

ABSTRACT

Il presente lavoro di dottorato è stato sviluppato attraverso un intreccio di riflessioni e esperienze nel campo dell'educazione matematica che hanno, via via, orientato l'interesse di ricerca in una direzione ben precisa. Inizialmente, l'attenzione a studi e materiale di ricerca circa l'educazione matematica in contesti informali (Nemirovsky, Kelton & Civil, 2017) e il campo della *critical mathematics education* (Skovsmose & Penteado, 2012) ha permesso di approfondire questi due aspetti, nell'ottica di un collegamento tra educazione matematica e ideali di democrazia e di cittadinanza attiva. Contestualmente, particolari esperienze didattiche, svolte durante il percorso di dottorato, hanno stimolato la riflessione in questo stesso senso. In particolare, la partecipazione a due edizioni del progetto "Proud of You"¹ ha favorito l'emergere di alcune questioni circa la creazione di attività didattiche progettate in contesti di educazione matematica informale e la possibilità, attraverso di esse, di mediare contenuti matematici in studenti provenienti da contesti socio-culturali svantaggiati, agendo efficacemente e in maniera duratura anche rispetto alla prevenzione e al contrasto alla dispersione scolastica. La curiosità rispetto a queste due questioni ha generato un'apertura dell'orizzonte di interessi che ha portato ad esplorare il campo della pedagogia attiva e popolare. I riferimenti letterari presi in considerazione sono risultati preziosi e di grande ispirazione e hanno fatto strada ad una riflessione circa i possibili strumenti per attuare una progettazione didattica motivante e la possibilità di intrecciarla alla volontà di un riscatto sociale e alla liberazione da qualsiasi tipo di oppressione. Con questi presupposti la ricerca si è poi mossa in una direzione più specifica e ben delineata. In particolare, si è scelto di porre l'attenzione sulla progettazione e implementazione di attività didattiche che fossero significative, dal punto di vista matematico, e inclusive e attente agli ideali di democrazia, dal punto di vista sociale. Il focus si è dunque spostato sul processo di creazione e implementazione di attività didattiche di matematica del tipo esplicitato, aprendo la strada alla ricerca e caratterizzazione della *mathematics education creativity*. In questa prospettiva, sono stati approfonditi studi e ricerche riguardanti la creatività matematica, che hanno permesso di inquadrare l'oggetto di indagine. Con l'obiettivo di investigare il tipo di creatività

¹ Il progetto "Proud of You" (PoY) nasce con l'intento di prevenire il rischio di dispersione scolastica ed incoraggiare l'apprendimento e la crescita formativa, attraverso la realizzazione di azioni didattiche di italiano e matematica rivolte a studenti di scuola primaria e secondaria di primo grado. Si tratta di un progetto realizzato dall'associazione "Next-Level" che opera nel campo della promozione sociale e culturale dei giovani e che ha coinvolto, nel corso delle sue tre edizioni, scuole primarie e secondarie di primo grado dislocate in diversi quartieri di Napoli, caratterizzati da un disagio socio-economico e culturale.

matematica a cui si è interessati, sono state ricercate metodologie efficaci per la raccolta dati e la successiva analisi. Guidata dalle ricerche (Hadamard, 1945; Liljedahl, 2004), sono state condotte delle interviste, coinvolgendo insegnanti che hanno dimostrato grande creatività nella progettazione didattica, anche in riferimento a contesti socialmente e culturalmente svantaggiati.

Di seguito è presentata l'organizzazione in capitoli del presente lavoro che permetterà, attraverso i punti salienti che hanno caratterizzato questo stimolante e dinamico intreccio, di giungere a punti di arrivo, rispetto alla ricerca condotta, che aprono strade nuove da esplorare, in una prospettiva di ricerca più ampia.

Nel **Capitolo 1**, saranno presentati i principali riferimenti letterari riguardanti la pedagogia attiva e popolare, che permetteranno di delineare un'ampia parte del quadro teorico di riferimento. In particolare, le teorie e le esperienze più significative richiamate condurranno all'emergere di una nuova idea di scuola: una *scuola attiva*, che pone al centro gli allievi, i loro interessi e considera centrale il loro rapporto con il mondo. L'idea di scuola come parte della società, la ricerca di una proposta educativa che rispecchi i bisogni e gli interessi degli allievi e valorizzi le esperienze materiali e sensibili, il ruolo dell'insegnante come guida nel processo di scoperta e di apprendimento degli studenti saranno presentati come punti chiave della pedagogia attiva e popolare, rappresentando anche un punto di incontro con la proposta educativa di Paulo Freire, uno tra i più autorevoli pedagogisti del XX secolo. Al fine di comprendere in maniera più profonda il suo pensiero, sarà dedicato ampio spazio agli studi e alle ricerche di Freire in ambito pedagogico che, con la sua opera più popolare, *Pedagogia degli oppressi*, rappresenteranno un punto di riferimento per l'attività di ricerca condotta. In particolare, sarà puntata l'attenzione sull'educazione *problematizzante* proposta da Freire e sulla contrapposizione con l'educazione *depositaria*. Successivamente, considerando la concezione di uomo come essere *in situazione* (Freire, 1970; 2018) che non può prescindere dalle interazioni e dal rapporto con il mondo che lo circonda, dalle situazioni concrete, esistenziali e storiche appartenenti alla sua realtà, verrà posta l'attenzione sul contenuto programmatico di una proposta educativa e sulla ricerca del "gioco del popolo" (Freire, 1989).

A partire dagli studi presentati circa la pedagogia attiva e popolare e approfonditi attraverso la prospettiva Freireiana, nel **Capitolo 2** saranno esplorati possibili collegamenti con il campo specifico dell'educazione matematica. In particolare, sarà approfondito il campo della *critical mathematics education* (si veda ad esempio Skovsmose, 1994). -

rispetto a cui la visione di Freire è di grande ispirazione - che riconosce uno sviluppo intrecciato di una coscienza critica della cittadinanza e di competenze matematiche. Sebbene il filone di ricerca richiamato è molto giovane e il materiale presente in letteratura è abbastanza recente, esso consentirà comunque di orientare la riflessione nella direzione di interesse, arricchita delle idee feconde nel campo dell'insegnamento apportate da Emma Castelnuovo (1963; 1966; 1967) e Eric Gutstein (2006; 2007; 2008; 2009). Il materiale di ricerca preso in considerazione permetterà di approfondire il discorso circa le *scuole attive*, nell'ottica dell'educazione matematica ispirata a ideali di democrazia e cittadinanza attiva. Le considerazioni che emergeranno porranno le basi per introdurre, nel capitolo successivo, le esperienze nell'ambito del progetto "Proud of You".

Il **Capitolo 3** sarà infatti dedicato al racconto del progetto "Proud of You" (PoY), inquadrato all'interno del campo della *critical mathematics education*. In particolare, verrà proposta l'idea generale del progetto e raccontate più nel dettaglio due diverse edizioni a cui ho preso parte con ruoli e compiti differenti. Il progetto PoY sarà presentato attraverso una particolare lente che terrà conto della visione pedagogica di Freire e consequenzialmente, delle visioni educative di Emma Castelnuovo e Eric Gutstein. Attraverso questa lente, si porrà l'attenzione su scelte metodologiche e aspetti della costruzione delle attività didattiche in cui, obiettivi matematici si intrecciano ad obiettivi di educazione alla cittadinanza attiva e di partecipazione ad un discorso democratico. Il capitolo si chiuderà con accenni ad una direzione di ricerca più precisa, orientata a voler indagare la creatività alla base dei processi di progettazione e implementazione didattica.

Con lo scopo di voler definire il tipo di creatività matematica che si intende indagare, nel **Capitolo 4**, saranno richiamati e analizzati diversi studi sulla creatività, in generale (si veda ad esempio Levenson, 2021; Pehkonen, 1997; Sriraman, 2004), e sulla creatività matematica, in particolare (Hadamard, 1945; Liljedahl, 2004; Joklitschke, Rott & Schindler, 2021), incentrati principalmente sul processo creativo del matematico impegnato nella risoluzione di problemi matematici di diversa natura e complessità. Come si vedrà, la consultazione dei diversi lavori di ricerca consentirà di accedere a una varietà di definizioni di creatività, permettendo, prima, di inquadrare l'oggetto di ricerca in un contesto più ampio e, successivamente, di chiarire il tipo di creatività che si intende esplorare. La creatività a cui si è interessati verrà definita come *mathematics education creativity*. A tal proposito, saranno chiarite le motivazioni che hanno condotto a tale definizione e sarà esplicitata la domanda di ricerca.

Nel **Capitolo 5**, il focus riguarderà la scelta di una metodologia efficace ai fini della ricerca condotta. In particolare, con lo scopo di esplorare il tipo di creatività matematica a cui si è interessati, ho scelto di intervistare docenti di matematica di diversi gradi scolastici. A tal proposito, nel primo paragrafo saranno presentati i docenti partecipanti e argomentate le motivazioni che hanno condotto alla loro scelta. Successivamente, al fine di avere accesso a dati utili da poter analizzare e con lo scopo di poter individuare e descrivere eventuali connessioni visibili tra il processo di progettazione e implementazione didattica e gli aspetti della creatività matematica negli insegnanti, sarà presentato il metodo dell'Intervista di Esplicitazione (Vermersch, 1994), utilizzato per strutturare l'intervista e elaborare le domande che la compongono. In ultimo, al fine di analizzare il contenuto delle narrazioni, tenendo conto anche del significato attribuito dai docenti alle esperienze condivise, sarà discussa la metodologia utilizzata per l'analisi dei dati raccolti: la Content Analysis (Berelson 1952).

Il **Capitolo 6** sarà interamente dedicato al lavoro di analisi delle interviste raccolte. Verranno presentati i dati da analizzare e, passo dopo passo, i vari passaggi che hanno caratterizzato la Content Analysis. L'attenzione sarà particolarmente focalizzata sulle due fasi nevralgiche di cui l'analisi si compone: una prima fase quantitativa, intesa in un senso più esplorativo e una seconda fase, di tipo più qualitativo e interpretativo, orientata all'individuazione di *temi ricorrenti*.

Infine, nel **Capitolo 7** si punterà a trarre le dovute conclusioni, tenendo conto di tutti gli aspetti analizzati nel corso dei capitoli precedenti. In particolare, saranno ripresi e riesaminati criticamente punti focali nel percorso di ricerca al fine di far emergere riflessioni più ampie e fare luce su risultati significativi. Particolare enfasi sarà data alla definizione strutturale di tre *dimensioni* che consentiranno di caratterizzare la *mathematics education creativity* e di rispondere alla domanda di ricerca del presente lavoro.

ABSTRACT

The present PhD thesis has been developed through an interweaving of reflections and experiences in the field of mathematics education that have, gradually, steered the research interest in a specific direction. Initially, the focus on studies and research about *informal mathematics education* (Nemirovsky, Kelton & Civil, 2017) and the field of *critical mathematics education* (Skovsmose & Penteado, 2012) allowed for an in-depth study of these two strands, with a view to a connection between mathematics education and ideals of democracy and active citizenship. Contextually, particular educational experiences, carried out during the PhD course, have stimulated a reflection in this same sense. In particular, my involvement in two editions of the "Proud of You"¹ project fostered the development of some issues concerning the creation of educational activities designed in *informal mathematics education* contexts and the potential, through them, to mediate mathematical content in students from socio-culturally disadvantaged backgrounds, acting effectively and sustainably with respect to preventing and combating early school drop-out. The curiosity about these two issues generated an opening of the horizon of interests that led to explore the field of active and popular pedagogy. The literature references taken into consideration turned out to be valuable and inspiring, and opened the way to a reflection on the possible tools for implementing a motivating didactic design and the possibility of intertwining it with the desire for social redemption and liberation from any kind of oppression. With these assumptions, the research then moved in a more specific and clear direction. In particular, the focus was on the design and implementation of teaching activities that were meaningful, from a mathematical point of view, and inclusive and attentive to the ideals of democracy, from a social point of view. The focus therefore shifted to the process of designing and implementing mathematical teaching activities of the kind made explicit, paving the way for the research and the characterisation of the *mathematics education creativity*. With this in mind, studies and research into mathematical creativity have been investigated in detail, enabling the object of investigation to be framed. With the aim of investigating the kind of mathematical creativity involved, effective methodologies were researched for data collection and subsequent

¹The "Proud of You" (PoY) project aims to prevent the risk of school drop-out and encourage learning and formative growth, through the implementation of Italian and mathematics educational actions directed to primary and middle school students. It is a project implemented by the "Next-Level" association, which works in the field of social and cultural promotion of young people and which has involved, over the course of its three editions, primary and middle schools located in different neighbourhoods of Naples, characterised by socio-economic and cultural difficulties.

analysis. Inspired by the research (Hadamard, 1945; Liljedahl, 2004), interviews were conducted, involving teachers who showed great creativity in teaching design, also with reference to socially and culturally disadvantaged contexts.

In the following, the organisation into chapters of this work is presented, which will allow, through the salient points that characterised this stimulating and dynamic interweaving, to come to points of arrival, for the research conducted, that open up new directions to be explored, in a broader research perspective.

In **Chapter 1**, the main literary references concerning active and popular pedagogy will be presented, allowing a broad outline of the theoretical framework. In particular, the most significant theories and experiences mentioned will lead to the emergence of a new idea of school: an *active school*, which places pupils, their interests and their relationship with the world at the centre. The idea of the school as part of society, the search for an educational proposal that reflects the needs and interests of pupils and values material and sensitive experiences, the role of the teacher as a guide in the process of discovery and learning of students will be presented as key points of active and popular pedagogy, also representing a meeting point with the educational proposal of Paulo Freire, one of the most authoritative pedagogues of the 20th century. In order to have a deeper understanding of his thought, ample space will be dedicated to Freire's pedagogical studies and research, which, with his most popular work *Pedagogy of the Oppressed* (Freire, 1970; 2018), will represent a point of reference for the research activity conducted. In particular, attention will be focused on the *problem-posing* model of education, proposed by Freire, and its opposition to the *banking model* of education. Later on, considering the conception of human as a *being-in-situation* (Freire, 1970) who cannot prescind from the interactions and the relationship with the world around him, from the concrete, existential and historical situations belonging to his reality, attention will be focused on the programmatic content of an educational proposal and on the search for the "game of the people" (Freire, 1989).

Starting with the studies presented on active and popular pedagogy and deepened through the Freireian perspective, possible connections to the specific area of mathematics education will be explored in **Chapter 2**. In particular, an initial focus will be on the field of *critical mathematics education* (see e.g. Skovsmose, 1994) - for which Freire's vision is of great inspiration - which recognises an intertwined development of a critical awareness of citizenship and mathematical competence. Although the line of research referred to is very

young and the material in the literature is fairly recent, it will nevertheless make it possible to steer reflection in the direction of interest, enriched by the prolific ideas in the field of mathematics education introduced by Emma Castelnuovo (1963; 1966; 1967; 2003) and Eric Gutstein (2006; 2007; 2008; 2009). The research material that will be taken into consideration will make it possible to deepen the discourse on *active schools*, from the perspective of mathematics education inspired by ideals of democracy and active citizenship. The considerations that emerge will provide the basis for introducing the experiences within the "Proud of You" project in the succeeding chapter.

Chapter 3 will be dedicated to the narration of the "Proud of You" (PoY) project, framed within the field of *critical mathematics education*. In particular, the general idea of the project will be proposed and two different editions, in which I took part with different roles and responsibilities, will be recounted in more detail. The PoY project will be presented through a particular lens that takes into account Freire's pedagogical vision and consequently, the educational visions of Emma Castelnuovo and Eric Gutstein. Through this lens, attention will be drawn to methodological choices and aspects of the construction of teaching activities in which mathematical objectives are intertwined with objectives of education for active citizenship and participation in a democratic discourse. The chapter will close with references to a more specific direction of research, aimed at investigating the creativity at the basis of teaching design and implementation processes.

With the aim of defining the kind of mathematical creativity to be investigated, several studies on creativity, in general (see, for example, Levenson, 2022; Pehkonen, 1997; Sriraman, 2004), and on mathematical creativity, in particular (Hadamard, 1945; Liljedahl, 2004; Joklitschke, Rott & Schindler, 2021), will be cited and explored in **Chapter 4**, focusing mainly on the creative process of the mathematician engaged in solving mathematical problems of various nature and complexity. As will be seen, consulting the different researches will provide access to a variety of definitions of creativity, allowing, firstly, to frame the object of research in a broader context and, subsequently, to clarify the type of creativity to be investigated. The creativity we are interested in will be defined as *mathematics education creativity*. In this regard, the reasons for this definition will be clarified and the research question will be made explicit.

In **Chapter 5**, the focus will be on the choice of an effective methodology for the purposes of the research conducted. In particular, in order to investigate the particular kind of

mathematical creativity involved, I chose to interview mathematics teachers from different school grades. To this end, the first section will introduce the participating teachers and argue the reasons that motivated their choice. Then, the method used for data collection, the Explication Interview (Vermersch, 1994) will be presented, adopted to structure the interview and elaborate its questions. The interview was used with the aim of identifying and describing any visible connections between the teaching design and implementation process and aspects of teachers' mathematical creativity. Finally, in order to analyse the content of the narratives, also taking into account the meaning attributed by the teachers to the shared experiences, the methodology used to analyse the data collected - the Content Analysis method (Berelson, 1952) - will be discussed.

Chapter 6 will be entirely focused on the analysis of the interviews collected. The data to be analysed and, step by step, the various stages of the content analysis will be presented. Attention will be particularly focused on the two crucial phases of which the analysis is composed: a first quantitative phase, intended in a more exploratory sense, and a second phase, of a more qualitative and interpretative nature, oriented towards the identification of *recurring themes*.

Finally, **Chapter 7** will aim to draw conclusions, taking into account all the aspects analysed in the course of the previous chapters. In particular, focal points in the research path will be taken up and critically reviewed in order to bring out broader reflections and shed light on significant findings. Particular emphasis will be placed on the structural definition of three dimensions that will enable the characterisation of *mathematics education creativity* and answer to the research question of the present study.

REFERENCES

- Berelson, B. (1952). *Content analysis in communication research*. New York: The Free Press.
- Castelnuovo, E. (1963). *Didattica della matematica*. La Nuova Italia.
- Castelnuovo, E. (1966). *La via della matematica*. La Nuova Italia.
- Castelnuovo, E. (1967). È possibile un'educazione al "saper vedere" in matematica. *Bollettino della Unione Matematica Italiana*, 22, 539-549.
- Castelnuovo, E. (2003). Le esposizioni di matematica. Perché?. *Atti del Convegno Emmatematica. L'insegnamento di Emma Castelnuovo: "Vedere oltre le figure e i numeri"*. Liceo Scientifico A.M. Enriques Agnoletti, Sesto Fiorentino, 26 ottobre 2001. Firenze: Edifir, pp. 133-153.
- Freire, P. (1970/1998). *Pedagogy of the oppressed*. (M. B. Ramos, Trans.). Continuum.
- Freire, P. (1989, January 23). Intervista collettiva con insegnanti e operatori pedagogici. [Video]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=5DDtNhvDCIE>.
- Freire, P. (2018). *Pedagogia degli oppressi*. Gruppo Abele.
- Gutstein, E. (2006). *Reading and writing the world with mathematics: Toward a pedagogy for social justice*. New York: Routledge.
- Gutstein, E. (2007). Connecting community, critical, and classical knowledge in teaching mathematics for social justice. *The Montana Mathematics Enthusiast*, Monograph 1, 109–118.
- Gutstein, E. (2008). Building political relationships with students. *Opening the research text: Critical insights and interventions into mathematics education*, 189-204.
- Gutstein, E. (2009). Developing social justice mathematics curriculum from students' realities: A case of a Chicago public school. *Handbook of social justice in education*, 690-698.
- Hadamard, J. (1945). *The psychology of invention in the mathematical field*. Dover Publications.

- Joklitschke, J., Rott, B., & Schindler, M. (2021). Notions of creativity in mathematics education research: A systematic literature review. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1-21.
- Levenson, E. S. (2021). Exploring the relationship between teachers' values and their choice of tasks: the case of occasioning mathematical creativity. *Educ Stud Math* 109(6), 469–489.
- Liljedahl, P. G. (2004). *The AHA! experience: Mathematical contexts, pedagogical implications* [Unpublished doctoral dissertation] Simon Fraser University.
- Nemirovsky, R., Kelton, M.L. & Civil, M. (2017). Towards a vibrant e socially significant informal mathematics education. In J. Cai (Ed.), *Compendium for Research in Mathematics Education*, (pp. 968-980). National Council of Teachers of Mathematics.
- Pehkonen, E. (1997). The state-of-art in mathematical creativity. *ZDM*, 29(3), 63-67.
- Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematical education*. Kluwer Academic Publishers.
- Skovsmose, O., & Penteado, M. G. (2012). Mathematics education and democracy: an ongoing challenge, *International Journal for Mathematics in Education*, vol. special issue, n. 4, pp. 15-29.
- Sriraman, B. (2004). The characteristics of mathematical creativity. *The mathematics educator*, 14(1).
- Vermersch, P. (1994). The explication interview. *French original ESF*.