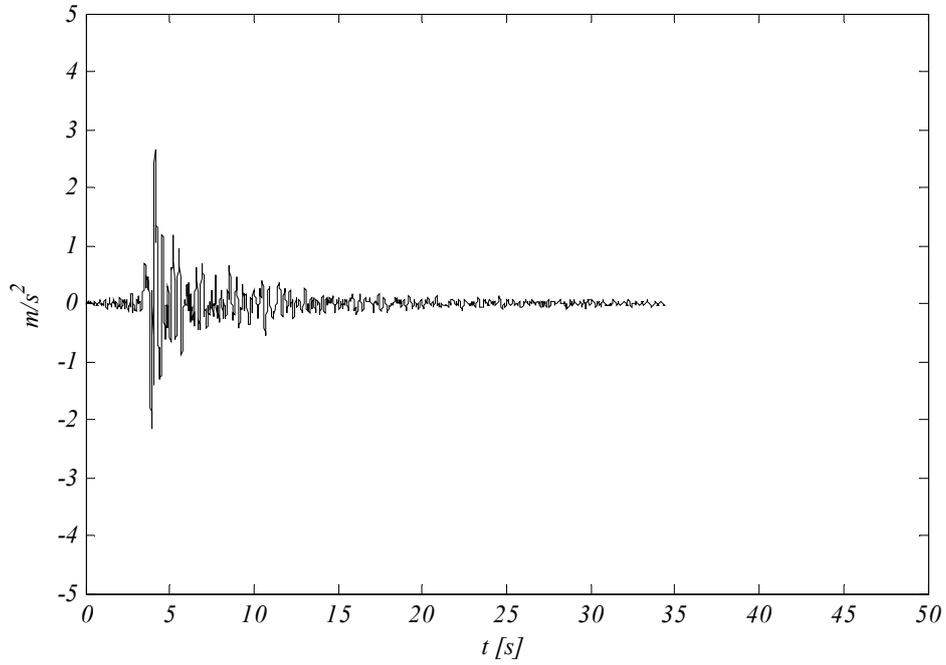


Figura 58

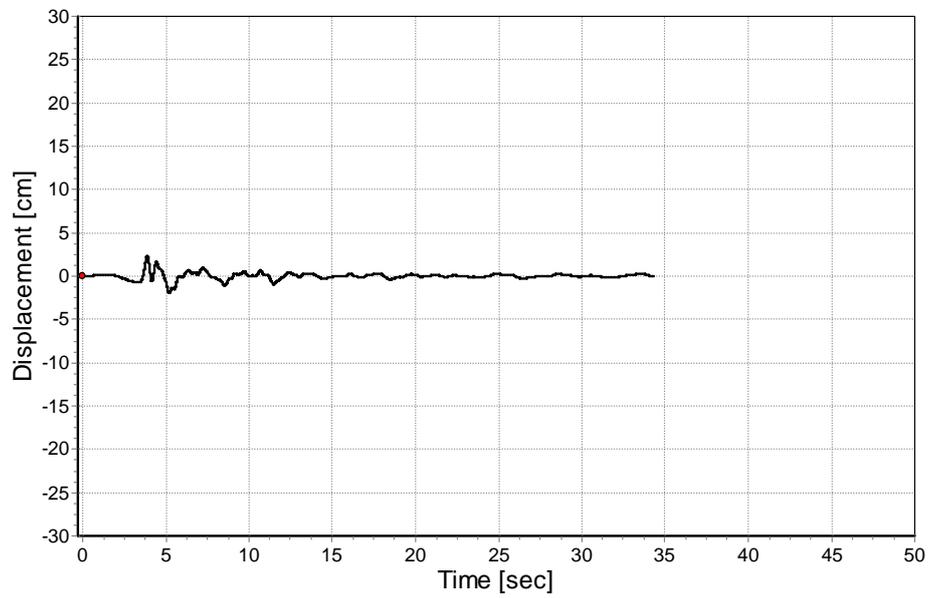


Figura 59

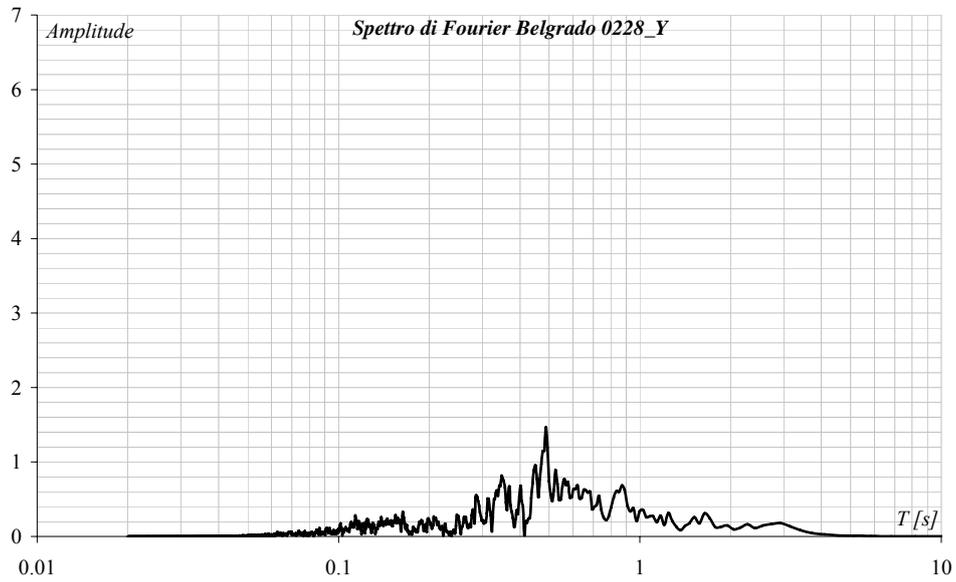


Figura 60

Parametro	Valore
PGA	2.74 m/s ²
PGV	0.17 m/s
PGD	2.39 cm
PGA/PGV	15.99 s
Intensità di Arias	0.34 m/s
Durata effettiva	7.60 s

Tabella 17

6.2.4. ENEL 0288

file:	000288xa.cor, 000288ya.cor
earthquake code:	146
station code:	94
waveform code:	288
total number of channels:	3
instrument type:	SMA-1
instrument operator:	Ente Nazionale per l'Energia Elettrica (ENEL Nucleari/Servizio Sismico Nazionale), Rome, Italy
time of first sample:	23.11.1980 18:34:-9.999UTC
sampling period:	0.010000s
number of samples:	3016, 7321
record length:	30.150s, 73.200s

Tabella 18

Le registrazioni accelerometriche rappresentate in Figura 61 e Figura 64 hanno una durata rispettivamente di 30.150s e 73.200s. Per queste registrazioni, rispetto all'intensità accelerometrica possiamo distinguere nel caso di sisma in direzione X tre zone caratteristiche, la prima di intervallo temporale compreso tra 0s ed 10s, la seconda zona tra 10s e 15s e la terza tra 15s e 30.150s. Mentre la prima e la terza zona presentano intensità accelerometriche dello stesso ordine e cioè fino a 0.2 m/s^2 , la seconda zona presenta dei valori di accelerazione che variano tra 0.5 m/s^2 fino ad un valore massimo pari a 2 m/s^2 .

In direzione Y possiamo distinguere cinque zone comprese nell'intervallo temporale, tra 0s ed 10s la prima, la seconda zona tra 10s e 15s, la terza tra 15s e 37s, la quarta tra 37s a 47s e la quinta tra 47s e 73.20s. Mentre la prima, la terza e la quinta zona presentano intensità accelerometriche dello stesso ordine e cioè fino a 0.2 m/s^2 , la seconda zona presenta dei valori di accelerazione che variano tra 0.5 m/s^2 fino ad un valore massimo pari a 1.5 m/s^2 e la quarta zona accelerazioni che vanno da 0.2 m/s^2 a 0.4 m/s^2 .

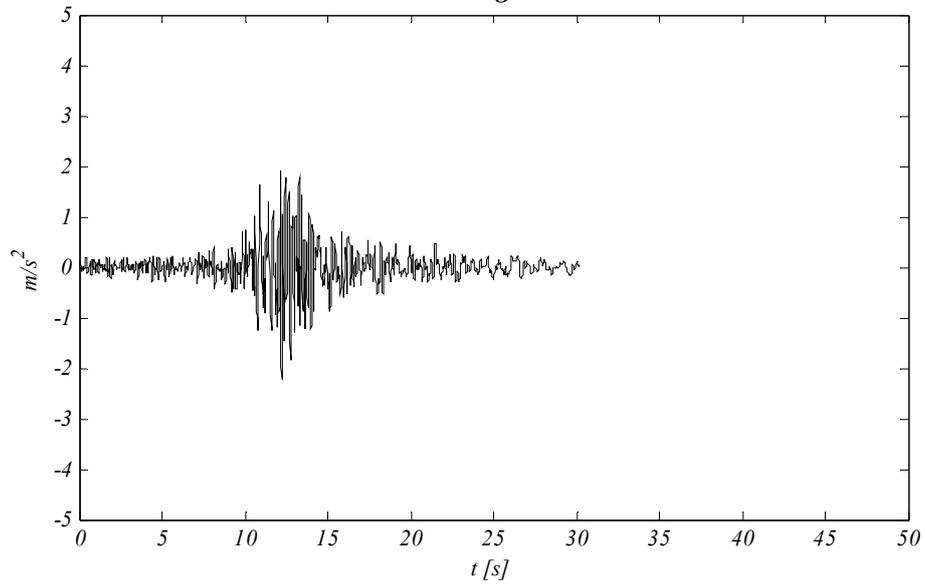


Figura 61

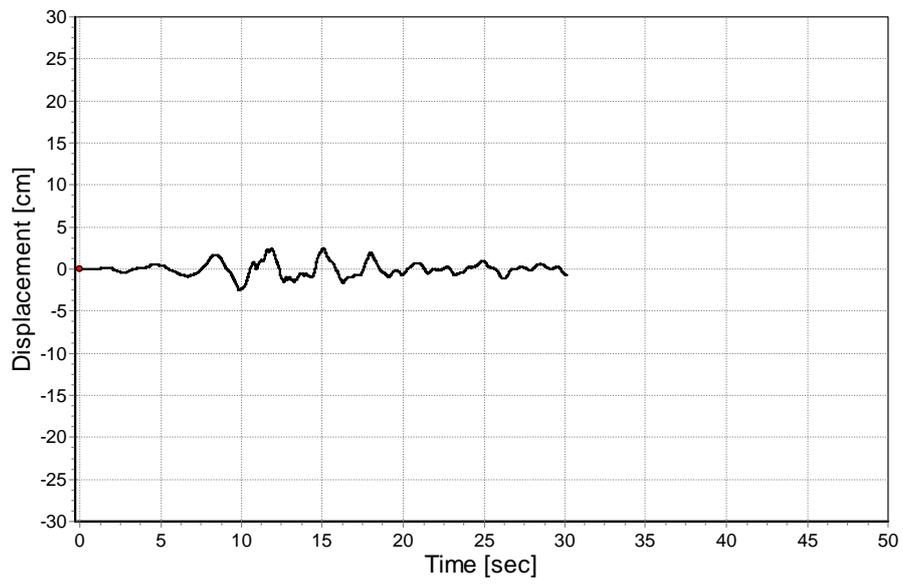


Figura 62

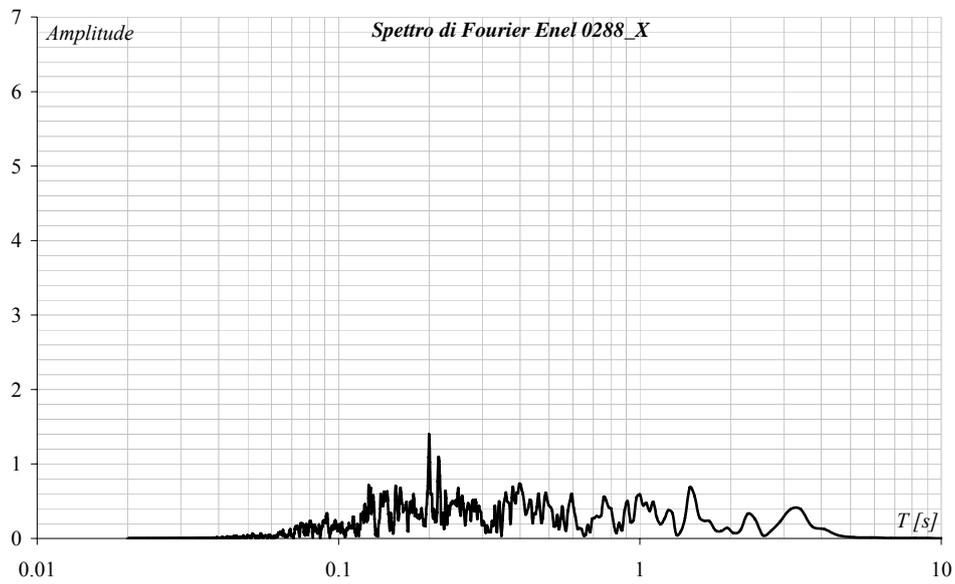


Figura 63

Parametro	Valore
PGA	2.18 m/s ²
PGV	0.12 m/s
PGD	2.51 cm
PGA/PGV	18.37 s
Intensità di Arias	0.50 m/s
Durata effettiva	10.16 s

Tabella 19

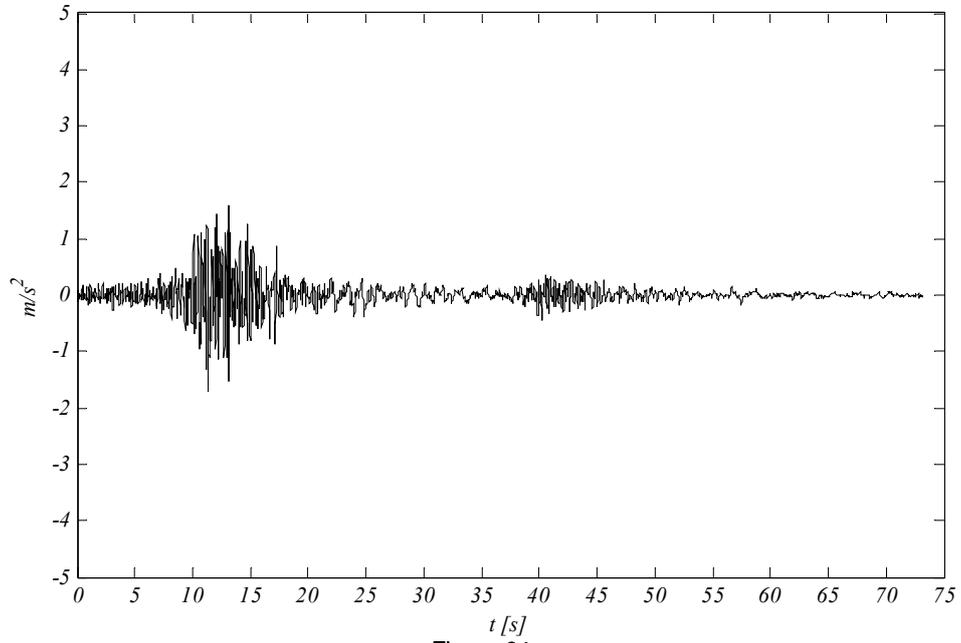


Figura 64

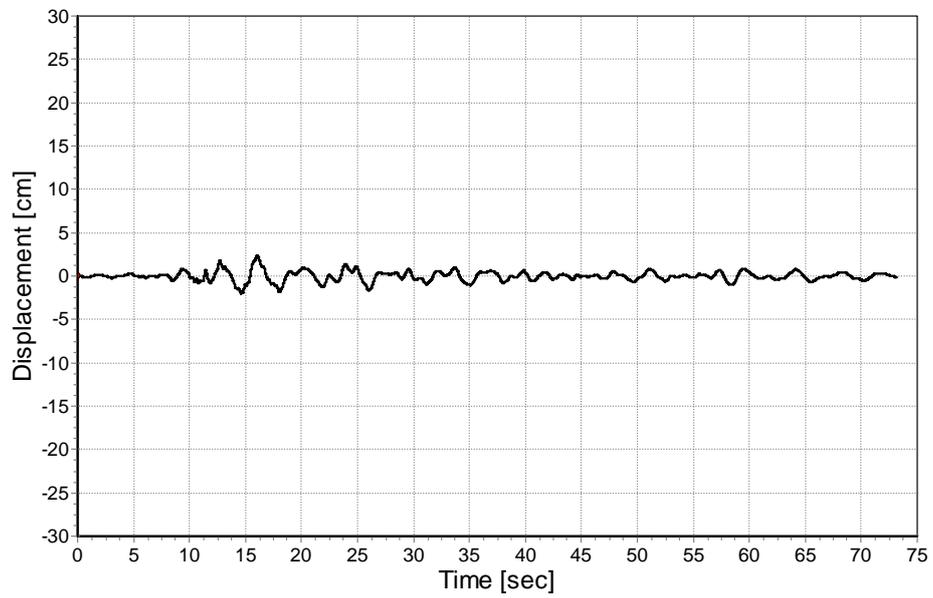


Figura 65

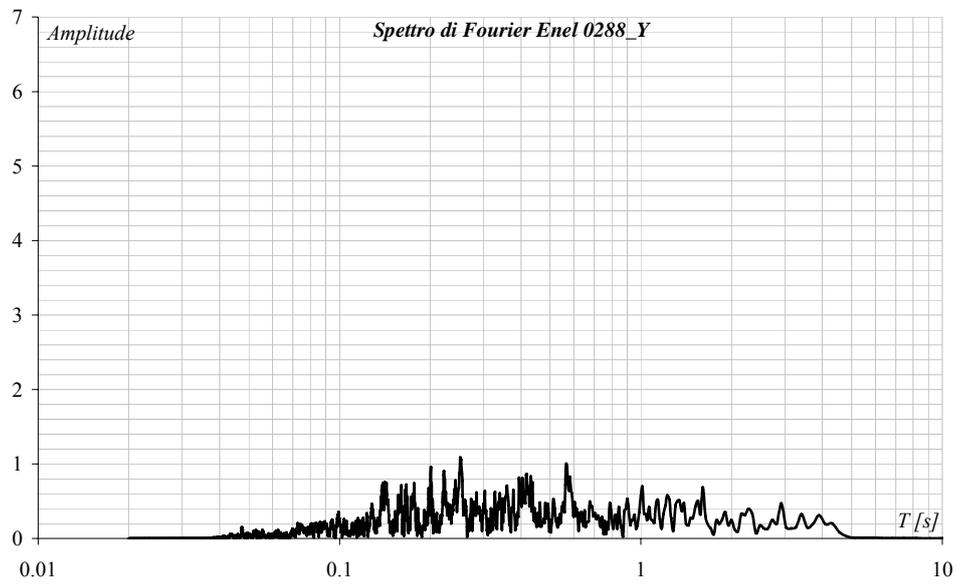


Figura 66

Parametro	Valore
PGA	1.77 m/s ²
PGV	0.09 m/s
PGD	2.29 cm
PGA/PGV	19.20 s
Intensità di Arias	0.46 m/s
Durata effettiva	31.95 s

Tabella 20

6.2.5. ANKARA 0535

file: 000535xa.cor, 000535ya.cor
earthquake code: 250
station code: 205
waveform code: 535
total number of channels: 3
instrument type: SMA-1
instrument operator: General Directorate of Disaster Affairs,
time of first sample: 13. 3.1992 17:18:-9.999UTC
sampling period: 0.010000s
number of samples: 2128
record length: 21.270s

Le registrazioni accelerometriche rappresentate in Figura 67 e Figura 70 hanno una durata di 21.270s. La registrazione in direzione X mostra il raggiungimento di un valore di picco, pari a circa 4 m/s^2 , che decresce fino a valori molto bassi nella parte finale dell'accelerogramma. La registrazione lungo Y è analoga a quella nell'altra direzione, in questo caso però si raggiunge un valore di picco pari a 5 m/s^2 .

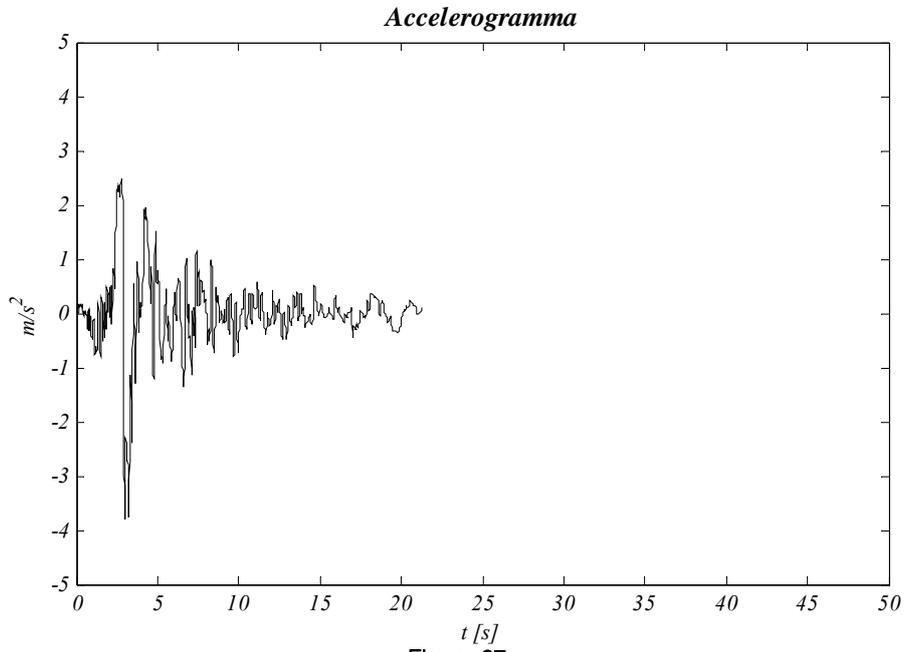


Figura 67

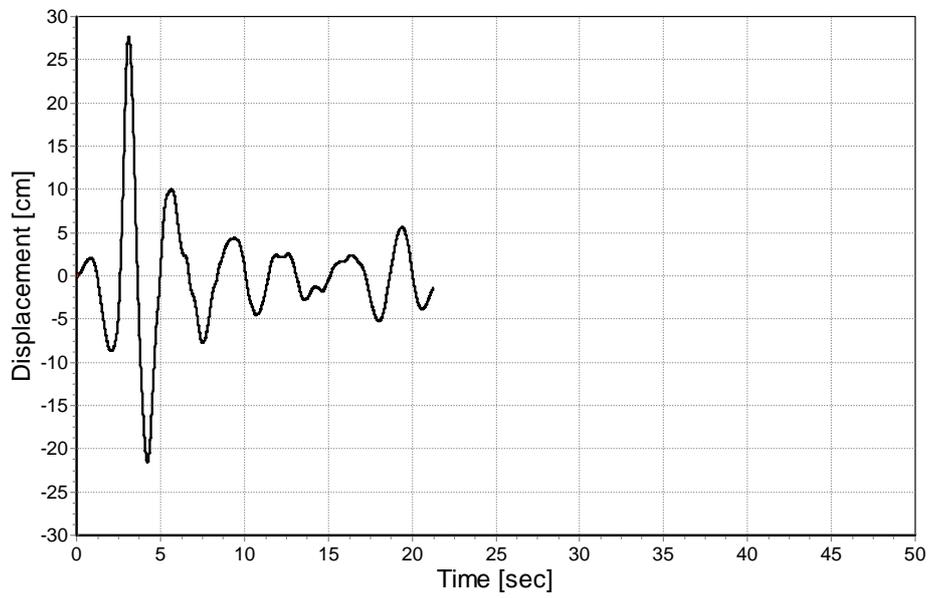


Figura 68

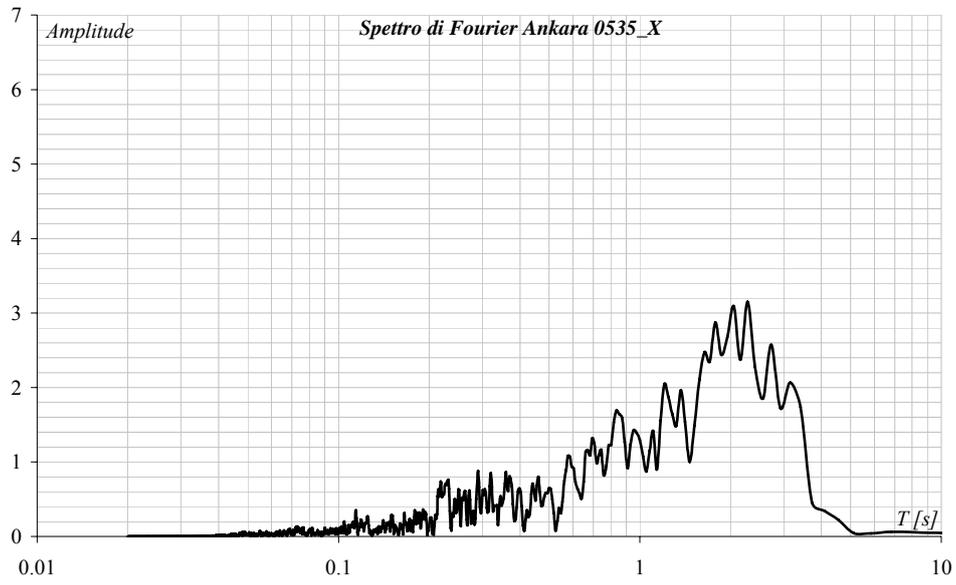


Figura 69

Parametro	Valore
PGA	4.79 m/s ²
PGV	0.79 m/s
PGD	27.61 cm
PGA/PGV	6.50 s
Intensità di Arias	1.57 m/s
Durata effettiva	7.68 s

Tabella 21

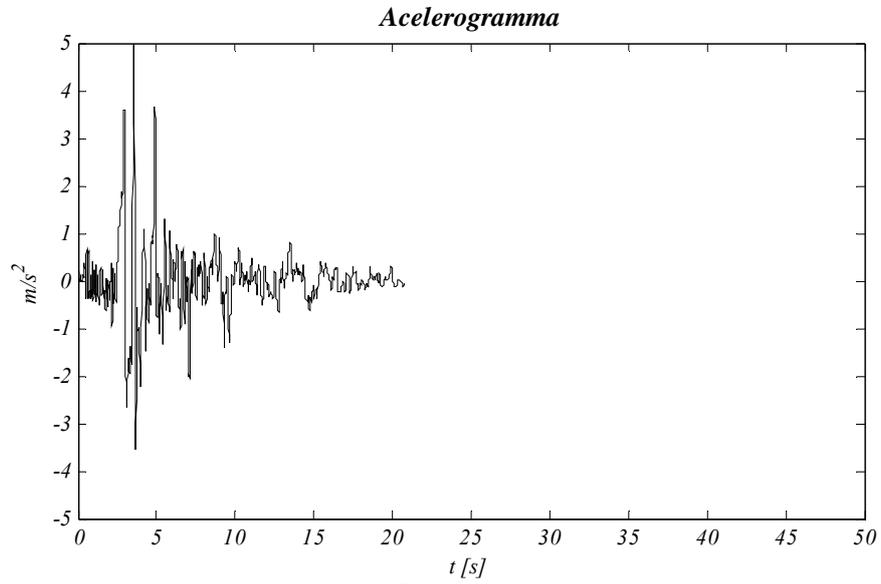


Figura 70

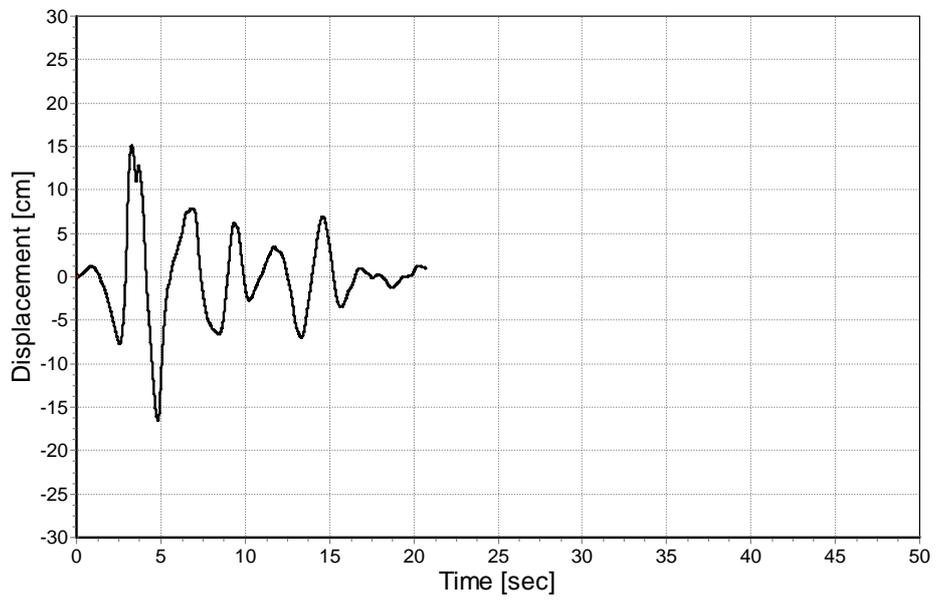


Figura 71

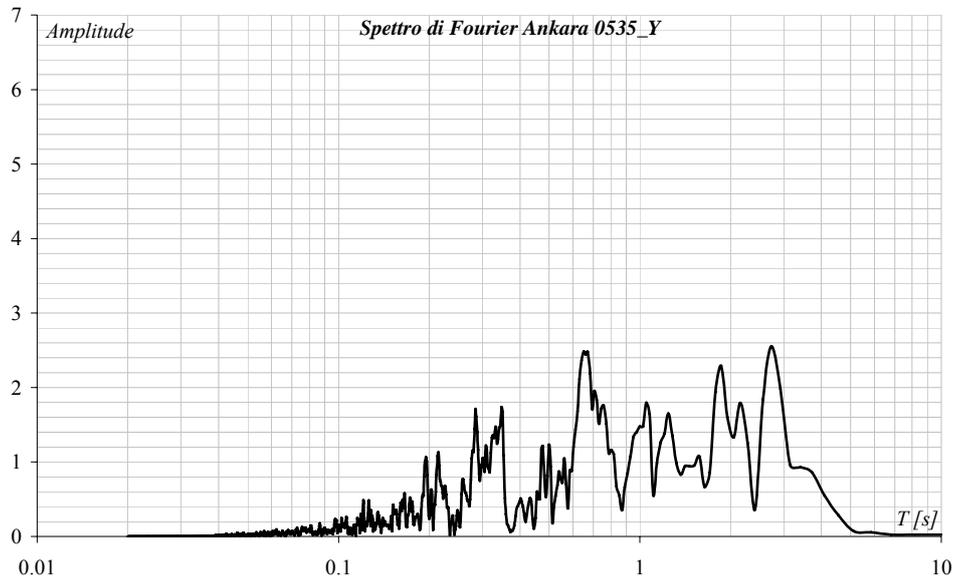


Figura 72

Parametro	Valore
PGA	4.79 m/s ²
PGV	0.70 m/s
PGD	16.58 cm
PGA/PGV	6.86 s
Intensità di Arias	1.85 m/s
Durata effettiva	7.61 s

Tabella 22

6.2.6. ICELAND 6328

file:	006328XA.cor
earthquake code:	2142
station code:	2484
waveform code:	6328
instrument type:	DCA-333
instrument operator:	University of Iceland, Engineering Research Institute, Reykjavik, Iceland
time of first sample:	21. 6.2000 0:51:-9.999UTC
sampling period:	0.010000s
number of samples:	5138
record length:	51.370s

Tabella 23

L'accelerogramma rappresentato in Figura 73 ha una durata di circa 51s, le accelerazioni crescono in modo graduale in un intervallo temporale di 2 s, sino a valori di $\pm 3 \text{ m/s}^2$. Dopo il picco, le accelerazioni decrescono fino a raggiungere valori molto bassi in circa 8s e continuano ad avvertirsi fino alla fine del movimento tellurico.

L'accelerogramma rappresentato in Figura 76, rappresentazione delle registrazioni in direzione Y, presenta le stesse caratteristiche dell'accelerogramma in direzione X, con la differenza che le accelerazioni massime raggiungono il valore di circa 4 m/s^2 e -3 m/s^2 .

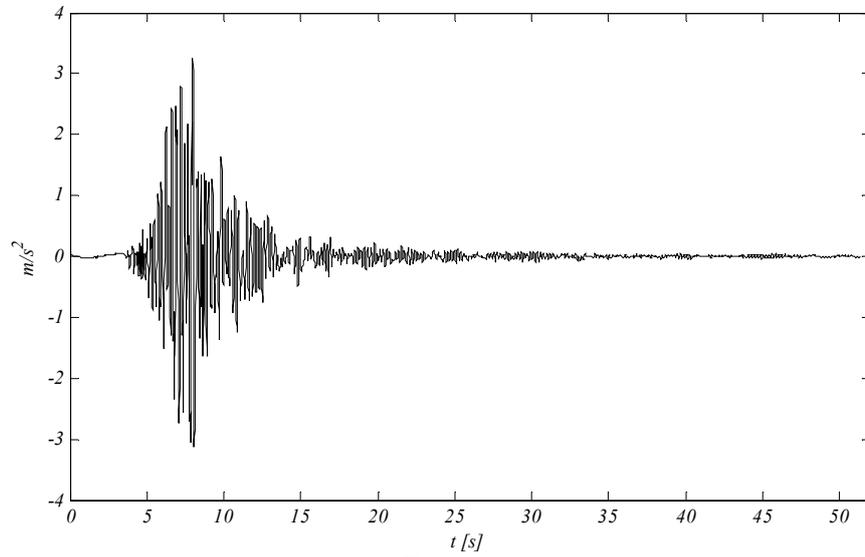


Figura 73

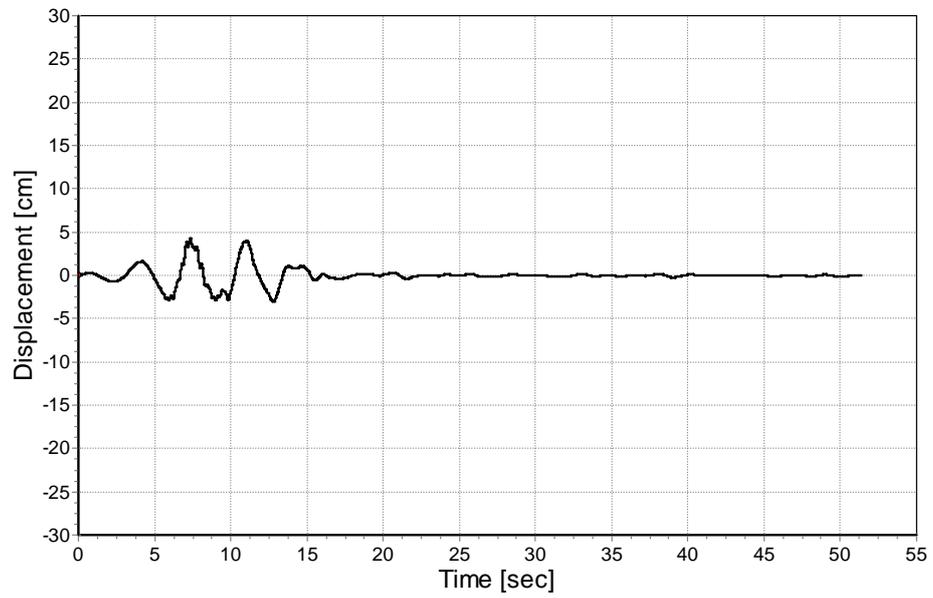


Figura 74

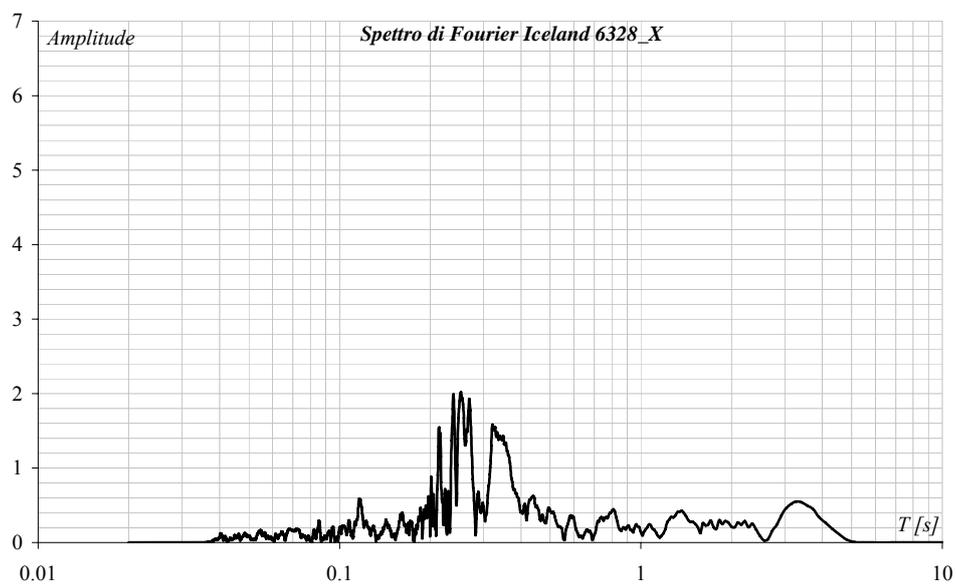


Figura 75

Parametro	Valore
PGA	3.39 m/s ²
PGV	0.21 m/s
PGD	4.22 cm
PGA/PGV	16.51 s
Intensità di Arias	1.22 m/s
Durata effettiva	5.83 s

Tabella 24

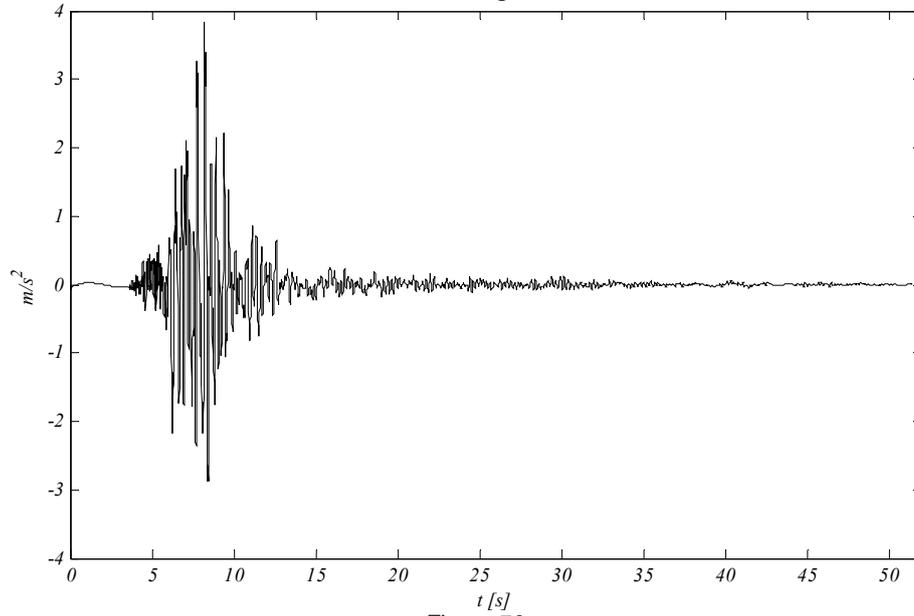


Figura 76

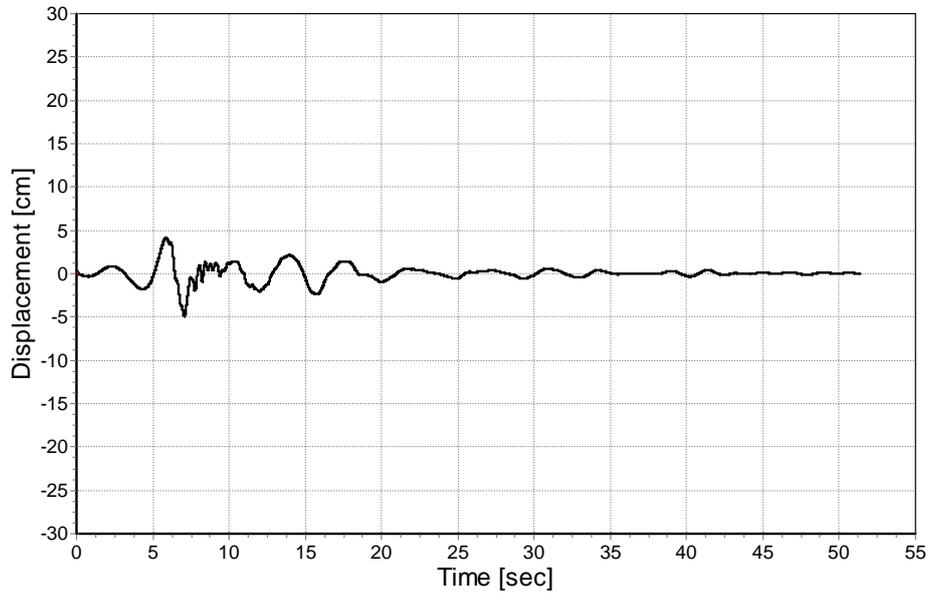


Figura 77

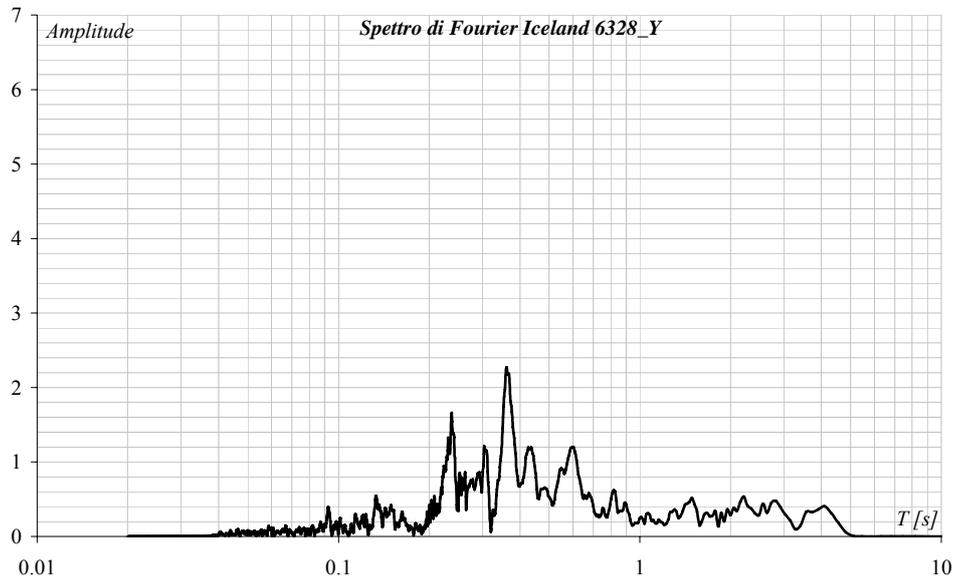


Figura 78

Parametro	Valore
PGA	4.07 m/s ²
PGV	0.21 m/s
PGD	4.90 cm
PGA/PGV	19.05 s
Intensità di Arias	1.15 m/s
Durata effettiva	4.66 s

Tabella 25

6.3. CONFRONTO TRA GLI ACCELEROGRAMMI

Per come sono state definite le grandezze caratteristiche del moto al suolo ed in base alla Tabella 26, possiamo dire che gli accelerogrammi Belgrado 0199X e Y e Ankara 0535X e Y hanno in comune la presenza di forti picchi in termini di accelerazioni, velocità e soprattutto in termini di spostamento. In merito al rapporto PGA/PGV possiamo dire che rispetto agli altri accelerogrammi, questi ultimi presentano dei valori più bassi e per questo motivo risultano essere meno impulsivi ma presentano un potenziale di danno più alto. Belgrado 0199X ed Y, inoltre, rispetto ad Ankara 0535X e Y, presenta una durata effettiva 3 volte più grande.

<i>Sisma</i>	<i>PGA</i> <i>[m/s²]</i>	<i>PGV</i> <i>[m/s]</i>	<i>PGD</i> <i>[cm]</i>	<i>PGA/PGV</i>	<i>I_a</i> <i>[m/s]</i>	<i>T_E</i> <i>[s]</i>
<i>Belgrado</i> <i>0196 X</i>	4.67	0.42	6.05	11.22	4.53	11.98
<i>Belgrado</i> <i>0196 Y</i>	3.14	0.23	2.97	13.49	1.99	13.35
<i>Belgrado</i> <i>0199 X</i>	3.56	0.44	8.82	8.00	1.98	21.37
<i>Belgrado</i> <i>0199 Y</i>	3.78	0.56	14.98	6.69	3.02	18.96
<i>Belgrado</i> <i>0228 X</i>	2.17	0.15	1.74	14.40	1.74	9.38
<i>Belgrado</i> <i>0228 Y</i>	2.74	0.17	2.39	15.99	0.34	7.60
<i>Enel 0288 X</i>	2.18	0.12	2.50	18.37	0.51	10.16
<i>Enel 0288 Y</i>	1.77	0.09	2.29	19.20	0.46	31.95
<i>Ankara</i> <i>0535 X</i>	4.79	0.79	27.61	6.50	1.57	7.68
<i>Ankara</i> <i>0535 Y</i>	4.79	0.70	16.58	6.86	1.85	7.61
<i>Iceland</i> <i>6328 X</i>	3.39	0.21	4.22	16.51	1.22	5.83
<i>Iceland</i> <i>6328 Y</i>	4.07	0.21	4.90	19.05	1.15	4.66

Tabella 26

Le registrazioni Enel 288X e Y ed Iceland 6328X eY hanno in comune la caratteristica di avere un alto valore del rapporto PGA/PGV il che li rende tra gli altri quelli più impulsivi con un basso potenziale di danno. Enel 288X e Y rispetto ad Iceland 6328X e Y presenta dei picchi più bassi soprattutto in termini di spostamenti e la caratteristica di avere una durata effettiva più grande, fino a 31.95s per la registrazione lungo Y.

Belgrado 0196X e Y e Belgrado 0228X eY presentano dei valori del rapporto PGA/PGV compresi tra quelli indicati per le coppie di registrazioni menzionate in precedenza, con tendenza per la registrazione Belgrado 0228X e Y ad essere più impulsiva rispetto all'altra. Inoltre Belgrado 0196X e Y presenta picchi più elevati ed una durata effettiva maggiore.

A completamento della descrizione e del confronto fra i vari accelerogrammi reali utilizzati nella sperimentazione, vengono riportati gli spettri di risposta elastici in termini di accelerazioni e velocità considerando sistemi con fattore di smorzamento pari a 0.90% (smorzamento della struttura di prova), e spettro degli spostamenti per strutture con smorzamento pari al 3.84% (smorzamento del sistema isolato).

Gli spettri di risposta forniscono, per un assegnato valore di ζ , il valore massimo di $a(t)$ (accelerazione assoluta), $v(t)$ (velocità relativa) e $s(t)$ (spostamento relativo) al variare del periodo proprio $T[s]$ dell'oscillatore.

Dallo spettro di risposta in termini di accelerazioni, è possibile vedere che Belgrado 0196X e Y è la registrazione che induce nelle strutture con periodo compreso tra 0.30 e 0.75s le accelerazioni maggiori. Osservando gli spettri delle accelerazioni si nota che la maggior parte dei sismi conferiscono le accelerazioni più alte alle strutture che presentano un periodo compreso in questo range. Le eccezioni riguardano Belgrado 0199X che presenta uno spettro preminente su strutture con periodo più alti (0.75 – 1.35s), ma l'ordine di grandezza delle accelerazioni è di 4 volte inferiore ai picchi che si registrano per Belgrado 0196X, ed Ankara 0535X che invece presenta uno spettro piuttosto piatto con accelerazioni che valgono circa 10m/s^2 per le strutture con periodo compreso tra 0.1 e 2s.

Per quanto riguarda lo spettro in termini di spostamento, i sismi che inducono sulle strutture gli spostamenti maggiori sono Ankara 0535X, con un picco di circa 80 cm per un struttura con periodo pari a circa 2.4s ed Ankara 0535Y, con un picco che raggiunge i 55cm per strutture con

periodo pari a 2.75s. Come per Ankara 0535X e Y, anche gli altri sismi presentano un incremento degli spostamenti all'aumentare del periodo della struttura, ma l'ordine di grandezza è inferiore, tranne per Belgrado 0199Y che presenta uno spostamento massimo di circa 42 cm per un struttura con periodo pari a 1.5s.

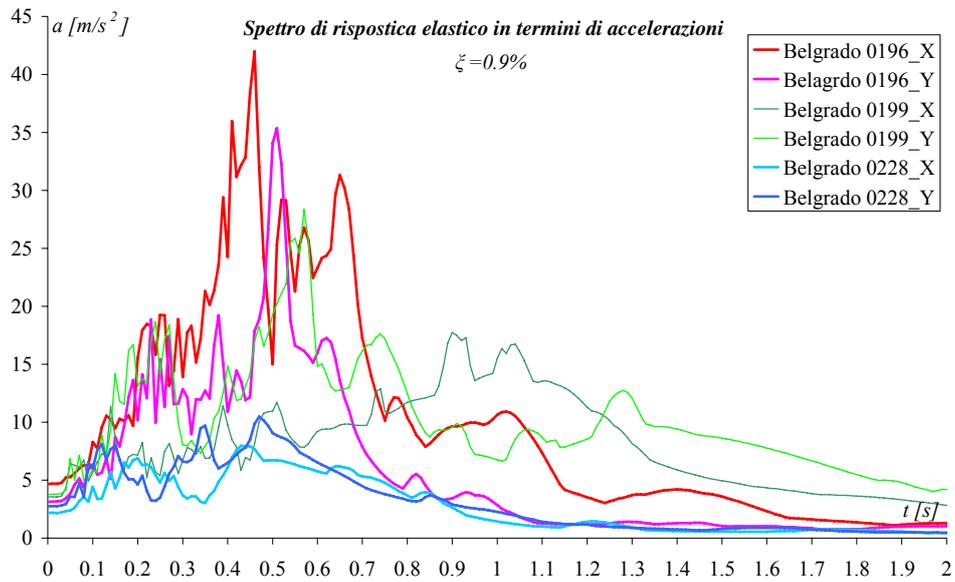


Figura 79

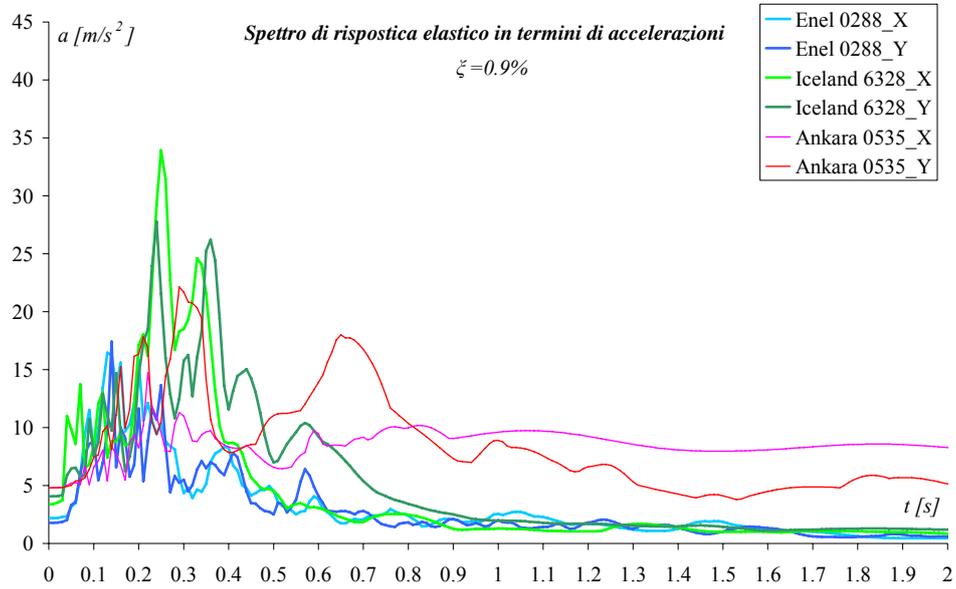


Figura 80

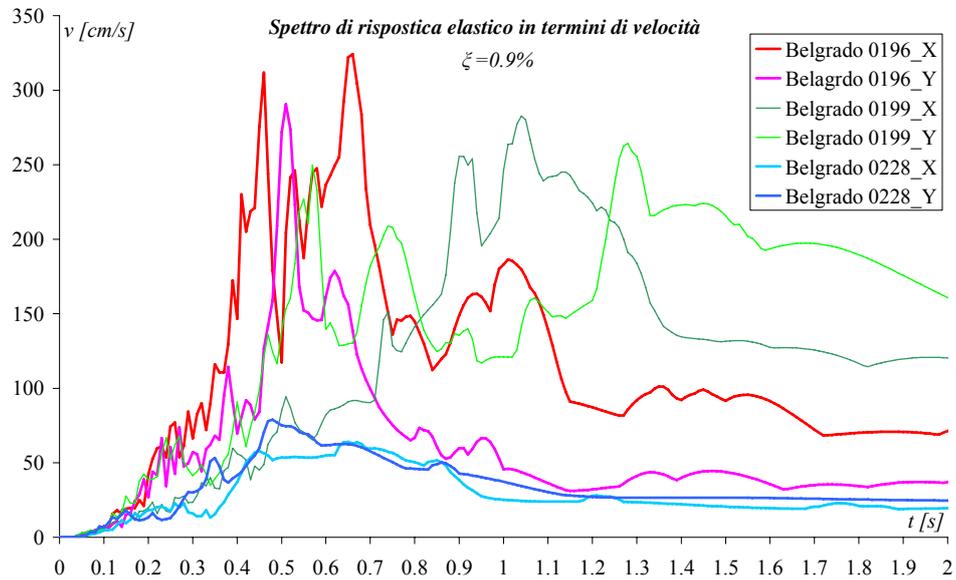


Figura 81

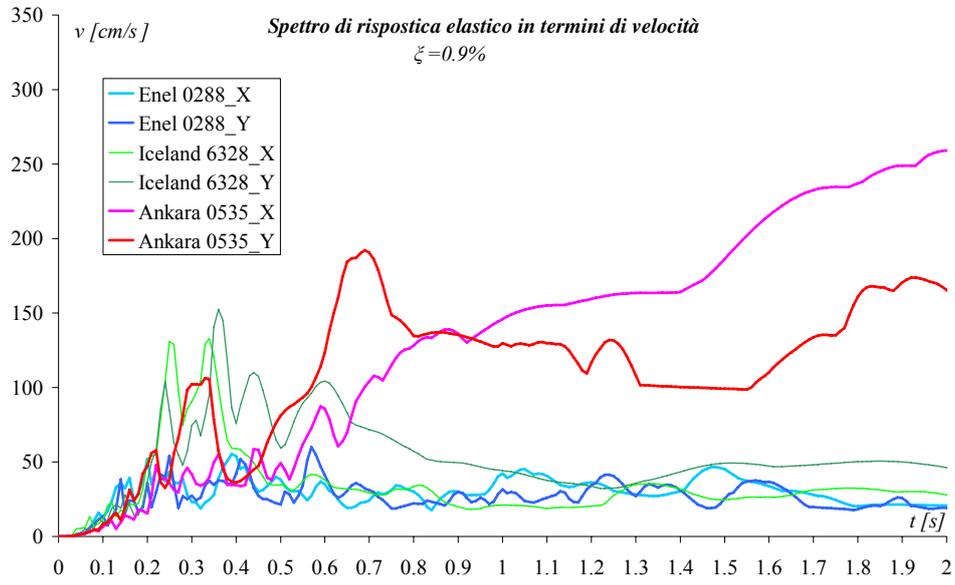


Figura 82

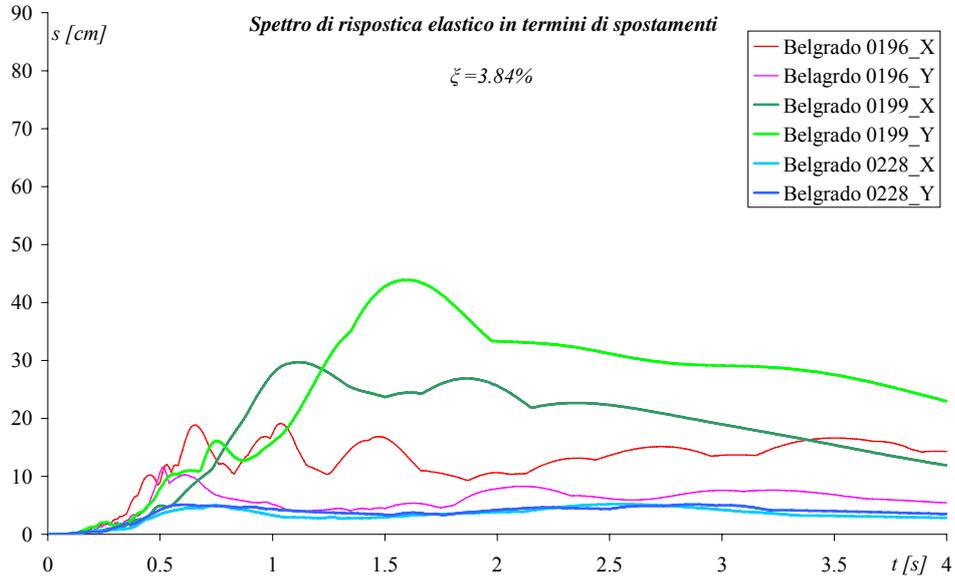


Figura 83

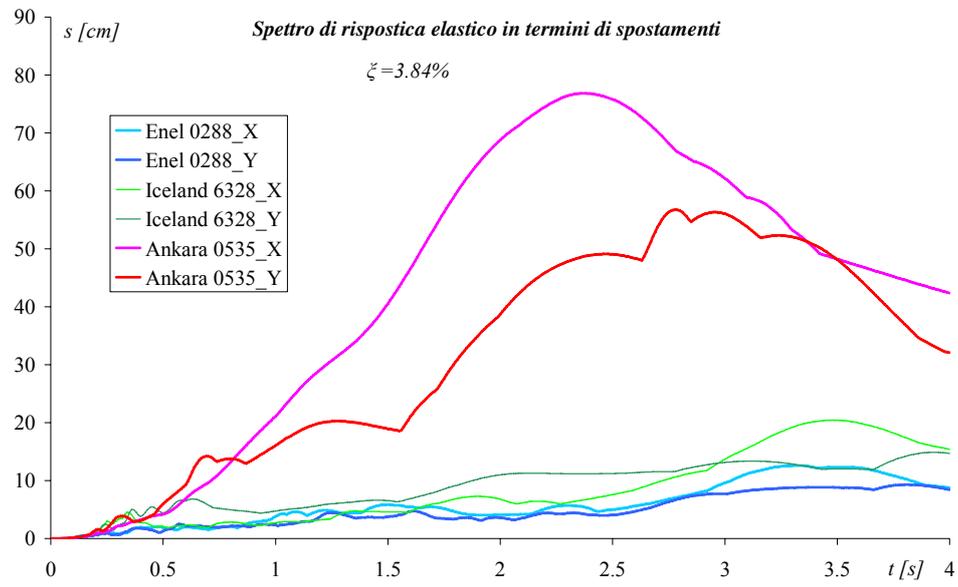


Figura 84

CAPITOLO 7

7. DESCRIZIONE DEL PROGRAMMA SPERIMENTALE E RISULTATI

Al fine di comprendere l'efficacia e la robustezza del sistema combinato BI & TMD è stato eseguito un programma di prove volto ad analizzare strutture con periodi compresi tra 0,5 a 5,0 s. Pertanto è stato necessario definire opportunamente il range di variazione dei rapporti di scala dei tempi e delle accelerazione, tenendo conto dei limiti della tavola vibrante in dotazione, nonché della necessità di registrare sequenze accelerometriche significative.

Nella tabella che segue vengono riassunti gli intervalli di variazione dei rapporti di scala per ognuna delle registrazioni sismiche utilizzate, in particolare nella colonna N_t vengono indicati i rapporti di scala dei tempi, in quella $N_{\dot{y}}$ sono riportati i rapporti tra le accelerazione, mentre nella colonna T_{BIS} vengono indicati gli intervalli di variazione dei periodi della struttura isolata.

Codice sisma	T_{BIS} [s]	N_t	$N_{\dot{y}}$
0196X	0,75 ÷ 4,00	1,01 ÷ 5,39	4,90 ÷ 0,15
0196Y	0,75 ÷ 4,00	1,01 ÷ 5,39	2,40 ÷ 0,12
0199X	0,75 ÷ 4,00	1,01 ÷ 5,39	5,50 ÷ 0,20
0199Y	0,75 ÷ 4,00	1,35 ÷ 5,39	2,75 ÷ 0,20
0228X	0,50 ÷ 4,00	0,67 ÷ 5,39	3,50 ÷ 0,10
0228Y	0,50 ÷ 4,00	0,67 ÷ 5,39	3,50 ÷ 0,13
Enel 0288X	0,75 ÷ 5,00	1,01 ÷ 6,73	2,00 ÷ 0,12
Enel 0288Y	1,25 ÷ 5,00	1,68 ÷ 6,73	0,65 ÷ 0,10
0535X	1,00 ÷ 4,00	1,35 ÷ 5,39	5,00 ÷ 0,40
0535Y	0,75 ÷ 4,00	1,01 ÷ 5,39	5,00 ÷ 0,28
6328X	0,75 ÷ 5,00	1,01 ÷ 6,73	2,00 ÷ 0,15
6328Y	0,75 ÷ 5,00	1,01 ÷ 6,73	2,40 ÷ 0,20

Tabella 27

7.1. RISULTATI SPERIMENTALI

Di seguito vengono riportati per ognuna delle registrazioni sismiche considerate, gli spettri degli spostamenti e delle accelerazione, calcolati rispettivamente in corrispondenza del livello di isolamento e del traverso della sovrastruttura. In ogni grafico verrà riportato il confronto tra i dati relativi alla struttura isolata (BIS) e quelli relativi alla struttura isolata dotata di TMD (BI & TMD).

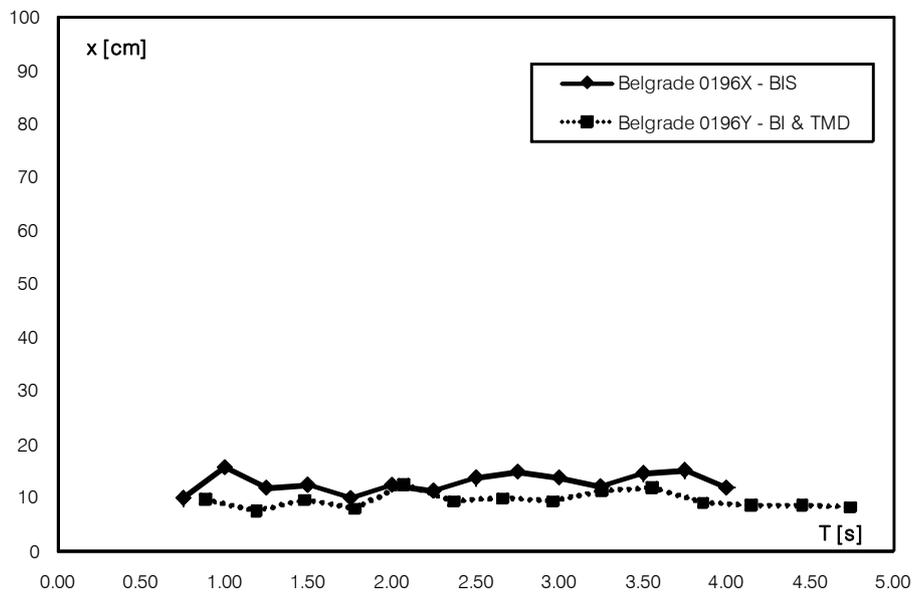
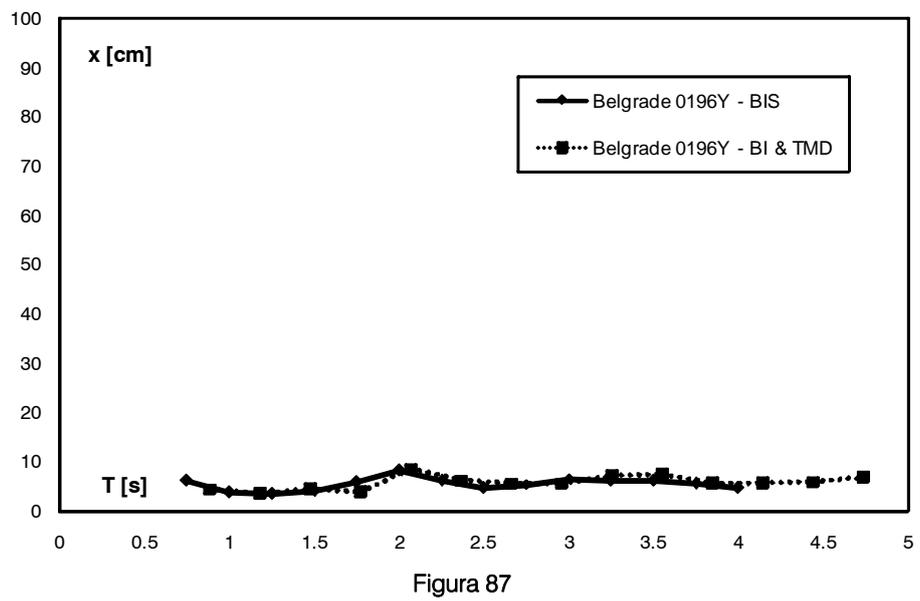
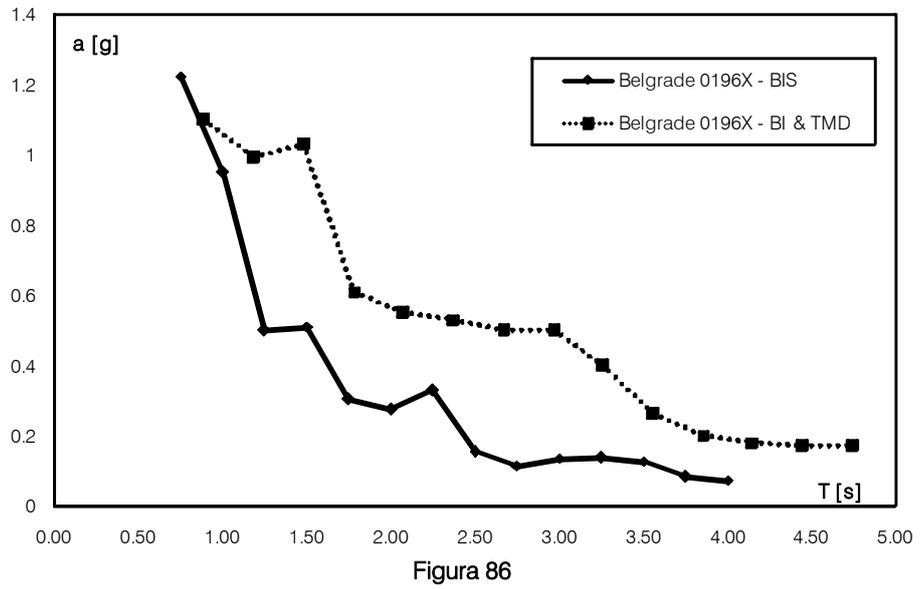


Figura 85



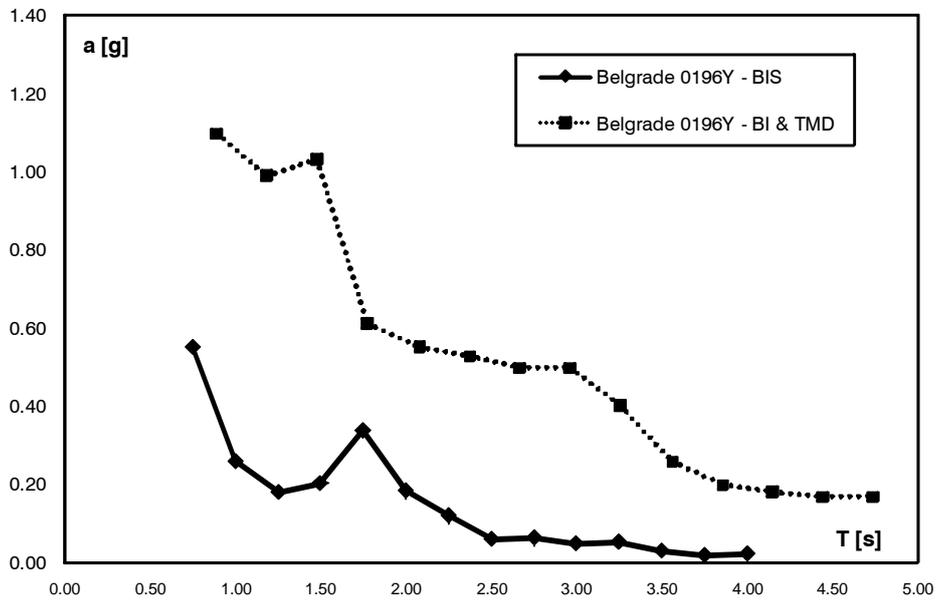


Figura 88

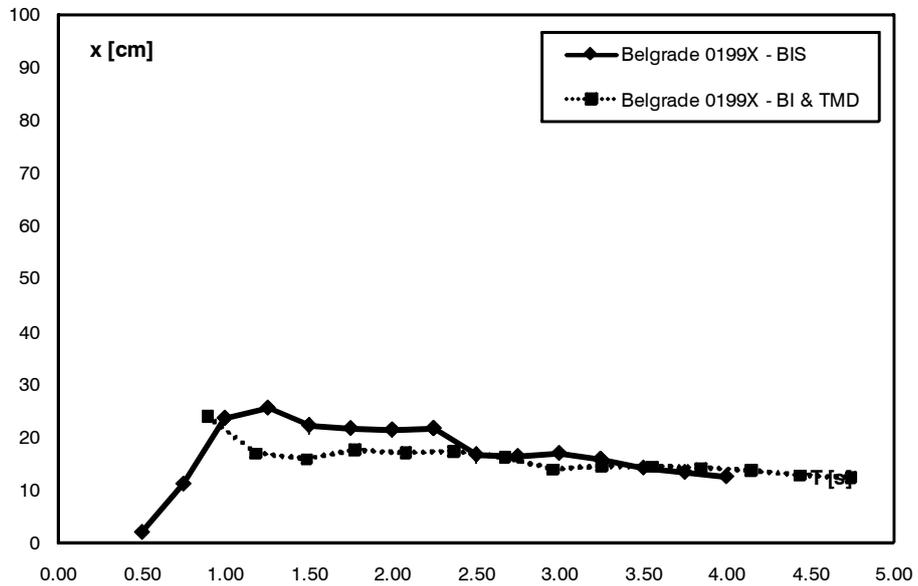


Figura 89

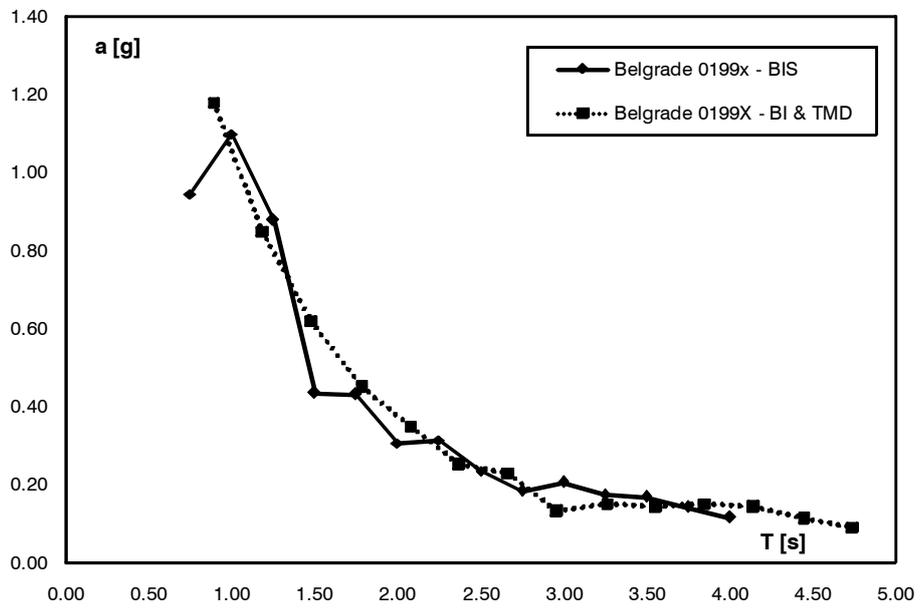


Figura 90

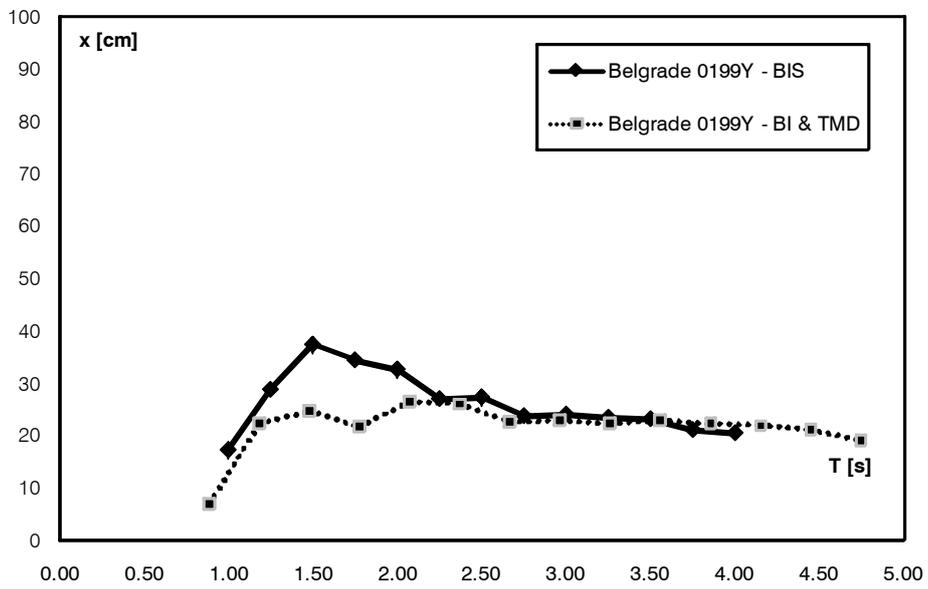


Figura 91

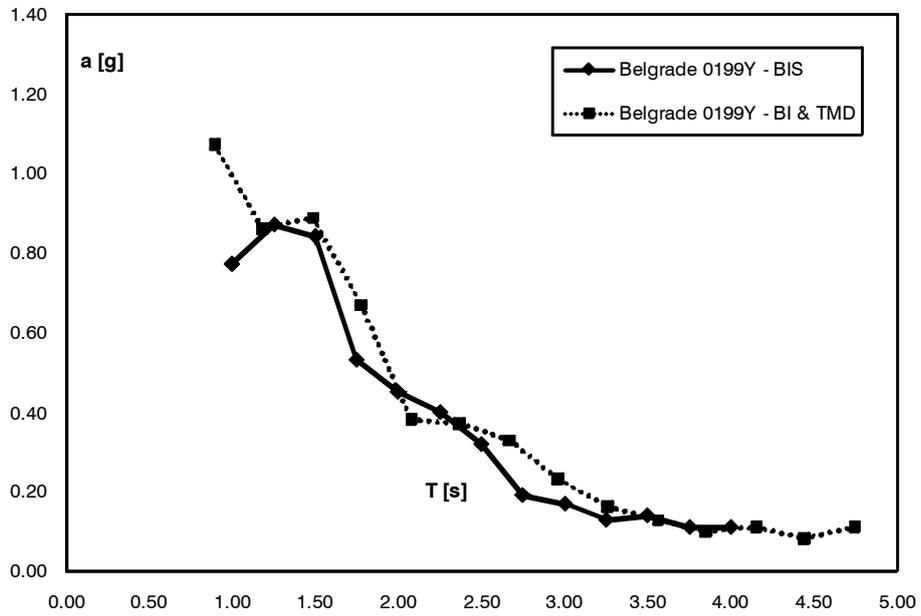


Figura 92

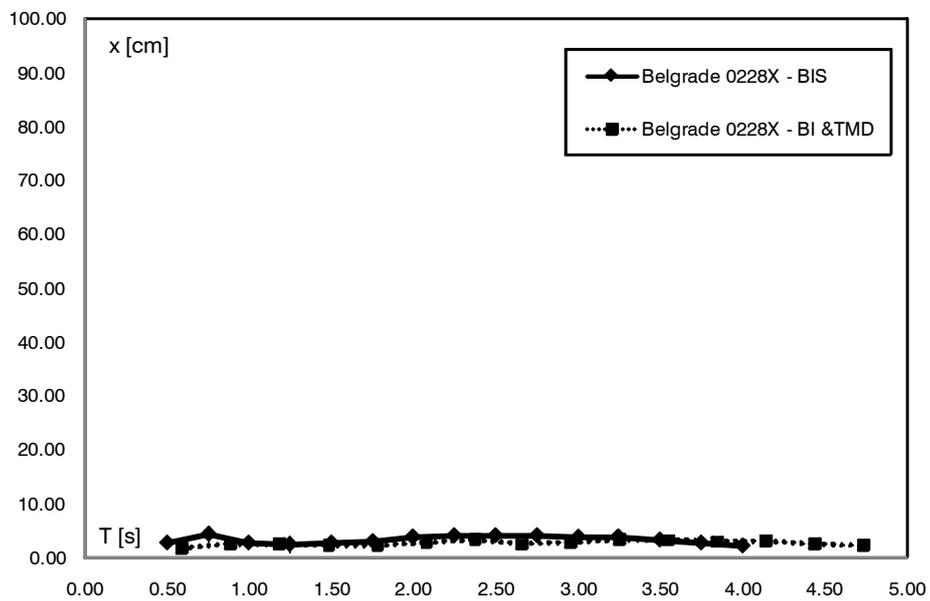


Figura 93

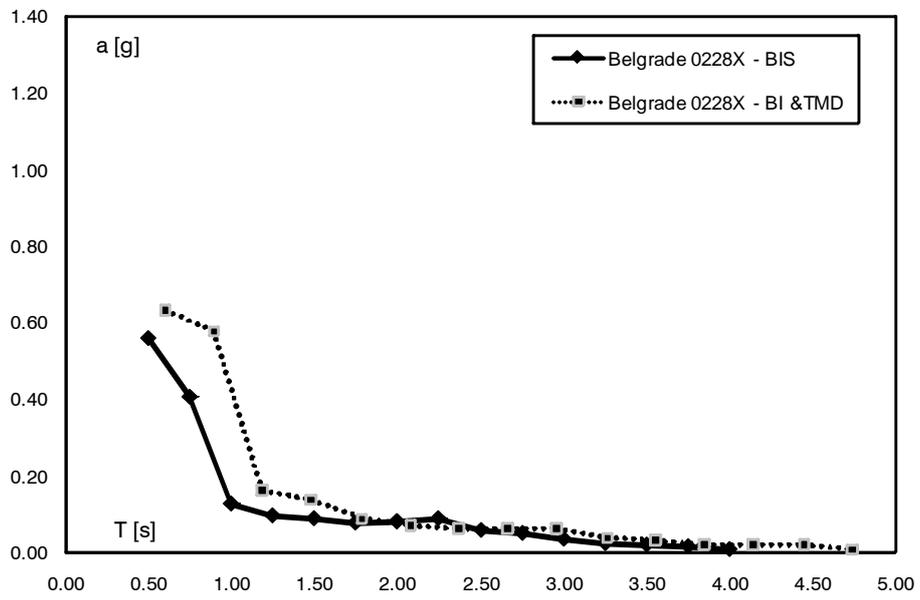


Figura 94

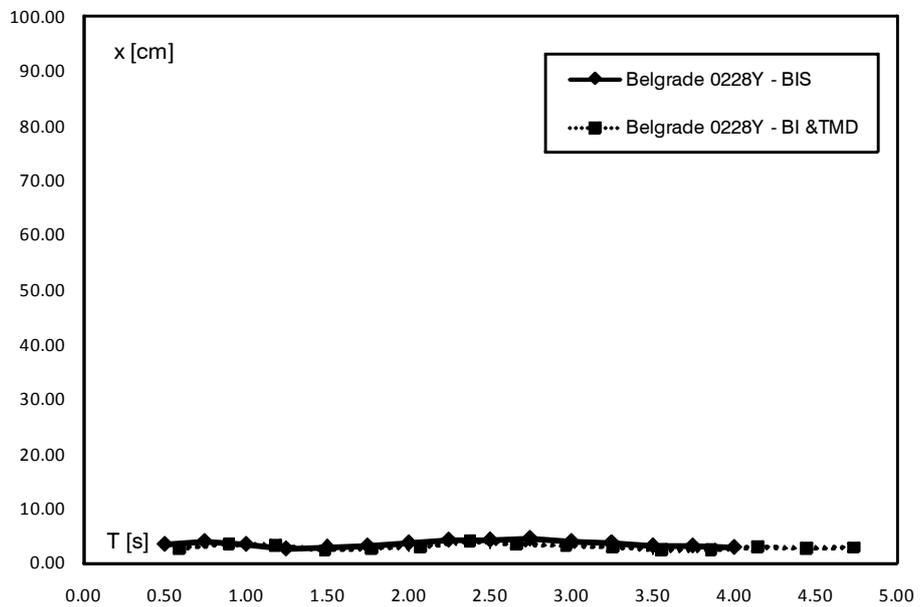


Figura 95

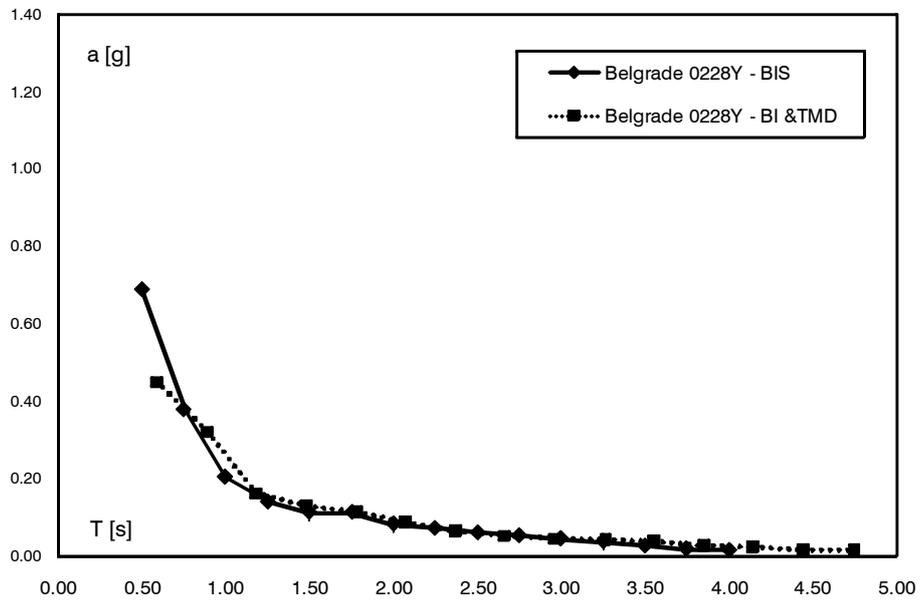


Figura 96

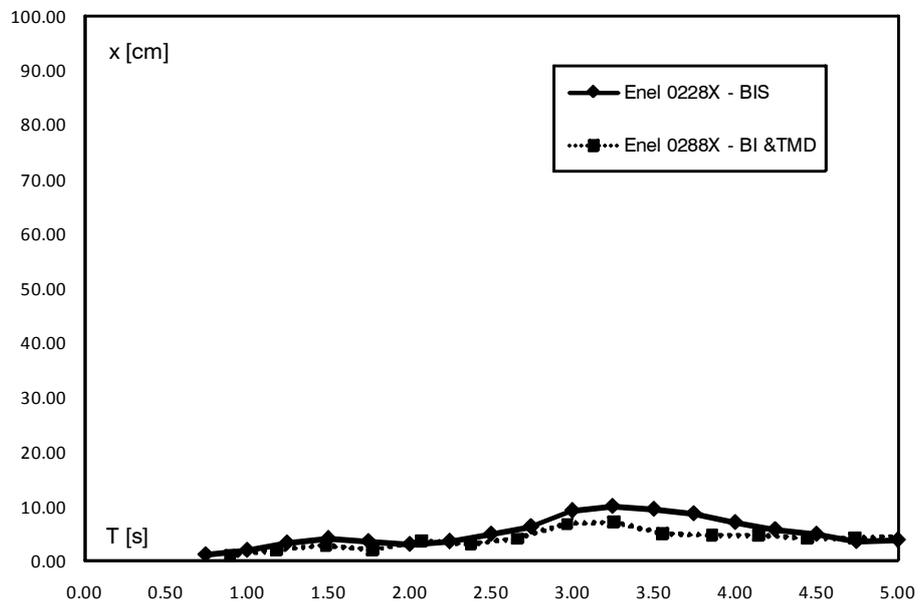


Figura 97

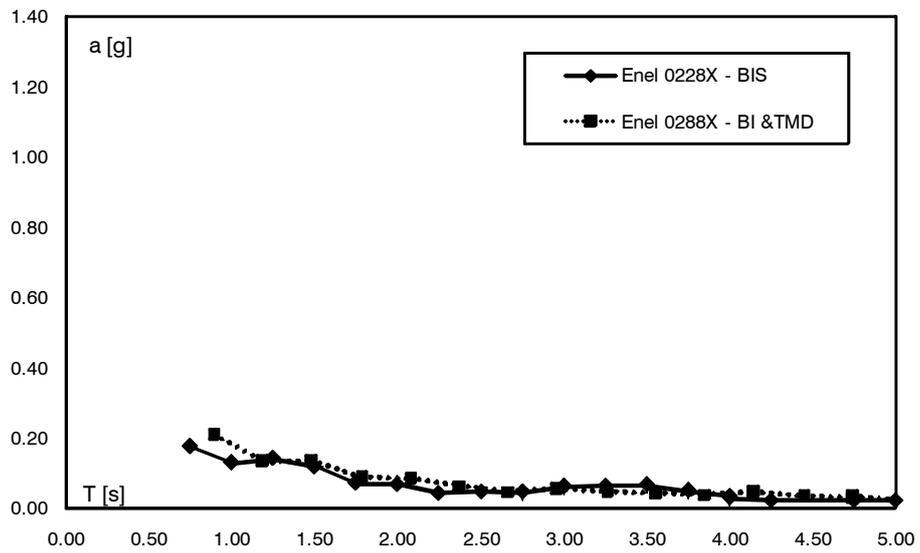


Figura 98

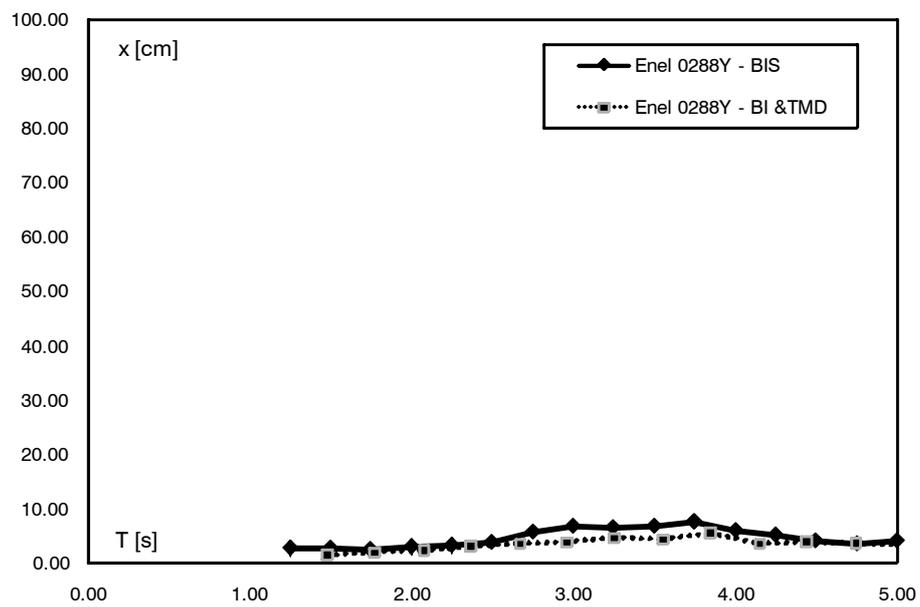


Figura 99

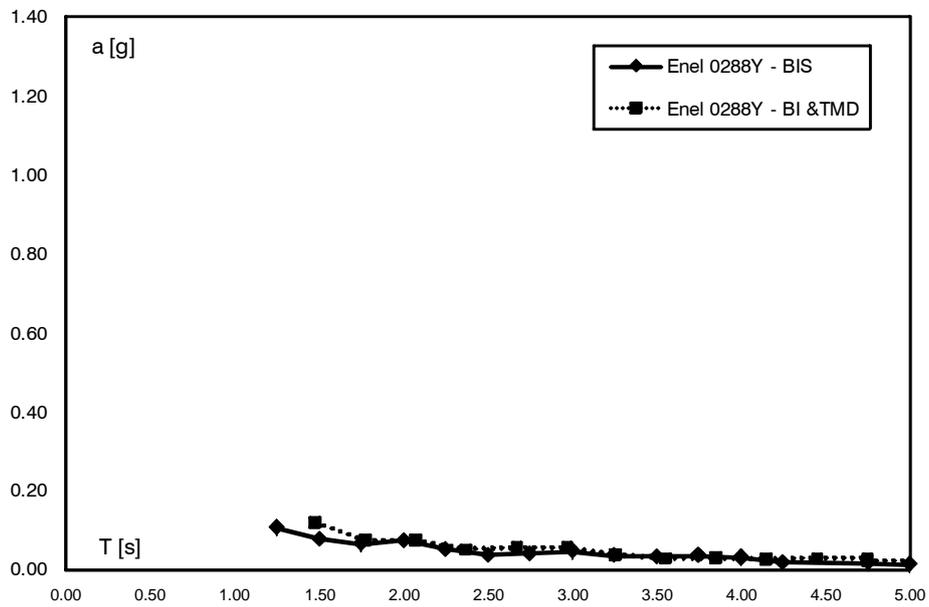


Figura 100

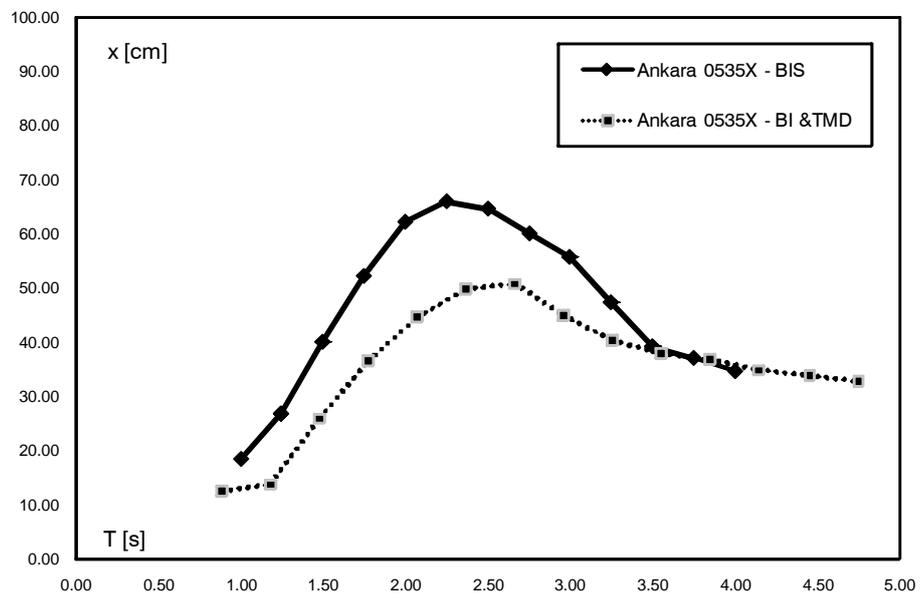


Figura 101

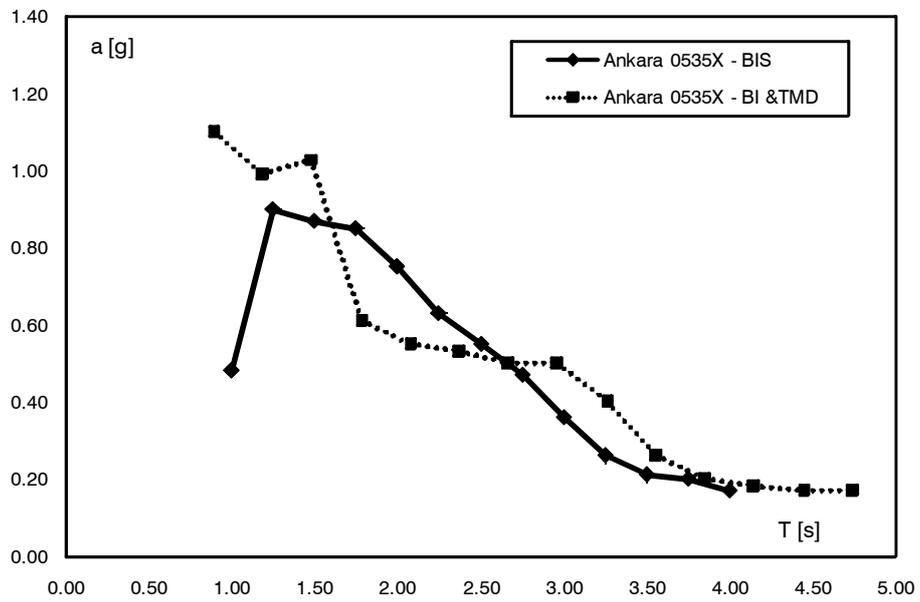


Figura 102

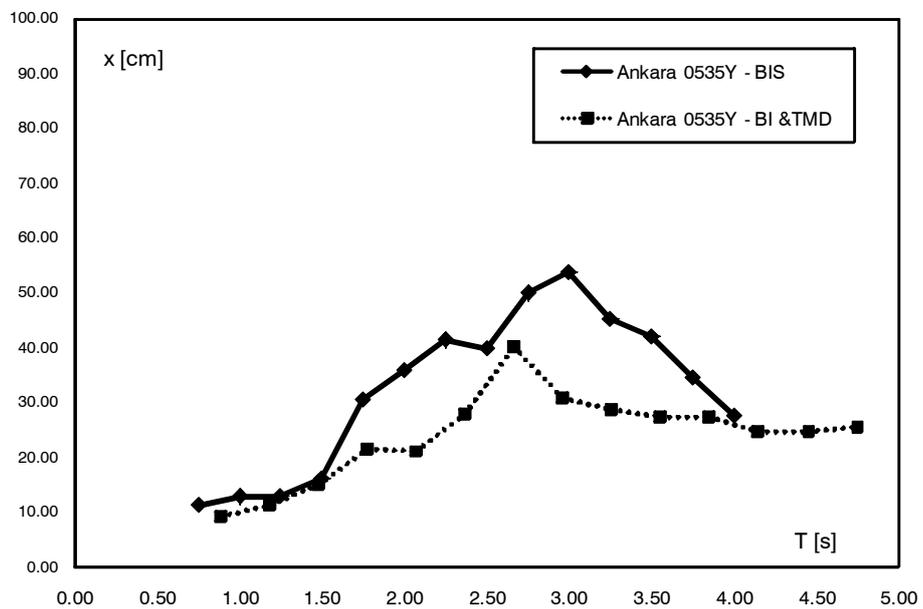


Figura 103

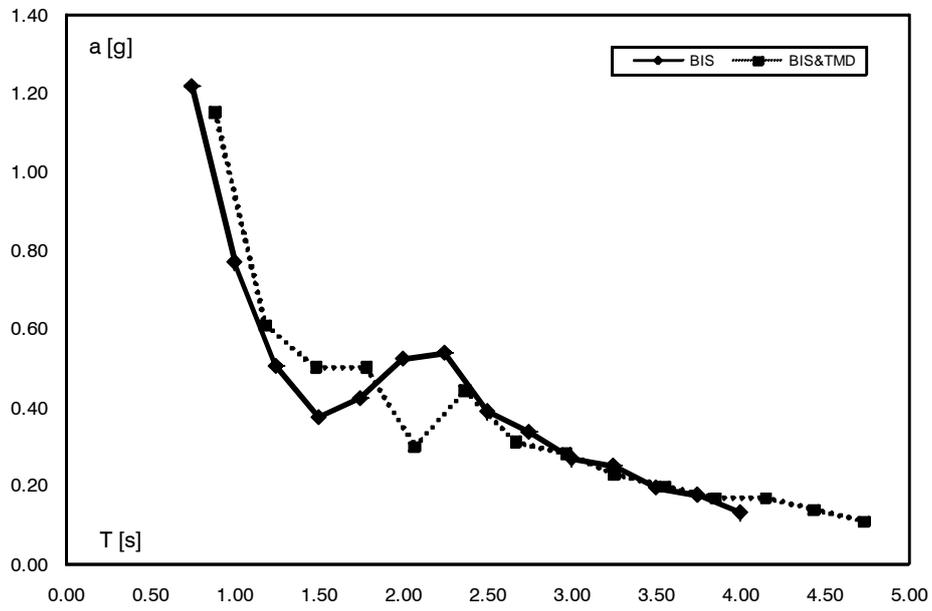


Figura 104

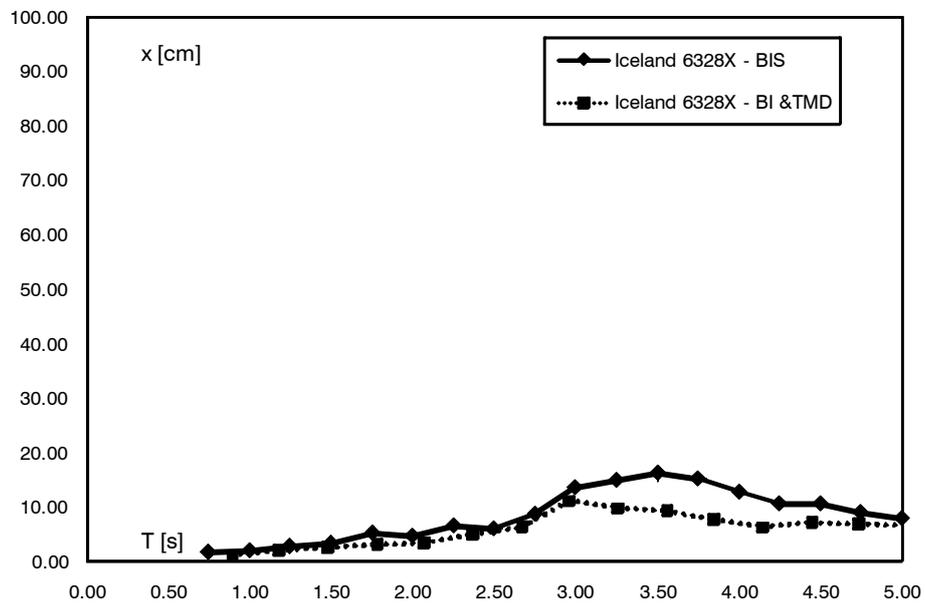


Figura 105

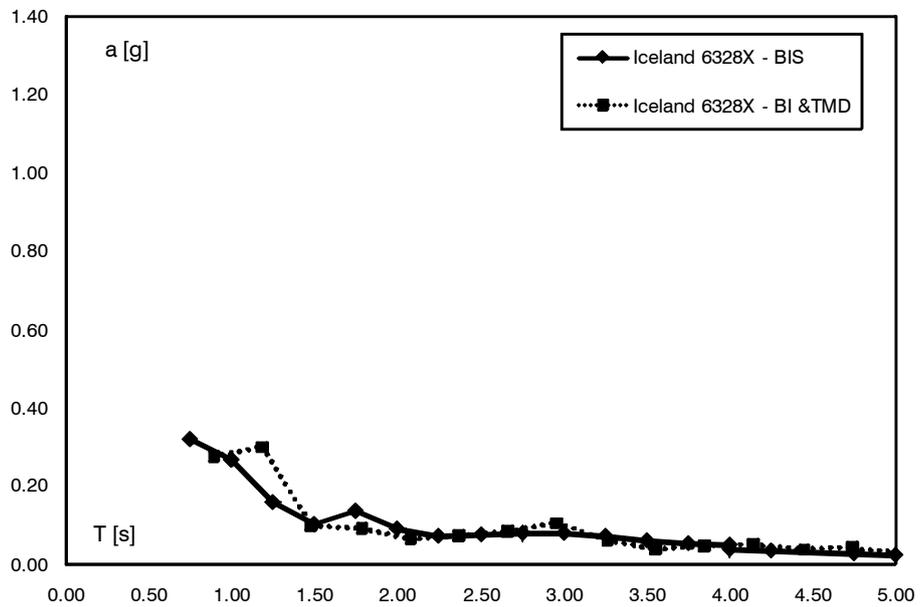


Figura 106

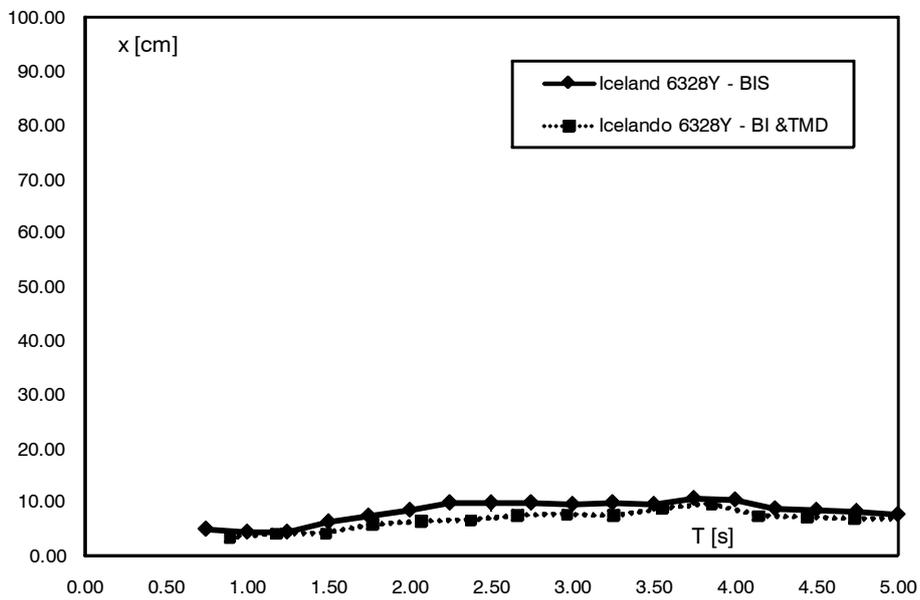


Figura 107

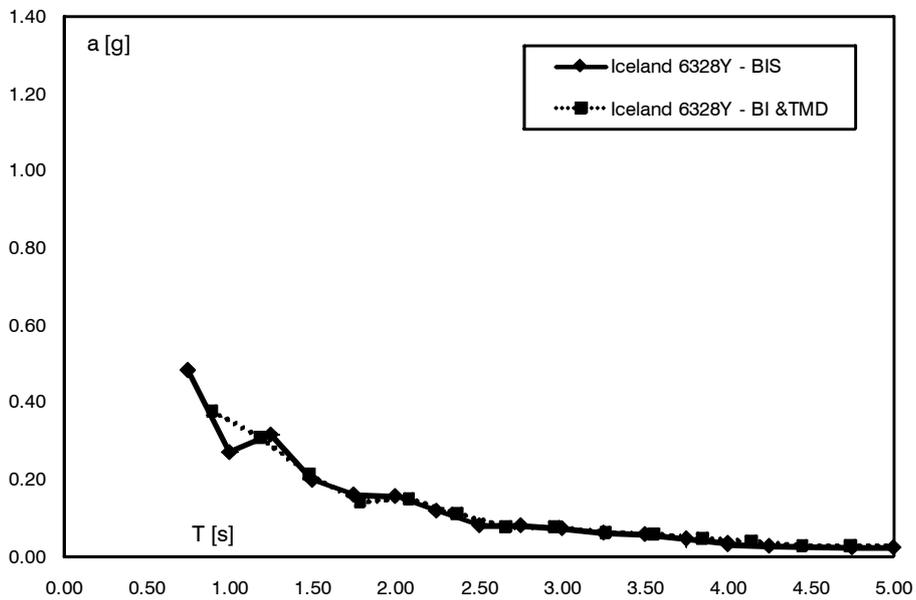


Figura 108

7.2. CONCLUSIONI

I risultati riportati al paragrafo precedente mostrano che in generale l'utilizzo della sistema combinato BI & TMD comporta dei vantaggi in termini di riduzione degli spostamenti in corrispondenza del livello di isolamento, senza peraltro pregiudicare l'effetto di quest'ultimo in termini di accelerazioni in corrispondenza della sovrastruttura.

Tra i risultati riportati vanno evidenziati tre casi in particolare, ovvero quelli relativi alle registrazioni Ankara 0535X, Ankara 0535Y e Belgrade 0196Y. In particolare nei primi due casi va evidenziata la notevole riduzione degli spostamenti in corrispondenza del sistema isolato, che nel caso di Ankara0535Y passano da un valore massimo di 66.04 cm a 50.80 cm, mentre per Ankara 0535X lo spostamento massimo viene ridotto da 53.73 cm a 40.01 cm. In entrambi i casi la riduzione in termini percentuali è pari a circa il 25% e contemporaneamente non si registrano aumenti di accelerazioni in corrispondenza della sovrastruttura tali da compromettere i benefici effetti dell'isolamento. Va precisato che le due registrazioni appena menzionata sono quelle che presentano i maggiori contenuti

energetici alle basse frequenze, quindi quelli potenzialmente più pericolosi per le strutture isolate.

Il terzo caso menzionato, ovvero quello relativo alla registrazione Belgrade 0196Y, ha evidenziato un contenuto aumento degli spostamenti del livello di isolamento, che passano da 8.22 cm, per la struttura isolata, a 8.61 cm, a seguito dell'installazione del TMD, peraltro contemporaneamente ad una riduzione delle accelerazioni in corrispondenza della sovrastruttura. L'entità dell'amplificazione registrata non è tale da compromettere il funzionamento della struttura isolata, il cui comportamento resta di fatto invariato; d'altronde è interessante notare che la registrazione Belgrade '0196Y non presenta contenuti di energia elevati alle basse frequenze, pertanto la mancata attivazione del sistema di smorzamento di massa era un fatto atteso. A tal proposito va sottolineato che l'installazione del TMD non modifica in modo sostanziale il comportamento della struttura isolata.

Per una valutazione generale dei risultati dedotti dalla sperimentazione in esame nella Figura 109 si riportano la variazione, in funzione del periodo di vibrazione naturale della struttura analizzata, dei seguenti indici:

$$\Delta x\% (T) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{x_{BIS,i}^{\max}(T) - x_{BI\&TMD,i}^{\max}(T)}{x_{BIS,i}^{\max}(T)} \quad (7.1)$$

$$\Delta \ddot{x}\% (T) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\ddot{x}_{BIS,i}^{\max}(T) - \ddot{x}_{BI\&TMD,i}^{\max}(T)}{\ddot{x}_{BIS,i}^{\max}(T)} \quad (7.2)$$

dove $x_{BIS,i}^{\max}(T)$ rappresenta lo spostamento massimo dell'isolamento per la struttura isolata caratterizzata dal periodo T e relativa all'i-esima registrazione, $x_{BIS,TMD,i}^{\max}(T)$ rappresenta il medesimo spostamento per la struttura isolata ed equipaggiata con TMD, $\ddot{x}_{BIS,i}^{\max}(T)$ indica l'accelerazione massima della sovrastruttura isolata caratterizzata dal periodo T e relativa all'i-esima registrazione, $\ddot{x}_{BIS,TMD,i}^{\max}(T)$ rappresenta la medesima accelerazione per la struttura isolata ed equipaggiata con TMD.

Dalle espressioni (7.1) e (7.2) si ottengono le variazioni medie della risposta massima del livello isolato e della sovrastruttura in considerazione dell'insieme delle registrazioni sismiche utilizzate

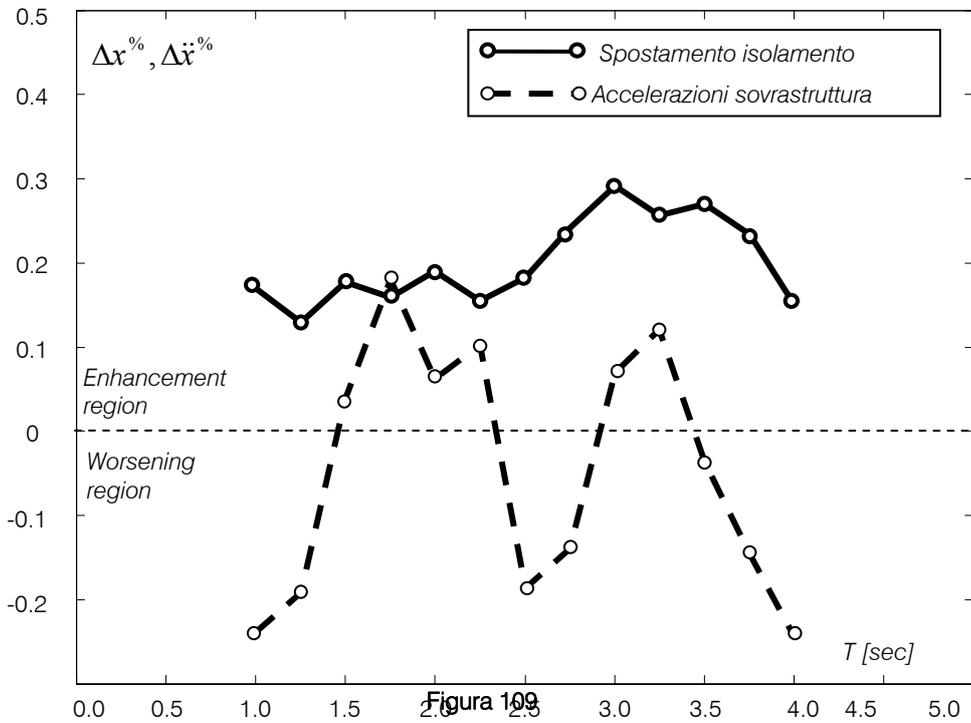
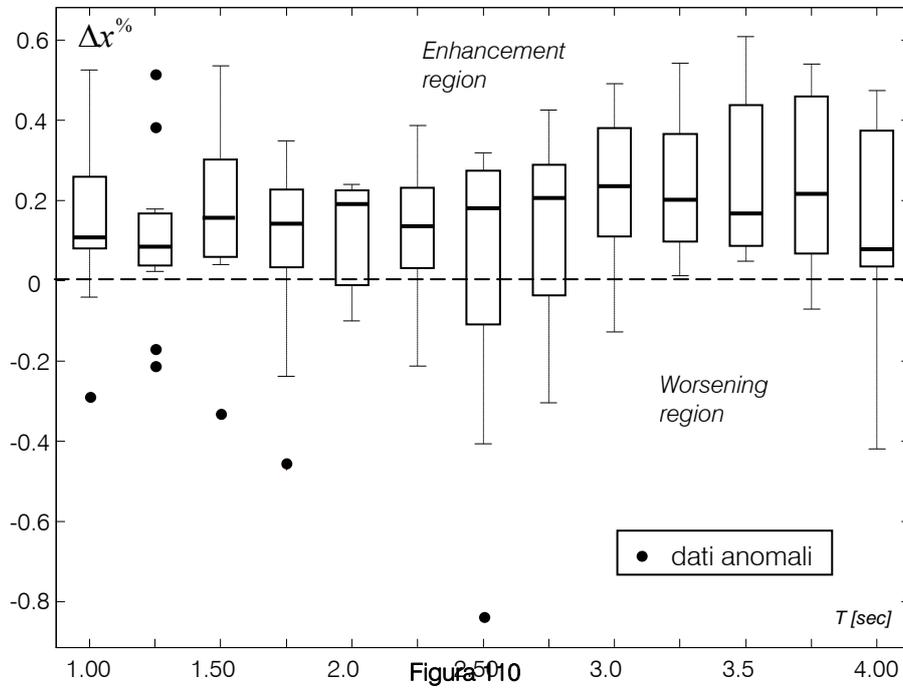


Figura 110
 In Figura 110 si riporta una rappresentazione statistica in diagramma a scatola (box-plot) della variazione degli spostamenti del sistema di isolamento in funzione del periodo di vibrazione della struttura considerata. In tale diagramma sono riportati i minimi di tale grandezza, il percentile inferiore e superiore al 25%, quello al 50%, nonché il valore massimo della grandezza osservata. I valori maggiori o minori di 1.5 volte i percentili al 25% sono considerati dati anomali ("outlier").

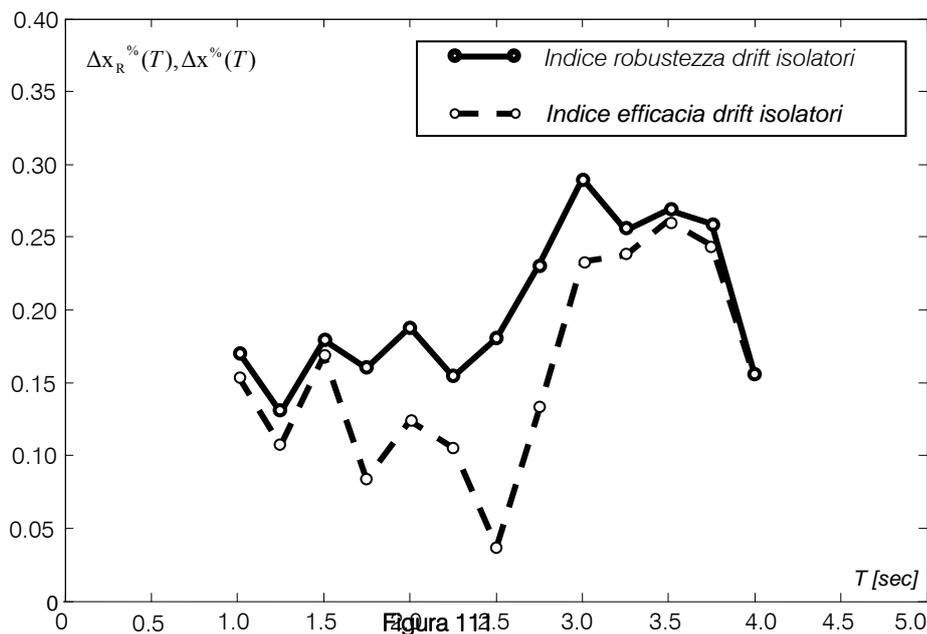


Quest'ultima analisi statistica mostra che in più dell'85% dei casi sperimentali viene ridotta la domanda sismica del livello di isolamento, con una percentuale massima di riduzione pari al 60%. Per quanto riguarda l'anomalia che mostra un peggioramento degli spostamenti dell'isolamento pari all'80%, questo è relativo alla registrazione sismica Iceland 6328X, ma il peggioramento degli spostamenti non implica l'integrità del sistema isolato, infatti gli spostamenti passano da 6.03 cm per la struttura semplicemente isolata, ad 11.13 cm per quella equipaggiata con TMD.

Nell'ultimo grafico riportato si mostra la robustezza della riduzione relativa degli spostamenti del livello isolato in funzione del periodo del sistema isolato. A tal fine viene utilizzato il seguente indice:

$$\Delta x_R\% (T) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_{d,i} \cdot \frac{x_{BIS,i}^{\max}(T) - x_{BIS\&TMD,i}^{\max}(T)}{x_{BIS,i}^{\max}(T)} \quad (7.3)$$

dove $p_{d,i} = x_{BIS,i}^{\max} / (\sum_{j=1}^N x_{BIS,j}^{\max})$ rappresenta una funzione peso che tiene conto della magnitudo degli spostamenti del livello isolato, rendendo più significativi i casi di analisi per gli quali i drift di spostamento a tale livello sono maggiori.



La Figura 111 evidenzia come l'efficacia del sistema combinato sia esaltata dall'aumento della domanda sismica in termini di spostamenti del sistema isolato. Va sottolineato inoltre che l'indice di robustezza mostra un aumento di circa il 20% rispetto all'analogo indice di efficacia.

BIBLIOGRAFIA

- Battaini, M., Yang, G. and Spencer Jr., B.F. (1999), "Bench-scale experiment for structural control", J. Eng. Mech. ASCE, 126, 140-148.
- Bommer, J.J., Scott, S.G. and Sarma, S.K. (2000), "Hazard-consistent earthquake scenarios", Soil Dyn. Earthq. Eng., 19(4), 219-231.
- Dove, R.C. and Bennet, J.G. (1986), "Scale modeling of reinforced concrete category i structures subjected to seismic loading", Mechanical/Structural Engineering Branch Division of Engineering Technology Office of Nuclear Regulatory Research U.S. Nuclear Regulatory Commission, Washington, DC 20555.
- Dyke, S.J. and Caicedo, J.M. (2002), "The university consortium on instructional shake tables", Proc. of the ICANCEER Conf., Harbin, China, August.
- Dyke, S.J., Jiang, Z., Christenson, R., Gao, X. and Courter, S. (2007), "Teleoperation and teleparticipation of instructional shake tables using the NEES cyberinfrastructure", Proc. of the World Forum on Smart Materials and Smart Structures Technology, Chongqing and Nanjing, May.
- Dyke, S.J., Vaziri, P. and Roblee, C. (2006), "Execution of the Vision for NEES Education, Outreach and Training", Proc. of the Int. Conf. on Engineering Education, Puerto Rico, July.
- Kravchuk, N., Colquhoun, R. and Porbaha, A. (2008), "Development of a friction pendulum bearing base isolation system for earthquake engineering education", Proc. of the 2008 American Society for Engineering Education Pacific Southwest Annual Conf., Pittsburg, Pennsylvania, June.
- Ljung, L. (1999), System Identification: Theory for the User, II edition, Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J.
- Ljung, L. (2007), System Identification Toolbox 7 User's Guide, Revised for Version 7.1 (Release 2007b), The MathWorks, Inc.
- Palazzo, B. and Petti, L. (1994), "Seismic response control in base isolated system using tuned mass dampers", Proc. of First World Conf. on Structural Control, Los Angeles, California, August.
- Palazzo, B. and Petti, L. (1997), "Aspects of structural vibration passive control", Meccanica, 32(6), 529-544.
- Palazzo, B., Petti, L. and De Luliis, M. (2006), "Tuned mass dampers to control the base-isolated benchmark building model", Proc. of the 1st

BIBLIOGRAFIA

European Conf. on Earthquake Engineering and Seismology, Geneva (CH), September.

- Quanser Inc, "Shake Table II: User Manual – Revision 2", www.quanser.com.
- Schroeder, M.R. (1970), "Synthesis of low-peak-factor signals and binary sequences with low autocorrelation", IEEE T. Inform. Theory, 16(1), 85-89.
- Sonin, A.A. (1997), The physical basis of dimensional analysis, Department of mechanical engineering of Cambridge.