

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI SALERNO
Dipartimento di Fisica *E.R. Caianiello*



Dottorato di Ricerca in Fisica, X Ciclo II Serie
Tesi di dottorato in

**TRASPORTO QUANTISTICO DI SPIN IN
ETEROSTRUTTURE MAGNETICHE**

Candidato

Sorgente Alessandro

Supervisore
Dott. Roberta Citro

Coordinatore
Prof. Giuseppe Grella

A.A. 2010/2011

Felix qui potuit rerum cognoscere causas

(Virgilio, Georgiche II, 489)

*Alle mie figlie,
Elena e Nicole*

Indice

Introduzione	3
1 Trasporto Quantistico Coerente in Nanostrutture	7
1.1 Lunghezze e tempi caratteristici di sistemi mesoscopici	7
1.2 Trasporto balistico. Formulazione di Landauer	9
1.2.1 Riflessione, trasmissione e conduttanza	10
1.2.2 Matrice di scattering	13
1.3 Trasporto polarizzato di spin	16
1.3.1 Teoria elementare della iniezione di spin	16
1.3.2 Magnetoresistenza gigante o GMR	18
1.3.3 Magnetoresistenza tunnel o TMR	21
1.3.4 Dispositivi	26
2 Trasporto di spin e spin torque nella teoria di campo di scattering	35
2.1 Stati ed operatori di scattering	36
2.2 Corrente di Carica e di Spin	39
2.3 Spin torque e torkance	43
2.3.1 Spin-Torque in valvole di spin	46
2.4 Il Filtro di Spin di un sistema a multistrati	54
2.5 Magnetoresistenza in MTJ	62
2.6 Magnetoresistenza per una doppia barriera a delta e confronto con barriere finite	66
3 Pompa quantistica di carica e spin nelle nanostrutture (Pumping)	79
3.1 La pompa di carica	80
3.2 La pompa di corrente secondo l'approccio della matrice di scattering	82
3.3 Pompa quantistica del torque di spin mediante modulazione ac di parametri di scattering	86

3.4	Corrente di carica e di spin (Pumping)	90
3.5	Risultati numerici del pumping di spin torque per una spin-valve NM/F1/NM/F2/NM	91
4	Conduttanza e spin torque in sistemi ibridi superconduttivi	99
4.1	Alcune nozioni preliminari sulla superconduttività e la teoria BCS	100
4.2	Teoria BdG (Bogoliubov-de Gennes)	103
4.2.1	Equazioni del moto dei campi ed autostati	105
4.3	Equazione BdG nella base (elettrone-lacuna)	107
4.3.1	Autostati della BdG nella regione superconduttiva	108
4.3.2	Autostati della BdG nella regione normale	112
4.4	Teoria dello scattering in strutture ibride S/N	113
4.5	Corrente di carica e di spin per sistemi superconduttivi	115
4.5.1	Conduttanza differenziale	118
4.5.2	Correnti di carica e di spin per eterostrutture F/S/F	119
4.6	Magnetoresistenza e torque di spin	128
	Conclusioni	139
	A Rappresentazione spinoriale	143
	B Calcolo delle correnti nel formalismo di scattering	145
	C Equazione di Pauli ed operatori di proiezione	147
	D Autostati dell'hamiltoniana in presenza di un campo magnetico	151
	E Equazioni del moto del campo $\hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma)$	155
	F Regole di somma	157
	G Formula della conduttanza totale	159
	Ringraziamenti	161

Introduzione

L'esperimento di Stern-Gerlach (SG) [1] eseguito a Francoforte tra il 1921 e 1922 è cruciale per la completa comprensione della struttura atomica e molecolare della materia. Esso rivela l'esistenza di un grado di libertà intrinseco dell'elettrone, chiamato "spin", che non ha un analogo classico, come le altre variabili dinamiche della meccanica quantistica; esso può assumere solo due possibili valori $\pm \frac{\hbar}{2}$ (Quantizzazione spaziale). I risultati dell'esperimento (SG) furono interpretati teoricamente da W.Pauli in un ambito non relativistico. Pauli associa allo spin l'operatore quantistico $\vec{S} = \frac{\hbar}{2}\vec{\sigma}$, dove $\vec{\sigma}$ è il vettore delle matrici di Pauli e scrive l'equazione di Schrodinger per un elettrone dotato di spin in interazione con un campo magnetico (Equazione di Pauli)[2]. Lo spin ha le proprietà di un momento angolare intrinseco e si somma col momento angolare classico dell'elettrone. Lo spin ha giocato un ruolo importante nello spiegare la struttura fine delle righe spettrali degli atomi, ma non ha avuto alcuna considerazione nei fenomeni di trasporto elettrico fino all'inizio degli anni 2000. A tale proposito, relativamente all'elettronica tradizionale, Coey affermò:

L'elettronica convenzionale ha ignorato lo spin dell'elettrone (lemma di Coey)[3].

Infatti, tutte le proprietà elettroniche della materia e del trasporto in materiali metallici che sono utilizzate dall'elettronica tradizionale, sono indipendenti dallo spin dell'elettrone. La struttura elettronica dei materiali consiste realmente di due differenti strutture a seconda dello spin dell'elettrone (*up* o *down*). In molti materiali, quelli non magnetici, le due strutture sono equivalenti. In tali sistemi l'effetto di due strutture elettroniche "parallele" è inessenziale ai fini del trasporto. Se si vuole tenere conto del grado di libertà dell'elettrone associato allo spin, nel calcolo delle quantità rilevanti del trasporto quantistico spin-independent[4], si premette il fattore 2, che

rappresenta il grado di degenerazione dello spin:

$$\begin{pmatrix} n \\ \epsilon \\ J \end{pmatrix} = \int 2 \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \begin{pmatrix} 1 \\ E(k) \\ ev(k) \end{pmatrix} f(k) \quad (1)$$

dove $f(k)$ è la funzione di Fermi, $v(k)$ è la velocità e n , ϵ , J , rappresentano rispettivamente la densità di particelle, la densità di energia e la densità di corrente. Nei materiali magnetici, d'altra parte, le strutture elettroniche corrispondenti ai due stati di spin, saranno molto diverse tra loro, poiché diverse sono le densità degli stati per spin-up e spin-down. Si può quindi immaginare due differenti materiali che coesistono nello stesso oggetto. Questa rappresentazione è ben appropriata quando gli effetti di interazione spin-orbita possono essere trascurati e i momenti magnetici del materiale sono collineari. Fino a tempi relativamente recenti è stato difficile osservare queste due differenti strutture elettroniche. La scoperta della GMR (Giant magnetic resistance)[5], il suo rapido sviluppo e le notevoli ricadute sul piano tecnologico e commerciale, ha aperto nuovi orizzonti nello studio dei sistemi e dispositivi dipendenti dallo spin, sia dal punto di vista sperimentale che teorico [6, 7, 8, 9, 10]. Il nuovo settore della fisica che studia e progetta i dispositivi che fanno uso dello spin dell'elettrone per conservare e trasmettere informazioni viene chiamato "*spintronica*" oppure "*spin electronics*" o talvolta "*magneto electronic*". La GMR è una delle scoperte più interessanti nel settore del magnetismo dei film sottili; questa scoperta rappresenta la sintesi di un elevato potenziale tecnologico e di un'attenta e profonda applicazione dei principi della fisica moderna. Nel 1988, il gruppo di ricerca di A. Fert[5] e quello di P.Grunberg [11], che studiavano rispettivamente le proprietà conduttive del multistrati Fe/Cr e del trilayer Fe/Cr/Fe, scoprono una marcata e improvvisa variazione della resistenza elettrica del campione quando veniva variato il campo magnetico esterno. La GMR è stata interpretata come un effetto quantistico che si osserva in strutture costituite da film magnetici sottili separati da un composto metallico non magnetico (multistrati). Quando i momenti magnetici degli strati ferromagnetici sono paralleli, lo scattering, spin-dependent, delle cariche all'interfaccia è debole e il materiale ha una resistenza bassa. Quando, invece, i momenti magnetici degli strati ferromagnetici sono antiparalleli, lo scattering delle cariche è massimizzato e il sistema presenta una elevata resistenza [12]. Le direzioni dei momenti magnetici possono essere manipolate da campi magnetici esterni che sono applicati ai materiali. Questi materiali possono ora essere fabbricati per produrre significative variazioni della resistenza elettrica in risposta a piccoli campi magnetici e operare a temperatura ambiente. In campioni non ferromagnetici, lo spin è orientato in maniera random e non ha alcun

ruolo nel comportamento del dispositivo. Tuttavia quando nel dispositivo sono incorporati componenti ferromagnetici, gli elettroni possono diventare parzialmente polarizzati e gli spin degli elettroni hanno una importanza fondamentale nel funzionamento dei dispositivi. A causa dell'interazione tra ferromagneti ed elettroni, l'orientazione della magnetizzazione per gli elementi ferromagnetici può determinare un flusso netto di corrente (*correnti di spin*). Questa stessa interazione può influenzare l'orientazione della magnetizzazione. Questo ultimo effetto viene detto *spin-transfer torque*.

La possibilità di ottenere degli elettroni polarizzati mediante dei *filtri di spin*, ha accelerato lo studio dello spin transfer torque. Il primo lavoro sull'esistenza dello spin transfer torque è di Berger [56] il quale ha predetto che la torsione di spin trasferita al ferromagnete dovrebbe essere in grado di ruotare un dominio magnetico (*domain-wall*) in sottili films ferromagnetici sotto l'influenza di una intensa corrente polarizzata. Tale previsione non attrasse molta attenzione poichè erano richieste correnti di circa $45A$ dato che i campioni magnetici usati avevano spessori dell'ordine dei mm. Tuttavia con il progresso delle tecniche di nanofabbricazione, fili magnetici con spessori di $100nm$ possono essere facilmente costruiti, e questi esibiscono rotazioni delle pareti magnetiche per correnti al di sotto di pochi mA.

Lo scopo di questa tesi di dottorato è quello di descrivere le proprietà di trasporto di spin in strutture a multistrati (ferromagnetici/normali o superconduttivi) mediante un formalismo basato sulla teoria di campo di scattering. Saranno indagate le proprietà di filtro di spin e la magnetoresistenza in giunzioni magnetiche e valvole di spin nonché le proprietà di torsione di spin in presenza di correnti di spin che attraversano strati polarizzati. La tesi è organizzata nel seguente modo: Nel Capitolo 1 vengono fornite le nozioni sul trasporto di corrente di carica in sistemi mesoscopici in regime balistico secondo l'approccio di Landauer; come esempio vengono calcolati i coefficienti di trasmissione e di riflessione e quindi la conduttanza; per potenziali all'interfaccia più complessi viene introdotto l'approccio della matrice di scattering i cui elementi sono i coefficienti di riflessione e di trasmissione ottenuti mediante condizioni di raccordo delle funzioni d'onda alle interfacce del sistema a multistrati. Inoltre viene studiato il trasporto polarizzato di spin in sistemi a multistrati contenenti regioni ferromagnetiche alternate a regioni isolanti o metalliche. Per tali sistemi vengono definite, attraverso i modelli di Jullière and Slonczewski, la Magnetoresistenza Tunnel (TMR) o la Magnetoresistenza Gigante (GMR); infine vengono presentati alcuni dispositivi elementari che sono elementi di circuiti spintronici il cui funzionamento si fonda sui principi generali del trasporto di spin. Nel Capitolo 2 introdurremo il formalismo dei campi di scattering secondo la formulazione di Büttiker per lo studio del trasporto di spin. Abbiamo derivato le correnti di carica e

spin dalle equazioni del moto dei campi di scattering. Da qui abbiamo calcolato le componenti parallele e perpendicolari del torque di spin. Abbiamo quindi applicato queste derivazioni all'analisi del torque di spin su un free layer modellizzato come una sottilissima zona magnetica (delta magnetica) per un sistema a multistrati del tipo NM/FM/NM/FM/NM. Per questo sistema abbiamo analizzato le curve della magnetoresistenza della Valvola di Spin confrontandole con i recenti risultati sperimentali. Inoltre ci siamo anche soffermati a studiare le proprietà di filtro di spin. Nel Capitolo 3 abbiamo affrontato il problema del trasporto in strutture mesoscopica partendo da un approccio della pompa quantistica inizialmente proposta da Thouless per il pompaggio di carica ottenuto mediante una modulazione adiabatica di due parametri dello stato di sistema (funzione d'onda), in assenza di voltaggi esterni. L'idea della modulazione adiabatica di parametri viene ripresa da Brouwer per ottenere correnti pompate attraverso una variazione adiabatica della matrice di scattering. Abbiamo esteso questo procedimento, utilizzando i campi di scattering e determinando le correnti di carica e spin pompate nonché il torque per un sistema a multistrati magnetico. Nel Capitolo 4 ci siamo interessati del trasporto in sistemi unidimensionali che contengono elementi superconduttivi, in particolare delle spin-valve superconduttive. Per lo studio delle proprietà di trasporto in tali sistemi è stato necessario riformulare la teoria dello scattering per giunzioni ferromagnetiche/superconduttive dove avvengono fenomeni nuovi come la riflessione di Andreev, rispetto alle normali giunzioni metallo/ferromagnete. La necessità di considerare fenomeni di spin-flip che possono avvenire alle interfacce di separazione tra metalli o ferromagneti e superconduttori, ha determinato una riformulazione della teoria dello scattering che trascende la teoria classica BTK (Blonder, Tinkham, Klapwijk), introducendo campi di scattering spinoriali a quattro componenti nella rappresentazione di Nambu, utili per trattare unitariamente elettroni e lacune con i loro rispettivi stati di spin. Una volta adottato il nuovo formalismo, abbiamo studiato la conduttanza e lo spin torque utilizzando i campi di scattering come soluzioni dell'equazione di Bogoliubov-De Gennes.

Capitolo 1

Trasporto Quantistico Coerente in Nanostrutture

1.1 Lunghezze e tempi caratteristici di sistemi mesoscopici

Un campione metallico di dimensioni lineari L , portato a temperature sufficientemente basse, è un esempio con cui si possono introdurre le varie scale di tempi e lunghezze che definiscono e caratterizzano i differenti regimi di trasporto e le statistiche delle fluttuazioni associate a tali regimi. La classificazione della dimensione di un sistema avviene mediante il confronto fra la lunghezza del sistema fisico e una lunghezza di riferimento. La tipica lunghezza di riferimento è la lunghezza di Fermi

$$\lambda_F = \frac{2\pi\hbar}{p_F} = \frac{2\pi}{k_F} = \sqrt{\frac{2\pi}{n_s}} \quad (1.1)$$

dove n_s è la densità degli elettroni all'energia di Fermi. Per densità elettroniche di $5 \times 10^{11}/\text{cm}^2$, la lunghezza d'onda di Fermi è circa 35nm. A basse temperature la corrente è maggiormente trasportata dagli elettroni vicino alla superficie di Fermi cosicché la lunghezza d'onda di Fermi è la scala rilevante ai fini del trasporto quantistico. Elettroni con energia minore dell'energia di Fermi hanno lunghezze d'onda più grandi, ma essi non contribuiscono alla conduzione elettrica.

Accanto alla lunghezza di Fermi vi è il *cammino libero medio* L_e ; questa è una lunghezza caratteristica, legata al disordine statico e rappresenta la distanza media percorsa da un elettrone prima di subire uno scattering. Essa è definita da $L_e = v\tau_{tr}$, dove τ_{tr} è il cosiddetto *tempo di rilassamento*, v è la velocità di Fermi. Il parametro τ_{tr} indica il tempo trascorso tra due urti

consecutivi ed è legato al tempo di collisione tramite la relazione: [26]

$$\frac{1}{\tau_{tr}} = \frac{1}{\tau_c} \alpha_m \quad (1.2)$$

Qui α_m è l'efficienza di una singola collisione di distruggere il momento iniziale dell'elettrone ed è un numero compreso tra 0 e 1, mentre τ_c è il tempo di collisione; possiamo valutare il parametro α_m con metodi statistici e si trova che $\alpha_m = \int d\theta \sin \theta W(\theta)(1 - \cos \theta)$ dove θ è l'angolo di scattering e $W(\theta)$ è la probabilità di scattering. Per una densità di elettroni di $n_s = 5 \times 10^{11}/cm^2$ la velocità di Fermi è $v = \frac{P_F}{m} = \frac{\hbar k_F}{m} = \frac{\hbar}{m} \sqrt{2\pi n_s} \rightarrow 3 \times 10^{11} cm/sec$ e quindi $L_e \approx 30 \mu m$ avendo assunto $\tau_{tr} = 100 psec$. Con le due lunghezze introdotte, possiamo definire una quantità adimensionale $\varrho = (1/k_F L_e)$ che misura il grado di "randomness" del sistema. Per valori di ϱ che sono più grandi del valore critico (dell'ordine di 1), gli stati elettronici sono fortemente localizzati a $T=0$ [27]; nel regime opposto il trasporto diventa diffusivo.

Un'ulteriore lunghezza per la descrizione del trasporto nel regime quantistico è la *lunghezza di coerenza* L_ϕ . Gli esperimenti condotti da Webb e al. [28] sulle fluttuazioni della conduttanza di un filo balistico a forma di anello rivelano che, quando la dimensione del raggio dell'anello supera il micron, la modulazione in funzione del flusso del campo magnetico scompare, ovvero il sistema diventa macroscopico. Esiste quindi una lunghezza caratteristica, detta lunghezza di coerenza di fase, L_ϕ , al di sopra della quale il sistema non è più coerente. La lunghezza di coerenza di fase gioca un ruolo importante nella descrizione degli effetti di coerenza nei sistemi complessi. Per comprendere meglio la natura di questa lunghezza consideriamo un insieme di particelle quantistiche contenute in un volume L^d dove d è la dimensionalità ed L la lunghezza. Tutti i possibili stati quantici sono sovrapposizioni coerenti di funzioni d'onda tali che lo stato del sistema è coerente su tutto il volume. Esistono molti sistemi fisici in cui la coerenza si estende anche su scala macroscopica: sistemi superconduttivi, superfluidi, gas di elettroni liberi a temperatura zero, stati coerenti dei campi fotonici. Per un gas di elettroni a temperatura finita, si osserva che la coerenza viene distrutta, il sistema diventa macroscopico ed è possibile trattare i fenomeni di trasporto elettrico o termico secondo un approccio classico (equazione di Boltzmann). L'origine della decoerenza risulta legata all'esistenza di processi di irreversibilità dovuti all'accoppiamento degli elettroni con altri gradi di libertà dell'ambiente in cui essi si muovono: fononi, impurezze aventi altri gradi di libertà interni, altri elettroni. La lunghezza L_ϕ descrive quindi la perdita di coerenza dovuta essenzialmente a processi irreversibili. Nei metalli la lunghezza di coerenza è una funzione decrescente della temperatura. In pratica L_ϕ è dell'ordine di pochi micrometri per temperature minori di $1K$. Poiché

le collisioni elastiche non distruggono la coerenza di fase, gli elettroni possono subire molti scattering senza perdere la memoria della loro fase. Ogni elettrone conserva la propria fase su una scala di lunghezza $L_\phi \gg L_e$. Se il sistema fisico ha dimensioni L più grandi del libero cammino medio, ma più piccole della lunghezza di coerenza di fase, allora esso può essere considerato un sistema quanto meccanico coerente. Questo regime viene chiamato *mesoscopico*.

Possiamo definire, analogamente a quanto fatto per il cammino libero medio, un τ_ϕ , *phase relaxation-time*, tale che $L_\phi = v\tau_\phi$. Anche per τ_ϕ esiste una relazione analoga alla (1.2)

$$\frac{1}{\tau_\phi} = \frac{1}{\tau_c} \alpha_\phi \quad (1.3)$$

Se l'elettrone si muove diffusivamente, un modo di stimare la lunghezza di coerenza di fase è: $L_\phi = \sqrt{D\tau_\phi}$ dove $D = (1/d)vL_e$ è la costante di diffusione, d è la dimensionalità del gas di elettroni.

Infine, l'ultima lunghezza caratteristica delle nanostrutture è la lunghezza termica L_T o di Thouless. Consideriamo l'interazione tra due elettroni, se la differenza di energia degli elettroni nei rispettivi stati quantici è $\approx K_B T$, essi viaggeranno quasi coerentemente durante il tempo $\hbar/K_B T$. Allora la lunghezza caratteristica della propagazione coerente viene stimata come: $L_T = \sqrt{\hbar D/K_B T}$. Confrontando il cammino libero medio L_e con le dimensioni caratteristiche del sistema L si può discriminare tra trasporto *diffusivo* $L_e \ll L$ e trasporto *balistico* $L_e \geq L$. A volte questa classificazione può essere incompleta soprattutto in quelle situazioni dove le dimensioni del campione sono molto diverse, ad esempio un conduttore metallico planare ha la dimensione trasversa, W , molto maggiore di quella longitudinale L . Se teniamo conto della coerenza di fase, le scale L_e e L_ϕ diventano importanti e lo studio delle proprietà di trasporto si arricchisce di elementi che dipendono anche dal rapporto tra le dimensioni del sistema. Quando accade che $W < L_e < L$ siamo in un regime di trasporto *quasi balistico*. La fig.(1.1) illustra i regimi di trasporto per sistemi mesoscopici.

1.2 Trasporto balistico. Formulazione di Landauer

I sistemi mesoscopici sono stati ampiamente studiati negli ultimi trenta anni, sia dal punto di vista teorico che sperimentale. Notevoli sforzi sono stati fatti per comprendere i fenomeni di trasporto attraverso anelli quantici [30], quantum dot, fili sottili [31]. Questi nanodispositivi evidenziano effetti non

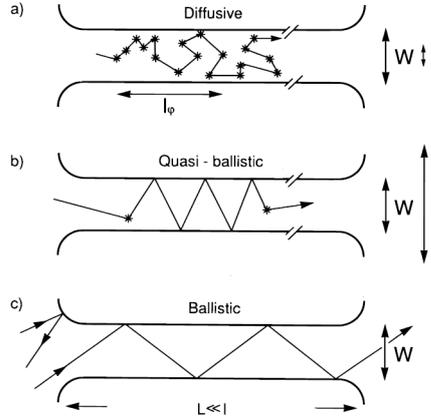


Figura 1.1: Traiettorie degli elettroni per regime diffusivo $L_e \ll L, W$, quasi-balistico ($W < L_e < L$) e balistico ($L_e > W; L$), da [29]

comuni come le oscillazioni della conduttanza per effetto Aharonov-Bohm, effetto Hall quantistico, tunneling di singola carica. Varie teorie sono state proposte per spiegare tali fenomeni: random matrix [32], funzioni di Green di non equilibrio [33, 34, 35], teoria dello scattering per sistemi mesoscopici balistici [37], [38], [39], [40], [41], [42]. L'approccio mediante la teoria di scattering, introdotta da Landauer [37] e successivamente generalizzata da Büttiker [42] è sicuramente una delle più usate in letteratura.

L'idea di base del formalismo di Landauer- Büttiker è che il trasporto di carica attraverso un sistema finito connesso a due o più conduttori balistici esterni (generalmente seminfiniti) è un processo di scattering: gli elettroni incidenti sono o trasmessi nei conduttori oppure riflessi nello stesso. La conduttanza \mathbf{G} del sistema a due terminali, ad esempio, è legata alla trasmittanza \mathbf{T} che può essere calcolata mediante la matrice di scattering \mathbf{S} dalla formula di Landauer a temperatura zero:

$$\mathbf{G} = \frac{2e^2}{h} \mathbf{T} \quad (1.4)$$

Tale formula 1.4 ammette una generalizzazione a una geometria a molti conduttori e anche al caso in cui è presente un campo magnetico. Nel seguito vedremo come calcolare esplicitamente la trasmittanza

1.2.1 Riflessione, trasmissione e conduttanza

L'aspetto cruciale della teoria di scattering è quello di mettere in relazione le proprietà dello scattering di un dispositivo (regione intermedia) a quelle dei contatti macroscopici (elettrodi). La teoria di Landauer assume che : (1)

la regione di scattering sia balistica, $L < L_\phi$; (2) gli elettrodi abbiano un proprio potenziale chimico, μ_R e μ_L ; (3) gli elettrodi agiscano come serbatoi di elettroni non correlati; (4) $\mu_R - \mu_L \approx e\delta V$, dove δV è la caduta di potenziale; (5) ogni elettrodo sia caratterizzato da una propria distribuzione di Fermi 1.5.

Dette $f_{L/R}(E)$ le funzioni di Fermi che descrivono le distribuzioni elettroniche dei conduttori L/R (Left e Right) con potenziali chimici μ_L e μ_R rispettivamente,

$$f_{L/R}(E) = \frac{1}{1 + \exp \frac{(E - \mu_{L/R})}{k_B T}} \quad (1.5)$$

La corrente che attraversa il campione per effetto del voltaggio esterno è:

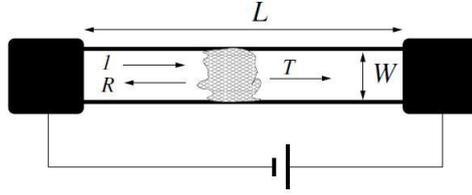


Figura 1.2: descrizione schematica di un dispositivo balistico. I due blocchi esterni neri rappresentano riserve incoerenti a cui è attaccato il bias esterno. La regione di scattering è lunga L e larga W , con L e W più corte della lunghezza di coerenza di fase. La regione tratteggiata rappresenta un potenziale di scattering con le corrispondenti probabilità di trasmissione e riflessione.

$$I = \frac{e}{\pi \hbar} \int dE \mathbf{T}(E) (f_L(E) - f_R(E)). \quad (1.6)$$

Se il sistema si trova a temperatura zero, il potenziale chimico dei due elettrodi è quasi uguale all'energia di Fermi, e le funzioni di distribuzione si approssimano alla funzione Teta: $f_{L/R}(E) \rightarrow \Theta(E - \mu_{L/R})$, inoltre l'intervallo $|\mu_L - \mu_R|$ è molto stretto attorno al valore μ_F . In questo intervallo di energia, la probabilità di trasmissione varia molto lentamente ed è pressochè uguale al valore assunto all'energia di Fermi. In tale circostanza avremo:

$$I = \frac{e}{\pi \hbar} \int_{\mu_R}^{\mu_L} dE \mathbf{T}(E) \simeq \frac{e^2}{\pi \hbar} \mathbf{T}(E_F) (\mu_L - \mu_R). \quad (1.7)$$

Da qui si ottiene, in approssimazione di risposta lineare, la celebre formula di Landauer per la conduttanza a $T = 0$:

$$\mathbf{G} = \frac{I}{(\mu_L - \mu_R)} = \frac{e^2}{\pi \hbar} \mathbf{T}(E_F) \quad (1.8)$$

Per conoscere la corrente o la conduttanza è necessario quindi conoscere il coefficiente di trasmissione. Consideriamo, per esempio, il sistema balistico della fig.1.4, i due elettrodi che connettono le riserve alla regione di scattering siano due guide d'onda perfette, lo scattering avviene su un ostacolo che possiamo modellizzare come una barriera di potenziale di altezza U_0 e larghezza d . Un'onda piana incidente viene in parte riflessa e in parte trasmessa. I coefficienti \mathbf{t} di trasmissione e \mathbf{r} di riflessione soddisfano la relazione $|\mathbf{t}|^2 + |\mathbf{r}|^2 = 1$ che esprime la conservazione della probabilità, e per un tale sistema abbiamo:

$$\mathbf{T}(E) = |\mathbf{t}|^2 = \frac{4k^2\kappa^2}{(k^2 - \kappa^2)^2 \sin^2 \kappa d + 4k^2\kappa^2} \quad (1.9)$$

con $k = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E - E_n)}$, $\kappa = \sqrt{k^2 - \frac{2m}{\hbar^2}U_0}$ dove, E_n è l'energia relativa al canale n . Osserviamo che se ci sono N canali aperti, la conduttanza sarà $G = N \frac{e^2}{\pi\hbar} \mathbf{T}(E_F)$. In assenza di scattering, se il canale è lungo ed uniforme, la corrente, portata da uno stato trasverso ψ_n , con una data direzione di spin è data da:

$$I_n = \frac{e}{2\pi\hbar} \int_{\mu_R}^{\mu_L} d\epsilon_n \frac{\partial \epsilon_n}{\partial k_z} = \frac{e}{2\pi\hbar} \int_{\mu_R}^{\mu_L} dk_z \frac{\partial \epsilon_n}{\partial k_z} \frac{\partial k_z}{\partial \epsilon_n} = \frac{2e}{2\pi\hbar} (\mu_L - \mu_R) \quad (1.10)$$

da cui ricaviamo che, per N canali, $G = N \frac{2e^2}{h}$ detta "conduttanza quantistica" e $G_0 = \frac{2e^2}{h} = 3.87 \times 10^{-5} \Omega^{-1}$ è il "quanto di conduttanza". Notiamo subito che la resistenza del canale è indipendente dalle dimensioni del sistema e dalla particolare relazione di dispersione, ed è $G^{-1} = \frac{h}{2e^2 M}$ dove M è il numero di canali aperti all'energia di Fermi. Per un sistema a due terminali, ognuno con $2N$ canali, il 2 viene dalle possibili orientazioni dello spin per canale, vi è una probabilità T_{mn} che un elettrone transiti da un canale n ad un canale m e la conduttanza G_n relativa al canale n è:

$$G_n = \frac{2e^2}{h} \sum_{m=1}^{2N} T_{nm} \quad (1.11)$$

La conduttanza totale dell'intero sistema è:

$$G = \sum_n G_n = \frac{2e^2}{h} \sum_{nm} T_{nm} = \frac{2e^2}{h} \text{Tr}(\mathbf{t}\mathbf{t}^\dagger) \quad (1.12)$$

dove $T_n = \sum_m |\mathbf{t}_{nm}|^2$ è espressa in termini della matrice di ampiezza di probabilità di trasmissione \mathbf{t} dal canale n al canale m . La (1.12) è la generalizzazione a molti canali della formula di Landauer (1.4), che definisce una completa corrispondenza tra le proprietà di scattering e di trasporto di un dispositivo [29].

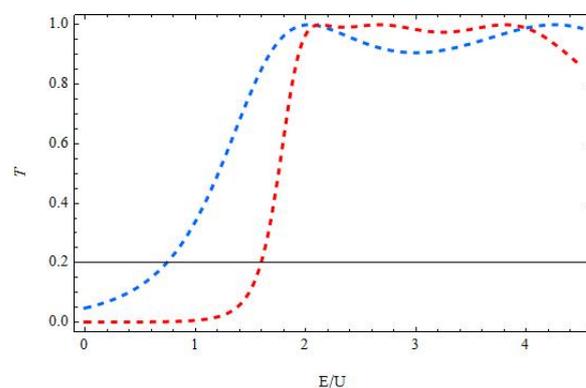


Figura 1.3: Coefficiente di trasmissione vs E/U_0 per una barriera di potenziale di altezza U_0 e larghezza d . La curva tratto-rosso è ottenuta per un valore di $U_0d = 3.4$, mentre la curva tratto-blu è ottenuta per un valore di $U_0d = 6.09$

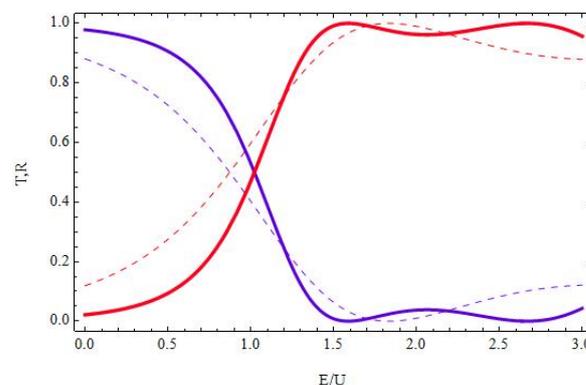


Figura 1.4: Confronto tra i coefficienti di trasmissione (curve in rosso) e quelli di riflessione (curve in blu) ottenute rispettivamente per $U_0d = 1.8$ (curve tratteggiate) e $U_0d = 3.23$ (curve a tratto continuo)

1.2.2 Matrice di scattering

Per potenziali più complessi rispetto alla singola barriera descritta sopra, le informazioni sulla trasmissione e riflessione sono contenute nella matrice di scattering che connette gli stati uscenti ed entranti da/in una regione di scattering. Nel seguito descriveremo brevemente il formalismo di scattering che sarà poi largamente adoperato per sistemi a multistrati di materiali diversi. I sistemi nanometrici sono soggetti a deformazioni ed impurezze ma, fortunatamente, per i tali sistemi, solo un piccolo numero di parametri influenza la conduttanza. Questa condizione si verifica sempre quando gli elettroni che attraversano la struttura non perdono la loro energia, cioè sono soggetti a scattering elastico. Questo avviene a temperature sufficientemente basse e a

piccoli potenziali applicati. Lo scattering è caratterizzato da una *matrice di scattering* che contiene informazioni sulla struttura del sistema attraverso le funzioni d'onda lontano dal sistema. Per discutere i processi di scattering è conveniente introdurre un operatore di scattering i cui elementi di matrice formano la matrice di scattering. Questa matrice connette lo stato iniziale di un sistema sufficientemente lontano dalla regione di scattering allo stato finale dopo che la particella si è allontanata molto dalla regione di scattering. Se $\psi(-\infty)$ rappresenta lo stato iniziale del sistema prima che avvenga lo scattering, all'istante $t = -\infty$, e $\psi(\infty)$ lo stato finale, dopo l'interazione, all'istante $t = \infty$, questi due stati sono connessi dalla relazione

$$\psi(\infty) = \mathbf{S}\psi(-\infty). \quad (1.13)$$

La matrice \mathbf{S} gode della notevole proprietà

$$\mathbf{S}^\dagger \mathbf{S} = \mathbf{1} \quad (1.14)$$

cioè la matrice \mathbf{S} è unitaria: $\mathbf{S}^\dagger = \mathbf{S}^{-1}$, $\mathbf{1}$ è la matrice identità. La (1.14) è una conseguenza della condizione di conservazione della probabilità. Le funzioni d'onda del sistema sono molto complicate nella regione di scattering a causa dei potenziali random che in questa regione possono esistere. Lontano da tale regione però, la funzione d'onda è ben definita da una sovrapposizione di onde piane. L'onda incidente può provenire da sinistra (Left), o da destra (Right) rispetto alla regione centrale di scattering. Se il sistema è confinato nelle direzioni z_L, y_L ed è infinitamente lungo nella direzione $x < 0$, allora, per una fissata energia, la funzione d'onda nel conduttore di sinistra è la sovrapposizione di onde incidenti e di onde riflesse:

$$\psi(x, y_L, z_L) = \sum_n \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar v_n}} \phi_n(y_L, z_L) (a_{Ln} e^{ik_x^n x} + b_{Ln} e^{-ik_x^n x}) \quad (1.15)$$

L'indice n rappresenta l'indice di canale nel conduttore L e $\phi_n(y_L, z_L)$ sono le funzioni d'onda trasverse con energia E_n . Si è posto $k_x^n = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E - E_n)}$. Analogamente per onde provenienti da $+\infty$, se il sistema è confinato nelle direzioni z_R, y_R ed è infinito nella direzione $x > 0$, le funzioni d'onda nel conduttore R saranno date da:

$$\psi(x, y_R, z_R) = \sum_m \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar v_m}} \phi_m(y_R, z_R) (a_{Lm} e^{-ik_x^m x} + b_{Lm} e^{ik_x^m x}). \quad (1.16)$$

Il trasporto avviene solo per onde non evanescenti, perciò k_x^n deve essere reale; quindi per una fissata energia solo un numero N_L di canali sono aperti nel

conduttore L e un numero N_R nel conduttore R e sono quelli che contribuiscono al trasporto di corrente. I coefficienti (a_{Lm}, a_{Ln}) nelle equazioni (1.15) e (1.16) sono le ampiezze delle onde che provengono dai serbatoi, mentre i coefficienti (b_{Lm}, b_{Ln}) sono quelli trasmessi attraverso la regione di scattering o quelli che sono riflessi nello stesso conduttore. Questi coefficienti non sono indipendenti: l'ampiezza di un'onda riflessa da un ostacolo dipende dalle ampiezze delle onde entranti dai canali aperti attraverso la seguente relazione:

$$b_{\alpha l} = \sum_{\beta=L,R} \sum_{\nu} S_{\alpha l, \beta \nu} a_{\beta \nu} \quad \beta = L, R \quad l = n, m \quad (1.17)$$

I coefficienti sono combinati linearmente mediante la matrice \mathbf{S} in $(N_L + N_R) \times (N_L + N_R)$ modi. E' conveniente rappresentare la matrice \mathbf{S} in blocchi:

$$\begin{pmatrix} S_{RR} & S_{LR} \\ S_{RL} & S_{LL} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r & t' \\ t & r' \end{pmatrix} \quad (1.18)$$

I blocchi diagonali della matrice hanno $N_R \times N_R$ e $N_L \times N_L$ elementi; questi elementi, r_{ij} , rappresentano le probabilità di riflessione nel conduttore R(L) dal canale i al canale j con $(0 \leq i \leq N_R), (0 \leq j \leq N_R), (0 \leq i \leq N_L), (0 \leq j \leq N_L)$. I blocchi non diagonali contengono $N_R \times N_L$ elementi; tali elementi t_{ij} rappresentano la probabilità di trasmissione dal conduttore L al conduttore R e dal canale $i \in L$ al canale $j \in R$, con $0 \leq i \leq N_R, 0 \leq j \leq N_L$ ovvero da R a L dal canale i al canale j $0 \leq i \leq N_L, 0 \leq j \leq N_R$. Dall'unitarietà della matrice \mathbf{S} si deducono importanti proprietà:

$$S^\dagger S = \mathbf{1} \iff \begin{cases} \mathbf{1} = r^\dagger r + t^\dagger t = r'^\dagger r' + t'^\dagger t', \\ \mathbf{0} = r^\dagger t' + t^\dagger r = t'^\dagger r + r'^\dagger t, \end{cases} \quad (1.19)$$

e anche

$$S S^\dagger = \mathbf{1} \iff \begin{cases} \mathbf{1} = r' r'^\dagger + t t^\dagger = r r^\dagger + t' t'^\dagger, \\ \mathbf{0} = r t^\dagger + t' r'^\dagger = t r^\dagger + r' t'^\dagger, \end{cases} \quad (1.20)$$

La matrice \mathbf{S} gode inoltre della proprietà di simmetria, $\mathbf{S} = \mathbf{S}^T$, quando l'hamiltoniana del sistema è invariante per trasformazioni di inversioni temporali (time-reversal symmetry). Quando è presente un campo magnetico, l'equazione di Schrodinger prende la forma:

$$\left(\frac{\hbar^2}{2m} (\nabla_r + i \frac{e}{\hbar} \mathbf{A})^2 + V(r) \right) \psi(r, t) = i \hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(r, t). \quad (1.21)$$

Per $t \rightarrow -t$, deve essere $\mathbf{A} \rightarrow -\mathbf{A}$, affinché la (1.21) sia invariante. Questa simmetria comporta che se $\psi_B(r, t)$ è autosoluzione della (1.21), anche $\psi_{-B}^*(r, -t)$ è autosoluzione della (1.21) corrispondenti alla stessa energia

(degenerazione di Kramer)[43]. Questa proprietà si riflette sulla matrice di scattering in modo tale che

$$\mathbf{S}_{-B}^T = \mathbf{S}_B \quad (1.22)$$

Da qui segue che $\mathbf{S}_{-B}^T \mathbf{S}_B = \mathbf{1}$: la matrice di scattering è simmetrica a campi magnetici invertiti. L'utilità dell'approccio della matrice di scattering è anche quello di poter ottenere la trasmissione per un sistema con scattering multipli mediante la composizione delle matrici \mathbf{S} relative al singolo processo di scattering. Se un sistema contiene due centri di scattering, ad esempio, ognuno dei quali è caratterizzato da una matrice di scattering [44] $S_k =$

$$\begin{pmatrix} r_k & t'_k \\ t_k & r'_k \end{pmatrix} \text{ con } k = 1, 2;$$

la matrice composta si ottiene come:

$$\mathbf{S}_{12} = \begin{pmatrix} r_1 + t'_1 r_2 (1 - r'_1 r_2)^{-1} t_1 & t' (1 - r_2 r'_1)^{-1} t'_2 \\ t_2 (1 - r_2 r'_1)^{-1} t_1 & r'_2 + t_2 (1 - r_2 r'_1)^{-1} r'_1 t'_2 \end{pmatrix} \quad (1.23)$$

Si noti che, in generale, gli elementi di matrice della (1.23) sono numeri complessi, perciò la probabilità di trasmissione coerente è

$$T_{12} = |t_{12}|^2 = \frac{T_1 T_2}{1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \cos\theta} \quad (1.24)$$

dove $R_i = |r_i|^2$, θ è la somma degli angoli di fase di r_i e r'_i tra i due ostacoli. Il formalismo di scattering fin qui descritto sarà utilizzato da noi soprattutto per descrivere il trasporto polarizzato di spin in nanostrutture, di cui daremo una breve descrizione nel seguito.

1.3 Trasporto polarizzato di spin

In questo paragrafo illustreremo brevemente la teoria della iniezione di spin, ossia il meccanismo che regola il funzionamento dei dispositivi della spintronica. Di seguito descriveremo alcuni dispositivi funzionali basati sull'uso di interfacce a multimateriali.

1.3.1 Teoria elementare della iniezione di spin

La creazione di uno stato di non equilibrio degli spin elettronici nei materiali elettronici, metalli e semiconduttori, così come uno stato di non equilibrio dello spin nei materiali ferromagnetici, viene chiamata *accumulazione di spin*. Sono state sviluppate varie tecniche sperimentali per ottenere una accumulazione di spin; quelle maggiormente usate sono: *risonanza di spin elettronico*,

orientazione ottica [47] e *iniezione di spin*. La prima tecnica usata storicamente (risonanza dello spin elettronico) per la creazione di *spin accumulation* consiste nell'applicare un campo magnetico che separa le componenti spin-up da quelle spin-down degli elettroni (Zeeman splitting) producendo una corrispondente polarizzazione di equilibrio. Una radiazione a microonde può indurre uno squilibrio tra le due componenti dello spin perchè, in condizioni di risonanza, ha una energia paragonabile a quella degli elettroni soggetti ad effetto Zeeman $\approx 0.01 \div 1eV$. [45] . L'altra tecnica è l'orientazione ottica: il materiale è esposto ad un fascio di luce polarizzato circolarmente ed i fotoni trasferiscono il loro momento angolare ad una componente dello spin dell'elettrone producendo quindi *accumulazione di spin*. Questo effetto è molto marcato nei semiconduttori come GaAs [46]. Il metodo che si usa oggi per l'accumulazione di spin è detto *iniezione di spin*. Per *iniezione di spin* si intende accumulazione di spin ottenuta iniettando elettroni con spin polarizzati per mezzo di una corrente elettrica. Il modello standard di iniezione di spin viene ispirato dalla proposta di Aronov [48] il quale suggerì la possibilità di iniettare direttamente spin polarizzati da un ferromagnete ad un conduttore non magnetico.

Nella prospettiva di costruire dispositivi spintronici, è necessario capire la funzione delle interfacce tra differenti materiali, tale fine può essere raggiunto mediante l'approccio di scattering visto in precedenza. Lo sforzo di fabbricare dispositivi sempre più piccoli deriva dalla necessità di ottenere regimi balistici, dove il cammino libero medio delle particelle supera le dimensioni rilevanti del sistema, perciò lo scattering all'interfaccia gioca un ruolo dominante. Nella vasta varietà di semiconduttori, la maggiore sorgente di scattering all'interfaccia con metalli normali deriva dalla formazione di una barriera Schottky e dalla differenza della densità di carica, cioè dalle differenti velocità di Fermi dei due materiali. In assenza di densità di spin-polarizzate la trasparenza all'interfaccia è ridotta e varie tecniche vengono usate per sopprimere la barriera Schottky. Nel caso di trasporto spin-polarizzato in un semiconduttore non magnetico, dove le cariche polarizzate vengono iniettate da un ferromagnete, la situazione è più complicata. Le interfacce magneticamente attive possono introdurre potenziali di spin-flip rendendo, quindi, la trasmissione attraverso l'interfaccia dipendente dallo spin (spin filtering) e producendo una variazione del grado di polarizzazione. Quest'ultima possibilità ha sostanziali effetti nei dispositivi spintronici.

Per costruire i circuiti spintronici si usano principalmente combinazioni tra materiali semiconduttori, ferromagnetici, metalli normali o isolanti; una delle maggiori difficoltà tecnologiche è quella di iniettare cariche elettriche polarizzate da un ferromagnete a un semiconduttore, attraverso una interfaccia, al fine di realizzare un trasporto polarizzato di spin. L'iniezione di spin attra-

verso una giunzione F/N può essere realizzata mediante un flusso di corrente J producendo una densità di carica elettrica polarizzata nel metallo normale (*spin accumulation*). Il modello standard dell' iniezione di spin [49] permette di calcolare l' accumulazione di spin in N, nota la polarizzazione di spin¹ P_0 nel ferromagnete F, in presenza di un flusso di corrente di carica J . La spin accumulato in N è lo spin che arriva nell'unità di tempo da F a N e può essere ottenuto come $J_{s0}/(-e)$ dove la corrente di spin è data da:

$$J_{s0} = P_0 J \quad (1.25)$$

La 1.25 ci dà una stima grossolana della carica polarizzata accumulata in N. Nella (1.25) viene ignorata la possibilità di avere un' accumulazione di spin nel ferromagnete; qualora ciò avvenga ci saranno importanti cambiamenti nella precedente stima della corrente di spin. Un'altra semplificazione inclusa in questo modello è di supporre la conservazione dello spin nell'attraversare l'interfaccia (assenza di spin flip). In molti casi, contrariamente alla carica elettrica, lo spin non è conservato e quindi vi è un rilassamento dello spin ad un valore di equilibrio, che in N è zero, dovuto a scattering che producono spin-flip o ad altri processi di randomizzazione dello spin. Risulta allora che il moto dello spin in presenza di una corrente di spin sarà diffusivo. Se $s(x)$ è la densità di spin in F, possiamo scrivere un'equazione di diffusione per $s(x)$

$$\frac{d^2 s}{dx^2} = -\frac{s}{L_s^2} \quad (1.26)$$

dove L_s è la lunghezza di diffusione dello spin; essa è legata al *tempo di rilassamento* dello spin tramite $L_s = \sqrt{D\tau_s}$ essendo D la diffusività. La soluzione generale di (1.26) è del tipo $s(x) = s_0 \exp(-x/L_s)$ dove s_0 è determinato dalle condizioni al contorno: $s_0 = s(0)$ e $s(\infty) = 0$ cioè, $s(x) = J_{s0} \frac{L_s}{-eD} e^{-x/L_s}$. Di qui, la quantità totale di spin accumulato in N è

$$s_{acc} = \int_0^\infty s(x) dx = \frac{J_{s0} L_s^2}{-eD} = \frac{J_{s0}}{-e} \tau_{s0} \quad (1.27)$$

In effetti, c'è una accumulazione di spin proporzionale alla polarizzazione del ferromagnete, alla corrente di carica iniettata e al tempo di rilassamento dello spin. Questo processo è illustrato nella Fig.(1.5)

1.3.2 Magnetoresistenza gigante o GMR

Il meccanismo finora descritto può essere generalizzato allo studio di strutture più complesse [51] rispetto della singola giunzione F/N, come nel caso di una

¹La polarizzazione di spin è il rapporto tra la differenza del numero degli spin maggioritari e minoritari rispetto al numero totale di spin: $P = \frac{n_\uparrow - n_\downarrow}{n_\uparrow + n_\downarrow}$

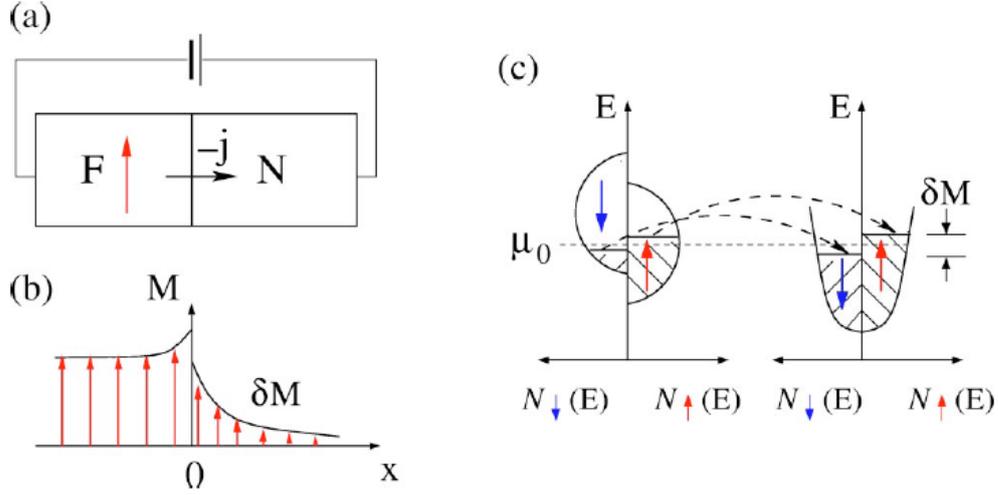


Figura 1.5: Iniezione di spin da un ferromagnete (F) ad un metallo normale (N). (a) Geometria schematica del sistema F/N. (b) magnetizzazione M in funzione della distanza. δM è la magnetizzazione di non equilibrio iniettata in N. (c) contributi di differenti densità degli stati dipendenti dallo spin al trasporto di carica e spin attraverso l'interfaccia F/N.

giunzione F/N/F. All'interfaccia tra il ferromagnete ed il metallo normale si ha una caduta di potenziale elettrico a causa della differenza di potenziale elettrochimico, questo produce una resistenza di contatto che quando è combinata alle due interfacce F/N per la struttura $F_1/N/F_2$ genera un particolare effetto noto come *Magnetoresistenza Gigante* (GMR) fig.(1.13). La differenza della resistenza elettrica delle giunzioni tra la configurazione di polarizzazione antiparallela e parallela dei due ferromagneti è data da[46] :

$$\Delta\mathcal{R} = \delta\mathcal{R}^{\uparrow\downarrow} - \delta\mathcal{R}^{\uparrow\uparrow} = \frac{4\mathcal{R}_1\mathcal{R}_2}{D_0\sinh(d/L_{sN})}\mathcal{R}_N|P_{j1}^0P_{j2}^0| \quad (1.28)$$

dove $\mathcal{R}_1e\mathcal{R}_2$ sono le resistenze effettive dei ferromagneti e \mathcal{R}_N quella del metallo normale, d lo spessore del normale e L_{sN} la lunghezza di diffusione dello spin nel normale, e P_{j1}^0, P_{j2}^0 sono le efficienze di iniezione dello spin. La GMR è definita come:

$$GMR = \frac{\mathcal{R}^{\uparrow\downarrow} - \mathcal{R}^{\uparrow\uparrow}}{\mathcal{R}} \quad (1.29)$$

L'origine fisica della GMR può essere spiegata qualitativamente basandosi sul modello di Mott (1936) [13] proposto per spiegare l'incremento della resistività dei ferromagneti. Ci sono due punti principali di questo modello. Primo, la conduttività elettrica nei metalli può essere descritta in termini di due distinti canali di conduzione indipendenti, corrispondenti ad elettroni

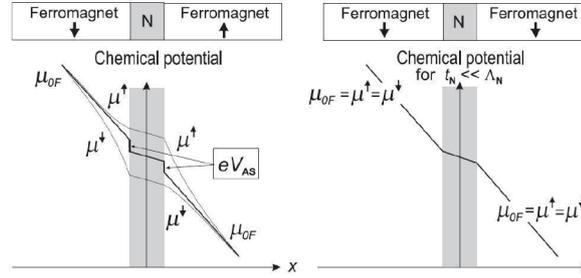


Figura 1.6: Contatto tra due ferromagneti identici per mezzo di un metallo con buona conducibilità e $d \ll L_s$. (Pannello sinistro) caso di magnetizzazione antiparallela dei due ferromagneti e con uno splitting dei livelli di Fermi μ^\uparrow e μ^\downarrow . Ad ognuna delle due interfacce, per effetto di accumulazione di spin, si sviluppa un potenziale di interfaccia F/N e N/F V_s . (Pannello destro) Caso di magnetizzazione parallela dei due ferromagneti. Per $d \ll L_s$ il potenziale all'interfaccia si riduce per un fattore d/L_s .

con spin up e spin down. La probabilità di inversione dello spin nei processi di scattering (spin flip) nei metalli è normalmente piccola rispetto ai processi di scattering in cui lo spin è conservato. Questo significa che elettroni con spin up e spin down non si mischiano su lunghe distanze e, quindi, la conduzione elettrica avviene in parallelo per i due canali di spin (Modello a due correnti [14]). Secondo, nei metalli ferromagnetici la velocità di scattering degli elettroni con spin up e spin down sono differenti, qualunque sia la natura dei centri di scattering. La corrente elettrica è principalmente trasportata dagli elettroni dalle bande di valenza sp grazie alla loro piccola massa efficace e alla loro elevata mobilità. Le bande d hanno un ruolo importante nel fornire gli stati finali per lo scattering degli elettroni sp . Nei ferromagneti la banda d è molto stretta, il che porta effettivamente all'esistenza di un gran numero di elettroni spaiati (fig.1.7)

Attraverso un meccanismo di scambio diretto, questi elettroni possono guadagnare energia di scambio disponendosi paralleli, cosicché la densità degli stati non è la stessa per elettroni con spin up ed elettroni con spin down all'energia di Fermi. La probabilità di scattering in questi stati è proporzionale alla loro densità, perciò lo scattering è dipendente dallo spin, cioè le probabilità di scattering sono diverse per i due canali di conduzione. Sebbene questa descrizione sia piuttosto semplificata, essa è una base utile per una comprensione qualitativa della conduzione dipendente dallo spin nei metalli ferromagnetici.

Usando il modello di Mott è semplice spiegare la GMR nei dispositivi a multistrati magnetici. Consideriamo una configurazione magnetica collineare come è rappresentato in fig.1.8[85] e assumiamo che lo scattering sia forte

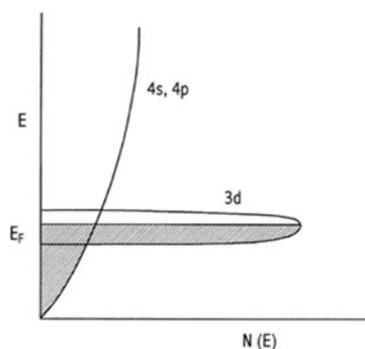


Figura 1.7: Gli orbitali $4s - 4p$ sono diffusi e si sovrappongono fortemente con quelli di atomi adiacenti, generando una larga banda di livelli, con una ampia distribuzione di energie e un numero relativamente piccolo di livelli nelle vicinanze di E_F . Invece, gli orbitali $3d$ degli ultimi metalli della prima serie di transizione sono più fortemente contratti attorno ai nuclei atomici individuali. Ciò porta ad una modesta sovrapposizione e ad una banda stretta, con alta $DOS(E)$.

per elettroni con spin antiparalleli alla direzione della magnetizzazione, ed è debole per elettroni con spin parallelo alla direzione di magnetizzazione. Questo comportamento riflette la asimmetria nella densità degli stati al livello di Fermi, in accordo con l'ipotesi di Mott. Per strati ferromagnetici allineati parallelamente (pannello superiore della fig. 1.8a) gli elettroni con spin up passano attraverso la struttura quasi senza subire scattering poiché i loro spin sono paralleli alla magnetizzazione dei ferromagneti. Al contrario gli elettroni con spin down sono fortemente scatterati in entrambi i ferromagneti poiché il loro spin è antiparallelo a quello dei ferromagneti. Poiché la conduzione avviene in parallelo per i due canali di spin, la resistenza totale del multistrato è determinata principalmente dall'alta conduttanza degli elettroni con spin up e quindi compare una resistenza bassa. Quando gli strati ferromagnetici sono allineati antiparallelamente (pannello superiore della fig. 1.8b), sia gli elettroni con spin up che quelli con spin down sono fortemente scatterati in uno dei due strati ferromagnetici, in quanto in uno dei ferromagneti lo spin è antiparallelo alla direzione di magnetizzazione. Quindi in questo caso la resistenza totale del multistrato è alta.

1.3.3 Magnetoresistenza tunnel o TMR

Le proprietà di trasporto dipendono dalla relativa orientazione della magnetizzazione degli strati magnetici o degli elettrodi magnetici e gli elettroni trasportati hanno memoria della magnetizzazione mediante la polarizzazione

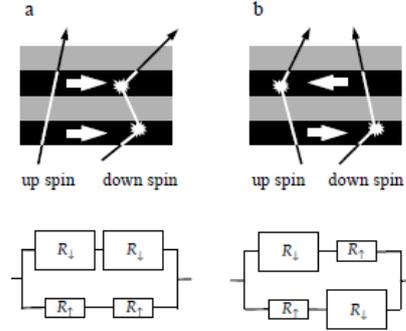


Figura 1.8: (Pannello superiore), illustrazione schematica del trasporto di elettroni polarizzati in un dispositivo multistrati per (a) magnetizzazioni parallele e (b) antiparallele di successivi strati ferromagnetici. Le direzioni di magnetizzazioni sono indicate dalle frecce. Le linee solide rappresentano le traiettorie individuali dell'elettrone nei due canali di spin in seguito a processi di scattering in ogni strato magnetico. (Pannello inferiore) Rappresentazione circuitale della GMR. (a) Per strati magnetici allineati parallelamente gli elettroni spin up passano senza scattering (R_{\uparrow}) resistenza piccola, mentre quello con spin down ha uno scattering forte (R_{\downarrow}) resistenza grande, (b) Sia gli elettroni con spin up che quelli con spin down sono fortemente scatterati in uno dei due ferromagneti, e la resistenza totale è grande.

dello spin.

A differenza della giunzione F/N/F, una giunzione di tunnel magnetico (MTJ) è composta da due ferromagneti metallici separati da uno strato isolante F/I/F; lo spessore dell'isolante è dell'ordine di 1 nm, i due ferromagneti hanno spessori tipici di circa 10nm mentre la superficie della giunzione varia da $0.1\mu m^2 - 10^3\mu m^2$. Nel caso di una singola MJT, Jullier (1975) [19] osservò che la corrente tunnel è massima per allineamenti paralleli della magnetizzazione dei ferromagneti, mentre è minima per allineamenti antiparalleli. Il modello di Jullier è formulato in una rappresentazione di elettroni non interagenti, assumendo che lo spin è conservato nel tunnelling. La corrente tunnel degli elettroni con data direzione dello spin è proporzionale al prodotto delle corrispondenti densità degli stati degli elettrodi che è dipendente dallo spin:

$$G_P \propto \varrho_{\uparrow}^1 \varrho_{\uparrow}^2 + \varrho_{\downarrow}^1 \varrho_{\downarrow}^2 \quad (1.30)$$

$$G_{AP} \propto \varrho_{\uparrow}^1 \varrho_{\downarrow}^2 + \varrho_{\downarrow}^1 \varrho_{\uparrow}^2 \quad (1.31)$$

dove ϱ_{\uparrow}^i e ϱ_{\downarrow}^i sono le densità degli stati nell'elettrodo i per spin up e spin down rispettivamente. Queste equazioni comportano che le MTJ hanno conduttanze diverse a seconda della configurazione parallela o antiparallela come viene

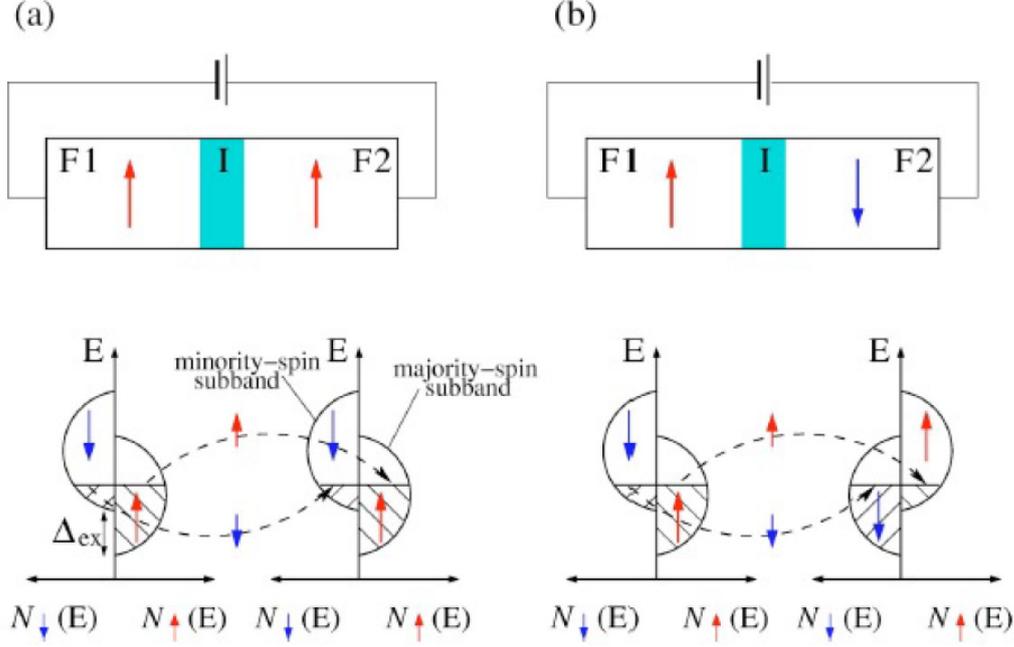


Figura 1.9: Illustrazione schematica del tunneling in una giunzione tunnel Ferromagnete/Isolante/Ferromagnete (F/I/F): (a) orientazione parallela, (b) orientazione antiparallela delle magnetizzazioni e la corrispondente densità degli stati dipendenti dagli spin nei metalli ferromagnetici che hanno una separazione di scambio Δ_{ex} dello spin. Le frecce nei due ferromagneti sono determinate dalla sottobanda di spin maggioritari. Le linee tratteggiate descrivono il tunneling dello spin conservato.

illustrato nella fig. (1.9). Si definisce Magnetoresistenza Tunnel (TMR) della MTJ la differenza delle conduttanze per allineamenti paralleli ed antiparalleli, normalizzata a quella antiparallela:

$$TMR = \frac{G_P - G_{AP}}{G_{AP}} \quad (1.32)$$

dove G_P , G_{AP} sono le conduttanze per allineamenti paralleli (up-up) o antiparalleli (up-down) rispettivamente. La TMR si può anche esprimere in funzione della polarizzazione dello spin nei due elettrodi LR (left,right) come,

$$TMR = \frac{2P_L P_R}{1 - P_L P_R}, \quad (1.33)$$

dove la polarizzazione è espressa come

$$P_{L/R} = \frac{\varrho_{L/R}^{\uparrow} - \varrho_{L/R}^{\downarrow}}{\varrho_{L/R}^{\uparrow} + \varrho_{L/R}^{\downarrow}},$$

e $\varrho_{L/R}^\sigma$ è la densità degli stati al livello di Fermi, mentre $\sigma = (\uparrow, \downarrow)$. La predizione del modello di Jullier illustra l'effetto spin-valve: la resistenza di un dispositivo può essere variata manipolando l'orientazione relativa delle magnetizzazioni nei rispettivi elettrodi ferromagnetici. L'effetto TMR osservato nelle MTJs [17] è la chiave dello sviluppo delle (MRAM) (magnetoresistive random-access-memory), sensori magnetici e nuovi dispositivi logici programmabili. Le MTJs convenzionali con barriera isolante di ossido di alluminio esibiscono una TMR di circa 70%. Questo basso valore della TMR limita la fattibilità dei dispositivi spintronici. Usando MTJ del tipo Fe/MgO/Fe si raggiungono valori di TMR del 180% a temperatura ambiente [20]. Questi effetti non possono essere spiegati alla luce della teoria di Jullier, poichè in essa non vengono considerati i possibili processi di scattering, compreso lo spin-flip. L'origine di questo enorme effetto è dovuto al tunnelling coerente di spin polarizzati, dove la simmetria delle funzioni d'onda elettroniche giocano un ruolo importante. Un modello più accurato che tiene conto del tunnel dipendente dallo spin attraverso la MJT è stato proposto da J. Slonczewski nel 1989 [21]. L'approccio di Slonczewski è di tipo quanto-meccanico e consiste nel risolvere l'equazione di Schrodinger su un dominio simmetrico su cui si estende la MTJ, imponendo le condizioni di raccordo delle funzioni d'onda e delle loro derivate prime sulle barriere dell'isolante. Nel limite di barriere sottili la conduttanza si riduce ad una funzione lineare del coseno dell'angolo θ tra le orientazioni relative delle magnetizzazioni

$$G(\theta) \propto (1 + P_{fb}^2 \cos(\theta)) \quad |P_{fb}| \leq 1 \quad (1.34)$$

dove

$$P_{fb} = \frac{k^\uparrow - k^\downarrow}{k^\uparrow + k^\downarrow} \cdot \frac{\kappa^2 - k^\uparrow k^\downarrow}{\kappa^2 + k^\uparrow k^\downarrow}$$

è l'effettiva polarizzazione di spin del sistema ferromagnete-barriera e

$$\kappa = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(U - E_F)}$$

è il fattore di decadimento della funzione d'onda dell'isolante. Qui osserviamo che la polarizzazione dipende dall'altezza di barriera e che nel limite di barriere infinite si ritrova il risultato di Jullier. Il modello di Jullier è essenzialmente un modello ad una banda, vale a dire che non vi è la possibilità di crossing dello spin e perciò i fenomeni di spin-flip sono ignorati. In questo caso la conduttanza $G \propto (1 + \cos\theta)$ e per $\theta = \pi$, $G = 0$ **valvola magnetica perfetta**. Il modello di Slonczewski è un modello più realistico a due bande, con possibilità di spin-flip, secondo il quale la conduttanza è espressa dalla (1.34). Questo limita la possibilità di avere una valvola perfetta, poichè per

$\theta = \pi$, $G \neq 0$ **valvola magnetica imperfetta**. Sono stati proposti altri metodi di carattere teorico partendo da un approccio hamiltoniano con tunneling coerente e tunneling incoerente. Cohen, Falicov e Phillip [24] hanno usato un approccio di tunneling incoerente in cui l'energia dell'elettrone è conservata, ma il suo momento non viene conservato. Zheng e al. [22] hanno esteso il modello di Slonczewski studiando una struttura con una doppia giunzione tunnel con barriere di potenziale tipo-delta partendo da un modello hamiltoniano che include sia termini che conservano lo spin, sia processi di spin-flip. Essi trovano che la TMR diminuisce quando sono presenti fenomeni di scattering che producono spin-flip:

$$TMR = \frac{2P_1P_2}{1 + \eta + P_1P_2} \quad (1.35)$$

$$P = \frac{n_{\uparrow}(E_F) - n_{\downarrow}(E_F)}{n_{\uparrow}(E_F) + n_{\downarrow}(E_F)}$$

è la polarizzazione e n_{σ} è la densità degli stati per spin-up e spin-down. Il parametro η discrimina tra una magnetoresistenza tunnel senza spin-flip e una con spin-flip. Notiamo che se η è zero ritroviamo la formula di Jullier ed essendo η positivo [23] deduciamo che lo spin-flip provoca una riduzione della TMR. Nei prossimi capitoli ci interesseremo alla determinazione di tale parametro e vedremo come sia legato agli elementi della matrice di scattering. Per questo sistema si trova che la TMR esibisce comportamenti oscillanti con periodo $a = \pi/k_F$. È stato osservato infatti [20] che la TMR, funzione dello spessore della barriera del trilayer Fe/MgO/Fe, presenta delle oscillazioni indicando che la coerenza delle funzioni d'onda elettroniche viene conservata attraverso la barriera tunnel [25]. La coerenza di fase è quindi una condizione necessaria per costruire dispositivi spintronic come le MRAM sulla scala dei giga bits.

Finora abbiamo esaminato i comportamenti di vari tipi di giunzioni, spin valve o MTJs, che sono, tipicamente, formate da una combinazione di ferromagneti con conduttori, isolanti o semiconduttori. Tuttavia, il primo esempio di giunzione che servì a determinare la polarizzazione del ferromagnete fu proposto nei lavori di Meservey e Tedrov [54] dove per la prima volta si usa una giunzione ferromagnete-superconduttore (FM/SC). In questa configurazione si osservano nuovi effetti magnetoresistivi connessi ad un nuovo fenomeno chiamato *Riflessione di Andreev*: Un elettrone iniettato da un ferromagnete ad un superconduttore viene riflesso come lacuna all'interfaccia FM/SC e si genera una coppia di Cooper ($k_{\uparrow}, -k_{\downarrow}$) nel SC. La riflessione di Andreev include un processo di conversione di corrente di quasiparticelle in una supercorrente di coppie di Cooper nell'intervallo della profondità di penetrazione

del superconduttore che è approssimativamente pari alla lunghezza di coerenza della coppia. L'interesse per la doppia giunzione FM/SC/FM nasce dalla possibilità di controllare la superconduttività e di trasmettere spin polarizzati senza riflessione di Andreev. Questo avviene quando lo spessore del SC è più piccolo della lunghezza di penetrazione (trasmissione diretta); in questo regime lo spin è trasmesso attraverso il superconduttore ad energie più piccole del gap superconduttivo e quindi ci si aspetta un effetto TMR. Quando gli allineamenti dei ferromagneti sono antiparalleli nel superconduttore si accumula una densità di spin dovuta allo sbilanciamento delle correnti tunnel di spin-up e spin-down. In questo caso il gap superconduttivo viene ridotto aumentando il potenziale esterno fino ad annullarsi per un valore critico V_c . Per l'allineamento parallelo non vi è alcuna densità di spin nel SC. Conseguentemente vi è una forte dipendenza della TMR da potenziali intorno a V_c fig.(1.10); la TMR aumenta rispetto a quella nello stato normale sopra V_c , mentre cambia segno, mostrando un effetto di TMR inversa per qualche range del potenziale al di sotto di V_c . Si trova che V_c è inversamente proporzionale alla polarizzazione P del ferromagnete $V_c \propto 1/P$ e questo fornisce un metodo per determinare la polarizzazione del ferromagnete.

1.3.4 Dispositivi

. Il dispositivo elementare, che costituisce il nucleo fondamentale di tutti i dispositivi magnetoelettronici, è senza dubbio la **spin valve**, basata sull'effetto GMR o sulla TMR in un sistema a multistrati magnetici. . L'elemento base della valvola di spin è costituita da due ferromagneti identici separati da un metallo normale di buona conduttività con spessore $d \ll L_s$. (1.12). Questo corrisponde alla situazione descritta in fig.(1.13). In caso di magnetizzazioni antiparallele, nei due ferromagneti si produce una separazione dei livelli di Fermi in μ_\uparrow e μ_\downarrow e alle due interfacce **F/N** e **N/F** si sviluppa una differenza di potenziale grazie all'accumulazione di spin, si dice che i potenziali chimici sono in fase; se le magnetizzazioni nei ferromagneti sono parallele i potenziali chimici sono fuori fase e il potenziale tende a zero. Valet e Fert[6] hanno dimostrato che nel caso $d \ll L_s$, $\Delta\mu$ si riduce per un fattore d/L_s . Variando la direzione della magnetizzazione relativa di due ferromagneti si ottiene una variazione relativa della magnetoresistenza e quindi della corrente. Questa è la caratteristica della valvola di spin.

L'effetto GMR, discusso precedentemente, rappresenta un esempio della rapida transizione dalla scoperta alla commercializzazione quando questo effetto è stato sfruttato nella realizzazione delle **Memorie Magnetiche**. L'incremento della produzione di dispositivi spintronici che utilizzano la tecnologia del trasporto polarizzato di spin è rappresentato in fig.(1.11). La

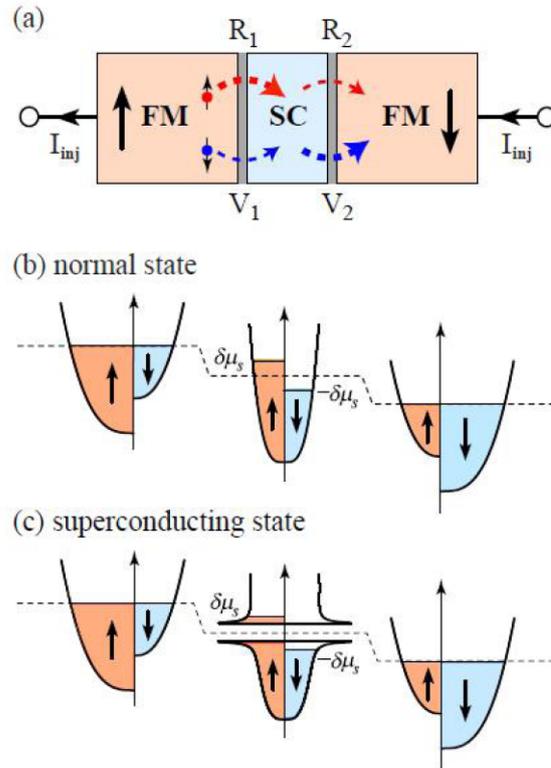


Figura 1.10: Doppia giunzione tunnel consistente di due ferromagneti (FM) con magnetizzazioni variabili un superconduttore (SC) separati da due identiche barriere isolanti. Schematica densità degli stati dei FMs (sinistra e destra) e del superconduttore (centro) in allineamenti antiparalleli delle magnetizzazioni quando SC è in uno stato normale (a) e in uno stato superconduttivo (b). $\delta\mu$ denota lo shift del potenziale chimico in SC. Da [52]

prima applicazione che produsse un notevole impatto economico fu la produzione delle testine di lettura dei dischi magnetici dei computer (Memorie di massa). La testina di lettura rileva i bits magnetici che sono immagazzinati sui dischi o tapes. I dati registrati sul disco non sono altro che dei delle piccole regioni magnetizzate, detti *domini*, e disposte lungo le tracce del disco vedi fig. (1.15). Alla magnetizzazione parallela della spin valve si fa corrispondere "1" e a quella antiparallela "0" oppure viceversa. Dove due opposte regioni magnetizzate si incontrano, si forma un "domain wall" vedi fig.(1.14) che è una regione microscopica aventi dimensioni lineari variabili da $100 \div 1000$ Angstrom, a seconda del materiale usato. I poli magnetici non compensati, nelle vicinanze del domain wall, generano un campo magnetico che si estende fuori dal mezzo (streak magnetica). Sono questi campi che vengono sentiti dagli elementi GMR. Dove le teste dei due domini si incon-

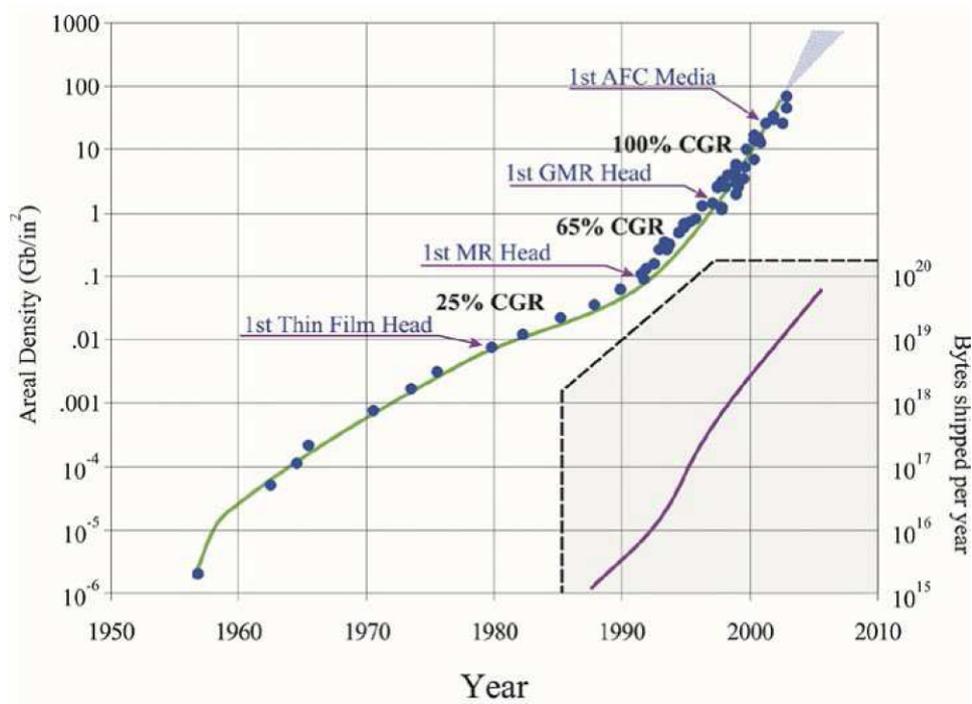


Figura 1.11: Evoluzione temporale della capacità di immagazzinamento dei dati. Riquadro mostra la capacità totale degli hard-disk raggiunta negli anni. CGR sta per "compound growth rate", AFC is "antiferromagnetically coupled media"

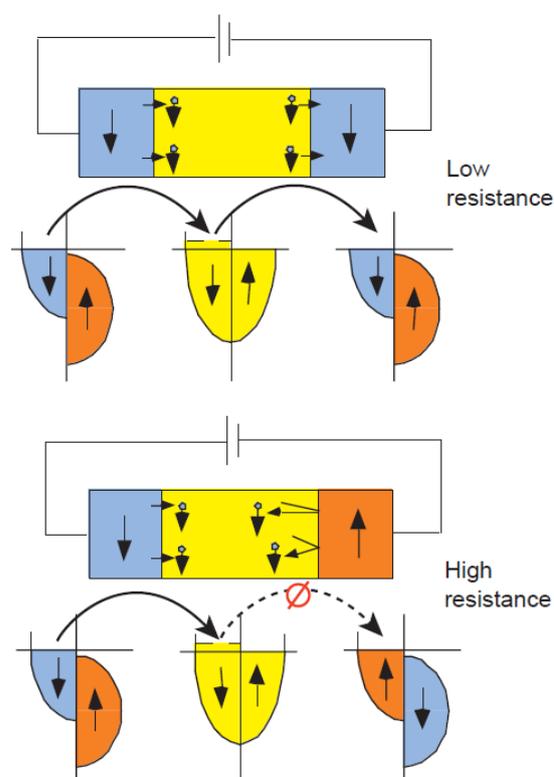


Figura 1.12: Rappresentazione schematica del trasporto di spin polarizzato da un metallo ferromagnetico, attraverso un metallo normale, ad un secondo ferromagnete con momenti magnetici allineati o anti-allineati al primo. \otimes rappresenta un canale non permesso. Adattata da [12]

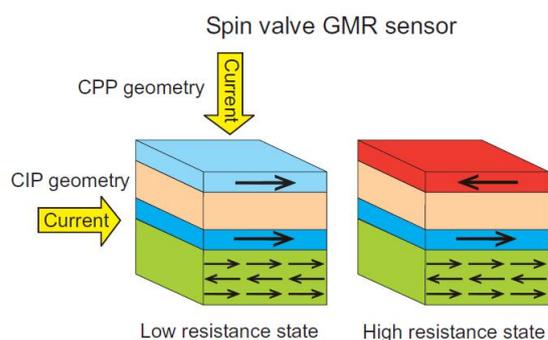


Figura 1.13: Concetto di valvola di spin. La magnetizzazione del layer magnetico più basso è fissata in una direzione dall'accoppiamento col substrato antiferromagnetico. Il layer magnetico superiore è separato da uno spacer non magnetico e la sua magnetizzazione può ruotare in un campo relativamente piccolo. Se lo spacer è metallico, la corrente tipicamente fluisce nel piano dei films, chiamata *corrente in piano* o *CIP*. Quando la corrente fluisce in modo perpendicolare al piano dei films, si parla di *corrente perpendicolare* o *CPP geometry*

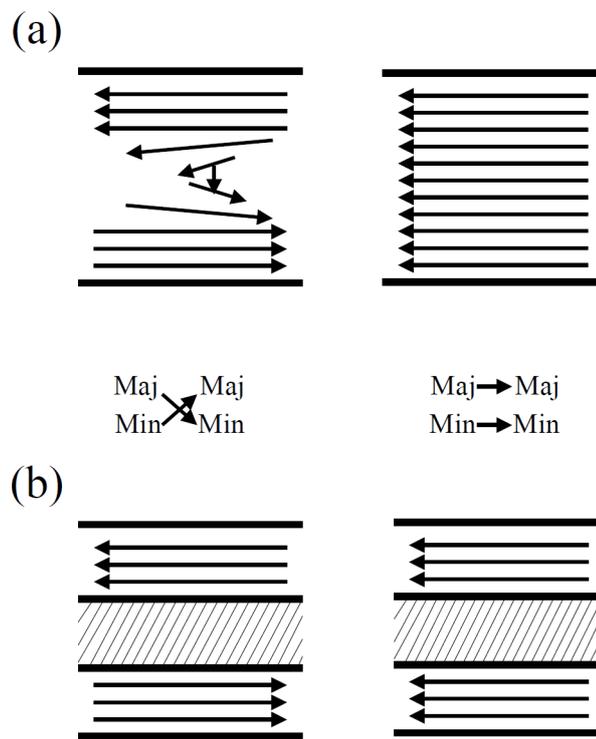


Figura 1.14: (a) domain-wall. (b) GMR a tre strati. Nella zona centrale gli effetti magnetici si compensano e ciò rende assimilabile il domain-wall ad una spin-valve.

trano, i poli positivi non compensati generano un campo uscente dal mezzo, mentre quando si incontrano le code del domain wall, il campo dei poli negativi non compensati formano un pozzo per le linee di flusso del campo magnetico ritornando indietro nella streep. Gli elementi sono fatti in modo tale che nel free layer siano paralleli al piano del mezzo in assenza di campo applicato. I momenti magnetici del fixed layer, della spin valve, sia orientato in modo perpendicolare al piano del mezzo. Allora, quando la testina passa su un domain wall positivo, il momento magnetico è attirato verso il basso, perciò la spin valve è orientata in modo antiparallelo, la GMR aumenta, e in caso opposto al precedente avremo un allineamento parallelo delle magnetizzazioni. Così, grazie all'effetto GMR si può decodificare la registrazione sul disco magnetico. . Con il rapido incremento dei dispositivi GMR e delle

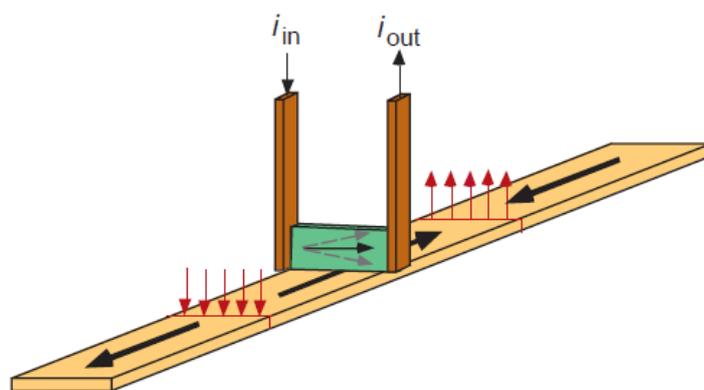


Figura 1.15: Rappresentazione schematica di una testina di lettura a GMR (verde) che passa su una streep che contiene regioni magnetizzate. La direzione della magnetizzazione del free -layer nella testina risponde al campo prodotto nel mezzo (domain wall) con una rotazione o in su o in giù. La risultante variazione della resistenza viene risentita dalla corrente i che passa nell'elemento GMR.

MTJs, vi è stato un rinnovato interesse nella fabbricazione *Magnetic Random Access Memories* (MRAMs) . La fig.(1.16) mostra schematicamente una array di celle, ognuna delle quali è una spin valve costituita da una magnetic tunnel junction. La preferenza delle MTJ per la costruzione di queste memorie magnetiche, deriva dal fatto che con i nuovi materiali e le nuove

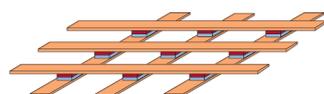


Figura 1.16: Schema di una matrice di MRAM , dove ogni cella consiste di una MTJ.

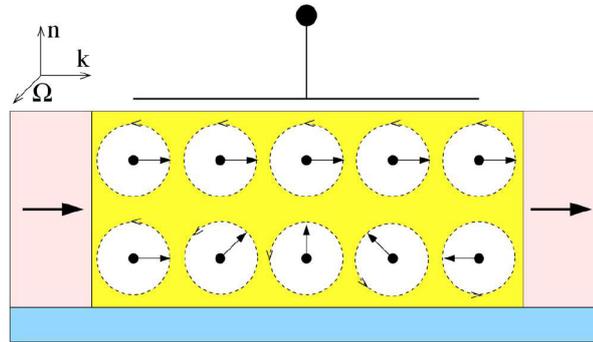


Figura 1.17: (SFET) o Datta-Das transistor.

tecniche di fabbricazione delle giunzioni rendono la TMR relativamente alta $\sim 40\%$ a temperatura ambiente. Questa variazione della resistenza può essere osservata a campi magnetici nel range $1.6, 2.4 \text{ kA/m}$ e sono più alti di quelli attualmente raggiunti dalle spin valve che funzionano con GMR. Tuttavia, l'applicazione delle MTJ era limitata dalla loro elevata resistività $M\Omega \times \mu\text{m}^2$, ma tale valore è stato drasticamente abbattuto $1 \div 10 \text{ k}\Omega \times \mu\text{m}^2$ e quindi la loro integrazione nei dispositivi di memoria è possibile[53]. Illustriamo infine il prototipo di un fondamentale dispositivo spintronico detto Spin Field Effect Transistor (SFET) o transistor di Datta-Das [86]; esso è rappresentato in fig.(1.17) Lo schema mostra la struttura di un tipico transistor ad effetto di campo, con una sorgente (source), un pozzo (drain), un canale stretto e una gate per controllare la corrente. Il gate permette alla corrente sia di fluire (ON) o di non fluire (OFF). Il transistor Datta-Das è simile al FET in quanto anche questo controlla una corrente di carica attraverso un canale stretto. La differenza, tuttavia, sta nella realizzazione fisica del controllo della corrente. Nel transistor Datta-Das, sorgente e pozzo sono ferromagneti che agiscono come iniettori e rilevatori di spin elettronici. La sorgente inietta elettroni con spin paralleli alla direzione di trasporto. Gli elettroni sono trasportati balisticamente attraverso il canale. Quando essi arrivano al drain, i loro spin sono rilevati. In una descrizione semplificata, l'elettrone può entrare nel pozzo (ON) se la direzione dello spin entrante ha la stessa direzione di quella associata alla magnetizzazione del pozzo; se invece ha direzione opposta viene scatterato all'indietro (OFF). Il ruolo del gate è di generare un effettivo campo magnetico in una direzione con un angolo Ω come nella fig. (1.17) che nasce dall'accoppiamento spin-orbita del materiale del substrato, dal confinamento geometrico del canale di trasporto, e dal potenziale elettrostatico del gate. Il campo magnetico causa la precessione degli spin elettronici. Modificando il voltaggio si può produrre una precessione tale da

perare lo spin in orientazione parallela o antiparallela a quella del drain, controllando effettivamente la corrente.

Capitolo 2

Trasporto di spin e spin torque nella teoria di campo di scattering

Nel precedente capitolo abbiamo esposto in forma qualitativa le principali questioni che si incontrano nello studio e nelle applicazioni della spintronica. In particolare abbiamo fatto una panoramica generale sulle proprietà di trasporto di alcuni sistemi balistici, secondo la teoria di Landauer. Il modello costruito da Landauer e poi generalizzato da Büttiker al caso di molti canali, utilizza la teoria dello scattering per costruire una matrice che contiene tutte le informazioni relative al trasporto in strutture balistiche a multistrati. Questa teoria, estesa anche a sistemi ferromagnetici, dove non si può ignorare lo spin dell'elettrone, ha dato origine ad un fiorente filone di ricerca portando alla scoperta di nuovi effetti come la Magneto Resistenza Gigante (GMR) o la Magneto Resistenza di Tunnel (TMR) che sono alla base della moderna spintronica.

In questo capitolo, prendendo le mosse dal lavoro di Büttiker [55], estenderemo il formalismo della teoria di scattering, introducendo gli stati di scattering per costruire stati di multiparticelle che abbiano le proprietà di simmetria fermioniche o bosoniche. La teoria della seconda quantizzazione fornisce un metodo potente ed elegante per costruire stati generali di scattering quando vengono considerati operatori di creazione e distruzione per i canali di ingresso e di uscita delle guide d'onda. Con questo formalismo deriveremo la formula di Landauer-Büttiker e faremo alcune applicazioni al calcolo della corrente o della conduttanza di alcuni sistemi di interesse sperimentale. Dalla non conservazione dello spin dedurremo, nell'ambito della teoria operatoriale dello scattering, il concetto di torsione di spin (spin-torque) e il trasporto di spin-torque in strutture tipo F/N/F o F/S/F.

2.1 Stati ed operatori di scattering

Per formulare il problema dello scattering nel modo più generale, consideriamo un conduttore connesso ad un numero α di riserve di elettroni attraverso dei contatti perfetti, assimilabili a delle guide d'onda. Assumiamo che gli stati nella riserva α si possano esprimere come il prodotto di una funzione d'onda trasversa ed una longitudinale nella direzione del moto degli elettroni secondo la relazione: $e^{ik_{\alpha m}x_{\alpha}}\phi_{\alpha m}(y_{\alpha}, z_{\alpha})$, dove $x_{\alpha}, y_{\alpha}, z_{\alpha}$ rappresentano le coordinate cartesiane locali della riserva α . Inoltre assumiamo che gli autovalori $E_{\alpha m}$ associati alle autofunzioni trasverse $\Phi_{\alpha m}(y_{\alpha}, z_{\alpha})$ siano indipendenti da $k_{\alpha m}$ e l'energia dello stato longitudinale ha uno spettro continuo $E(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$, cosicchè l'energia totale dell'elettrone nella riserva α e nel canale m è:

$$E_{\alpha, m}(k) = E_{\alpha, m}(0) + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (2.1)$$

Un'onda incidente può generare delle onde riflesse in tutti i canali della riserva α ed onde trasmesse in tutti i canali di tutte le altre riserve. L'onda completa nella riserva α è la sovrapposizione delle onde entranti con momento $k_{\alpha m}$ e di quelle riflesse con momento $k_{\alpha n}$:

$$\psi_{\alpha m}(\alpha) = \sum_n [\delta_{mn} e^{ik_{\alpha m}x_{\alpha}} \phi_{\alpha m}(y_{\alpha}, z_{\alpha}) + \left(\frac{v_{\alpha m}}{v_{\alpha n}}\right)^{1/2} s_{nm}^{\alpha\alpha} \times e^{-ik_{\alpha n}x_{\alpha}} \phi_{\alpha n}(y_{\alpha}, z_{\alpha})] \quad (2.2)$$

e in tutte le riserve $\beta \neq \alpha$, la funzione d'onda assume forma:

$$\psi_{\alpha m}(\beta) = \sum_n \left[\left(\frac{v_{\alpha m}}{v_{\beta n}}\right)^{1/2} s_{nm}^{\beta\alpha} \times e^{-ik_{\beta n}x_{\beta}} \phi_{\beta n}(y_{\beta}, z_{\beta}) \right]. \quad (2.3)$$

Le ampiezze $s_{nm}^{\beta\alpha}$ sono gli elementi della matrice di scattering.

Come si può osservare le equazioni (2.2) e (2.3) sono una generalizzazione delle eq. (1.15) e (1.16) ottenute per due riserve ognuna con n canali. Gli stati di scattering, dati da (2.2) e (2.3), formano un insieme completo di stati mutuamente ortogonali. Dalla completezza dell'insieme degli stati di scattering definiti nelle riserve, si può costruire uno stato di scattering nel conduttore, dipendente dal tempo e dallo spazio, come una sovrapposizione dei singoli stati di scattering:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{\alpha m} \int dk_{\alpha m} \psi_{\alpha m}(k_{\alpha m}, \mathbf{r}) a_{\alpha m}(k_{\alpha m}) e^{-i(E_{\alpha m}/\hbar)t} \quad (2.4)$$

$a_{\alpha m}(k_{\alpha m})$ sono le ampiezze delle onde incidenti. La (2.4) esprime la più generale onda incidente da tutte le riserve di elettroni connesse al conduttore.

Invece di considerare la $\Psi(\mathbf{r}, t)$ della eq. (2.4) come un pacchetto d'onde con ampiezze $a_{\alpha m}(k_{\alpha m})$, possiamo introdurre un operatore di seconda quantizzazione che agisce in uno spazio di Fock ¹ definito come:

$$\hat{\Psi}(\mathbf{r}, t) = \int dk_{\alpha m} \psi_{\alpha m}(k_{\alpha m}, \mathbf{r}) \hat{a}_{\alpha m}(k_{\alpha m}) e^{-i(E_{\alpha m}/\hbar)t} \quad (2.5)$$

L'operatore $\hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}, t)$ è un operatore fermionico che crea una particella in (\mathbf{r}, t) , mentre $\hat{\Psi}(\mathbf{r}, t)$ distrugge una particella in (\mathbf{r}, t) ; questi operatori soddisfano le regole di anticommutazione seguenti:

$$\begin{aligned} \{\hat{\Psi}(\mathbf{r}_1), \hat{\Psi}(\mathbf{r}_2)\} &= 0 \\ \{\hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}_1), \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}_2)\} &= 0 \\ \{\hat{\Psi}(\mathbf{r}_1), \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}_2)\} &= \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \end{aligned} \quad (2.6)$$

E' conveniente esprimere la variabile di integrazione nella (2.5) in funzione dell'energia piuttosto che del momento; utilizzando allora la relazione di dispersione (2.1) delle particelle libere e ricordando che $\frac{dE_{\alpha m}}{dk} = \hbar v_{\alpha m}$ è la densità degli stati del canale m , nella riserva α all'energia E , avremo :

$$\hat{\Psi}(\mathbf{r}, t) = \int \frac{dE_{\alpha m}}{\sqrt{\hbar v_{\alpha m}}} \psi_{\alpha m}(E_{\alpha m}, \mathbf{r}) \hat{a}_{\alpha m}(E_{\alpha m}) e^{-i(E_{\alpha m}/\hbar)t} \quad (2.7)$$

Considerando la trasformata di Fourier dei campi (2.5) otteniamo gli operatori $\hat{a}_{\alpha m}(E_{\alpha m})$ nello spazio dei numeri di occupazione, definendo $\hat{a}_{\alpha m}(k) = \sqrt{\hbar v_{\alpha m}} \hat{a}_{\alpha m}(E)$ e utilizzando le (2.6), possiamo scrivere le relazioni di anticommutazione per i campi $\hat{a}_{\alpha m}(E_{\alpha m})$:

$$\begin{aligned} \{\hat{a}_{\alpha m}(E), \hat{a}_{\beta n}^\dagger(E')\} &= \delta_{\alpha m} \delta_{\beta n} \delta(E - E') \\ \{\hat{a}_{\alpha m}^\dagger(E), \hat{a}_{\beta n}^\dagger(E')\} &= 0 \\ \{\hat{a}_{\alpha m}(E), \hat{a}_{\beta n}(E')\} &= 0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

La (2.7) è la rappresentazione dell'operatore di distruzione di una particella priva di spin nello spazio delle configurazioni. Volendo considerare campi che dipendono dallo spin, dobbiamo introdurre il concetto di spinore.

¹si definisce spazio di Fock la somma diretta del prodotto tensoriale di spazi di Hilbert di singola particella:

$$\mathfrak{F}_\nu(H) = \bigoplus_{n=0}^{\infty} s_\nu H^{\otimes n},$$

s_ν è l'operatore di simmetrizzazione e $\nu = \pm 1$ per particelle bosoniche e fermioniche rispettivamente.

Una particella con spin è descritta da una funzione d'onda che dipende dalle sue coordinate spaziali e da una ulteriore variabile σ che rappresenta il momento angolare di spin. Più specificamente essa si può esprimere nella forma

$$\psi(\mathbf{r}, \sigma) = \phi(\mathbf{r})\chi(\sigma) \quad (2.9)$$

dove $\chi(\sigma)$ è il generico stato di spin espresso nella base degli autovettori di S^2 e S_z (vedi Appendice A). Nel seguito denoteremo $\chi(\sigma) \equiv |\sigma\rangle$ il generico autostato dell'operatore di spin $\mathbf{S} = \frac{\hbar}{2}\sigma$. Le coordinate spaziali e le variabili di spin di una particella libera sono chiaramente indipendenti, perciò una funzione d'onda che descrive lo stato di scattering di un elettrone con spin, appartiene ad uno spazio di Hilbert che è il prodotto tensoriale dello spazio delle funzioni d'onda $L^2(R^3)$ e dello spazio dello spin elettronico C^2 che coincide con lo spazio vettoriale delle matrici complesse (2×2) . Lo spin è rappresentato da un operatore vettoriale $\mathbf{S} = \frac{\hbar}{2}\sigma$. Con queste premesse, possiamo scrivere il campo di scattering come uno spinore : dove $|\sigma\rangle$ è lo stato di spin rappresentato dalla (A.3). Ora specializziamo la teoria al caso di un sistema unidimensionale connesso a due riserve di elettroni. In questo caso, dalla (2.7) otteniamo l'operatore di scattering scritto in forma spinoriale

$$\hat{\Psi}_\alpha(x, t) = \sum_{\sigma=\uparrow, \downarrow} \int dE \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar v_\alpha}} e^{-i\frac{Et}{\hbar}} |\sigma\rangle \times [e^{ik(E)x} \hat{a}_{\alpha\sigma}(E) + e^{-ik(E)x} \hat{b}_{\alpha\sigma}(E)], \quad (2.10)$$

dove $\alpha = L, R$ indica il conduttore left o right e il suo hermitiano coniugato

$$\hat{\Psi}_\alpha^\dagger(x, t) = \sum_{\sigma=\uparrow, \downarrow} \int dE \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar v_\alpha}} e^{i\frac{Et}{\hbar}} \langle\sigma| \times [e^{-ik(E)x} \hat{a}_{\alpha\sigma}^\dagger(E) + e^{ik(E)x} \hat{b}_{\alpha\sigma}^\dagger(E)] \quad (2.11)$$

Gli operatori \hat{a} e \hat{b} non sono indipendenti, ma sono legati dalla matrice di scattering:

$$\hat{b}_{\alpha\sigma}(E) = \sum_{\alpha'=L,R} \sum_{\sigma'} S_{\alpha\alpha'}^{\sigma\sigma'}(E) \hat{a}_{\alpha'\sigma'}(E) \quad (2.12)$$

Il significato fisico degli operatori \hat{a} e \hat{b} appare chiaro dalla rappresentazione grafica del processo di scattering fig.(2.1): l'operatore $\hat{a}_{L\sigma}(E)$ distrugge un elettrone che si trova nell'elettrodo di sinistra (L) con spin σ ed energia E, quando esso si avvicina alla regione di scattering partendo da molto lontano (stato *ingoing*); l'operatore $\hat{b}_{L\sigma}$ distrugge un elettrone che si trova nell'elettrodo di sinistra (L) con spin σ ed energia E, quando esso si allontana dalla regione di scattering verso l'infinito (stato *outgoing*). Partendo da questa rappresentazione per l'operatore di campo dell'elettrone, possiamo derivare gli operatori corrente di carica e di spin e l'operatore di torsione di spin (spin-torque).

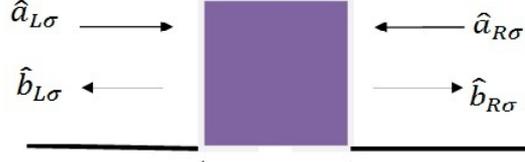


Figura 2.1: Rappresentazione degli operatori $\hat{a}_{L/R\sigma}$ e $\hat{b}_{L/R\sigma}$; $\hat{a}_{L\sigma}$ distrugge un elettrone nel canale L avente spin σ ed energia E entrante nella regione di scattering (parte colorata), $\hat{b}_{L\sigma}$ distrugge un elettrone nel canale L avente spin σ ed energia E uscente dalla regione di scattering (parte colorata),

2.2 Corrente di Carica e di Spin

Supponiamo che un sistema quanto-meccanico sia caratterizzato dall'Hamiltoniana:

$$\hat{\mathcal{H}} = -\frac{\hbar^2}{2m}\partial_x^2 + \hat{V}(x, \sigma), \quad (2.13)$$

dove $\hat{V}(x, \sigma)$ è un potenziale reale dipendente eventualmente dallo spin, ad esempio attraverso una interazione di tipo Zeeman. Le corrispondenti equazioni di Schrödinger per i campi $\hat{\Psi}(x, t)$ e $\hat{\Psi}^\dagger(x, t)$ sono

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{H}}\hat{\Psi}(x, t) &= i\hbar\partial_t\hat{\Psi}(x, t) \\ \hat{\Psi}^\dagger(x, t)\overleftarrow{\mathcal{H}} &= -i\hbar\partial_t\hat{\Psi}^\dagger(x, t) \end{aligned} \quad (2.14)$$

Definiamo un operatore

$$\hat{\mathfrak{S}}_\mu = \{e\mathbf{1}, \frac{\hbar}{2}\sigma_x, \frac{\hbar}{2}\sigma_y, \frac{\hbar}{2}\sigma_z\} \quad (2.15)$$

dove $\mathbf{1}$ è la matrice identità (2×2) nello spazio dello spin e $\{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z\}$ sono le matrici di Pauli. Derivando rispetto al tempo il valore di aspettazione quantistico dell'operatore $\hat{\mathfrak{S}}_\mu$ nello stato $\Psi(x, t)$, $\Psi^\dagger(x, t)\hat{\mathfrak{S}}_\mu\Psi(x, t)$ ed utilizzando le eq. (2.14) abbiamo

$$\begin{aligned} \partial_t[\Psi^\dagger(x, t)\hat{\mathfrak{S}}_\mu\Psi(x, t)] &= \frac{1}{i\hbar}[\Psi^\dagger\hat{\mathfrak{S}}_\mu\vec{\mathcal{H}}\Psi - \Psi^\dagger\overleftarrow{\mathcal{H}}\hat{\mathfrak{S}}_\mu\Psi] \\ &= -\frac{i}{\hbar}\Psi^\dagger(x, t)[\hat{\mathfrak{S}}_\mu\vec{\mathcal{H}} - \overleftarrow{\mathcal{H}}\hat{\mathfrak{S}}_\mu]\Psi(x, t) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Sostituendo (2.13) in (2.16), avremo

$$\partial_t[\Psi^\dagger(x, t)\hat{\mathfrak{S}}_\mu\Psi(x, t)] = -i\frac{\hbar}{2m}\{\hat{\mathfrak{S}}_\mu\partial_x(\Psi^\dagger\partial_x\Psi - \Psi\partial_x\Psi^\dagger)\} - \frac{i}{\hbar}\Psi^\dagger[\hat{\mathfrak{S}}_\mu, V(x, \sigma)]\Psi. \quad (2.17)$$

Possiamo facilmente trasformare la precedente equazione in

$$\partial_t[\Psi^\dagger(x, t)\mathfrak{S}_\mu\Psi(x, t)] = -i\frac{\hbar}{2m}\partial_x\{\mathfrak{S}_\mu\Psi^\dagger(\vec{\partial}_x - \overleftarrow{\partial}_x)\Psi\} + \frac{i}{\hbar}\Psi^\dagger[V(x, \sigma), \mathfrak{S}_\mu]\Psi \quad (2.18)$$

Introducendo l'operatore velocità,

$$v = i\frac{\hbar}{2m}(\vec{\partial}_x - \overleftarrow{\partial}_x),$$

possiamo riscrivere la (2.18)

$$\partial_t[\Psi^\dagger(x, t)\mathfrak{S}_\mu\Psi(x, t)] = -\partial_x\Psi^\dagger\mathfrak{S}_\mu v\Psi + \frac{i}{\hbar}\Psi^\dagger[V(x, \sigma), \mathfrak{S}_\mu]\Psi \quad (2.19)$$

Pertanto, posto

$$J_\mu = \Psi^\dagger\mathfrak{S}_\mu v\Psi \quad (2.20)$$

e

$$\rho_\mu = \Psi^\dagger(x, t)\mathfrak{S}_\mu\Psi(x, t) \quad (2.21)$$

$$\tau_\mu = \frac{i}{\hbar}\Psi^\dagger[V(x, \sigma), \mathfrak{S}_\mu]\Psi \quad (2.22)$$

dalla (2.16) si ottiene il principio di conservazione della corrente nella forma generalizzata.

$$\partial_t\rho_\mu + \partial_x J_\mu = \tau_\mu \quad (2.23)$$

Osserviamo che per $\mu = 0$ ritroviamo il risultato dell'elettrodinamica classica

$$\partial_t\rho_0 + \partial_x J_0 = 0$$

essendo $\rho_0 = \Psi^\dagger e\Psi$ la densità di carica e $J_0 = \Psi^\dagger e v\Psi$ la densità di corrente di carica. Per $\mu = \{1, 2, 3\}$, $\rho_\mu = \Psi^\dagger \frac{\hbar}{2}\sigma_\mu\Psi$ rappresenta la densità di spin e $J_\mu = \Psi^\dagger \frac{\hbar}{2}\sigma_\mu v\Psi$ la densità di corrente di spin. Vediamo dalla (2.23) che vale ancora un'equazione di continuità per lo spin solo se il potenziale $V(x, \sigma)$ è indipendente dallo spin o se questo commuta con σ_μ ; eccetto che per questi casi particolari, lo spin non si conserva ed il termine di sorgente τ_μ corrisponde alla torsione dello spin.

Usando gli operatori di campo, Ψ e Ψ^\dagger , nell'elettrodo α , sostituendo in (2.20) le espressioni (2.10) e (2.11) otteniamo il valore di aspettazione dell'operatore densità di corrente nell'elettrodo α .

$$\langle J_\mu^\alpha \rangle \approx \frac{1}{\hbar} \sum_{\sigma\sigma'} \int dE \left\{ \delta_{\sigma\sigma'} f_\alpha(E) - \sum_{\beta\sigma''} S_{\alpha\beta}^{\dagger\sigma\sigma''} S_{\alpha\beta}^{\sigma''\sigma'} f_\beta(E) \right\} \langle \sigma' | \mathfrak{S}_\mu | \sigma \rangle \quad (2.24)$$

dove $f_\alpha = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu_\alpha}{k_B T}} + 1}$ è la funzione di Fermi del contatto α con potenziale chimico μ_α . Il calcolo esplicito è riportato in Appendice B. Per l'indice $\mu = 0$ otteniamo la corrente di carica e per $\mu = 1, 2, 3$ abbiamo le correnti di spin. Per avere una forma esplicita della corrente di carica ci ricordiamo che $\mathfrak{S}_0 = q_e \mathbf{1}$, e quindi dalla (2.24) avremo

$$\langle J_0^\alpha \rangle = \frac{q_e}{h} \int dE \sum_{\sigma\sigma'} \langle \sigma' | \mathbf{1} | \sigma \rangle \left[\delta_{\sigma\sigma'} f_\alpha(E) - \sum_{\beta\sigma''} S_{\alpha\beta}^{*\sigma\sigma''} S_{\alpha\beta}^{\sigma''\sigma'} f_\beta(E) \right] \quad (2.25)$$

Poichè stati di spin diversi sono ortogonali e osservando che $\sum_{\sigma\sigma'} \langle \sigma' | \mathbf{1} | \sigma \rangle = \sum_{\sigma\sigma'} \langle \sigma' | \sigma \rangle$ e $\sum_{\sigma\sigma'} \langle \sigma' | \sigma \rangle \delta_{\sigma\sigma'} = 2$ ed essendo vera l'identità: $f_\alpha = \sum_\beta \delta_{\alpha\beta} f_\beta$, la corrente di carica si può esprimere come,

$$\langle J_{q_e}^\alpha \rangle = \frac{q_e}{h} \int dE \left[2f_\alpha - \sum_\beta Tr_\sigma(S_{\alpha\beta}^\dagger S_{\alpha\beta}) f_\beta \right]. \quad (2.26)$$

essendo Tr_σ la traccia sullo spin.

Osserviamo per inciso che il 2, ottenuto dalla somma sugli spin di $\langle \sigma' | \sigma \rangle \delta_{\sigma\sigma'}$, rappresenta il numero di canali di trasporto del nostro sistema. Per $\alpha = \beta$ l'integrando della (2.26) si può scrivere nella forma $(2 - R^{\alpha\alpha})f_\alpha$, dove $R^{\alpha\alpha} = \sum_\alpha (S_{\alpha\alpha}^\dagger S_{\alpha\alpha})$ rappresenta la probabilità totale di riflessione delle particelle incidenti nell'elettrodo α . Nel caso più generale la corrente di carica è

$$\langle J_{q_e}^\alpha \rangle = \frac{q_e}{h} \int dE \left[(2 - R^{\alpha\alpha})f_\alpha - \sum_{\beta \neq \alpha} f_\beta Tr_\sigma(S_{\alpha\beta}^\dagger S_{\alpha\beta}) \right] \quad (2.27)$$

Posto $Tr_\sigma(S_{\alpha\beta}^\dagger S_{\alpha\beta}) = T_{\alpha\beta}$, avremo

$$\langle \hat{J}_{q_e}^\alpha \rangle = \frac{q_e}{h} \int dE \left[(2 - R^{\alpha\alpha})f_\alpha - \sum_{\beta \neq \alpha} f_\beta T_{\alpha\beta} \right] \quad (2.28)$$

dove $T_{\alpha\beta}$ è la matrice di trasmissione.

Se i potenziali chimici degli elettrodi differiscono per una quantità molto piccola dal potenziale chimico di equilibrio, possiamo sviluppare le funzioni di Fermi f_α e f_β al primo ordine ottenendo :

$$f_\alpha = f_0 - \frac{\partial f_0}{\partial E} (\mu_\alpha - \mu)$$

ed analogamente per f_β ,

$$f_\beta = f_0 - \frac{\partial f_0}{\partial E} (\mu - \mu_\beta),$$

essendo μ il potenziale chimico all'equilibrio. Sostituendo lo sviluppo nella espressione (2.28) e ricordando che, :

$$R_{\alpha\alpha} + \sum_{\beta \neq \alpha} T_{\alpha\beta} = 2,$$

essendo 2 il numero dei canali, avremo

$$\langle J_{q_e}^\alpha \rangle = \frac{q_e}{h} \int dE \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) T_{\alpha\beta} (\mu_\alpha - \mu_\beta). \quad (2.29)$$

La (2.29) è la formula di Büttiker-Landauer per la corrente di carica. La differenza dei potenziali chimici dei due elettrodi è proporzionale alla differenza di potenziale applicato agli elettrodi²; perciò se definiamo conduttanza differenziale

$$G_{\alpha\beta} = \frac{d\langle J_{q_e}^\alpha \rangle}{dV},$$

dalla (2.29) si ha

$$G_{\alpha\beta} = \frac{2q_e^2}{h} \int dE \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) T_{\alpha\beta} \quad (2.30)$$

e nel limite di temperatura che va a zero, $\frac{\partial f_0}{\partial E} \sim \delta(E - E_F)$ e $T \rightarrow 0$,

$$G_{\alpha\beta} = \frac{2q_e^2}{h} T_{\alpha\beta}^0 \quad (2.31)$$

dove $T_{\alpha\beta}^0$ rappresenta la matrice di trasmissione all'energia di Fermi. Passiamo ora al calcolo della corrente di spin. Se nella definizione di densità di corrente media (2.24) l'indice μ assume i valori $\{1, 2, 3\}$ allora,

$$\langle J_\mu^\alpha \rangle \approx \frac{\hbar}{2h} \sum_{\sigma\sigma'} \int dE \left\{ \delta_{\sigma\sigma'} f_\alpha(E) - \sum_{\beta\sigma''} S_{\alpha\beta}^{\dagger\sigma\sigma''} S_{\alpha\beta}^{\sigma''\sigma'} f_\beta(E) \right\} \langle \sigma' | \sigma_\mu | \sigma \rangle \quad (2.32)$$

da cui, essendo,

$$\sum_{\sigma\sigma'} \int dE \left\{ \delta_{\sigma\sigma'} f_\alpha(E) \langle \sigma' | \sigma_\mu | \sigma \rangle \right\} = 0$$

²Se applichiamo una differenza di potenziale agli elettrodi tale da portare il sistema fuori dall'equilibrio, abbiamo

$$(\mu_\alpha - \mu_\beta) = [(\mu_\alpha - \mu_F) - (\mu_\beta - \mu_F)] = 2q_e V$$

si ottiene la corrente di spin:

$$\begin{aligned}\langle J_\mu^\alpha \rangle &= -\frac{1}{4\pi} \int dE \sum_{\sigma\sigma'\beta} S_{\alpha\beta}^{\dagger\sigma\sigma'} \langle \sigma' | \sigma_\mu | \sigma \rangle S_{\alpha\beta}^{\sigma'\sigma} f_\beta(E) \\ &= -\frac{1}{4\pi} \int dE \sum_\beta \text{Tr}_\sigma \left[S_{\alpha\beta}^\dagger \sigma_\mu S_{\alpha\beta} \right] f_\beta(E).\end{aligned}\quad (2.33)$$

Dalla formula precedente osserviamo che la corrente di spin, contrariamente alla corrente elettrica, si presenta come la corrente di uno pseudovettore. Se abbiamo due flussi di cariche con spin opposti che si muovono in direzioni opposte la corrente elettrica totale è nulla, tuttavia esiste una corrente di spin che è proporzionale alla componente della densità di spin nella direzione dell'asse di quantizzazione. La corrente di spin totale in una nanostruttura è determinata dall'integrale della densità della corrente di spin attraverso una sezione trasversa e ha tre componenti, corrispondenti alle componenti del vettore delle matrici di Pauli.

2.3 Spin torque e torkance

Nella sezione precedente abbiamo calcolato la derivata della densità di un quadrivettore, la cui prima componente è la densità di carica e le altre tre componenti sono proporzionali alle matrici di Pauli. Abbiamo altresì osservato che la corrente di spin non si conserva, dando origine ad un termine aggiuntivo proporzionale al commutatore tra il potenziale dipendente dallo spin e le componenti del vettore di Pauli. Questo termine è stato definito *Spin Torque* ([56]) (eq.(2.23)).

La magnetizzazione in una data direzione di un ferromagnete può influenzare la corrente elettrica polarizzata che lo attraversa; inversamente, è stato anche osservato ([57]) che una corrente polarizzata di spin può indurre una variazione della direzione della magnetizzazione che giace in uno strato ortogonale alla sua direzione. Questo fenomeno, noto come *spin transfer torque*, è dovuto al trasferimento della componente trasversa della corrente di spin alla magnetizzazione locale. La corrente di spin induce quindi una variazione nella direzione della magnetizzazione, portando eventualmente ad una sua inversione.

Per valutare lo spin-torque osserviamo che, in condizioni stazionarie la (2.23) diventa

$$\partial_x J_\mu = \tau_\mu \quad (2.34)$$

Nel caso di un sistema in cui una regione magnetica centrale $x \in [-a, a]$ è connessa a due terminali non magnetici come nella figura (2.3), la corrente

stazionaria di spin genera uno spin torque e inoltre lo spin torque per unità di area può essere calcolato integrando la (2.34) rispetto alla variabile spaziale ([58]):

$$\int_{-\infty}^{\infty} \partial_x J_\mu^\alpha dx = J_\mu^L - J_\mu^R = \int_{-a}^a \tau dx = \mathcal{T} \quad (2.35)$$

dove $\alpha = L, R$, e $J_\mu^{L/R}$, sono le correnti all'infinito, rispettivamente nei conduttori L ed R; inoltre nella regione non magnetica $x > a, x < -a$ il potenziale ϕ è nullo o non dipende dallo spin perciò $\tau = \frac{1}{\hbar}[V(x, \sigma), \sigma_\mu] = 0$, quindi l'integrale a secondo membro è esteso solo alla regione magnetica.

Nel caso realistico in cui il potenziale nella regione magnetica è di tipo Zeeman, cioè descrive l'interazione tra il momento magnetico e lo spin:

$$V(x, \sigma) = \gamma(x) \mathbf{n}(x) \cdot \vec{\sigma},$$

dove \mathbf{n} è il versore nella direzione del momento magnetico, avremo che il torque in questo caso si esprime nella forma:

$$\frac{1}{\hbar}[V(x, \sigma), \sigma_\mu] = \frac{\gamma(x)}{\hbar} \left[\sum_\beta n_\beta \sigma_\beta, \sigma_\mu \right] = \frac{-2i\gamma(x)}{\hbar} (\mathbf{n} \times \vec{\sigma})_\mu \quad (2.36)$$

dove abbiamo usato le identità $[\sigma_\alpha, \sigma_\beta] = 2i \sum_\mu \varepsilon_{\alpha\beta\mu} \sigma_\mu$ e $(\vec{v} \times \vec{w})_\mu = \sum_\nu \varepsilon_{\alpha\beta\mu} v_\alpha w_\beta$, essendo $\varepsilon_{\alpha\beta\mu}$ il tensore di Levi-Civita.

Per avere una connessione con le misure di spin-torque in valvole di spin, valutiamo il torque di spin su una regione magnetica localizzata dove la direzione della magnetizzazione locale può essere facilmente ruotata. Una simile regione viene chiamata *free layer* (FL).

Nel seguito considereremo il FL al punto x_0 in prossimità dell'elettrodo α , cioè $\gamma(x) = \gamma\delta(x - x_0)$ Riprendendo le formule che definiscono il torque: (2.36), avremo che,

$$\vec{\tau}(x_0) = \frac{2}{\hbar} \gamma(x_0) \mathbf{n}(x = x_0) \times \vec{\sigma} \quad (2.37)$$

le cui componenti hanno valore di aspettazione

$$\langle \tau_\mu(x) \rangle_{x=x_0} = \gamma(x_0) \mathbf{n} \times \langle \Psi^\dagger(x) \sigma_\mu \Psi(x) \rangle_{x=x_0 \in \alpha}.$$

Analogamente al calcolo della corrente, il torque τ_μ viene calcolato determinando il valor medio della $\mu - ma$ componente dello spin sullo stato Ψ .

Sfruttando le proprietà delle medie statistiche degli operatori $a_\sigma^\dagger, a_\sigma^\alpha$ e la definizione di matrice di scattering, ricavate in appendice B, avremo

$$\begin{aligned} \langle \sigma_\mu \rangle_{x=x_0} &= \sum_{\sigma\sigma'} \int dE dE' \rho(E) \rho(E') \langle \sigma' | \sigma_\mu | \sigma \rangle \left[\delta_{\sigma\sigma'} \delta(E - E') f_\alpha(E) + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{\beta\sigma''} S_{\dagger\alpha\beta}^{\sigma\sigma''} S_{\alpha\beta}^{\sigma''\sigma'} \delta_{\sigma\sigma'} \delta(E - E') f_\beta(E) \right] \end{aligned}$$

Eseguendo l'integrale in E' , ricordando che $\sum_\sigma \langle \sigma | \sigma_\mu | \sigma \rangle = 0$, e assumendo la densità degli stati circa costante al livello di Fermi, $\rho(E) \approx \rho(E_F)$, avremo che

$$\langle \sigma_\mu \rangle_{x=x_0} = \frac{m}{2\pi\hbar^2 k_F} \int dE \sum_\beta Tr_\sigma \left[S_{\alpha\beta}^\dagger \sigma_\mu S_{\alpha\beta} \right] f_\beta(E) \quad (2.38)$$

A questo punto possiamo calcolare il torque locale sul *free layer* come segue:

$$\begin{aligned} \tau_\mu^\alpha(x_0) &= \gamma(\mathbf{n} \times \langle \sigma \rangle_{x_0})_\mu \\ &= \frac{m\gamma}{2\pi\hbar^2 k_F} \left[\mathbf{n} \times \int dE \sum_\beta Tr_\sigma \left[S^{\dagger\alpha\beta} \sigma S^{\alpha\beta} \right] f_\beta(E) \right]_\mu \end{aligned} \quad (2.39)$$

dove l'indice α indica il conduttore più vicino al free layer.

Ricordando la (2.33), l'integrale che compare a secondo membro della (2.39) è la media della densità di corrente di spin, allora possiamo riscrivere lo spin-torque nella seguente forma:

$$\tau_\mu^\alpha(x_0) = - \left[\Gamma \mathbf{n} \times \langle \mathbf{J}_\alpha^{spin} \rangle \right]_\mu \quad (2.40)$$

dove è stato posto $\Gamma = \frac{2m}{\hbar^2 k_F} \gamma$. Notiamo che le correnti polarizzate inducono uno spin torque sulla magnetizzazione del free layer solo quando le componenti della corrente di spin hanno direzioni diverse da quelle della sua magnetizzazione. L'intensità del torque indotto è dato da

$$|\tau_\mu^\alpha| = \Gamma |J_\mu^{\alpha spin}| \sin \theta$$

dove θ è l'angolo compreso tra \mathbf{n} e $\langle \mathbf{J}_\alpha^{spin} \rangle$. Si noti che, se si applica una differenza di potenziale tra il free layer ed un elettrodo esterno β , abbiamo una variazione del potenziale chimico dell'elettrodo. In particolare, applicando una differenza di potenziale $eV/2$ tra l'elettrodo β e il free layer, il potenziale chimico diventa $\mu_\beta = E_F + \Delta(\beta)eV/2$, con $\Delta(\beta) = \pm 1$ per $\beta = 1, 2$

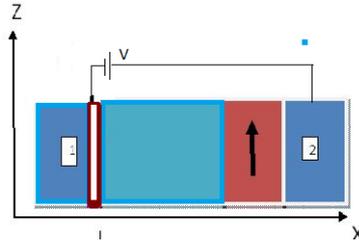


Figura 2.2: Rappresentazione grafica di un sistema multistrati con un free layer magnetico e un fixed layer separati da una regione normale adatto per l'analisi dello spin-torque. Le frecce indicano le direzioni delle magnetizzazioni che giacciono nel piano XZ, e V indica il potenziale applicato tra il free layer e l'elettrodo 1

rispettivamente. Per piccoli potenziali applicati, possiamo espandere la funzione di Fermi $f_\beta(E)$ all'ordine lineare nella (2.39) e così scrivere, nel limite di temperatura zero, che

$$\tau_\mu^\alpha = \frac{(eV/2)\Gamma_\alpha}{4\pi} \left[\mathbf{n} \times \sum_\beta Tr_\sigma \left(S_{\alpha\beta}^\dagger \vec{\sigma} S_{\alpha\beta} \right) \Delta(\beta) \right]_\mu$$

Per piccole variazioni di $(eV/2) = w$ e $w \rightarrow w + \delta w$, definiamo *Torkance* la grandezza differenziale

$$\mathcal{T}_\mu^l = \frac{\partial \tau_\mu^l}{\partial w} = \frac{\Gamma_l}{4\pi} \left[\hat{n}_l \times Tr_\sigma \left(\vec{\sigma} \sum_\beta S^{\dagger\alpha\beta} S^{\alpha\beta} \right) \Delta(\beta) \right]_{\mu, l=\alpha} \quad (2.41)$$

Se sviluppiamo la somma in (2.41), prendendo $\alpha = 1$, otteniamo

$$\sum_\beta S_{1\beta}^\dagger S_{1\beta} \Delta(\beta) = \mathbf{1} - 2S_{12}^\dagger S_{12},$$

quindi la torkance diventa: .

$$\mathcal{T}_\mu = \frac{\partial \tau_\mu}{\partial w} = -\frac{\Gamma}{2\pi} \left[\mathbf{n} \times Tr_\sigma \left(\vec{\sigma} S_{12}^\dagger S_{12} \right) \right]_\mu \quad (2.42)$$

Nel prossimo paragrafo utilizzeremo la formula (2.42) per illustrare la sua applicazione ad una valvola di spin.

2.3.1 Spin-Torque in valvole di spin

Nel riferimento della fig.(2.3), $n_\alpha = (\sin \theta, 0, \cos \theta)$; dopo aver eseguito il prodotto vettoriale nella (2.42) avremo che le componenti della torkance nel

piano delle magnetizzazioni sono:

$$\mathcal{T}_x = -\cos\theta \operatorname{Tr}_\sigma \left[\sigma_y \left(S_{12}^\dagger S_{12} \right) \right] \quad (2.43)$$

$$\mathcal{T}_z = \sin\theta \operatorname{Tr}_\sigma \left[\sigma_y \left(S_{12}^\dagger S_{12} \right) \right] \quad (2.44)$$

Mentre la componente della torkance ortogonale al piano delle magnetizzazioni è

$$\mathcal{T}_y = \sin\theta \operatorname{Tr}_\sigma \left[\sigma_z \left(S_{12}^\dagger S_{12} \right) \right] - \cos\theta \operatorname{Tr}_\sigma \left[\sigma_x \left(S_{12}^\dagger S_{12} \right) \right]. \quad (2.45)$$

Dalle(2.42) e (2.45), il modulo della torkance perpendicolare al piano è

$$\begin{aligned} |\mathcal{T}_\perp| &= \frac{\Gamma}{2\pi} \sqrt{[\mathcal{T}_y]^2} \\ &= \frac{\Gamma}{2\pi} \left\{ -\sin\theta \operatorname{Tr} \left[\sigma_z \left(S_{12}^\dagger S_{12} \right) \right] + \cos\theta \operatorname{Tr} \left[\sigma_x \left(S_{12}^\dagger S_{12} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.46)$$

e la componente parallela è

$$|\mathcal{T}_\parallel| = \sqrt{\mathcal{T}_x^2 + \mathcal{T}_z^2} = \frac{\Gamma}{2\pi} \operatorname{Tr}_\sigma \left[\sigma_y \left(S_{12}^\dagger S_{12} \right) \right] \quad (2.47)$$

Qui analizziamo lo spin torque nel sistema $NM/F_1/NM/F_2/NM$ raffigurato in fig. (2.3) in presenza di una tensione dc applicata agli elettrodi. Gli elettrodi sono costituiti da conduttori normali non magnetici (NM), la regione centrale è costituita da due ferromagneti (F_j), $j = 1, 2$ separati da un metallo non magnetico di dimensioni finite. Il ferromagnete di sinistra è molto sottile (*free layer*), mentre l'altro ferromagnete ha una taglia finita (*fixed layer*). L'Hamiltoniana dell'intero sistema è

$$\mathcal{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \partial_x^2 + V_\sigma^m(x, \theta) + U(x). \quad (2.48)$$

Per semplicità assumiamo che il layer F_1 abbia uno spessore molto minore della lunghezza d'onda di De Broglie in modo da poterlo rappresentare come una barriera di potenziale a delta dipendente dallo spin, allora

$$V_\sigma^m(x, \theta) = \gamma \delta(x) \mathbf{n}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma} + h(x) \mathbf{n}_2 \cdot \boldsymbol{\sigma}$$

dove, $h(x) = \frac{g\mu_B}{2} B_i(x)$ è la magnetizzazione, \mathbf{n}_i , con $i = 1, 2$, è il versore nella direzione della magnetizzazione e $\vec{\sigma} = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z\}$ sono le matrici di Pauli. Scegliamo la magnetizzazione del ferromagnete F_2 avente direzione dell'asse z mentre quella del free layer F_1 ha una magnetizzazione formante

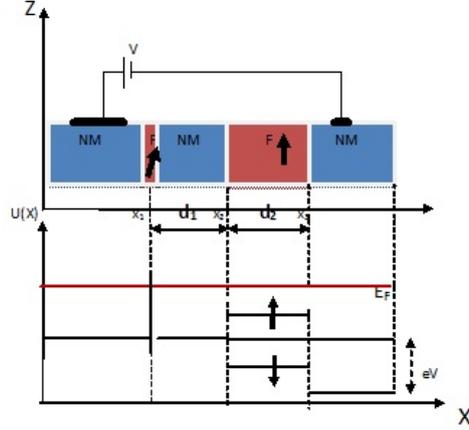


Figura 2.3: Rappresentazione del sistema multistrati $NM/F_1/NM/F_2/NM$ e la rispettiva energia potenziale. Le correnti di spin fluiscono lungo l'asse x , mentre le magnetizzazioni \hat{n}_1 e \hat{n}_2 giacciono nel piano xz

un angolo θ con l'asse z . $\mathbf{n}_1 = (\sin \theta, 0, \cos \theta)$, $\mathbf{n}_2 = (0, 0, 1)$ mentre $h(x) = h_z \Theta(x - d_1) \Theta(d_1 + d_2 - x)$, dove $\Theta(x)$ è la funzione step di Heaviside. $U(x)$ è un potenziale di scattering indipendente dallo spin che può essere controllato eventualmente da un gate esterno; esso ha la forma $U(x) = V_0 \delta(x) + V_1 \Theta(x - d_1) \Theta(d_2 - x)$.

Il torque generato sul free layer F_1 , cioè \mathcal{T}_1 , giace nel piano perpendicolare alla direzione della magnetizzazione poichè $\mathbf{n}_1 \cdot \mathcal{T}_1 = 0$. La proiezione di \mathcal{T}_1 parallelo e perpendicolare al free layer possono essere espressi in termini dei seguenti vettori di base:

$$\nu_{\parallel} = \frac{\mathbf{n}_1 \times (\mathbf{n}_2 \times \mathbf{n}_1)}{|\mathbf{n}_1 \times (\mathbf{n}_2 \times \mathbf{n}_1)|} = -\hat{x} \cos \theta + \hat{z} \sin \theta \quad (2.49)$$

$$\nu_{\perp} = \frac{\mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2}{|\mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2|} = \hat{y}, \quad (2.50)$$

dove $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ sono i versori degli assi cartesiani. Le componenti del torque nella base cartesiana sono

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_1^{\parallel} &= \vec{\mathcal{T}}_1 \cdot \nu_{\parallel} = \mathcal{T}_{1,y} \\ \mathcal{T}_1^{\perp} &= \vec{\mathcal{T}}_1 \cdot \nu_{\perp} = -\cos \theta \mathcal{T}_{1,x} + \sin \theta \mathcal{T}_{1,z} \end{aligned}$$

Per calcolare la torkance facciamo uso dell'approccio della matrice di scattering sviluppato prima e, facendo uso dell'(eq. 2.42), otteniamo le componenti

della torkance:

$$\mathcal{T}_1^{\parallel} = -\frac{\Gamma}{2\pi} \left[Tr_{\sigma\sigma_y} S_{12}^{\dagger} S_{12} \right] \quad (2.51)$$

$$\mathcal{T}_1^{\perp} = \frac{\Gamma}{2\pi} \left[Tr_{\sigma} (\sin\theta\sigma_x - \cos\theta\sigma_z) S_{12}^{\dagger} S_{12} \right] \quad (2.52)$$

Di seguito presentiamo i risultati per le componenti della torkance per unità di area, o equivalentemente lo spin-torque normalizzato a $eV/2$, per il sistema multilayer $NM/F_1/NM/F_2/NM$. Faremo uso dei seguenti parametri adimensionali definiti da: $r_i = V_i/E_F$ ($i = 1, 2$) e $r_0 = (k_F l)V_0/E_F$ potenziale della barriera normalizzato all'energia di Fermi, $h_z = \frac{g\mu B}{2E_F}$ l'energia Zeeman del fixed layer normalizzata e $k_F d_i$ la distanza normalizzata alla lunghezza di Fermi. In (fig.2.4) le componenti della torkance (T_{\parallel}, T_{\perp}) sono rappresentate per unità di area come una funzione dell'energia Zeeman h del fixed layer. In assenza di barriere di potenziale di scattering lungo la direzione del tra-

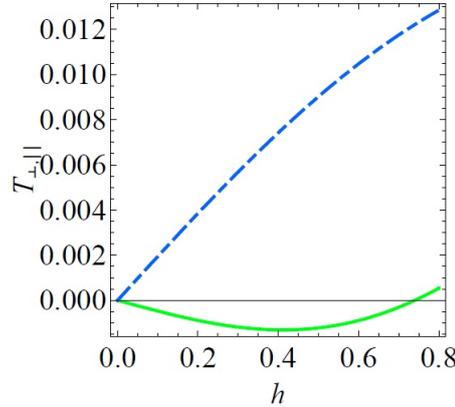


Figura 2.4: Torkance T_{\perp} (linea continua) e T_{\parallel} (linea tratteggiata) disegnata in funzione dell'energia Zeeman del fixed layer. I parametri sono stati scelti nel modo seguente: $\Gamma_l = 0.5$, $r_1, r_2, r_0 = 0, \theta = \pi/2, k_F d_1 = k_F d_2 = 3$, e $k_F d_3 = 1$

sporto, ($r_1, r_2, r_0 = 0$) e in presenza solo del termine di scambio Zeeman, la componente parallela del torque soddisfa la relazione $T_{\parallel} > T_{\perp}$, come nelle valvole di spin convenzionali. Abbiamo notato che la componente perpendicolare diventa rilevante per $r_i \neq 0$, vale a dire che le barriere di potenziale non dipendenti dallo spin esaltano la componente perpendicolare del torque. Inoltre, se il fixed layer è costituito di un ferromagnete debole ($h < 0.2$) le componenti della torkance presentano una dipendenza lineare rispetto ad h ,

mentre si osservano variazioni dal comportamento lineare per valori crescenti dell'energia Zeeman. In particolare per un valore critico dell'interazione Zeeman, $h \simeq 0.75$, la componente perpendicolare della torkance è completamente soppressa, mentre T_{\parallel} è la sola componente rilevante. Un ulteriore confronto tra la parte trasversa e quella longitudinale della torkance può essere fatto plottando $\mathcal{T}_1^{\parallel}$ e \mathcal{T}_1^{\perp} in funzione della larghezza del fixed layer. Come viene mostrato in fig.(2.5), per lo stesso set di valori della fig.(2.4), nell'ipotesi di ferromagnete debole ($h < 0.2$), in assenza di barriere alle interfacce \mathcal{T}_{\parallel} è sempre maggiore di \mathcal{T}_{\perp} per un largo intervallo della larghezza del layer magnetico finito [59]. Osserviamo che la torkance presenta un comporta-

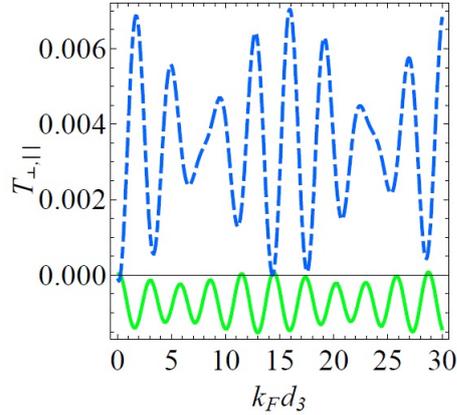


Figura 2.5: Torkance T_{\perp} (linea continua) e T_{\parallel} (linea tratteggiata) disegnata in funzione della larghezza del fixed layer $k_F d_3$. I parametri sono stati scelti nel modo seguente: $\Gamma_l = 0.5$, $r_1, r_2, r_0 = 0, \theta = \pi/2, k_F d_1 = k_F d_2 = 3$, e $h = 0.2$.

mento oscillante; queste oscillazioni possono essere spiegate come un effetto quantistico della taglia finita del fixed layer. Tali andamenti riflettono il perfetto regime balistico del trasporto degli elettroni attraverso la struttura multistrati. Il meccanismo fisico che si cela dietro questo comportamento è un effetto di interferenza tra gli elettroni che si propagano attraverso l'interfaccia nonmagnetica/magnetica dall'elettrodo L a quello R e quelli che si propagano in senso inverso [60].

Confrontando il comportamento delle componenti dello spin torque determinate con un approccio *ab-initio* con quello di fig.(2.5) [59], osserviamo che nel nostro caso ci sono ampie oscillazioni della componente $\mathcal{T}_1^{\parallel}$ attorno al suo valor medio dovute al carattere di quasi unidimensionalità del nostro modello. Nel caso bidimensionale, ci aspettiamo sostanziali cambiamenti. Infatti,

quando si effettua l'integrazione in energia sulla superficie di Fermi si tiene conto delle componenti del momento in tutte le direzioni e questo porta ad una riduzione delle ampiezze di oscillazioni delle componenti della torkance. Nel caso limite in cui il fixed layer ha dimensioni molto ridotte tanto da poter essere confrontato con le dimensioni del free layer, cioè entrambi i layer magnetici possono essere modellati con una delta magnetica, avremo che le componenti parallela e perpendicolare del torque sono dello stesso ordine di grandezza, ma con due ordini di grandezza più grandi rispetto al caso di un magnete finito fig. (2.6). Facendo un'analisi in angolo delle componenti

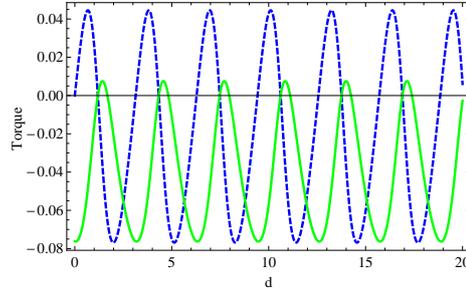


Figura 2.6: Torkance T_{\perp} (linea continua) e T_{\parallel} (linea tratteggiata) disegnata in funzione della distanza d tra i due δ -layer magnetici. I parametri sono stati scelti nel modo seguente: $\Gamma_l^1 = \Gamma_l^2 = 0.1$, $r_1 = r_2 = 0.3$, $\theta_1 = \theta_2 = \pi/3$

della torkance in funzione dell'angolo compreso tra le magnetizzazioni, osserviamo, oltre ad un comportamento sinusoidale delle diverse componenti della torkance, anche un incremento della componente perpendicolare del torque quando il potenziale di scattering è diverso da zero nella direzione di trasporto fig.(2.7). Nel caso limite in cui abbiamo due delte magnetiche, la torkance, risolta in angolo, ha le componenti parallele e perpendicolari confrontabili e in fase quando il potenziale di barriera è assente ed ha fasi opposte quando è presente una barriera di potenziale alle interfacce fig.2.3.1. Andando all'analisi della fig.(2.5), osserviamo che la componente parallela del torque esibisce due scale di oscillazioni, una più lenta e un'altra più veloce, rispetto alla lunghezza normalizzata del fixed layer $k_F d_3$. Il comportamento di $\mathcal{T}_{\parallel}^{\parallel}$ in funzione di $k_F d_3$ per vari valori dell'energia Zeeman h , è visualizzato in (fig.2.9). Un'analisi della curva inferiore della (fig.2.9) mostra un comportamento oscillante in funzione di $k_F d_3$ caratterizzato da oscillazioni rapide con una frequenza Ω_+ , da un'ampiezza che è modulata da una curva oscillante di frequenza Ω_- . Guardando la (fig.2.9) si nota che al crescere dell'energia Zeeman h , la frequenza maggiore Ω_+ resta quasi invariata, mentre quella più

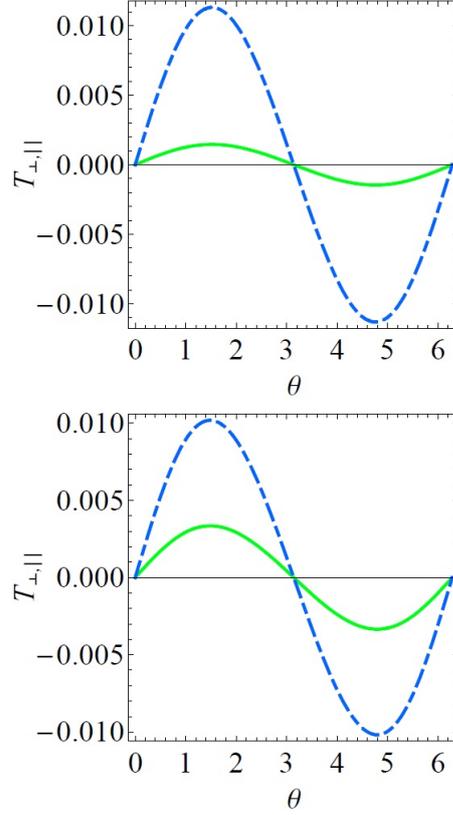


Figura 2.7: Torkance T_{\perp} (linea continua) e $\mathcal{T}_1^{\parallel}$ (linea tratteggiata) disegnata in funzione dell'angolo tra le magnetizzazioni θ . I parametri sono stati scelti nel modo seguente: $\Gamma_l = 0.5$, $r_1, r_2, r_0 = 0, \theta = \pi/2, k_F d_1 = k_F d_2 = 3, k_F d_3 = 10$, e $h = 0.45$ (pannello sup.), e $r_0 = .1, r_1 = .05, r_2 = 0.2$ (pannello inf.)

piccola Ω_- cresce. Questo trend è rappresentato dalle linee tratteggiate in (fig.2.9). Il comportamento oscillatorio di $\mathcal{T}_1^{\parallel}$ in funzione di $k_F d_3$ può essere analiticamente espresso attraverso un fit non lineare per mezzo di una funzione di prova

$$\mathcal{T}_1^{\parallel}(k_F d_3) = T_0 + \cos(\Omega_- k_F d_3) [A \sin(\Omega_+ k_F d_3) + B \cos(\Omega_+ k_F d_3)] \quad (2.53)$$

T_0, A, B, Ω_{\pm} sono i parametri del fit. In fig.(2.10) riportiamo l'analisi del fit di Ω_- e per confronto abbiamo anche plottato la funzione $h = \Omega_-(h)$. L'analisi del grafico dimostra che che la frequenza della modulazione di ampiezza (portante) è controllata dall'energia Zeeman del layer magnetico finito e allora, indirettamente, possiamo dare una misura della polarizzazione degli elettroni appartenenti a tale layer. Infatti, ricordando che le condizioni

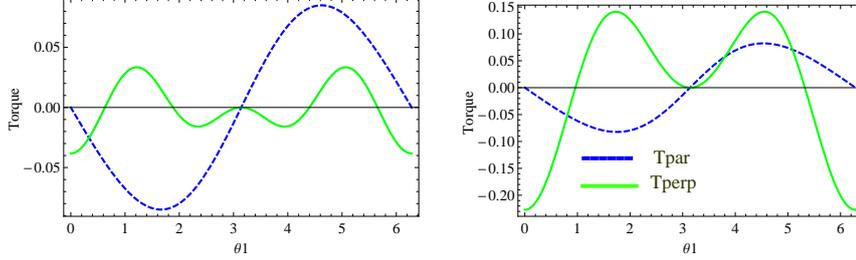


Figura 2.8: Torkance T_{\perp} (linea continua) e T_{\parallel} (linea tratteggiata), disegnata in funzione dell'angolo θ_1 tra le magnetizzazioni per una spin valve con due layer magnetici rappresentati da due delte con i seguenti parametri : $\Gamma_l^1 = \Gamma_l^2 = 0.5$, $r_1 = r_2 = 0$, $k_F d = 10$ (pannello sinistro), e $r_1 = .4$, $r_2 = .4$ (pannello destro)

di raccordo delle funzioni d'onda degli elettroni, necessarie per calcolare la matrice di scattering, coinvolgono funzioni oscillanti della forma $\exp(\pm i k_{\sigma} d_2)$ dove $k_{\sigma} = k_F \sqrt{1 + \sigma h}$, ci si aspetta che gli elementi di matrice all'ordine più basso possono essere approssimati con una combinazione lineare di termini contenenti funzioni $\sin(k_{\sigma} d_2)$, $\cos(k_{\sigma} d_2)$, o equivalentemente da una funzione armonica di argomento $(k_{\uparrow} \pm k_{\downarrow})/2$. Dal momento che lo spin-torque dipende in qualche maniera dal quadrato degli elementi della matrice di scattering, con un'appropriata applicazione delle formule di prostaferesi, possiamo trasformare la combinazione lineare di funzioni oscillanti come il prodotto di dette funzioni con frequenze pari rispettivamente alla semisomma e alla semidifferenza delle frequenze fondamentali, in questo modo si riproduce la funzione di prova (2.53). Perciò le frequenze di oscillazioni di $\mathcal{T}_{\parallel, \perp}$ sono $\Omega_{\pm} = \sqrt{1 + h} \pm \sqrt{1 - h}$. Assumendo questa relazione per le frequenze della portante di \mathcal{T}_{\parallel} si riproducono esattamente i risultati riportati in fig.2.10) nel limite di piccoli h . Inoltre, considerando il limite per $h \rightarrow 0$ si ottiene $\Omega_{-} \rightarrow 0$ e sopravvivono solo oscillazioni con frequenza Ω_{+} . Questo risultato viene infatti confermato dal grafico di fig.(2.5), dove si mostrano le componenti del torque in funzione della larghezza normalizzata $k_F d_1$ dello spacer non magnetico. Questa figura presenta un andamento armonico delle componenti del torque con periodo $2\pi/\Omega_{+} = \pi$ essendo completamente assente la componente a bassa frequenza.

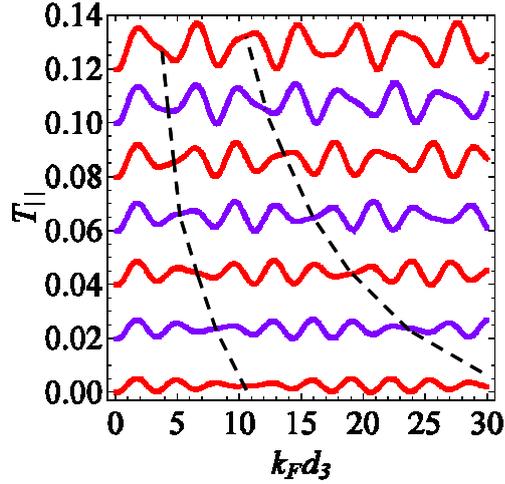


Figura 2.9: Torkance T_{\parallel} , disegnata in funzione della lunghezza normalizzata del fixed layer $k_F d_3$. La curva in basso è stata plottata per $h = 0.5$ mentre le curve superiori, ottenute mediante shift $T_{\parallel}(k_F d_3) \rightarrow T_{\parallel}(k_F d_3) + 0.02n$, dove $n = 0, 1, 2, \dots$ per $h = 0.15, 0.2, \dots$, sono state disegnate per effettuare il confronto. I restanti parametri sono gli stessi di quelli usati in 2.5

2.4 Il Filtro di Spin di un sistema a multistrati

Tra i dispositivi per il trasporto di spin rientrano i filtri di spin e dispositivi con magnetoresistenza gigante. Nelle prossime due sezioni analizzeremo queste proprietà per un sistema a multistrati NM/FM/X/FM/NM, in cui lo strato centrale X è un metallo (M) per una spin-valve ed un isolante (I) per una MTJ. Il filtro di spin è un dispositivo che permette di ottenere una densità di corrente altamente polarizzata dopo che una corrente di carica, avente una polarizzazione media nulla, attraversa un materiale ferromagnetico con una assegnata magnetizzazione. Dall'elettrodo metallico non polarizzato, gli elettroni con spin-up e spin-down attraversando la barriera magnetica sono selettivamente filtrati secondo particolari probabilità dovute a differenti altezze delle barriere tunnel. Come conseguenza si può generare una corrente di spin fortemente polarizzata, partendo da un elettrodo sorgente comple-

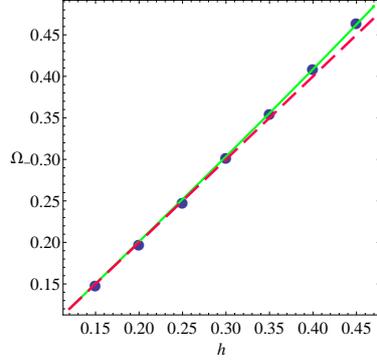


Figura 2.10: Ω_- come funzione di h (cerchi pieni) ottenuti con un procedimento di fit non lineare della curva rappresentata in (fig.2.5). La linea tratteggiata, inserita per confronto, rappresenta un modello lineare $h = \Omega_-(h)$. La linea continua interpola i punti calcolati e mostra la deviazione dal semplice modello lineare

tamente non polarizzato. Il fenomeno fisico che sottende il comportamento di questo dispositivo è l'effetto tunnel, diretta conseguenza dei principi della meccanica quantistica. Una barriera magnetica tunnel viene usata per generare corrente polarizzata, attraverso un meccanismo di spin-split dei livelli energetici per effetto Zeeman. Tale fenomeno è rappresentato in fig.(2.11). Molti lavori teorici e sperimentali hanno riportato interessanti risultati degli effetti di barriere ferromagnetiche sulle correnti polarizzate di spin e sull'efficienza del filtro [62, 63, 64]. In questo lavoro di tesi noi proponiamo lo studio di un filtro di spin costituito da due ferromagneti di spessore finito, sia quando essi sono separati da un sottile materiale metallico (spin-valve), sia quando lo strato centrale è un materiale isolante (MTJ). A tale fine dobbiamo determinare la matrice di scattering per un sistema a multistrati e da questa estrarre i coefficienti di trasmissione $T_{\sigma\sigma'}$ che rappresentano le probabilità che un elettrone con spin σ' in ingresso venga trasmesso con spin σ in uscita. La matrice di scattering ha la forma dell'eq.(1.18) ma, può essere esplicitata rispetto ai canali di spin cosicché la matrice \mathbf{S} si può scrivere

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} r_{\uparrow\uparrow}^{11} & r_{\uparrow\downarrow}^{11} & t_{\uparrow\uparrow}^{21} & t_{\uparrow\downarrow}^{21} \\ r_{\downarrow\uparrow}^{11} & r_{\downarrow\downarrow}^{11} & t_{\downarrow\uparrow}^{21} & t_{\downarrow\downarrow}^{21} \\ t_{\uparrow\uparrow}^{12} & t_{\uparrow\downarrow}^{12} & r_{\uparrow\uparrow}^{22} & r_{\uparrow\downarrow}^{22} \\ t_{\downarrow\uparrow}^{12} & t_{\downarrow\downarrow}^{12} & r_{\downarrow\uparrow}^{22} & r_{\downarrow\downarrow}^{22} \end{pmatrix} \quad (2.54)$$

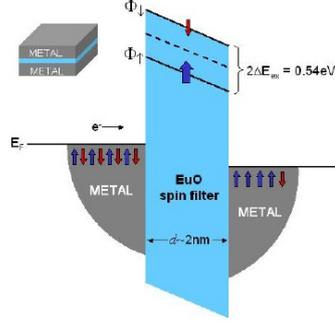


Figura 2.11: Rappresentazione schematica del filtro di spin tunnel in una giunzione Metallo/EuO/Metallo. Elettroni con spin orientati in maniera random aventi energia di Fermi nel metallo non magnetico attraversano la barriera magnetica tunnel di EuO. La banda di conduzione del EuO ferromagnetico viene separata in due livelli dal campo magnetico molecolare, creando una barriera di potenziale di altezza più bassa per gli elettroni polarizzati up ϕ_{\uparrow} e una più alta per gli elettroni polarizzati down ϕ_{\downarrow} , dando origine ad una corrente di spin fortemente polarizzata.

Notiamo che i blocchi diagonali $r_{\sigma\sigma}^{ii}$, della matrice di scattering sono i coefficienti di riflessione nell'elettrodo i e i blocchi $t_{\sigma\sigma'}^{ij}$, rappresentano i coefficienti di trasmissione dall'elettrodo j all'elettrodo i , inoltre gli elementi non diagonali nello spin dei singoli blocchi sono elementi di spin-flip.

In Appendice D viene descritto esplicitamente il procedimento per ottenere la matrice di scattering per un sistema multistrato.

Facendo riferimento alla figura (2.12), l'hamiltoniana nella direzione del trasporto x è,

$$\mathcal{H}_x = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} 1_{\sigma} + U(x, \sigma) \quad (2.55)$$

dove il potenziale $U(x, \sigma)$ descrive l'interazione Zeeman nei ferromagneti finiti di spessori d_1 e d_2 , e l'effetto dei potenziali di interfaccia. Esplicitamente esso è

$$\begin{aligned} U(x, \sigma) = & U_c \Theta[x - d_1] \Theta[(d_1 + d_2) - x] + \\ & + z_1 \delta(x) + z_2 \delta(x - (d_2 + d_1 + d_3)) + \\ & + \Theta(x) \Theta(d_1 - x) \gamma_1 B_1 \mathbf{n}_1 \cdot \vec{\sigma} + \\ & + \Theta[x - (d_1 + d_2)] \Theta[(d_1 + d_2 + d_3) - x] \gamma_2 B_2 \mathbf{n}_2 \cdot \vec{\sigma} \end{aligned} \quad (2.56)$$

dove U_c è l'altezza della barriera di potenziale dello strato centrale non magnetico. z_1, z_2 sono le intensità dei potenziali di contatto, fortemente localizzati alle interfacce tra i conduttori esterni e i ferromagneti, $B_i \gamma_i = h_i$ rappresentano le energie Zeeman delle regioni magnetiche e $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$ sono le direzioni delle magnetizzazioni. La magnetizzazione giace nel piano XZ, e $\mathbf{n}_1 = (\sin \theta_1, 0, \cos \theta_1)$ e $\mathbf{n}_2 = (\sin \theta_2, 0, \cos \theta_2)$. Con queste posizioni, utilizzando il potenziale (2.56), le soluzioni dell'equazione Schrödinger con

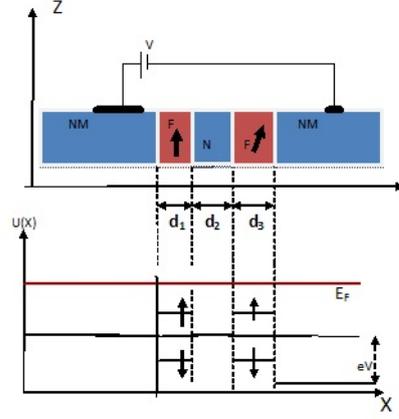


Figura 2.12: Rappresentazione di una doppia barriera tunnel costituita da due filtri di spin. Ai terminali del dispositivo è applicata una tensione V , mentre i due layer ferromagnetici sono caratterizzati dallo stesso potenziale Zeeman h . In questo sistema, la regione centrale tra i due ferromagneti è un metallo normale non ferromagnetico. d_1, d_3, d_2 , sono gli spessori dei ferromagneti e dello spacer metallico rispettivamente.

l'hamiltoniana (2.55), nelle varie regioni, sono date dagli spinori:

$$\begin{aligned}
 \psi_{1\sigma}(x) &= \frac{1}{\sqrt{2k_1}} [a_{1\sigma} e^{ik_1 x} + b_{1\sigma} e^{-ik_1 x}] \\
 \psi_{2\sigma}(x) &= \frac{1}{\sqrt{2k_{2\sigma}}} [a_{2\sigma} e^{ik_{2\sigma} x} + b_{2\sigma} e^{-ik_{2\sigma} x}] \\
 \psi_{3\sigma}(x) &= \frac{1}{\sqrt{2k_3}} [a_{3\sigma} e^{ik_3 x} + b_{3\sigma} e^{-ik_3 x}] \\
 \psi_{4\sigma}(x) &= \frac{1}{\sqrt{2k_{4\sigma}}} [a_{4\sigma} e^{ik_{4\sigma} x} + b_{4\sigma} e^{-ik_{4\sigma} x}] \\
 \psi_{5\sigma}(x) &= \frac{1}{\sqrt{2k_5}} [a_{5\sigma} e^{-ik_5 x} + b_{5\sigma} e^{ik_5 x}]
 \end{aligned} \tag{2.57}$$

Questi spinori sono scritti nella base degli autostati di σ_z , dove abbiamo posto

$$\begin{aligned}
 k_1 &= \sqrt{2m(E_F)/\hbar} \\
 k_{2\sigma} &= \sqrt{2m(E_F - \sigma h_1)/\hbar} \\
 k_3 &= \sqrt{2m(E_F - U_c)/\hbar} \\
 k_{4\sigma} &= \sqrt{2m(E_F - \sigma h_2)/\hbar} \\
 k_5 &= \sqrt{2m(E_F)/\hbar}
 \end{aligned} \tag{2.58}$$

essendo $\sigma = (\pm)$ per spin (\uparrow, \downarrow) . Si noti che per una spin valve avremo che k_3 è reale, mentre per una MTJ k_3 è immaginario. Prendendo come nuovo asse di quantizzazione le direzioni delle magnetizzazioni, le componenti degli spinori nella direzione di $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$ si possono scrivere:

$$\begin{aligned}\psi'_{i\uparrow}(x) &= \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right)\psi_{i\uparrow}(x) - \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right)\psi_{i\downarrow}(x) \\ \psi'_{i\downarrow}(x) &= \sin\left(\frac{\theta_i}{2}\right)\psi_{i\uparrow}(x) + \cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right)\psi_{i\downarrow}(x)\end{aligned}\quad (2.59)$$

con $i = 1\dots 4$. Imponendo le condizioni di continuità delle funzioni d'onda e delle loro derivate prime alle interfacce otterremo $2n$ equazioni lineari, dove n è il numero delle interfacce, che mettono in relazione i coefficienti delle funzioni d'onda in uscita con quelli delle funzioni d'onda in ingresso:

$$b_\sigma^i = \sum_{j\sigma'} S_{\sigma\sigma'}^{ij} a_{\sigma'}^j \quad (i, j) = (1, 2) \quad (\sigma\sigma') = (\uparrow, \downarrow). \quad (2.60)$$

dove $S_{\sigma\sigma'}^{ij}$ sono gli elementi della matrice di scattering che vengono calcolati numericamente. Nel seguito analizzeremo l'efficienza di filtro spin di una spin valve. I parametri usati per graficare i risultati sono quantità adimensionali: i momenti sono normalizzati al momento di Fermi k_F , mentre le lunghezze sono espresse in unità dell'inverso di k_F . Inoltre i momenti nelle regioni magnetiche sono $k_\sigma = \sqrt{1 + \sigma h}$, dove $h = \frac{g\mu_B B}{2E_F}$ è l'energia Zeeman normalizzata e le $z_i = U_i/E_F$ sono i potenziali di interfaccia normalizzati e $u = U_c/E_F$ è il potenziale della regione centrale. In questo sistema abbiamo considerato il primo strato magnetico come *libero* cioè con la direzione della magnetizzazione variabile nel piano XZ, $\mathbf{n}_1 = (\sin\theta, 0, \cos\theta)$ (free layer), mentre il secondo ferromagnete ha magnetizzazione fissa $\mathbf{n}_2 = (0, 0, 1)$ (fixed layer). Dalla matrice di scattering possiamo estrarre gli elementi $t_{\uparrow\uparrow}$ e $t_{\uparrow\downarrow}$ che danno la probabilità di trasmissione. Gli andamenti di questi coefficienti sono graficati in fig.(2.13). Si può notare che $t_{\uparrow\uparrow}$ e $t_{\uparrow\downarrow}$ hanno un andamento cosinusoidale e sinusoidale in funzione dell'angolo θ . Una spin valve è caratterizzata da una notevole probabilità di trasmettere gli spin o di farli flippare che è anche del 90% e diminuisce all'aumentare di h (energia Zeeman). La probabilità di trasmettere gli spin con la stessa componente è massima per direzioni parallele o antiparallele delle magnetizzazioni; la massima probabilità di flippare gli spin si ha quando le magnetizzazioni formano un angolo di $n\pi/2$ (con n intero), mentre si annulla per angoli $n\pi$; si osserva infatti dalla 2.13 che le componenti $t_{\uparrow\downarrow}$ hanno punti nodali in $n\pi$ e in tale circostanza la probabilità di trasmissione di spin della stessa specie è massima. Osserviamo che a $n\pi/2$ la probabilità di trasmissione con lo stesso spin aumenta al

crescere dell'energia Zeeman, mentre la probabilità di spin flip diminuisce. Questa circostanza si potrebbe interpretare, dal punto di vista fisico, come un effetto del campo magnetico locale: l'energia totale del sistema è diminuita dal termine di interazione Zeeman quando gli spin che tunnelano mantengono lo stesso spin. Si osserva che per gli stessi parametri usati per una spin valve, i coefficienti di trasmissione di una MTJ (fig.2.13 pannello sottostante) sono tre ordini di grandezza più piccoli a causa della ridotta probabilità di superare la barriera tunnel dell'isolante. Inoltre la trasmissione con lo stesso spin è indipendente da θ e circa nulla. Per tale motivo, una spin valve è molto più efficace di una MTJ per realizzare un filtro di spin. Abbiamo

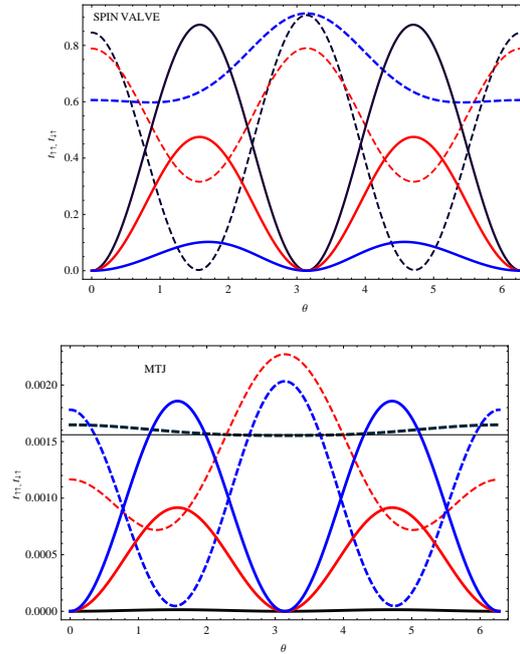


Figura 2.13: componenti $t_{\uparrow\uparrow}$ (curve tratteggiate), $t_{\downarrow\uparrow}$ (curve piene) della trasmittanza di una spin valve (pannello in alto) e di una MTJ (pannello in basso) in funzione dell'angolo di magnetizzazione del primo strato magnetico al variare dell'energia Zeeman h . Al parametro h sono assegnati i valori 0.2, (curva di colore nero), 0.3, (curva di colore rosso), 0.8 (curva di colore blu). Le curve $t_{\uparrow\uparrow}$, $t_{\downarrow\uparrow}$, di uguale colore corrispondono allo stesso valore di h . I rimanenti parametri sono $z_1 = 0.3$, $z_2 = 0.1$, $k_F d_1 = k_F d_3 = 15$, $k_F d_2 = 8$, l'altezza di barriera del metallo (isolante) intermedio $u = 0.5$ ($u = 1.5$)

già osservato che per direzioni delle magnetizzazioni parallele o antiparallele, la componente di spin-flip si annulla perciò in questi casi i coefficienti di

trasmissione contengono solo le componenti $\uparrow\uparrow$ o $\downarrow\downarrow$ e, in funzione di $k_F d_2$, queste oscillano a causa dello spessore finito dello strato metallico; inoltre l'ampiezza delle oscillazioni crescono al crescere del campo magnetico degli strati ferromagnetici. Questo comportamento è rappresentato in fig.2.14 Per

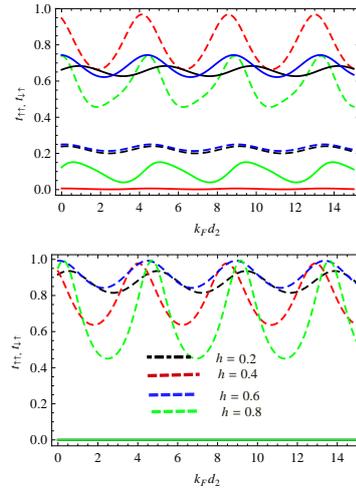


Figura 2.14: componenti $t_{\uparrow\uparrow}$ (curve tratteggiate), $t_{\downarrow\uparrow}$ (curve piene) della trasmittanza di una spin valve in funzione dello spessore dello strato metallico $k_F d_2$, per vari valori del potenziale Zeeman h . Al parametro h sono assegnati i valori 0.2, (curva di colore nero), 0.4, (curva di colore rosso), 0.6 (curva di colore blu), 0.8 (curva di colore blu). I rimanenti parametri sono $z_1 = 0.3$, $z_2 = 0.1$, $k_F d_1 = k_F d_3 = 15$, $\theta = \theta_1 = 0$ (pannello inferiore), $\theta = \pi/6, \theta_1 = 0$ (pannello superiore), l'altezza di barriera del metallo intermedio è $u = 0.5$.

osservare l'effetto dello spin-flip abbiamo considerato la trasmissione nel caso in cui la magnetizzazione del free layer non è parallela all'asse z fig. (2.14, pannello superiore). Si nota che le componenti fuori diagonale della matrice di scattering sono diverse da zero e inoltre la differenza delle probabilità di trasmissione della componente up dello spin rispetto a quella flipata raggiunge il valore massimo per $h = 0.4$, come si desume dall'analisi della figura. Le curve tratteggiate rappresentano i coefficienti $t_{\uparrow\uparrow}$, mentre quelle a tratto continuo rappresentano i coefficienti $t_{\downarrow\uparrow}$ ottenute per i seguenti parametri : $d_1 = d_3 = 15$, $\theta = \pi/3$, $z_1 = .3$, $z_2 = 0.1$, $u = 0.5$. Le curve di colore nero, rosse, blu, verde corrispondono rispettivamente a campi del fixed layer $h = 0.2, h = 0.4, h = 0.6, h = 0.8$. L'efficienza di un filtro di spin è definita come la differenza delle conduttanze risolte in spin normalizzate alla loro

somma e a temperatura zero si riduce a:

$$\eta = \frac{|t_{\uparrow\uparrow}|^2 - |t_{\downarrow\uparrow}|^2 + |t_{\uparrow\downarrow}|^2 - |t_{\downarrow\downarrow}|^2}{|t_{\uparrow\uparrow}|^2 + |t_{\downarrow\uparrow}|^2 + |t_{\uparrow\downarrow}|^2 + |t_{\downarrow\downarrow}|^2} \quad (2.61)$$

Come si osserva dalla figura 2.15, l'efficienza del filtro raggiunge valori anche del 30% per i valori dei parametri considerati. Essa è massima per direzioni delle magnetizzazioni parallele ed antiparallele, mentre è circa zero quando le magnetizzazioni formano un angolo di circa $\pi/2$ (e suoi multipli). Infatti per magnetizzazioni antiparallele le componenti di spin-flip si annullano portando ad un aumento della efficienza in quanto il denominatore di η si riduce. Il valore del massimo dell'efficienza diminuisce all'aumentare di z , indicando che l'effetto delle interfacce è rilevante, anzi la nostra analisi potrebbe permetterci di risalire al valore di z nell'esperimento. Inoltre si rileva che quando le magnetizzazioni dei ferromagneti sono antiparallele abbiamo i massimi della efficienza del filtro. Nella fig.(2.16) è riportata l'efficienza del

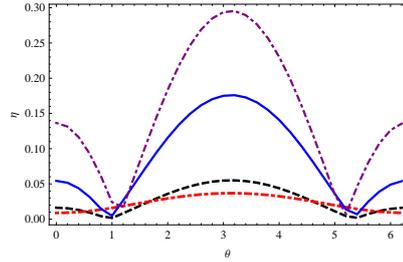


Figura 2.15: Efficienza del filtro di spin per una spin valve in funzione della direzione relativa delle magnetizzazioni. Ogni curva corrisponde ad un valore del potenziale di interfaccia z_1 tra l'elettrodo ed il ferromagnete. $z_1 = 0$ nero, $z_1 = 0.25$ rosso, $z_1 = 0.5$ blue, $z_1 = 0.75$ verde, $z_1 = 1$ purple. I rimanenti parametri sono $h = 0.4$, $z_2 = 0.1$, $k_F d_1 = k_F d_3 = 15$, $k_F d_2 = 8$, l'altezza di barriera del metallo intermedio $u = 0.5$.

filtro in funzione dello spessore dello strato metallico della spin valve, variando parametricamente il potenziale di interfaccia z_1 . Notiamo che otteniamo il valore massimo dell'efficienza di circa il 23% per valori di $z_1 \simeq 1$, mentre le oscillazioni sono dovute ad effetti quantistici di sistemi di taglia finita. Il massimo si ha per $k_F d_2 \simeq (2n \pm \delta)$ dove $n = 0, 1, 2, \dots$ e δ rappresenta lo shift dei massimi che è funzione (lineare) di z .

In figura 2.17 è graficata l'efficienza del filtro in funzione dell'energia Zeeman h per diversi valori del potenziale di interfaccia. L'efficienza ha un andamento oscillante per $z_1 \neq 0$, con ampiezza tendenzialmente crescente e raggiunge nuovamente valori intorno al 30% per $h \simeq 0.7$. Questi andamenti oscillanti

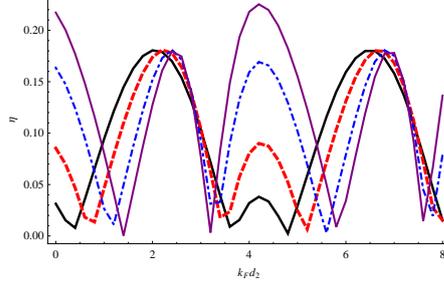


Figura 2.16: efficienza del filtro di spin per una spin valve in funzione dello spessore del layer metallico. Ogni curva corrisponde ad un valore diverso del potenziale di interfaccia z_1 . Per $z_1 = 0.2$ nero, $z_1 = 0.5$ rosso, $z_1 = 0.8$ blue, $z_1 = 1$ purple. I rimanenti parametri sono $h = 0.4$, $z_1 = 0.3$, $z_2 = 0.1$, $k_F d_1 = k_F d_3 = 15$, $\theta = \theta_1 = 0$, l'altezza di barriera del metallo intermedio $u = 0.5$

della efficienza di spin in funzione di h si possono comprendere facilmente perchè i coefficienti di trasmissioni sono anche essi funzioni oscillanti di h in quanto hanno una dipendenza da h del tipo $e^{(i d k_\sigma)}$ dove, $k_\sigma = \sqrt{1 + \sigma h}$.

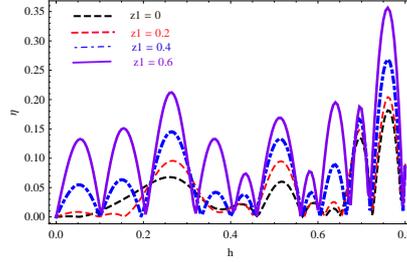


Figura 2.17: Efficienza del filtro di spin per una spin valve in funzione dell'energia Zeeman h . Il grafico rappresenta varie curve corrispondenti a diversi valori del potenziale di interfaccia z_1 . I rimanenti parametri sono : $z_2 = 0.1$, $k_F d_1 = k_F d_3 = 15$, $k_F d_2 = 8$, $\theta = \theta_1 = 0$, l'altezza di barriera del metallo intermedio $u = 0.5$

2.5 Magnetoresistenza in MTJ

Nel capitolo precedente si è diffusamente parlato dell'effetto di magnetoresistenza (TMR) nelle *giunzioni di tunnel magnetiche* (MTJs) e del particolare interesse che hanno questi sistemi nelle moderne applicazioni in spintronica. Ora vogliamo analizzare il caso del sistema a multistrati costituito da due fer-

romagneti separati da uno strato isolante; i due ferromagneti sono attaccati a dei terminali metallici che fungono da serbatoi di elettroni. Le interfacce tra i ferromagneti e l'isolante sono simulate numericamente mediante una barriera a delta di Dirac. Per ottenere la matrice di scattering per questo sistema, abbiamo utilizzato le equazioni (2.57) dove però, le funzioni d'onda dello strato isolante sono onde evanescenti: $\psi_{3\sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2k}}[a_{3\sigma}e^{kx} + b_{3\sigma}e^{-kx}]$, con $k = \sqrt{2m(U - E_F)}/\hbar$ ed U rappresenta l'altezza di barriera dell'isolante. La magnetoresistenza viene calcolata dalla relazione ([66])

$$TMR = \frac{G(0) - G(\pi)}{G(0)} \quad (2.62)$$

dove, $G(0)$ è la conduttanza del sistema nella configurazione in cui le magnetizzazioni sono parallele e $G(\pi)$ quella in cui le magnetizzazioni sono antiparallele, dove la G è definita dalla equazione 2.30.

Nel grafico rappresentato in fig. (2.5), è riportata la TMR in funzione dell'angolo tra le magnetizzazioni; osserviamo che per $\theta = \pi/2, \theta = 3\pi/2$ la TMR si annulla per ogni valore di z , la TMR è pertanto una funzione cosinusoidale di θ e cambia segno per particolari valori del potenziale di interfaccia, pertanto l'ampiezza è una funzione di z e la TMR può assumere valori negativi (inverse magnetoresistance). Queste curve sono state ottenute per diversi valori del potenziale di interfaccia z_1 . Osserviamo che la TMR raggiunge valori elevati quando le altezze di barriera delle interfacce sono più alte. Qui abbiamo considerato ferromagneti costituiti da ferro, per i quali si ha che $k_{\uparrow} = \sqrt{1 + h}$ e $k_{\downarrow} = \sqrt{1 - h}$, con $h \approx 0.3$ [65]. Nel lavoro [85] è stato dimostrato che si ha una inversione della magnetoresistenza quando gli elettroni polarizzati che attraversano la barriera tunnel risuonano con gli stati delle impurezze della barriera. Lavori teorici [68],[69] hanno interpretato la TMR negativa come effetto dello spin-flip alle interfacce. Questi lavori considerano tuttavia, gli elettrodi magnetici infiniti, mentre nel nostro modello i ferromagneti hanno uno spessore di qualche decina di unità della lunghezza di Fermi $\lambda_F = \frac{2\pi}{k_F}$, come nei dispositivi reali. Il comportamento di una TMR negativa può essere giustificato utilizzando, in prima approssimazione, la teoria di Jullier che viene usata per interpretare i risultati sperimentali in situazioni piuttosto

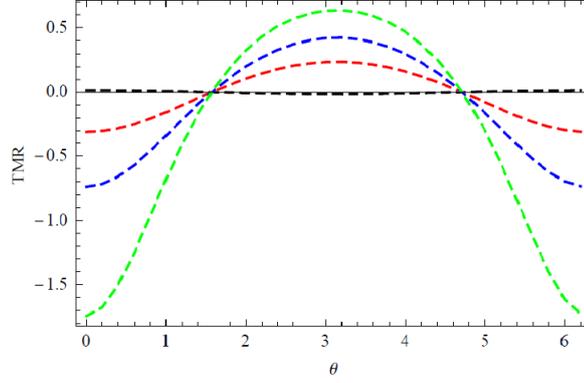


Figura 2.18: TMR per una struttura NM/FM/I/FM/NM in funzione della direzione relativa delle magnetizzazioni dei layer magnetici . Ogni curva corrisponde ad un valore del potenziale di interfaccia z_1 : $z_1 = 0$ nero, $z_1 = 0.5$ rosso, $z_1 = 0.8$ blue, $z_1 = 1.4$ verde. I rimanenti parametri sono $h = 0.3$, $z_2 = 0.2$, $k_F d_1 = k_F d_1 = 15$, $k_F d_2 = 12$, l'altezza di barriera dell'isolante intermedio è $u = 1.5$

semplificate. Usando la formula (1.35), che riportiamo per comodità ³.

$$TMR = \frac{2P_L P_R}{1 - P_L P_R}, \quad (2.63)$$

quando la densità degli stati per gli spin minoritati supera quello per gli spin maggioritari abbiamo una inversione della TMR ([68]). Nel modello più accurato di Slonczewski, la TMR è data ancora dalla (2.63), ma con un significato diverso della polarizzazione. La polarizzazione effettiva in questo modello è

$$P_{eff} = \frac{T^\uparrow - T^\downarrow}{T^\uparrow + T^\downarrow} = P_J \frac{\kappa_0^2 - k^\uparrow k^\downarrow}{\kappa_0^2 + k^\uparrow k^\downarrow} \quad (2.64)$$

dove $\kappa_0 = \frac{2m}{\hbar^2} \sqrt{U_B - E_F}$, essendo U_B l'altezza di barriera, T^\uparrow, T^\downarrow sono le probabilità di trasmissione per le componenti up e down dello spin e P_j

³ $P_{L/R}$ sono le polarizzazioni dei due strati magnetici, con

$$P_{L/R} = \frac{\varrho_{L/R}^\uparrow - \varrho_{L/R}^\downarrow}{\varrho_{L/R}^\uparrow + \varrho_{L/R}^\downarrow},$$

e $\varrho_{L/R}^\sigma$ è la densità degli stati al livello di Fermi che è proporzionale alla probabilità di trasmissione, mentre $\sigma = (\uparrow, \downarrow)$

la polarizzazione come nel modello di Jullier. Alla luce di questa teoria, possiamo interpretare l'inversione della TMR come dovuto ad un eccesso di trasmissione con spin minoritari. Nella figura (2.19) vengono rappresentati quattro grafici in funzione degli spessori dell'isolante e dei due ferromagneti. Il primo grafico rappresenta la TMR in funzione dello spessore dell'isolante al variare del potenziale di interfaccia. Essa è positiva per piccolissimi spessori dell'isolante e diventa negativa per valori di $k_F d_2$ minori di uno. Inoltre per valori di z_1 crescenti la TMR diventa più negativa raggiungendo valori di saturazione per spessori dell'isolante crescenti: ($TMR \simeq 100\%$, $sez_1 = 1.4$). Il secondo grafico in alto rappresenta la TMR in funzione dello spessore dell'isolante al variare dell'energia Zeeman h . In questo caso si osserva che la TMR, dopo una crescita iniziale che raggiunge il 40% per i parametri considerati, decresce in modo lentamente esponenziale all'aumentare dello spessore dell'isolante, fino a un valore di saturazione che, per campi relativamente grandi ($h = 0.85$) raggiunge il 32%, mentre per campi più deboli ($h \leq 0.75$) la TMR decresce fino ad annullarsi, raggiungendo modesti valori di saturazione negativi. Nei grafici della fig.(2.19), riportiamo la TMR in funzione dello spessore dei ferromagneti. Essa ha un andamento oscillante con picchi di risonanza. Le oscillazioni corrispondono alla formazione di stati risonanti nell'isolante che si hanno ogni qualvolta lo spessore del ferromagnete è proporzionale al cammino libero medio degli elettroni. Il grafico C è ottenuto in funzione dello spessore del primo ferromagnete, variando parametricamente il campo h . Notiamo che il valore assoluto della TMR aumenta all'aumentare di h e nei picchi di risonanza raggiunge valori vicino al 50%. Per valori di ($h \leq 0.75$) le oscillazioni della TMR sono più lente e i valori assoluti massimi oscillano tra il 5% e il 10%. Quando invece gli spessori dei ferromagneti variano contemporaneamente (pannello D), le oscillazioni della TMR sono più piccate intorno al valore di risonanza e raggiungono ampiezze intorno al 50%, per $h = 0.85$. Per $h = 0.5$ e $h = 0.75$ osserviamo un incremento della TMR fino a valori del 25% rispetto al caso precedente (pannello C). Questa osservazione conferma il risultato riportato da Zheng e al. in ([22]). Infine, per vedere esplicitamente l'effetto delle interfacce sulla magnetoresistenza, riportiamo l'andamento della TMR in funzione dello potenziale di interfaccia per vari valori dell'energia Zeeman fig. (2.5). E' interessante notare che, fissata la geometria del sistema, per piccoli campi magnetici ($h \approx 0.1$) abbiamo che la TMR è sempre negativa e raggiunge, in valore assoluto, circa l'80% per valori del potenziale di interfaccia $z_1 \approx 1.3$ per risalire fino a valore pressochè costante della TMR del -30% , mentre per ($h \approx 0.85$) abbiamo che la TMR cresce piuttosto lentamente con z_1 raggiungendo valori positivi della TMR quasi del 50%.

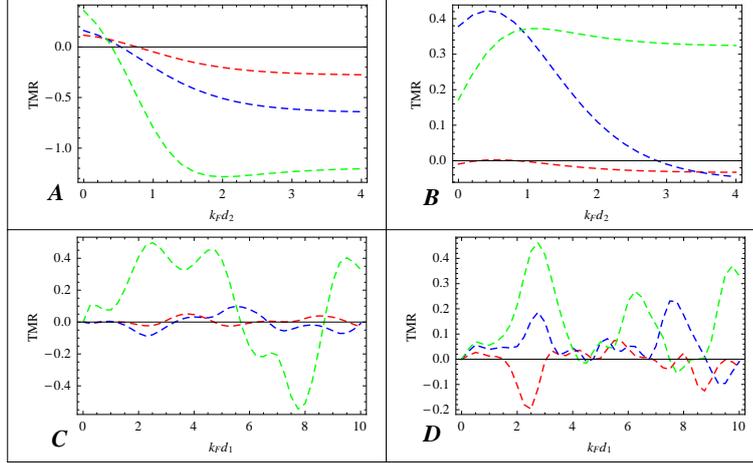


Figura 2.19: TMR per una struttura NM/FM/I/FM/NM in funzione dello spessore dell'isolante (**A** e **B**) e dello spessore dei ferromagneti (**C** e **D**). Il riquadro **A** rappresenta la TMR in funzione dello spessore dello strato isolante al variare di z_1 ; $z_1 = 0.5$ (rossa), $z_1 = 0.8$ (blu), $z_1 = 1.4$ (verde); in **B** è rappresentata la TMR in funzione di $k_F d_2$ al variare di h : $h = 0.5$ (rossa), $h = 0.75$ (blu), $h = 0.85$ (verde). Nei riquadri **C** e **D** è graficata la TMR in funzione dello spessore dei ferromagneti, (**C** varia solo lo spessore del primo ferromagnete), (**D** gli spessori dei due ferromagneti variano simultaneamente $k_F d_2 = k_F d_1$). I rimanenti parametri sono, $z_1 = 0.3$ per (B,C,D), $z_2 = 0.1$, $k_F d_2 = 3$ per (A,B,C), l'altezza di barriera dell'isolante è $u = 1.5$, $\theta = \theta_1 = 0$

2.6 Magnetoresistenza per una doppia barriera a delta e confronto con barriere finite

In questo paragrafo vogliamo indagare sulle proprietà della TMR di un sistema costituito da due ferromagneti molto sottili, separati da uno strato di materiale isolante e fare un confronto tra il caso di ferromagneti molto sottili (localizzati) e quello di ferromagneti finiti.

Il sistema rappresentato in fig.(2.21) è descritto dall'Hamiltoniana:

$$\mathcal{H} = \frac{p^2}{2m} + U_I \vartheta(x) \vartheta(d-x) + V_0 [\delta(x) + \delta(d-x)] + \gamma(x) [\vec{n}_1 \cdot \vec{\sigma} \delta(x) + \vec{n}_2 \cdot \vec{\sigma} \delta(d-x)], \quad (2.65)$$

dove il termine $\gamma(x)$ descrive l'interazione Zeeman all'interfaccia tra i ferromagneti sottili, ed i conduttori esterni e l'isolante; V_0 è il potenziale d'inter-

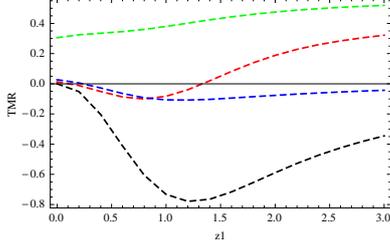


Figura 2.20: TMR per una struttura NM/FM/I/FM/NM in funzione del potenziale di interfaccia z_1 . I grafici sono stati ottenuti per tre valori della magnetizzazione h : $h = 0.1$ curva nera, $h = 0.5$ curva rossa, $h = 0.75$ curva blu, $h = 0.85$ curva verde. I rimanenti parametri sono $z_2 = 0.1$, $k_F d_1 = k_F d_3 = 10$, $k_F d_2 = 3$, l'altezza di barriera dell'isolante intermedio è $u = 1.5$, e $\theta = \theta_1 = 0$

faccia e U_0 è il potenziale a barriera dell'isolante. $\gamma(x) = \frac{g\mu_B}{2} B_i(x)$ è il coefficiente di scambio; le magnetizzazioni hanno componenti $n_i = (\sin\theta_i, 0, \cos\theta_i)$, dove θ_i , $i = (1, 2)$, è l'angolo tra la magnetizzazione e l'asse di quantizzazione (asse z). Le soluzioni, in forma spinoriale, dell'equazione di Schrödinger per l'hamiltoniana (2.65) si possono esprimere nella forma:

$$\begin{aligned} \psi_\sigma^1(x) &= \chi_\sigma e^{ikx} + r_\sigma e^{-ikx}, \quad x < 0 \\ \psi^2(x) &= (A_u e^{k_1 x} + B_u e^{-k_1 x}, A_d e^{k_1 x} + B_d e^{-k_1 x})^T, \quad 0 < x < d \quad (2.66) \\ \psi_\sigma^3(x) &= t_\sigma e^{ikx}, \quad x > d \end{aligned}$$

dove $\chi_\sigma = (1, 0)^T$, oppure $\chi_\sigma = (0, 1)^T$ a seconda della direzione dello spin d'ingresso, avendo indicato con T il trasposto. Le (2.66) sono state scritte seguendo il metodo della teoria BTK ([81]). Un elettrone con spin up, proveniente da sinistra, incide sull'interfaccia sinistra della giunzione ove si possono verificare i seguenti processi: l'elettrone si può riflettere come spin up con una probabilità r_u , si può riflettere con spin down con una probabilità r_d , si può trasmettere con spin up con probabilità t_u o con spin down con probabilità t_d . I momenti dell'elettrone nei leads e nella regione isolante sono dati rispettivamente da $k = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} E}$ e $k_1 = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (U_0 - E)}$. I coefficienti delle (2.66) si ottengono imponendo le condizioni di raccordo delle funzioni d'onda (2.66) e delle loro derivate prime alle interfacce. Introducendo i parametri adimensionali $z = \frac{2mV_0\lambda_F^2}{\hbar^2}$ e $\Gamma = \frac{2m\gamma\lambda_F^2}{\hbar^2}$, le condizioni di raccordo all'interfaccia x_j , con $j = (1, 2)$, e $\sigma = (\uparrow, \downarrow)$, essendo $x_1 = 0$, $x_2 = d$, si esprimono nella forma:

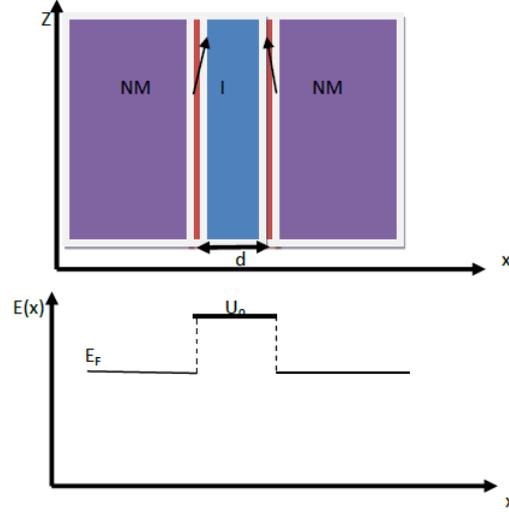


Figura 2.21: Dispositivo $NM\delta_m I \delta_m NM$, U_0 rappresenta l'altezza della barriera isolante. E_F l'energia di Fermi dell'elettrodo

$$\begin{aligned} \psi_\sigma^j(x_j) &= \psi_\sigma^{j+1}(x_j) \\ \frac{d}{dx}\psi_\sigma^j(x_j) - \frac{d}{dx}\psi_\sigma^{j+1}(x_j) - Y \cdot \psi_\sigma(x_j) &= 0. \end{aligned} \quad (2.67)$$

dove

$$Y = \begin{pmatrix} (\Gamma_j + z_j) \sin \theta_j, \Gamma_j \cos \theta_j \\ \Gamma_j \cos \theta_j, (z_j - \Gamma_j) \sin \theta_j \end{pmatrix}$$

con $z_1 = z_2 = z$.

L'espressione esplicita dei coefficienti di trasmissione si trova

$$\begin{aligned} t_\uparrow &= -\{4ie^{ikd+3k_1d}k_1k_1[(1 + e^{2k_1d})k_1\Gamma_1 \cos \theta_1 + e^{k_1d}(k_1\Gamma_2 \cos \theta_2 \cosh(k_1d)) + \\ &+ (ik - z)(\Gamma_1 \cos \theta_1 + \Gamma_2 \cos \theta_2) + \Gamma_1\Gamma_2 \sin(\theta_1 - \theta_2)] \sinh(k_1d)\}/D \end{aligned} \quad (2.68)$$

$$\begin{aligned} t_\downarrow &= -4ie^{i2kd+4k_1d}k_1\{2k_1^2\Gamma_2 \cos \theta_2 + 2\Gamma_1 \cos \theta_1[k_1 \cosh k_1d - \\ &- (ik + z + \Gamma_1) \sinh k_1d][k_1 \cosh k_1d + (-ik - z + \Gamma_1) \sinh k_1d]\}/D \end{aligned} \quad (2.69)$$

dove D è il determinante della matrice dei coefficienti e ha la seguente espressione:

$$\begin{aligned}
 D &= e^{2ikd+6k_1d} \{ [(k + \imath(k_1 - z))^2 + \Gamma_1^2] [(k + \imath(k_1 - z))^2 + \Gamma_2^2] \} - \\
 &- 2e^{2ikd+4k_1d} [(k_1^2 + (k - \imath z)^2 + \Gamma_1^2)(k_1^2 + (k - \imath z)^2 + \Gamma_2^2) + \\
 &+ e^{2ikd+2k_1d} \{ [(k - \imath(k_1 + z))^2 + \Gamma_1^2] [(k - \imath(k_1 + z))^2 + \Gamma_2^2] \} - \\
 &- 8e^{2idk+4k_1d} k_1^2 \Gamma_1 \Gamma_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)
 \end{aligned} \tag{2.70}$$

La conduttanza del sistema in esame si determina in base alla formula:

$$G = \frac{2e^2}{h} (|t_{\uparrow}|^2 + |t_{\downarrow}|^2), \tag{2.71}$$

mentre la magnetoresistenza tunnel (TMR) è data dalla relazione (2.62).

Considerando la direzione della magnetizzazione del secondo ferromagnete, costantemente parallela all'asse z , $\theta_2 = 0$, possiamo riscrivere la TMR come:

$$TMR(\theta_1) = \frac{(T_{uu}(\theta_1, 0) + T_{du}(\theta_1, 0)) - (T_{uu}(\theta_1, \pi) + T_{du}(\theta_1, \pi))}{T_{uu}(\theta_1, 0) + T_{du}(\theta_1, 0)}, \tag{2.72}$$

avendo definito $T_{uu}(\theta_1, 0) = |t_{\uparrow\uparrow}(\theta_1, 0)|^2$ e $T_{du}(\theta_1, 0) = |t_{\downarrow\uparrow}(\theta_1, 0)|^2$. Sostituendovi le espressioni delle trasmissioni spin-up, ed spin-down otteniamo una formula che, risolta in angolo, assume la forma:

$$\begin{aligned}
 TMR(\theta_1) &= -8\Gamma_1\Gamma_2 \cos(\theta_1) \{ A(\chi) + B(\chi) \cos(2\theta_1) + \\
 &+ C(\chi) \sin(\theta_1) + D(\chi) \sin(3\theta_1) \} / D_1(\theta_1, \chi),
 \end{aligned} \tag{2.73}$$

dove i coefficienti $A(\chi)$, $B(\chi)$, $C(\chi)$, $D(\chi)$ sono funzioni polinomiali dei parametri $k, k_1, z, \Gamma_1, \Gamma_2$ e dipendono dallo spessore dell'isolante attraverso termini della forma e^{nk_1d} , dove n è un numero intero positivo e χ rappresenta l'insieme dei parametri ad esclusione dell'angolo; $D_1(\theta_1, \chi)$ è una quantità dipendente da tutti i parametri del sistema ed è diversa da zero. Notiamo innanzitutto che la TMR è nulla se la magnetizzazione di uno dei due ferromagneti è uguale a zero o se la direzione della magnetizzazione è parallela alla direzione di trasporto, per $\theta_1 = \pm\pi/2$ si hanno punti nodali per la TMR. Per valutare gli ulteriori zeri della TMR analizziamo il numeratore della (2.73). Dopo alcune manipolazioni algebriche, esso può risciversi come:

$$-8\Gamma_1\Gamma_2 \cos(\theta_1) [\sin^3(\theta_1) + \mathbf{p} \sin(\theta_1) + \mathbf{q}] \tag{2.74}$$

dove si è posto

$$\mathbf{p} = -\frac{3D(\chi)C(\chi) + 9D^2(\chi) + B^2(\chi)}{12D^2(\chi)},$$

e

$$\mathbf{q} = \frac{4B^3(\chi)^3 + 9B(\chi)D(\chi)C(\chi) - 27D^2(\chi)(A(\chi) + B(\chi))}{216D^3(\chi)}$$

L'equazione (2.74) può avere tre soluzioni reali, una soluzione reale e due complesse o tre soluzioni reali di cui una doppia, corrispondenti rispettivamente al caso in cui:

$$\Delta = \begin{cases} \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} < 0, \\ \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} > 0, \\ \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} = 0 \end{cases} \quad (2.75)$$

Nella regione dello spazio dei parametri che abbiamo indagata, il coefficiente $A(\chi)$ assume sempre valori almeno di un ordine di grandezza in più rispetto agli altri. In tale circostanza la TMR presenta solo zeri, corrispondenti a $\pm\pi/2$ e quindi vi è una sola armonica. Tuttavia, quando gli altri coefficienti diventano importanti osserviamo la comparsa di armoniche superiori e quindi altri zeri della TMR. Nella fig. (2.22) vengono rappresentati i grafici della TMR per una doppia barriera a delte magnetiche in funzione dell'angolo tra le magnetizzazioni al variare della trasparenza della barriera. Si osserva che al crescere di z , ovvero al diminuire della trasparenza delle barriere, diminuiscono il numero degli zeri della magnetoresistenza e anche le armoniche superiori. Notiamo che per $z = 0$ e $z = 1$ i grafici sono quasi sovrapposti, mentre per $0 < z < 1$ osserviamo la comparsa di altri zeri e di armoniche di ordine superiore.

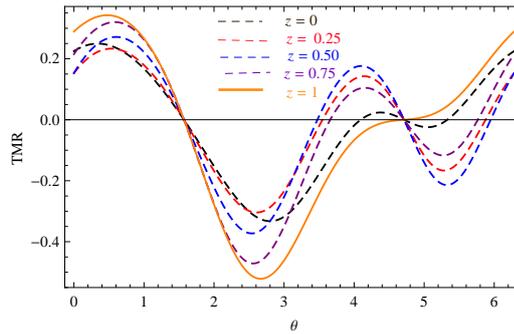


Figura 2.22: (TMR) in funzione dell'angolo di magnetizzazione al variare della trasparenza z ; z assume i seguenti valori: $z = 0$ curva in nero, $z = 0.25$ curva in rosso tratteggiata, $z = 0.50$ curva in blu tratteggiata, $z = 0.75$ curva purple tratteggiata, $z = 1$ curva arancione intera. Gli altri parametri del sistema sono : $d = 1$, $\Gamma = 0.1$, $\Gamma_1 = 0.3$, $\theta_2 = 0, k = k_1 = 1$

Per piccoli valori delle altezze di barriera e per un isolante molto sottile, sviluppiamo in serie la TMR, al primo ordine, in d e al secondo ordine in z , Γ_1 , Γ ottenendo:

$$\begin{aligned}
 (TMR)_0 &= -\frac{1}{2k_1^6}\Gamma\Gamma_1 \cos\theta\{[2k_1^2(k_1^2 + 5dk^2z + dk_1^2z - 5z^2) + \\
 &+ (k_1^2 + 10dk^2z + 2dk_1^2z - 10z^2)\Gamma\Gamma_1 \cos\theta_1] + \\
 &+ [(dk^2k_1^2 - 3dk_1^4 - 2k_1^2z - 6dk^2z^2 + 9dk_1^2z^2)]\Gamma_1 \sin\theta_1\}
 \end{aligned} \quad (2.76)$$

Si nota che per allineamenti paralleli o antiparalleli, ovvero in assenza di spin flip, quando l'altezza della barriera all'interfaccia è nulla, la TMR_0 è sempre negativa e diventa

$$TMR_0 = -[\Gamma\Gamma_1(2k_1^2 + \Gamma\Gamma_1)]/2k_1^4$$

per piccoli spessori. Per $d < 1$ la Tmr cresce e il suo valore dipende essenzialmente dal rapporto $\Gamma\Gamma_1/k_1^4$ mentre si annulla per spessori

$$d = -\frac{\Gamma\Gamma_1 \cot\theta_1 + 2k_1^2 \csc\theta_1}{(k^2 - 3k_1^2)\Gamma}.$$

Questa caratteristica è rappresentata in fig.(2.23) Nella figura (2.24) ripor-

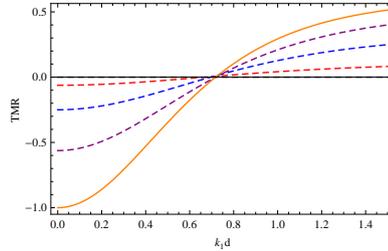


Figura 2.23: (TMR) in funzione dello spessore dello strato isolante al variare di Γ ; Γ assume i seguenti valori: 0.0 curva in nero, 0.25, 0.5 curva in rosso, 0.75 curva in blu, 1 curva arancione. Gli altri parametri del sistema sono stati scelti: $z = 0$, $\theta_1 = \theta_2 = 0$, $k_1 = k = 1$

tiamo un grafico di confronto tra gli andamenti della TMR e TMR_0 , in funzione dell'angolo di magnetizzazione.

Il grafico (2.24) evidenzia che gli andamenti qualitativi della TMR sono abbastanza simili e questo suggerisce di poter usare lo sviluppo(2.76), forma semplificata della TMR, senza perdere le caratteristiche della magnetoresistenza del modello.

In uno studio teorico dell'effetto della TMR inversa nel trasporto polarizzato

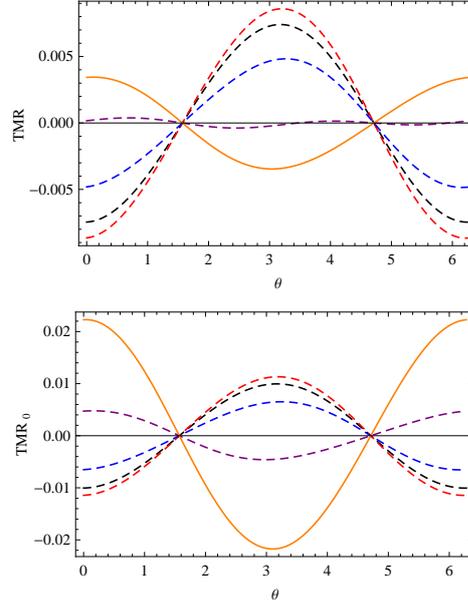


Figura 2.24: (TMR) (pannello in alto) e TMR_0 (pannello inferiore) in funzione dell'angolo di magnetizzazione al variare della trasparenza z ; z assume i seguenti valori: $z = 0$ curva in nero, $z = 0.25$ curva in rosso tratteggiata, $z = 0.50$ curva in blu tratteggiata, $z = 0.75$ curva purple tratteggiata, $z = 1$ curva arancione intera. Gli altri parametri del sistema sono : $d = 1$, $\Gamma = 0.1$, $\Gamma_1 = 0.3$, $\theta_2 = 0$, $k = k_1 = 1$

di spin attraverso un canale stretto [68], Kim ha dedotto, attraverso un approccio di non equilibrio col formalismo di Keldysh, che nel limite di debole tunnelling $T_{uu} \ll 1$ e/o $T_{du} \ll 1$, la conduttanza in configurazione parallela è maggiore di quella in configurazione antiparallela e questo implica una TMR positiva o ordinaria; quando $T_{uu} \simeq 1$ e/o $T_{du} \simeq 1$ allora $G_{AP} > G_P$ e questo porta ad una TMR negativa. Qui, con l'approccio di scattering abbiamo effettuato il confronto tra i coefficienti di trasmissione e la TMR per il sistema a due delte e abbiamo verificato il risultato di Kim. Il confronto è fatto in fig.(2.25) dove sono riportati i coefficienti $|t_{\uparrow\uparrow}|^2$ e la TMR in funzione dello spessore dell'isolante al variare dell'altezza della barriera. Si osserva una TMR negativa in corrispondenza a valori di $T_{up} \simeq 1$

Analizziamo ora l'effetto della taglia finita dei ferromagneti sulla magnetoresistenza per una MTJ. Sostituendo le due delte magnetiche con ferromagneti finiti, entrambi di spessore d_1 calcoliamo la matrice di scattering dell'intero sistema numericamente, considerando che il ferromagnete ha due bande energetiche con momento : $k_\sigma = k_0\sqrt{1 + \sigma h}$ dove $\sigma = \pm 1$. Nelle nostre simulazioni numeriche abbiamo usato i valori k_σ relativi al ferro $k_\uparrow = 1.09$, $k_\downarrow = 0.42$ ([21]), in unità del momento di Fermi k_0 . Notiamo che per spessori

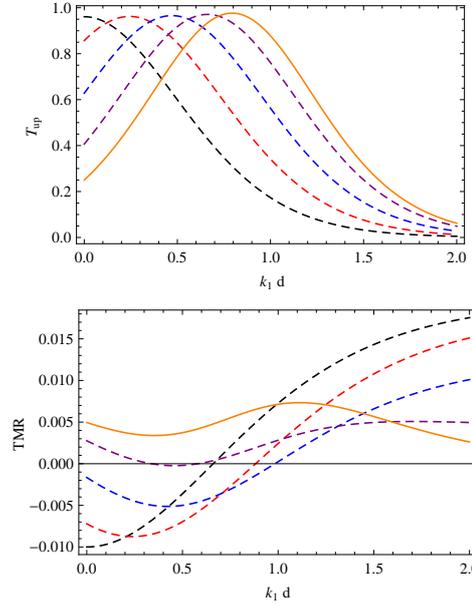


Figura 2.25: Confronto tra la TMR (pannello inferiore) e i coefficienti di trasmissione $T_{\uparrow\uparrow}$ (Pannello superiore) in funzione dello spessore dell'isolante $k_1 d$. I grafici sono ottenuti variando z ; z assume i seguenti valori: $z = 0$ curva in nero, $z = 0.25$ curva in rosso, $z = 0.50$ curva in blu, $z = 0.75$ curva purple, $z = 1$ curva arancione. Gli altri parametri del sistema sono stati scelti come: $k = 1 = k_1$, $\theta_1 = \theta_2 = 0$, $\Gamma = \Gamma_1 = 0.1$

sottilissimi dei ferromagneti $d_1 = d_3 = .2$, l'andamento della TMR è simile a quella ottenuta nel caso delle due delte, ma con una drastica riduzione dei valori. Tuttavia vediamo dalla fig. (2.27) che al crescere dello spessore del ferromagnete, la TMR passa da valori negativi a valori positivi per d_2 piccolo.

Inoltre si osserva che i valori della TMR diventano relativamente grandi per $d_1 \sim 1.5$.

La TMR, in funzione dell'angolo tra le magnetizzazioni, nel caso di ferromagneti finiti, assume comportamenti simili a quello della la doppia barriera a delte, fig.(??, avendo scelto come spessori dei ferromagneti $d_1 = d_3 = .3$. Si può notare che le curve della TMR per ferromagneti finiti, per gli stessi valori dell'altezza di barriera all'interfaccia, la TMR è più grande per un fattore dieci.

Per spessori dei ferromagneti $d_1 = d_3 = 1.5$, la TMR diventa circa cento volte più grande di quella che si ha per $d_1 = d_3 = 0.5$, conservando tuttavia la stessa forma, come possiamo desumere dalle figg. (2.29), (2.28).

Possiamo ipotizzare una dipendenza angolare della TMR della forma

$$\frac{A(\xi) \cos \theta}{B(\xi) + C(\xi) \cos \theta}$$

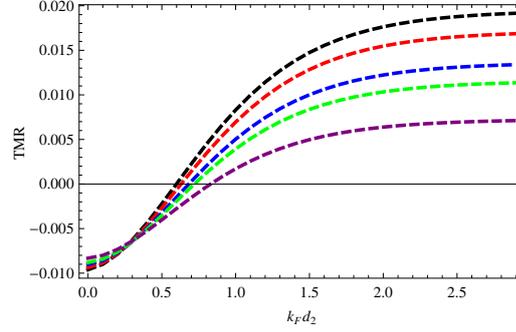


Figura 2.26: TMR per una MTJ in funzione dello spessore dell'isolante kd_2 . I grafici sono ottenuti variando z ; z assume i seguenti valori: $z = 0$ curva in nero, $z = 0.25$ curva in rosso, $z = 0.50$ curva in blu, $z = 0.75$ curva purple, $z = 1$ curva arancione. Gli altri parametri del sistema sono stati scelti come: $k = 1 = k_1$, $k_\uparrow = 1.09$, $k_\downarrow = 0.42$, $\theta_1 = \theta_2 = 0$, $\Gamma = 0.74$

dove ξ rappresenta l'insieme dei parametri fisici del sistema con $|B(\xi)| > C(\xi)$. Tale funzione riproduce piuttosto bene gli andamenti trovati per via numerica e rappresenta una generalizzazione della formula di Jullier (2.63) al caso di magnetizzazioni non parallele. Come si osserva dal grafico (2.28), la TMR, per due barriere localizzate, mostra l'effetto di armoniche superiori a θ e con valori negativi della TMR variabili (ossia controllabili mediante i parametri fisici, ad esempio dallo spessore della barriera isolante). Questo può essere un punto di forza per le applicazioni. Nel prossimo capitolo ci occuperemo di trasporto di carica e spin attraverso un sistema a multistrati nel quale la corrente è attivata mediante il meccanismo del *quantum pumping*.

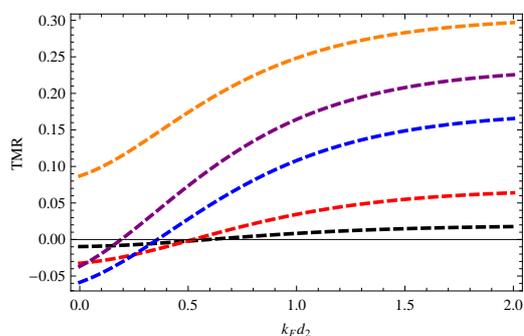


Figura 2.27: TMR per una MTJ in funzione dello spessore dell'isolante kd_2 . I grafici sono ottenuti variando simultaneamente lo spessore dei ferromagneti $d_1 = d_3$; d_1 assume i seguenti valori: 0.2 curva in nero, 0.4 curva in rosso, 0.75 curva in blu, 1 curva purple, 1.5 curva arancione. Gli altri parametri del sistema sono stati scelti come: $k = 1$, $k_{\uparrow} = 1.09$, $k_{\downarrow} = 0.42$, $\theta_1 = \theta_2 = 0$, $\Gamma = 0.74$

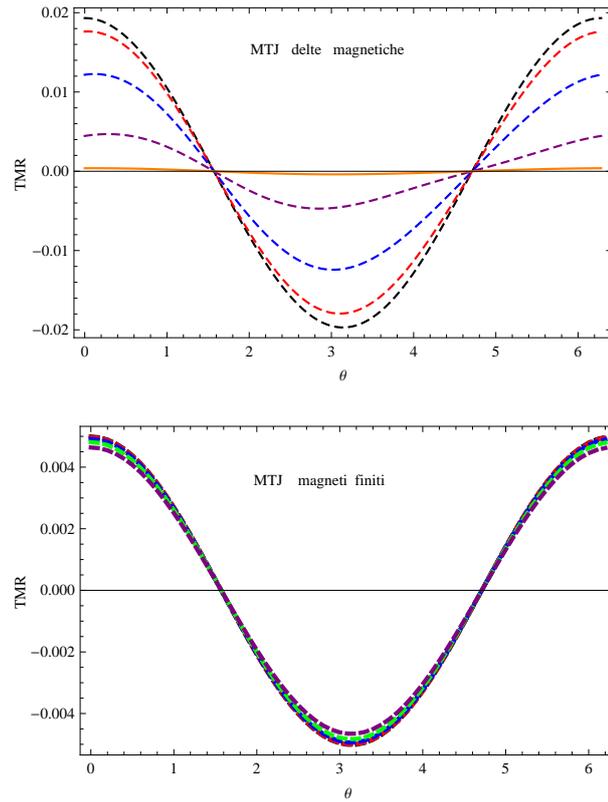


Figura 2.28: (TMR due delte) (pannello in alto) e (TMR magneti finiti) (pannello inferiore) in funzione dell'angolo di magnetizzazione al variare della trasparenza z ; z , in entrambi i grafici, assume i seguenti valori: $z = 0$ curva in nero, $z = 0.25$ curva in rosso tratteggiata, $z = 0.50$ curva in blu tratteggiata, $z = 0.75$ curva purple tratteggiata, $z = 1$ curva arancione intera. Gli altri parametri del sistema sono : $d = 1$, $\Gamma = 0.1$, $\Gamma_1 = 0.3$, $\theta_2 = 0, k = k_1 = 1$, $d = 1$, mentre per il sistema con magneti finiti $d_1 = d_3 = .3$, $k_{\uparrow} = 1.09$, $k_{\downarrow} = 0.42$

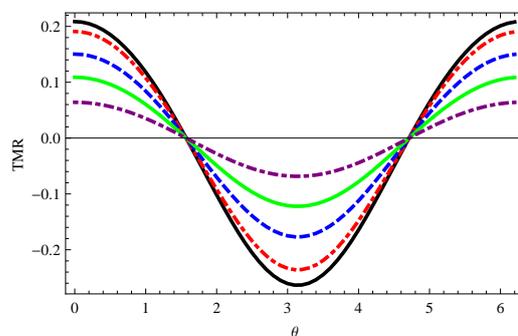


Figura 2.29: TMR per una MTJ in funzione dell'angolo θ . I grafici sono ottenuti variando simultaneamente le altezze delle barriere $z_1 = z_2$. $z = 0$ curva in nero, $z = 0.25$ curva in rosso, $z = 0.50$ curva in blu, $z = 0.75$ curva verde, $z = 1$ curva purple. Gli altri parametri del sistema sono stati scelti come: $k = 1$, $k_{\uparrow} = 1.09$, $k_{\downarrow} = 0.42$, $\theta_2 = 0$, $d_2 = 1, d_1 = d_3 = 1.5$

Capitolo 3

Pompa quantistica di carica e spin nelle nanostrutture (Pumping)

In natura ci sono numerosi esempi di pompe e di pompaggio sia nella tecnologia che nella vita comune. Per dare una definizione più precisa, una pompa produce un flusso netto di una determinata quantità (acqua, aria, corrente), in assenza di una differenza costante di potenziale (livello dell'acqua, differenza di pressione, differenza di potenziale elettrico ecc), per mezzo di un'azione ciclica. Per il trasporto elettrico, questo significa che si può ottenere una corrente elettrica continua (dc) per mezzo di una perturbazione periodica esterna (ac), in assenza di un potenziale continuo. Questa perturbazione può essere una tensione AC applicata ai capi della nanostruttura e produce una corrente rettificata. Tuttavia questo non è il solo modo per ottenere una pompa nel trasporto quantistico. Invece di applicare un voltaggio ai terminali, si può cambiare la proprietà di scattering della nanostruttura applicando un voltaggio ac. Nel nostro lavoro ci siamo occupati della *pompa adiabatica*, e abbiamo considerato perturbazioni la cui frequenza è la più piccola nelle possibili scale di frequenze del sistema. Infatti questa frequenza deve essere più piccola dell'inverso del tempo che un elettrone impiega per attraversare l'intera nanostruttura. Inizialmete questa idea fu proposta da Thouless [71] variando adiabaticamente la funzione d'onda di un elettrone soggetto ad un potenziale dipendente periodicamente dal tempo, ottenendo una carica netta pompata attraverso un reticolo unidimensionale dopo un periodo. In seguito, usando un approccio di scattering, Brouwer (1998) ([72]) ha calcolato la carica pompata attraverso un conduttore balistico connesso a due riserve con uguale potenziale elettrochimico ed in presenza di due parametri dipendenti dal tempo $X_1(t)$, $X_2(t)$. Egli ha derivato una espressione della carica pompata mediante una variazione della matrice di scattering rispetto a due

parametri caratteristici del sistema in termini della emissività ¹ [73]

$$Q = e \int_0^\tau dt \left(\frac{dn_l}{dX_1} \frac{dX_1}{dt} + \frac{dn_l}{dX_2} \frac{dX_2}{dt} \right) \quad (3.1)$$

dove $\frac{dn_l}{dX}$ è l'emittanza nell'elettrodo l definita come

$$\frac{dn_\alpha}{dX} = \frac{1}{2\pi} \sum_{\beta=l,r} \text{Im} \left[\frac{\partial S_{\alpha\beta}}{\partial X} S_{\alpha\beta}^* \right]. \quad (3.2)$$

Nel presente lavoro, sulla base dell'approccio di scattering di Brouwer, proponiamo una teoria della pompa per il torque di spin attraverso nanostrutture balistiche ibride (ferromagnetiche - metalliche o superconduttive).

3.1 La pompa di carica

Il primo esperimento che ha dimostrato un effetto di pompa di carica è quello di Switkes e al. [70] in cui è stata misurata la quantità di carica pompata in un sistema mesoscopico aperto, esplorando una nuova classe di modalità di trasporto quantistico in cui il flusso di elettroni è indotto attraverso ad una variazione ciclica della funzione d'onda del sistema. Una deformazione del potenziale confinante di un sistema mesoscopico che è molto più lenta rispetto ai tempi di rilassamento caratteristici del sistema, cambia la funzione d'onda del sistema conservando la distribuzione delle energie degli elettroni. Nei sistemi connessi a riserve elettroniche finite per mezzo di contatti aperti, la funzione d'onda si estende ai conduttori e la variazione adiabatica della funzione d'onda fa sì che si trasporti carica alla riserva o dalla riserva. Una deformazione periodica che dipende da un singolo parametro non può generare un flusso netto di carica perchè in un semiperiodo si ha un flusso di carica in una direzione e che cambia verso nell'altro semiperiodo. D'altra parte, deformazioni che dipendono da due o più parametri, cambiando in modo ciclico con uno sfasamento, possono rompere questa simmetria e, in generale possono indurre un trasporto netto di carica. Questo meccanismo è stato proposto da Thouless per sistemi isolanti a temperatura zero.

Consideriamo un reticolo unidimensionale soggetto ad un potenziale periodico lungo la direzione x tale che $U(x+a) = U(x)$. Il numero na di elettroni per periodo a è uguale ad un intero N , dove N è il numero delle bande piene più basse nello spettro energetico. Se il potenziale si può muovere

¹l'emissività $\frac{dn}{dX}$ caratterizza il numero di elettroni n che entrano o escono da un dispositivo in risposta ad una piccola variazione δX di qualche parametro X

con una piccola velocità v , cioè se $U(x, t) = U(x - vt)$, gli elettroni sentono una variazione periodica del potenziale ad ogni punto x della struttura unidimensionale, avendo $U(x)$ una simmetria traslazionale. Poiché v è piccola, gli elettroni seguono adiabaticamente la variazione del potenziale e allora viene indotta una corrente $I = nev$. Inoltre viene trasferita una carica quantizzata $Q = IT = Ne$ su un periodo $T = a/v$. La pompa di Thouless funziona perché dopo ogni ciclo ogni minimo del potenziale viene spostato di un periodo a . Se non ci fosse alcun trasferimento di carica il minimo del potenziale dovrebbe ritornare alla posizione iniziale. Questa osservazione implica che le onde stazionarie non generano una corrente dc e che l'effetto di pumping non può essere effettivo. Il potenziale $U(x - vt)$ ha la forma di un'onda che viaggia con velocità v e può essere scritta come una sovrapposizione di onde stazionarie. Nel caso più semplice $U(x) = U_0 \sin(2\pi x/a)$ e quindi $U(x - vt) = U_1(t) \sin(2\pi x/a) + U_2(t) \cos(2\pi x/a)$ dove $U_1(t) = U_0 \cos(2\pi t/T)$, $U_2(t) = U_0 \cos(2\pi t/T + \varphi)$, e φ è lo sfasamento. Come si vede un'onda stazionaria da sola non può generare corrente di carica, ne sono necessarie almeno due di esse. Per capire ancora meglio il meccanismo della pompa di Thouless, descriviamo l'evoluzione nel tempo del potenziale in termini della *traiettoria* ∂U del sistema nello spazio dei parametri $U_1(t), U_2(t)$. In questo spazio la traiettoria ∂U è una circonferenza, in base ai valori di $U_i(t)$ definiti precedentemente, ma ciò non è vero in generale per una pompa arbitraria. L'area del cerchio racchiusa dalla curva ∂U è proporzionale alla carica netta pompata. Pertanto la condizione che deve essere soddisfatta per avere pumping è che l'area racchiusa dalla traiettoria nello spazio dei parametri deve essere diversa da zero. Essa dipende dalla forma e dalla dimensione della traiettoria ∂U e non dalla distribuzione delle velocità dU_i/dt lungo la traiettoria. Solo per differenze di fase $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 \neq 0$ tra U_1 e U_2 la traiettoria ∂U descrive una circonferenza che racchiude un cerchio di area non nulla nello spazio dei parametri e induce quindi una corrente dc. La carica Q_α pompata nell'elettrodo $\alpha \in \{left, right\}$ di un dispositivo a due terminali è una proprietà geometrica che può essere legata al flusso di un campo magnetico effettivo $\vec{B}^\alpha = \nabla \times \vec{A}^\alpha$ nello spazio dei parametri caratterizzato da un potenziale vettore $\vec{A}^\alpha = (A_{U_1}^\alpha(U_1, U_2), A_{U_2}^\alpha(U_1, U_2), 0)$. Di conseguenza la carica Q_α può essere scritta come:

$$\begin{aligned} Q_\alpha &= e \int_0^T dt \sum_i A_i^\alpha \frac{\partial U_i}{\partial t} \\ &= e \int_S (\partial_{U_1} A_{U_2}^\alpha - \partial_{U_2} A_{U_1}^\alpha) dU_1 dU_2, \end{aligned} \quad (3.3)$$

Il primo integrale di linea è esteso al periodo della perturbazione, mentre il secondo integrale è esteso alla superficie delimitata dalla curva nello spazio dei parametri. Il potenziale vettore \vec{A}^α è legato alla matrice di scattering $S_{\alpha\beta}$ della regione mesoscopica dalla relazione $A_{U_i}^\alpha = (1/2\pi)\Im[\sum_j S_{\alpha j}^* \partial_{U_i} S_{\alpha j}]$ e la seconda uguaglianza in (3.3) è stata ricavata dalla identità di Green nel piano.²

3.2 La pompa di corrente secondo l'approccio della matrice di scattering

Uno strumento molto efficace per indagare il meccanismo di pompa nelle nanostrutture è fornito da un approccio proposto da Brouwer [72] che si basa sull'uso della matrice di scattering del sistema in istudio. In questo lavoro è stato mostrato che la corrente d.c. pompata per mezzo di una modulazione adiabatica di due parametri indipendenti fuori fase, può essere espresso in termini delle derivate parametriche della matrice di scattering. Nella presente sezione vogliamo derivare questo risultato.

La risposta di un sistema mesoscopico coerente può essere caratterizzato per mezzo della matrice di scattering $S(X_1(t), X_2(t))$, dove $X_i(t)$ sono parametri lentamente variabili con una fissata frequenza ω . In approssimazione adiabatica si può supporre che, anche se la matrice di scattering dipende dal tempo, si può usare una descrizione istantanea dello scattering prendendo la matrice di scattering congelata al tempo t . Dal punto di vista fisico questo significa che la matrice di scattering cambia molto poco quando l'elettrone è diffuso dal sistema mesoscopico. Per essere specifici, possiamo scegliere la dipendenza dal tempo dei parametri nel seguente modo: $X_i(t) = X_i^0 + X_i^\omega \sin(\omega t + \varphi_i)$, dove $i \in \{1, 2\}$, (in seguito sceglieremo $\varphi_1 = 0, \varphi_2 = \varphi$). Inoltre, assumendo che l'ampiezza di pompaggio X_i^ω siano quantità piccole rispetto a X_i^0 (regime di *weak pumping*), la matrice di scattering può essere sviluppata in serie di Taylor al primo ordine intorno a $X_i^\omega = 0$:

$$\begin{aligned} S(X_1(t), X_2(t)) \approx & S(X_1^0, X_2^0) + \left[\frac{\partial S(X_1(t), X_2(t))}{\partial X_1} \right]_{(X_1^\omega = X_2^\omega = 0)} X_1^\omega \sin(\omega t) + \\ & + \left[\frac{\partial S(X_1(t), X_2(t))}{\partial X_2} \right]_{(X_1^\omega = X_2^\omega = 0)} X_2^\omega \sin(\omega t + \varphi) \end{aligned} \quad (3.4)$$

²l'identità di Green nel piano rappresenta un caso particolare del teorema di Stokes e prende la forma

$$\oint_C (M dx + N dy) = \int \int_R \left(\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x} \right) dx dy$$



Figura 3.1: setup della pompa .

Esprimendo $\sin(\omega t)$ in forma complessa, possiamo esprimere la (3.4) nella forma

$$S(X_1(t), X_2(t)) \approx S(X_1^0, X_2^0) + s_+ e^{i\omega t} + s_- e^{-i\omega t} \quad (3.5)$$

dove abbiamo posto

$$s_+ = -\frac{i}{2} \left\{ \left[\frac{\partial S(X_1(t), X_2(t))}{\partial X_1} \right]_{(X_1^\omega = X_2^\omega = 0)} X_1^\omega + \left[\frac{\partial S(X_1(t), X_2(t))}{\partial X_2} \right]_{(X_1^\omega = X_2^\omega = 0)} X_2^\omega e^{i\varphi} \right\}$$

e

$$s_- = \frac{i}{2} \left\{ \left[\frac{\partial S(X_1(t), X_2(t))}{\partial X_1} \right]_{(X_1^\omega = X_2^\omega = 0)} X_1^\omega + \left[\frac{\partial S(X_1(t), X_2(t))}{\partial X_2} \right]_{(X_1^\omega = X_2^\omega = 0)} X_2^\omega e^{-i\varphi} \right\}.$$

L'espansione della matrice di scattering che abbiamo ottenuto in (3.5) implica che gli elettroni scatterati possono assorbire o emettere solo un quanto di energia $\hbar\omega$ prima di lasciare la regione di scattering. Inoltre, poichè le proprietà che maggiormente ci interessano dipendono dai valori della matrice di scattering in un intervallo di energia dell'ordine di $\max\{k_B T, \hbar\omega\}$, vicino al livello di Fermi, assumeremo che la matrice di scattering sia indipendente dall'energia. Questa assunzione è consistente alle basse temperature e nel limite di basse frequenze ($T, \omega \rightarrow 0$). Consideriamo il dispositivo a due terminali come rappresentato in fig.(3.1). La regione mesoscopica di scattering è accoppiata a due terminali esterni (sinistra/destra) alla stessa temperatura T e allo stesso potenziale chimico μ . In questo modo, gli elettroni, con energia E , che entrano nella regione di scattering (stati *in*) sono descritti da una distribuzione di equilibrio di Fermi $f_\alpha^{in}(E) = f_0(E) = \frac{1}{1+e^{\frac{E-\mu}{k_B T}}}$ dove $\alpha \in \{\text{sinistra}, \text{destra}\}$. La funzione di distribuzione $f_\alpha^{out}(E)$ delle particelle

uscanti dalla regione di scattering ed entranti nella riserva (stati *out*) cambia rispetto alla funzione di distribuzione iniziale $f_0(E)$ poichè queste particelle sono soggette alle interazioni con uno scatteratore oscillante che permette loro di assorbire o emettere un quanto di energia $\hbar\omega$. Il nostro scopo è quello di calcolare la funzione di distribuzione di non equilibrio $f_\alpha^{out}(E)$. A tale scopo possiamo introdurre il formalismo dei campi di scattering di Buttiker ([55]). Introduciamo due specie di operatori: un operatore fermionico \hat{a}_α che distrugge uno stato proveniente dalla riserva α e un operatore fermionico \hat{b}_α che distrugge uno stato uscente dalla regione di scattering ed entra nello stesso riserva α . Nell'ipotesi di scattering istantaneo, i due operatori sono legati dalla relazione di scattering:

$$\hat{b}_\alpha(t) = \sum_{\beta} S_{\alpha\beta}(t)\hat{a}_\beta(t) \quad (3.6)$$

$S_{\alpha\beta}(t)$ denotano gli elementi di matrice di $S(X_1(t), X_2(t))$. Il legame tra la $\hat{a}_\alpha(E)$ e $\hat{a}_\alpha(t)$ si ottiene con la trasformata di Fourier: $\hat{a}_\alpha(t) = \int dE \hat{a}_\alpha(E) e^{-iEt/\hbar}$ dove gli operatori dipendenti dall'energia soddisfano le relazioni di anticommutazione

$$\{\hat{a}_\alpha^\dagger(E), \hat{a}_\beta(E')\} = \delta_{\alpha\beta} \delta(E - E') \quad (3.7)$$

Esprimiamo l'operatore \hat{b} in termini della matrice di scattering sviluppata,

$$\hat{b}_\alpha(E) = \int_0^\infty \hat{b}_\alpha(t) e^{i\frac{Et}{\hbar}} dt, \quad (3.8)$$

sostituendo (3.6), in (3.8) e usando lo sviluppo (3.5) avremo:

$$\hat{b}_\alpha(E) = \int \sum_{\beta} [S(X_1^0, X_2^0) + s_+ e^{i\omega t} + s_- e^{-i\omega t}] e^{i\frac{Et}{\hbar}} \hat{a}_\beta(t) dt. \quad (3.9)$$

Definendo due nuove scale di energia $E' = E + \hbar\omega$ e $E'' = E - \hbar\omega$, avremo che, nello spazio dell'energia

$$\hat{b}_\alpha(E) = \sum_{\beta} S(X_1^0, X_2^0) \hat{a}_\beta(E) + s_+ \hat{a}_\beta(E + \hbar\omega) + s_- \hat{a}_\beta(E - \hbar\omega). \quad (3.10)$$

La nuova distribuzione di non equilibrio si può ora ottenere come il valore di aspettazione dell'operatore $\hat{b}_\alpha^\dagger(E) \hat{b}_\alpha(E)$: $f_\alpha^{out} = \langle \hat{b}_\alpha^\dagger(E) \hat{b}_\alpha(E) \rangle$. Facendo uso della (3.10) e sfruttando la relazione (3.7) possiamo scrivere

$$\begin{aligned}
 f_\alpha^{out} = \langle \hat{b}_\alpha^\dagger(E) \hat{b}_\alpha(E) \rangle &= \sum_\beta |S_{\alpha\beta}^0|^2 f_0(E) + \sum_\beta |s_{+, \alpha\beta}|^2 f_0(E + \hbar\omega) + \\
 &+ \sum_\beta |s_{-, \alpha\beta}|^2 f_0(E - \hbar\omega)
 \end{aligned} \quad (3.11)$$

dove abbiamo posto, $S_{\alpha\beta}^0 = S(X_1^0, X_2^0)$. La corrente positiva che fluisce dallo scatteratore all'elettrodo α è definita come

$$I_\alpha = \frac{e}{h} \int_0^\infty (f_\alpha^{out}(E) - f^0(E)) dE \quad (3.12)$$

Facendo uso della (3.11), possiamo scrivere la corrente come

$$I_\alpha = \sum_\beta \frac{e}{h} \int_0^\infty (|S_{\alpha\beta}^0|^2 f_0(E) + |s_{+, \alpha\beta}|^2 f_0(E + \hbar\omega) + |s_{-, \alpha\beta}|^2 f_0(E - \hbar\omega) - f^0(E)) dE \quad (3.13)$$

Per l'ipotesi adiabatica, possiamo sviluppare le funzioni di Fermi per $\hbar\omega \rightarrow 0$, ottenendo $f_0(E + \eta\hbar\omega) = f_0(E) + \eta\hbar\omega \frac{\partial f_0}{\partial E}$ con $\eta = \pm 1$. Inserendo lo sviluppo nell'espressione della corrente (3.13), scriviamo

$$\begin{aligned}
 I_\alpha &= \sum_\beta \frac{e}{h} \int_0^\infty (|S_{\alpha\beta}^0|^2 f_0(E) + |s_{+, \alpha\beta}|^2 (f_0(E) + \hbar\omega \frac{\partial f_0}{\partial E}) + \\
 &+ |s_{-, \alpha\beta}|^2 (f_0(E) - \hbar\omega \frac{\partial f_0}{\partial E}) - f^0(E)) dE.
 \end{aligned} \quad (3.14)$$

Riarrangiando i termini dell'integrando avremo

$$\begin{aligned}
 I_\alpha &= \sum_\beta \frac{e}{h} \int_0^\infty (|S_{\alpha\beta}^0|^2 + |s_{+, \alpha\beta}|^2 + |s_{-, \alpha\beta}|^2 - 1) f_0(E) dE + \\
 &+ \sum_\beta \frac{e\omega}{2\pi} \int_0^\infty (|s_{+, \alpha\beta}|^2 - |s_{-, \alpha\beta}|^2) \frac{\partial f_0}{\partial E} dE.
 \end{aligned} \quad (3.15)$$

Il primo integrale è nullo perchè deve essere soddisfatta la condizione di unitarietà della matrice di scattering per ogni istante t , quindi

$$\begin{aligned}
 0 = \sum_\beta S_{\alpha\beta}^*(t) S_{\alpha\beta}(t) - 1 &= \sum_\beta (|S_{\alpha\beta}^0|^2 + |s_{+, \alpha\beta}|^2 + |s_{-, \alpha\beta}|^2 - 1) + \\
 (S_{\alpha\beta}^* s_{+, \alpha\beta} + S_{\alpha\beta} s_{-, \alpha\beta}^*) e^{i\omega t} &+ (s_{+, \alpha\beta}^* S_{\alpha\beta} + S_{\alpha\beta}^* s_{-, \alpha\beta}) e^{-i\omega t}
 \end{aligned} \quad (3.16)$$

avendo trascurato i termini dipendenti da $e^{\pm 2i\omega t}$. La (3.16), dovendo valere $\forall t$, sarà soddisfatta se $A_{\alpha\beta} \equiv S_{\alpha\beta}^* s_{+, \alpha\beta} + S_{\alpha\beta} s_{-, \alpha\beta}^* = 0$, e $A_{\alpha\beta}^* \equiv S_{\alpha\beta} s_{+, \alpha\beta} + S_{\alpha\beta}^* s_{-, \alpha\beta} = 0$; da queste considerazioni possiamo esprimere la corrente a $T = 0$ come :

$$I_\alpha = \frac{e\omega}{2\pi} \sum_{\beta} (|s_{-, \alpha\beta}|^2 - |s_{+, \alpha\beta}|^2), \quad (3.17)$$

dove abbiamo sfruttato l'approssimazione $-\frac{\partial f_0}{\partial E} \xrightarrow{T \rightarrow 0} \delta(E - \mu)$. Possiamo dare una forma esplicita alla corrente I_α in termini dei parametri di pumping, usando le definizioni di $s_{+, \alpha\beta}$ e $s_{-, \alpha\beta}$. Dopo qualche passaggio algebrico avremo

$$|s_{\pm, \alpha\beta}|^2 = \mathcal{B}_{\pm, \alpha\beta} + \frac{1}{4} \sum_{i=1,2} |X_i^\omega|^2 (\partial_{X_i} S_{\alpha\beta}^*)_{X_i=0} (\partial_{X_i} S_{\alpha\beta})_{X_i=0} \quad (3.18)$$

Nella precedente equazione abbiamo definito

$$\mathcal{B}_{\pm, \alpha\beta} = e^{\pm i\varphi} (\partial_{X_i} S_{\alpha\beta}^*)_{X_i=0} (\partial_{X_i} S_{\alpha\beta})_{X_i=0} + e^{\mp i\varphi} (\partial_{X_i} S_{\alpha\beta})_{X_i=0} (\partial_{X_i} S_{\alpha\beta}^*)_{X_i=0}.$$

L'espressione della corrente pompata in un periodo può essere scritta come:

$$I_\alpha = \frac{e\omega}{2\pi} (\mathcal{B}_{+, \alpha\beta} - \mathcal{B}_{-, \alpha\beta}) = \frac{e\omega}{2\pi} X_1^\omega X_2^\omega \sin \varphi \sum_{\beta} (\Im(\partial_{X_1} S_{\alpha\beta}^*)_{X_1=0} (\partial_{X_2} S_{\alpha\beta})_{X_2=0}). \quad (3.19)$$

Questa è l'espressione da noi utilizzata per definire la corrente di carica in assenza di spin-flip. Tale risultato è coerente con quello proposto da Moskalet e Buttiker ([73]) per la pompa di carica quando non viene considerato lo spin. Di seguito generalizzeremo la formula della corrente di carica al caso in cui viene considerato anche lo spin.

3.3 Pompa quantistica del torque di spin mediante modulazione ac di parametri di scattering

Abbiamo studiato nelle precedenti sezioni l'effetto della modulazione di due parametri del sistema mesoscopico mediante gates esterni; seguendo le idee di Thouless ([71]) e di Brouwer ([72]), abbiamo derivato la formula per la carica pompata e per la corrente. Nel pompaggio di carica una corrente continua è ottenuta variando adiabaticamente almeno due parametri indipendenti fuori fase, in assenza di potenziali esterni. La corrente è proporzionale alle derivate

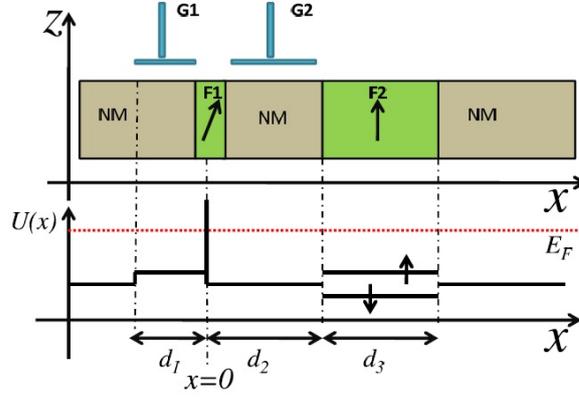


Figura 3.2: Rappresentazione del dispositivo NM/F1/NM/F2/NM e le rispettive energie potenziali. La corrente di spin fluisce lungo la direzione x , mentre le magnetizzazioni n_1 e n_2 giacciono nel piano $x - z$. G1 e G2 sono i gates esterni.

parametriche della matrice di scattering rispetto ai parametri di pumping. In questa sezione siamo interessati a calcolare il torque in un sistema a multi-strati non magnetici (NM) ferromagnetici (FM), NM/FM/NM/FM/NM, in cui il meccanismo di pumping può generare correnti di spin oltre che correnti di carica. Mediante tale meccanismo il torque di spin viene generato su un layer magnetico per mezzo di un gradiente di una corrente di spin, o equivalentemente da una densità locale di spin. Recentemente il pompaggio quantistico è stato proposto come controllo addizionale del flusso di spin in assenza di una differenza di potenziale esterna ([74]). Riferendoci alla fig. (3.2) ed applicando l'idea del pumping, moduliamo armonicamente nel tempo le altezze di barriere in d_1 e d_2 mediante due gates G1 e G2. Quando i voltaggi sono variati adiabaticamente nel tempo, la matrice di scattering dipende parametricamente dal tempo attraverso i due parametri esterni che sono sottoposti a variazione: $S(t) = S(X_1(t), X_2(t))$, dove $X_i(t) = X_i^0 + X_i^\omega \sin(\omega t + \varphi_i)$ ($i = 1, 2$). In regime di pumping debole, cioè quando $X_{1,2}^\omega \ll X_{1,2}^0$, la matrice di scattering può essere sviluppata nel seguente modo:

$$S^{\alpha\beta}(t) \simeq S_0^{\alpha\beta} + \sum_{\eta=\pm 1} S_\eta^{\alpha\beta} e^{i\eta\omega t}, \quad (3.20)$$

dove $\omega = 2\pi\nu$ è la frequenza di pompaggio e le matrici $S_\eta^{\alpha\beta}$ sono date da

$$S_\eta = -\frac{i\eta}{2} \left[X_1^\omega (\partial_{X_1} S)_0 + X_2^\omega e^{i\eta\varphi} (\partial_{X_2} S)_0 \right], \quad (3.21)$$

avendo posto $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$. La trasformata di Fourier della (3.20) è:

$$S^{\alpha\beta}(E) = 2\pi[s_0^{\alpha\beta}\delta(E) + \sum_{\eta=\pm 1} s_{\eta}^{\alpha\beta}\delta(E + \eta\omega)]. \quad (3.22)$$

Lo sviluppo della matrice di scattering in termini dell'energia ci permette di determinare la densità di spin, e quindi il torque di spin pompato sullo strato magnetico a $x = 0$ come dato dalla eq. (2.39). Analogamente a quanto fatto nel caso d.c. il calcolo procede nello stesso modo ma, nel caso del pumping, la relazione esistente tra stati di scattering entranti ed uscenti assume la seguente forma:

$$b_{\alpha}^{\sigma} = \sum_{\beta, \sigma'} \sum_{\eta=0, \pm 1} s_{\eta, \sigma\sigma'}^{\alpha\beta} a_{\beta}^{\sigma'}(E + \eta\hbar\omega) \quad (3.23)$$

con $s_{\eta, \sigma\sigma'}^{\alpha\beta}$ matrice di scattering dipendente dallo spin e $b_{\alpha}^{\sigma}(E) = \begin{pmatrix} b_{\alpha,+}(E) \\ b_{\alpha,-}(E) \end{pmatrix}$

Per il calcolo del valore di aspettazione dell'operatore densità di spin $\sigma_{\mu}(x_0)$ occorre valutare i valori di aspettazione che, facendo uso dell'espressione (3.23), sono dati da:

$$\begin{aligned} \langle a_{\alpha}^{\dagger\sigma}(E) a_{\alpha}^{\sigma}(E') \rangle &= \delta(E - E') f_{\alpha}(E) \\ \langle a_{\alpha}^{\dagger\sigma}(E) b_{\alpha}^{\sigma}(E') \rangle &= \sum_{\eta=0, \pm 1} s_{\eta, \sigma\sigma}^{\alpha\alpha} \delta(E - E' - \eta\hbar\omega) f_{\alpha}(E) \\ \langle b_{\alpha}^{\dagger\sigma}(E) a_{\alpha}^{\sigma}(E') \rangle &= \sum_{\eta=0, \pm 1} s_{\eta, \sigma\sigma}^{*\alpha\alpha} \delta(E - E' + \eta\hbar\omega) f_{\alpha}(E') \\ \langle b_{\alpha}^{\dagger\sigma}(E) b_{\alpha}^{\sigma}(E') \rangle &= \sum_{\eta\eta', \beta s} s_{\eta, \sigma s}^{*\alpha\beta} s_{\eta', \sigma s}^{\alpha\beta} \delta(E - E' + \hbar\omega(\eta - \eta')) f_{\beta}(E' + \eta'\hbar\omega) \end{aligned} \quad (3.24)$$

pertanto la media statistica dell'operatore di spin sullo stato di scattering nel conduttore α si scriverà, ripercorrendo la procedura di calcolo usata nel caso dc, eqs (2.33, 1.25) come:

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{\mu}(x = x_0) \rangle_{\alpha} &= \rho_{\alpha}^2(E_F) \sum_{\sigma\sigma'} \sum_{\beta s, \eta\eta'} \int dE' e^{-\frac{i}{\hbar}\omega t(\eta - \eta')} \langle \sigma | \sigma_{\mu} | \sigma' \rangle \\ &\times s_{\eta, \sigma s}^{*\alpha\beta} s_{\eta', \sigma' s}^{\alpha\beta} f_{\beta}(E' + \eta'\hbar\omega) \end{aligned} \quad (3.25)$$

dove, per ottenere termini a media non nulla, va considerato $\eta = \eta'$. Termini con $\eta \neq \eta'$ danno contributi oscillanti a media nulla. Esplicitando le somme

rispetto agli indici di spin e tenendo conto delle considerazioni precedenti sugli indici si ha:

$$\langle \sigma_\mu(x = x_0) \rangle_\alpha = \rho_\alpha^2(E_F) \sum_{\beta\eta} \int dE' \sum_{\sigma\sigma's} [s_\eta^{\alpha\beta}]_{s\sigma} \langle \sigma | \sigma_\mu | \sigma' \rangle [s_\eta^{\alpha\beta}]_{\sigma's} f(E' + \eta\hbar\omega)$$

e sfruttando le proprietà della traccia delle matrici avremo:

$$\langle \sigma_\mu(x = x_0) \rangle_\alpha = \rho_\alpha^2(E_F) \sum_{\beta\eta} \int dE' Tr[\sigma_\mu s_\eta^{\alpha\beta} s_\eta^{\alpha\beta\dagger}] f(E' + \eta\hbar\omega). \quad (3.26)$$

Essendo $s_\mu(x = x_0) = \frac{\hbar}{2}\sigma_\mu(x = x_0)$ e ricordando che $\frac{\hbar}{2}\rho_\alpha^2(E_F) = \frac{1}{4\pi v_F}$, dove v_F è la velocità degli elettroni al livello di Fermi, avremo,

$$\langle s_\mu \rangle \simeq \frac{1}{4\pi v_F} \sum_{\eta\beta} \int dE Tr\{\sigma_\mu s_\eta^{\alpha\beta} s_\eta^{\alpha\beta\dagger}\} f_\beta(E + \eta\omega). \quad (3.27)$$

In seguito prenderemo $\alpha = 1$. Notiamo che in tutta la nostra derivazione abbiamo sempre sfruttato il fatto che gli elettroni provenienti dagli elettrodi non sono polarizzati (elettrodi non magnetici). Adesso, se teniamo conto del fatto che ω è una frequenza di pompaggio adiabatico, possiamo sviluppare la funzione di Fermi al primo ordine in ω e abbiamo: $f(E + \eta\hbar\omega) \approx f(E) + \eta \frac{\hbar\omega}{k_B T} \frac{\partial f}{\partial E}$, e nel limite di temperatura zero, $\frac{\partial f}{\partial E} \rightarrow -\delta(E - E_F)$. Pertanto la μ -ma componente della densità di spin per unità di area al primo ordine dello sviluppo nella frequenza adiabatica ω è ,

$$\langle s_\mu(x = x_0) \rangle = -\frac{\hbar\omega}{4\pi v_F} \sum_{\beta\eta} \eta Tr\{\sigma_\mu S_\eta^{\alpha\beta} S_\eta^{\alpha\beta\dagger}\}. \quad (3.28)$$

Sostituendo (3.28) nell'espressione del torque (2.22): $T_\mu^\alpha = \frac{2}{\hbar}\gamma_\alpha(\hat{n}(x = x_0) \wedge \langle \vec{s}(x = x_0) \rangle)_\mu$ dove $\hat{n}(x = x_0)$ otteniamo una esplicita espressione delle componenti parallele e perpendicolari del torque pompato, agente sul free-layer posizionato a $x = x_0$:

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_1^\parallel &= \frac{\hbar\omega\Gamma}{8\pi} X_1^\omega X_2^\omega \sin(\varphi) \sum_\beta Tr[A_y^{1\beta} + A_y^{1\beta\dagger}] \\ \mathcal{T}_1^\perp &= -\frac{\hbar\omega\Gamma}{8\pi} X_1^\omega X_2^\omega \sin(\varphi) \sum_\beta Tr[\sin(\theta)(A_z^{1\beta} + A_z^{1\beta\dagger}) \\ &\quad - \cos(\theta)(A_x^{1\beta} + A_x^{1\beta\dagger})], \end{aligned} \quad (3.29)$$

dove abbiamo posto $\Gamma_\alpha = \frac{2m\gamma_\alpha}{\hbar^2 k_F}$ ed abbiamo usato la relazione

$$s_{\eta}^{\alpha\beta} s_{\eta}^{\dagger\alpha\beta} = \eta \frac{X_1^{\omega} X_2^{\omega}}{4} \sin\varphi \left\{ -i \left(\frac{\partial S^{\alpha\beta}}{\partial X_1} \right)_0 \left(\frac{\partial S^{\alpha\beta}}{\partial X_2} \right)_0^{\dagger} + i \left(\frac{\partial S^{\alpha\beta}}{\partial X_2} \right)_0 \left(\frac{\partial S^{\alpha\beta}}{\partial X_1} \right)_0^{\dagger} \right\} \quad (3.30)$$

essendo $A_{\mu}^{\alpha\beta} = i(\partial_{X_2} S^{\alpha\beta})_0^{\dagger} \sigma_{\mu} (\partial_{X_1} S^{\alpha\beta})_0$.

3.4 Corrente di carica e di spin (Pumping)

Partendo dalla definizione dell'operatore di densità di corrente di carica $J^{\alpha} = \Psi^{\dagger} e \hat{v} \Psi$, considerando inoltre lo sviluppo degli stati di scattering outgoing dipendenti dallo spin nella forma

$$\hat{b}_{\alpha}^{\sigma}(E) = \sum_{\sigma' \beta \eta} s_{\eta, \sigma \sigma'}^{\alpha\beta}(X_1^0, X_2^0) \hat{a}_{\beta}^{\sigma'}(E + \eta \hbar \omega). \quad (3.31)$$

otteniamo la corrente di carica dipendente dallo spin:

$$\langle J^{\alpha} \rangle = \frac{e\omega X_1^{\omega} X_2^{\omega}}{2\pi} \sin\varphi \sum_{\beta \eta} Tr[s_{\eta}^{\dagger\alpha\beta} s_{\eta}^{\alpha\beta}] \quad (3.32)$$

La traccia è fatta sugli indici di spin.

Nella figura (3.3) riportiamo le correnti di carica nei due terminali del dispositivo, sia in funzione dell'angolo di magnetizzazione dello strato libero, sia in funzione dello spessore del primo ferromagnete. Si osserva che la somma dei due grafici riportati in ogni riquadro è identicamente nulla, confermando il principio di conservazione delle correnti: $I_1 + I_2 = 0$. Le correnti in funzione dell'angolo hanno un compartimento di tipo $A \cos(\theta + \varphi)$, dove φ è una fase di pumping. A partire dallo stesso formalismo e sfruttando i risultati del paragrafo precedente, possiamo definire la corrente pompata di spin. L'operatore di corrente di spin è $J_{\mu}^{\alpha} = \frac{\hbar}{2} \Psi^{\dagger} \sigma_{\mu} \hat{v} \Psi$ e il suo valore di aspettazione è espresso, in termini dello sviluppo della matrice di scattering, dalla formula:

$$\langle J_{\mu}^{\alpha} \rangle = \frac{\hbar\omega X_1^{\omega} X_2^{\omega}}{2\pi} \sin\varphi \sum_{\beta \eta} Tr[s_{\eta}^{\dagger\alpha\beta} \sigma_{\mu} s_{\eta}^{\alpha\beta}] \quad (3.33)$$

Nella figura 3.4 riportiamo la corrente di carica e la componente z della corrente di spin, normalizzate rispettivamente a $\frac{e\omega}{2\pi}$ e $\hbar\omega/2$, ottenute col meccanismo della pompa quantistica, in funzione dell'angolo relativo di magnetizzazione, e dello spessore del ferromagnete F1. Notiamo che, fissando tutti

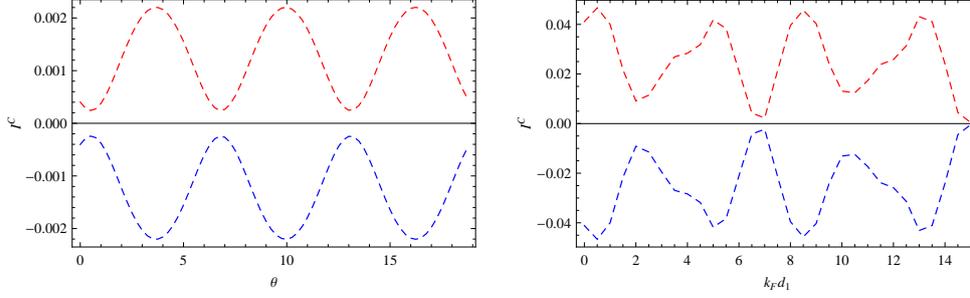


Figura 3.3: Confronto delle correnti di carica nei due terminali del dispositivo, I_1 (curve blu), I_2 (curve rosse) in funzione dell'angolo relativo di magnetizzazione $\theta - \theta_1$, e dello spessore del primo strato magnetico $k_F d_1$, ottenute col meccanismo di pumping quantistico. Dal grafico si verifica che $I_1 + I_2 = 0$. Gli altri parametri sono stati fissati nel seguente modo: $k_F d_1 = 15$; $z_1 = .3$; $z_2 = .1$; $k_F d_2 = 8$; $k_F d_3 = 15$; $\theta = 0$; $\theta_1 = \pi/6$; $h = .4$; $u = 0.5$; i parametri di pumping sono: $z_1^\omega = z_2^\omega = 0.1$, $\varphi = \pi/2$.

i parametri, la corrente di spin è più grande di circa un fattore dieci rispetto alla corrente di carica, quando varia l'angolo fra le magnetizzazioni; d'altra parte esse sono quasi confrontabili quando viene variato lo spessore del ferromagnete. Osserviamo che, in funzione dell'angolo θ , la corrente di spin ha un andamento tipo coseno e raggiunge il minimo quando le magnetizzazioni sono antiparallele, mentre la corrente di carica è periodica di 2π e mostra una modulazione di ampiezza di tipo sinusoidale. Il risultato espresso da (3.33) conclude la trattazione teorica del pompaggio secondo l'approccio di scattering. Ora analizziamo alcuni risultati numerici relativamente al torque di spin.

3.5 Risultati numerici del pumping di spin torque per una spin-valve NM/F1/NM/F2/NM

Per l'analisi dei risultati, in seguito, introdurremo i potenziali di barriera adimensionali $r_i = \frac{V_i}{E_F}$ ($i = 1, 2$) e $r_0 = (k_F \ell) V_0 / E_F$, l'energia Zeeman normalizzata dello strato fisso $h = \frac{g\mu_B B_2}{2E_F}$ e le distanze adimensionali $k_F d_i$. Qui analizziamo lo spin torque generato su uno strato libero (free layer) mediante il meccanismo del pumping quantistico. I parametri di pumping che vengono

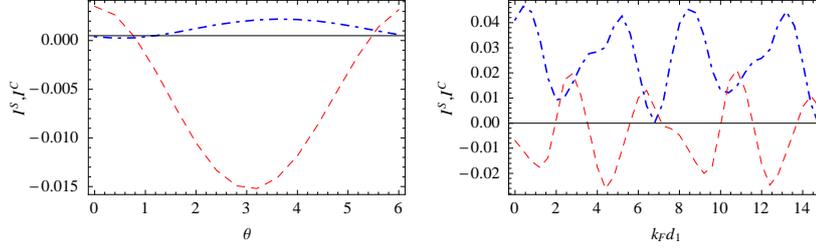


Figura 3.4: Corrente di carica (curve blu) e componente z della corrente di spin (curve rosse), in funzione dell'angolo relativo di magnetizzazione $\theta - \theta_1$ e dello spessore del primo strato magnetico $k_F d_1$, ottenute col meccanismo di pumping quantistico. Gli altri parametri sono stati fissati nel seguente modo: $z_1 = .3$; $z_2 = .1$; $k_F d_2 = 8$; $k_F d_3 = 15$; $\theta = 0$; $\theta_1 = \pi/6$; $h = .4$; $u = 0.5$; i parametri di pumping sono: $z_1^\omega = z_2^\omega = 0.1$, $\varphi = \pi/2$.

modulati adiabaticamente nel tempo sono i potenziali elettrostatici $r_i(t)$

$$r_i(t) = r_i^0 + r_i^\omega \sin(\omega t + \varphi_i) \quad (3.34)$$

dove $i = 1, 2$ e la fase di pumping viene scelta nel modo seguente: $\varphi_1 = 0$; $\varphi_2 = \pi/2$. In fig. (3.5) è rappresentata la torkance $T_{\perp, \parallel}$, cioè la variazione dello spin torque per piccole frequenze della pompa, in funzione dello spessore del fixed layer $k_F d_3$, fissando gli altri parametri del sistema nel modo seguente: $\Gamma = 0.5$, $r_1 = r_2 = r_0 = 0$, $\theta = \pi/2$, $k_F d_1 = k_F d_2 = 3$ and $k_F d_3 = 1$. Confrontando la fig.3.5 con l'analogia figura ottenuta nel caso dc (fig.2.5), osserviamo che la procedura di pumping modifica il segno dei valori medi delle componenti del torque e nello stesso tempo aumenta le relative ampiezze delle oscillazioni. Come discusso nel precedente capitolo, in presenza di potenziale di scattering lungo la direzione di trasporto, ci aspettiamo che la componente perpendicolare dello spin torque sia molto più rilevante e, confrontando col caso dc, questo è particolarmente vero per il caso del pumping dove due potenziali di scattering sono modulati nel tempo. Inoltre si possono distinguere due frequenze di oscillazioni delle componenti del torque Ω_{\pm} i cui valori sono gli stessi di quelli ottenuti nel caso dc. Oltre alle differenze discusse col caso dc, il meccanismo del pumping quantistico può indurre effetti rilevanti sullo spin torque rilevato sul free layer per causa delle derivate parametriche della matrice di scattering che appaiono nell'eq. (3.29). Questo effetto si vede bene in fig.(3.6) dove sono state confrontati gli andamenti delle torkance nel caso ac e nel caso dc e dove le componenti $T_{\perp, \parallel}$ sono rappresentate in funzione dello spessore della regione metallica $k_F d_2$. Diversamente dal caso dc, osserviamo un incremento delle ampiezze

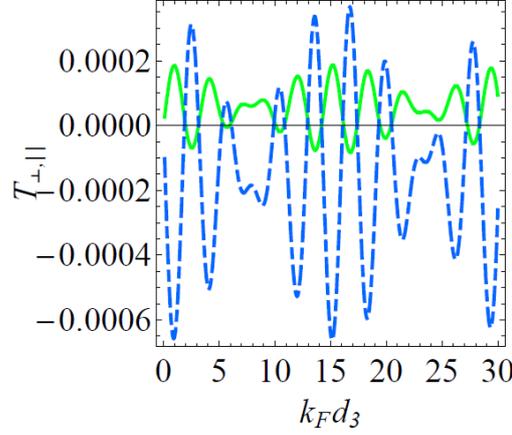


Figura 3.5: Torquance T_{\perp} (linea continua), T_{\parallel} (linea tratteggiata) plottata in funzione dello spessore $k_F d_3$ del fixed layer . Gli altri parametri sono stati fissati come segue: $\Gamma = 0.5$, $r_1 = r_2 = r_0 = 0$, $\theta = \pi/2$, $k_F d_1 = k_F d_2 = 3$, $h=0.25$.

delle oscillazioni delle componenti del torque e una perdita della periodicit  di $T_{\perp, \parallel}$ in funzione di $k_F d_2$. Questo   un effetto di *magnificazione* del torque pompato nel sistema e che pu  essere osservato negli esperimenti. Notiamo che il valore $k_F d_2 = 20$ corrisponde ad uno strato NM con una larghezza di $\sim 3.18\lambda_F$ allora   ancora appropriato considerare balistico il nostro sistema. L'incremento lineare dell'ampiezza di oscillazione pu  essere spiegata osservando che il torque pompato   legato alla derivata di una funzione periodica di $k_F d_2$, $F = a \sin(\sqrt{1 - r_2} k_F d_2) + b \cos(\sqrt{1 - r_2} k_F d_2)$ e quindi la derivata rispetto a r_2 , (altezza di barriera) d  un fattore $k_F d_2$. Riguardo la dipendenza delle componenti del torque dalle ampiezze dei potenziali lungo la direzione di trasporto, possiamo osservare in fig.(3.7) un incremento della componente T_{\perp} in funzione dell'altezza della barriera r_0 del free layer, mentre la componente T_{\parallel} diventa molto piccola. Quando la trasparenza del free layer diventa piccola (cio  r_0 elevato), entrambe le componenti dello spin torque decrescono a causa della soppressione del flusso di spin. In fig. (3.8) sono rappresentate le componenti del torque come una funzione dell'energia Zeeman h avendo fissato lo spessore del ferromagnete finito $k_F d_3 = 6$ (pannello superiore) e $k_F d_3 = 5$ (pannello inferiore) e fissando tutti gli altri parametri al solito modo: $\Gamma = 0.5$, $r_1^0 = r_2^0 = 0$, $r_1^\omega = r_2^\omega = 0.1$, $\theta = \pi/2$, $k_F d_2 = 10$, $h = 0.25$, $\varphi = \pi/2$. Si pu  notare una forte dipendenza dallo spessore del ferromagnete finito e, in particolare, si osserva una inversione del segno di T_{\perp} al variare di h (pannello inferiore). Questo comportamento pu  essere

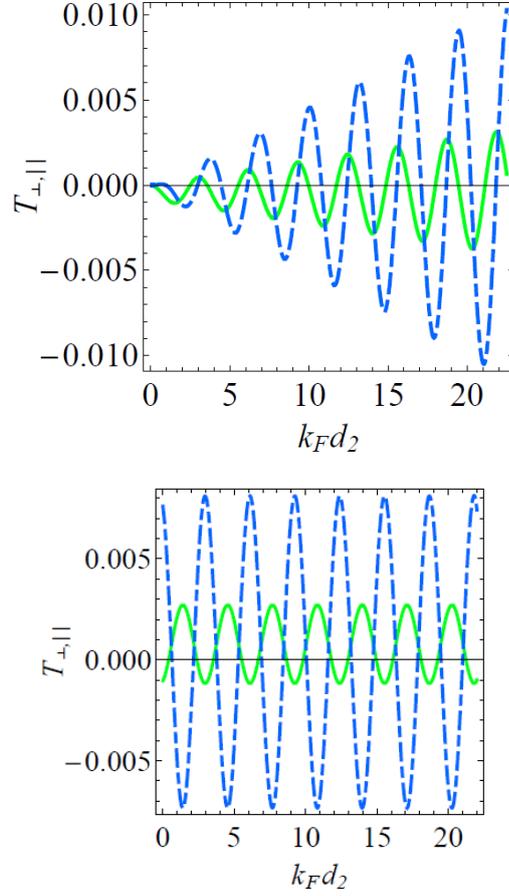


Figura 3.6: Confronto delle torkance T_{\perp} (linea continua), T_{\parallel} (linea tratteggiata) plottata in funzione dello spessore $k_F d_2$ del fixed layer (caso ac, pannello superiore), (caso dc, pannello inferiore). Gli altri parametri sono stati fissati come segue: $\Gamma = 0.5$, $r_1 = r_2 = r_0 = 0$, $\theta = \pi/2$, $k_F d_1 = 4$, $k_F d_3 = 2$, $h = 0.25$, and $\varphi = \pi/2$

compreso dalla espressione analitica del torque che è una funzione oscillante dell'argomento $k_F d_3$. Sopra un certo valore $h_c \simeq 0.75$, un incremento dell'altezza della barriera magnetica riduce la trasmissione degli spin attraverso lo strato magnetico e si osserva quindi una soppressione dello spin torque (riflessione sopra barriera). In fig.(3.9) riportiamo la torkance in funzione dell'angolo θ tra le due magnetizzazioni \hat{n}_1 e \hat{n}_2 , avendo fissato tutti gli altri parametri come indicato nella caption della figura. Come si osserva dal grafico, la componente perpendicolare del torque vicino a $\theta = \pi/2$ è circa il 30% della componente parallela a causa dei potenziali di scattering r_{12}^{ω} , mentre entrambe le curve esibiscono un comportamento sinusoidale rispetto all'angolo θ . Inoltre osserviamo un effetto di magnificazione dello spin torque

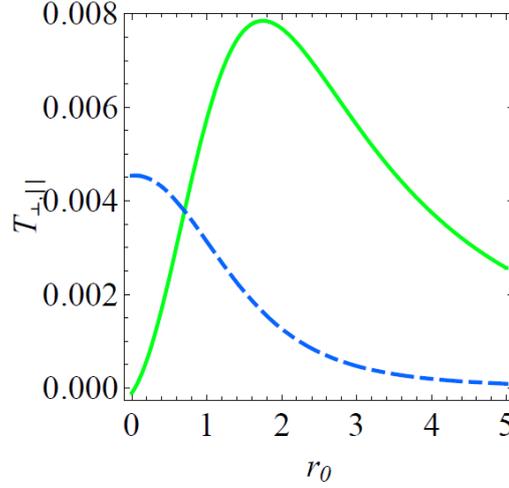


Figura 3.7: Torkance T_{\perp} (linea continua), T_{\parallel} (linea tratteggiata) plottata in funzione di r_0 . Gli altri parametri sono stati fissati come segue: $\Gamma = 0.5$, $r_1^0 = r_2^0 = 0$, $r_1^{\omega} = r_2^{\omega} = 0.1$, $\theta = \pi/2$, $k_F d_1 = 4$, $k_F d_2 = 10$, $k_F d_3 = 2$, $h = 0.25$, $\varphi = \pi/2$.

al crescere dello spessore $k_F d_2$ del layer metallico non magnetico tra i due ferromagneti F1 e F2 (i valori del torque crescono di un fattore 10^2). Gli effetti di magnificazione riportati in precedenza possono essere interpretati come un effetto combinato, originato dalla magnificazione indotta dal pumping per l'incremento dello spessore del layer metallico non magnetico e dal forte aumento della polarizzazione dei layer magnetici (si noti infatti che le curve del pannello superiore sono ottenute per $\Gamma = 0.5$, $k_F d_2 = 3$, $h = 0.45$, invece quelle del pannello inferiore sono ottenute per $\Gamma = 0.65$, $k_F d_2 = 15$, $h = 0.85$). Vale la pena ricordare che il torque per unità di area indotto dal meccanismo di pumping quantistico, nel regime di *weak pumping* è tipicamente una frazione in unità di microelettronvolt per area. Alla frequenza di pumping di $\omega_0 = 300 MHz$, la scala di energia che normalizza la torkance $\hbar\omega/2$ è data da $0.1 \mu eV$, cioè $0.1 \mu eV$ cioè il 12.5% del valore massimo ($\sim 0.8 \mu eV/area$) ottenuta nel caso dc considerando una MTJ ([60]). Nella nostra simulazione allora, considerando $\omega_0 = 300 MHz$, abbiamo verificato che il massimo valore del torque ottenuto per mezzo del weak pumping varia dal 3% al 6% del massimo valore dello spin torque ottenuto ([60]). Valori più alti dello spin torque, ottenuto mediante il meccanismo della pompa di spin quantistico, possono essere raggiunti solo al di fuori del regime adiabatico.

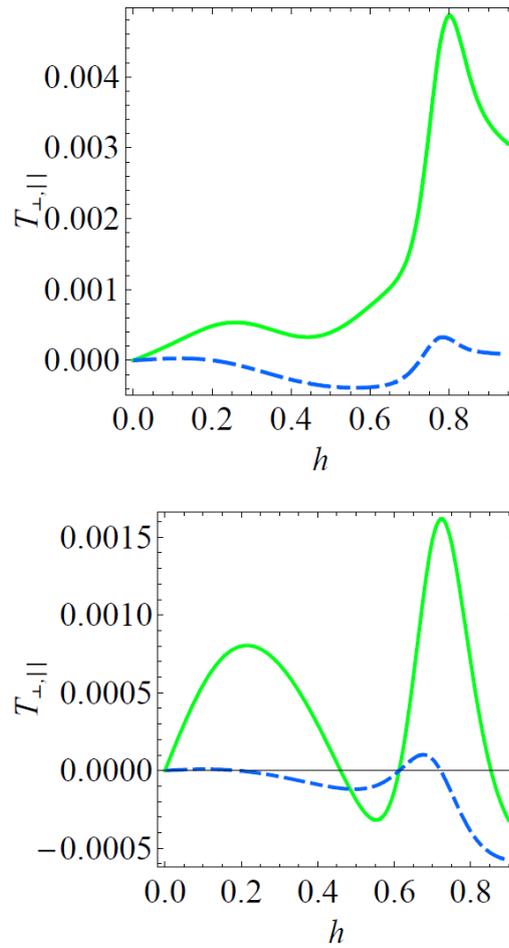


Figura 3.8: Torkance T_{\perp} (linea continua), T_{\parallel} (linea tratteggiata) plottata in funzione dell'energia Zeeman h . Gli altri parametri sono stati fissati come segue: $\Gamma = 0.5$, $r_1^0 = r_2^0 = 0$, $r_1^{\omega} = r_2^{\omega} = 0.1$, $\theta = \pi/2$, $k_F d_2 = 10$, $h = 0.25$, $\varphi = \pi/2$, mentre lo spessore del magnete finito è $k_F d_3 = 6$. (pannello superiore) e $k_F d_3 = 5$ (pannello inferiore)

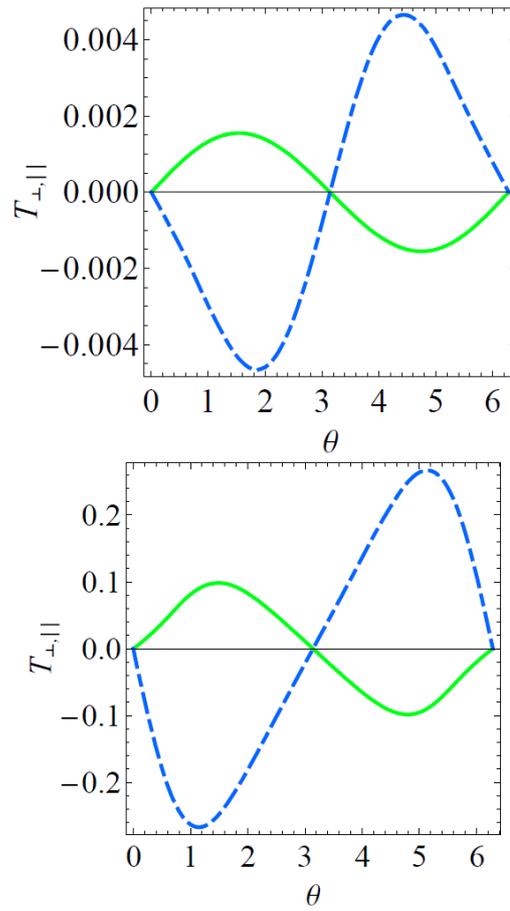


Figura 3.9: Torkance T_{\perp} (linea continua), T_{\parallel} (linea tratteggiata) plottata in funzione dell'angolo θ . Gli altri parametri sono stati fissati come segue: $\Gamma = 0.5$, $k_F d_1 = k_F d_2 = 3$, $k_F d_3 = 10$, $h = 0.45$, $\varphi = \pi/2$, $r_1^{\omega} = r_2^{\omega} = 0.3$ and $r_1^0 = r_2^0 = r_0 = 0$ (pannello sup.); $\Gamma = 0.65$, $k_F d_1 = 3$, $k_F d_2 = 15$, $k_F d_3 = 10$, $h = 0.85$, $\varphi = \pi/2$, $r_1^{\omega} = r_2^{\omega} = 0.3$ and $r_1^0 = r_2^0 = r_0 = 0$ (pannello inf.)

Capitolo 4

Conduttanza e spin torque in sistemi ibridi superconduttivi

Nei capitoli precedenti ci siamo principalmente occupati delle proprietà di trasporto in sistemi ibridi costituiti da metalli normali, non magnetici (NM) o Isolanti (I) interfacciati con ferromagneti (FM). Questi sistemi sono stati studiati perchè costituiscono elementi base di circuiti spintronici. Ad esempio il funzionamento della testina di lettura di un hard disk è basato sull'effetto della magnetoresistenza gigante della valvola di spin che ci dà la possibilità di controllare la conduttanza del dispositivo (F/N/F) cambiando la magnetizzazione dei due ferromagneti dalla configurazione parallela a quella antiparallela. D'altra parte una intensa attività di ricerca è concentrata sul trasporto di spin nel caso di magnetizzazioni non collineari [57],[75],[76],[77],[59] in quanto le correnti di spin inducono una torsione sulla magnetizzazione e tale fenomeno è sfruttato per costruire memorie non volatili [78].

Un'altra interessante possibilità è quella di includere elementi superconduttivi in circuiti ibridi. Quando uno strato metallico (NM) è connesso ad un superconduttore (S) convenzionale (BCS), le correlazioni caratteristiche del singoletto elettronico si possono propagare nello stato normale poichè gli elettroni e le lacune con spin opposti sono accoppiati coerentemente nella riflessione di Andreev che avviene all'interfaccia S/N. Questo effetto detto *effetto di prossimità superconduttivo* è responsabile della forte modificazione della densità degli stati dello stato normale. In un ferromagnete (F), il campo magnetico di scambio, che rompe la simmetria tra le due bande di spin, è antagonista all'ordine superconduttivo (BCS) (il campo molecolare tende a rompere le coppie di Cooper). Tuttavia questo non esclude un effetto di prossimità superconduttivo. Studi sperimentali hanno dimostrato che la resistenza dell'interfaccia F/S è determinata dalla interazione tra resistenza dell'interfaccia dipendente dall'energia e l'accumulazione di spin

all'interfaccia che riduce il trasporto nel superconduttore. Negli anni recenti vi è stato un crescente interesse verso questi sistemi ibridi che includono ferromagneti e superconduttori. Questo interesse può essere diviso in due categorie, la prima categoria include lavori sui sistemi a multistrati F/S [79], e sulle correnti critiche in giunzioni S/F/S, ed effetti di prossimità tra ferromagneti e superconduttori [80]; la seconda categoria riguarda lo studio spettroscopico mediante punta di contatto in cui viene inclusa una barriera isolante nella giunzione F/S. La spettroscopia a punta di contatto è stata usata per determinare il grado di polarizzazione del ferromagnete, esaminando la conduttanza differenziale della giunzione in funzione del voltaggio applicato ad essa. L'analisi dei risultati di queste esperienze è esplicitamente fatta in termini della estensione della teoria BTK [81] che fu inizialmente applicata al trasporto attraverso la giunzione metallo/superconduttore. La teoria BTK generalizzata viene usata per descrivere la fisica della riflessione di Andreev che avviene all'interfaccia F/S nell'ambito di un approccio di scattering [82]. Un ulteriore miglioramento di questa teoria è stato apportato da Anantram e Datta [83] che hanno riformulato la teoria BTK in termini della teoria dei campi di scattering secondo la concezione originale di Büttiker per sistemi mesoscopici normali. Il lavoro di Anantram e Datta è basato sulla teoria spinoriale a due componenti di Bogoliubov-De Gennes (BdG). Tale teoria è ampiamente utilizzata nell'analisi dei processi che conservano lo spin. Tuttavia, la necessità di includere anche processi di spin-flip in presenza di una interfaccia con un ferromagnete con magnetizzazione in una direzione generica, richiede una generalizzazione della teoria BdG mediante una rappresentazione spinoriale a quattro componenti. In questo capitolo ci interesseremo della determinazione delle correnti di carica e di spin nonché della conduttanza e della TMR per sistemi che includono ferromagneti finiti interfacciati ad elementi superconduttivi. Infine studieremo il torque di una eterostruttura NM/FM/S/FM/NM. Le proprietà di trasporto in questi sistemi ibridi vengono studiati mediante il formalismo dei campi di scattering a quattro componenti seguendo la Ref.[84] e considerando magnetizzazioni non collineari.

4.1 Alcune nozioni preliminari sulla superconduttività e la teoria BCS

La superconduttività è un fenomeno scoperto per primo da Kamerlingh Onnes nel 1911 [87]. Nei suoi esperimenti egli trovò che la resistenza elettrica del mercurio cade rapidamente a zero quando la temperatura del campione

scendeva al di sotto un valore critico $T_c \simeq 4^\circ K$. Questa proprietà del superconduttore vale se l'intensità della corrente è più piccola di un valore critico J_c . Oltre a questa perfetta conduttività, un fattore chiave che distingue un superconduttore da un conduttore perfetto è il diamagnetismo perfetto, il cosiddetto effetto Meissner scoperto da Meissner e Ochsenfeld nel 1933[88]. Sia il conduttore perfetto che il superconduttore espellono il campo magnetico. Tuttavia, quando il campo magnetico è applicato prima che il campione venga raffreddato sotto la T_c , il conduttore perfetto e il superconduttore mostrano proprietà diverse. Mentre un conduttore perfetto mantiene il campo intrappolato, il superconduttore espelle il campo magnetico per $T < T_c$. Il diamagnetismo all'interno del superconduttore è mantenuto da una supercorrente che circola in superficie. Lo spessore della regione dove esiste la supercorrente e il campo magnetico non è nullo, è detta *lunghezza di penetrazione*. Questa proprietà di un superconduttore viene perduta per intensità dei campi maggiori di un campo critico H_c . Ad $H = H_c$ la supercorrente supera la corrente critica J_c e il materiale ritorna nella fase normale; questo comportamento è rappresentato in (fig. 4.1). Nel 1957, Bardeen, Cooper

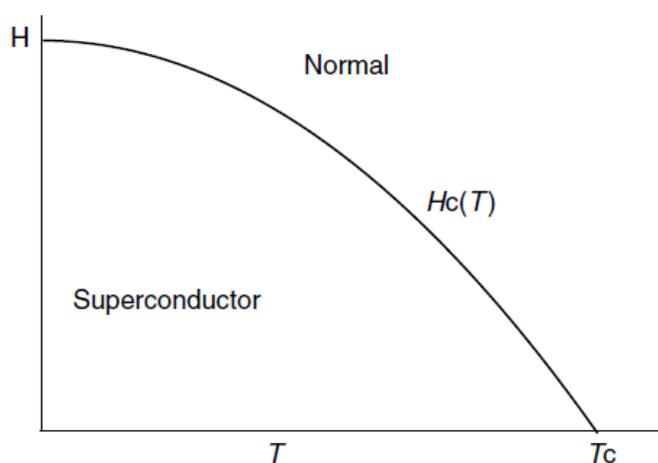


Figura 4.1: Diagramma di fase di un superconduttore di I tipo.

and Schrieffer proposero una teoria microscopica, la cosiddetta Teoria (*BCS*) [89],[90],[91] che ha successivamente spiegato molte proprietà dei superconduttori convenzionali. Secondo la teoria BCS nello stato fondamentale (a $T = 0K$) di un superconduttore, due elettroni di momenti e spin opposti $k \uparrow, -k \downarrow$ formano la cosiddetta *coppia di Cooper*, attraverso lo scambio di un

fonone. La teoria BCS è basata sulla teoria di campo medio dell'interazione elettrone-fonone. Essa è descritta mediante operatori di creazione $a_{k\sigma}^\dagger$ e distruzione $a_{k\sigma}$ secondo il formalismo della seconda quantizzazione. L'operatore $a_{k\sigma}$ distrugge una particella nello stato k , con spin $\sigma = \uparrow$ o \downarrow , mentre il suo duale $a_{k\sigma}^\dagger$ crea una particella nello stato k , con spin σ . L'Hamiltoniana della teoria BCS è data da

$$\mathcal{H}_{BCS} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{int} = \sum_{\mathbf{k}\sigma} \epsilon_{\mathbf{k}} a_{k\sigma}^\dagger a_{k\sigma} + \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} G_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} a_{k\uparrow}^\dagger a_{-k\downarrow}^\dagger a_{-k'\downarrow} a_{k'\uparrow} \quad (4.1)$$

Il primo termine rappresenta la somma delle energie cinetiche di tutti gli elettroni e $\epsilon_{\mathbf{k}}$ rappresenta l'energia dell'elettrone con momento \mathbf{k} . Il secondo termine è un potenziale a quattro operatori che rappresenta le interazioni tra tutte le particelle del sistema, $G_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$ è il potenziale attrattivo tra le coppie di elettroni ($k \uparrow, -k \downarrow$), ($k' \uparrow, -k' \downarrow$). Usando la teoria di campo medio di Hartree-Fock, il secondo termine si può scrivere [93]

$$\mathcal{H}_{int} = - \sum_k \Delta_k a_{k\uparrow}^\dagger a_{-k\downarrow}^\dagger - \sum_k \Delta_k^* a_{-k\downarrow} a_{k\uparrow} \quad (4.2)$$

dove $\Delta_k = \sum_{\mathbf{k}'} G_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \langle a_{k'\uparrow} a_{-k'\downarrow} \rangle$. Nello stato fondamentale ($T=0$) tutti gli elettroni sono appaiati e partecipano allo stato superconduttivo ma, solo quelli vicino alla superficie di Fermi sentono fortemente l'interazione coi fononi, così nei termini di interazione consideriamo solo quegli elettroni per i quali

$$G_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = -V \varpi_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \quad \varpi_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = \begin{cases} 1 & |\epsilon_{\mathbf{k}}| < \hbar\omega_D \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases},$$

essendo ω_D la frequenza di Debye attorno all'energia di Fermi. La distanza tipica di due elettroni che costituiscono la coppia viene detta *lunghezza di coerenza*. Nello stato fondamentale, tutti gli elettroni partecipano all'accoppiamento, e tutte le coppie di Cooper formano collettivamente un condensato macroscopico dovuto alla forte correlazione tra le coppie di Cooper. Questa è l'origine della resistività nulla e della rigidità del superconduttore in presenza di un campo magnetico. E' necessaria, inoltre, una quantità di energia, detta *energia di gap*, necessaria per rompere una coppia di Cooper. Per temperature finite o per piccole perturbazioni esterne, alcune coppie si possono separare e si vengono a formare le cosiddette *quasiparticelle* che sono la sovrapposizione di un elettrone e di una lacuna. Questa rappresentazione a due fluidi (elettrone e lacuna) descrive molto bene la superconduttività convenzionale. Sebbene la BCS è limitata per un accoppiamento elettrone-fonone debole e per sistemi omogenei, essa fornisce una comprensione fondamentale della superconduttività per sistemi con invarianza traslazionale. Tuttavia, nel caso

generale, quando gli elettroni sono soggetti ad un arbitrario potenziale esterno $U_0(\mathbf{r})$, (l'effetto di impurezza del campione o altri effetti di superficie) e di un campo magnetico H , la teoria BCS è inadatta per descrivere la superconduttività per tali sistemi. Noi utilizzeremo la teoria di Bogoliubov-de Gennes (BdG) che è essenzialmente una generalizzazione dell'equazione di Hartree-Fock. La scelta di tale approccio per lo studio della superconduttività è giustificato dal fatto che i sistemi fisici che tratteremo includono elementi magnetici interfacciati con elementi superconduttivi e quindi la teoria BdG si rende necessaria.[92]

4.2 Teoria BdG (Bogoliubov-de Gennes)

La teoria BdG (*Bogoliubov-de Gennes*)[92] è una generalizzazione della teoria BCS ed è formulata nello spazio reale. Il punto di partenza di questa teoria è la definizione degli operatori di creazione e annichilazione $\hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r})$ e $\hat{\Psi}(\mathbf{r})$ rispettivamente, nello spazio reale. Se si vuole tenere conto dello spin

$$\hat{\Psi}(\mathbf{r}) = \sum_{\sigma} \hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma) \quad (4.3)$$

dove

$$\hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma) = \sum_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \hat{a}_{k\sigma} \quad (4.4)$$

essendo $\hat{a}_{k\sigma}$ l'operatore di distruzione nello spazio k , usato nella teoria BCS. Se si utilizza una base completa di stati ortogonali, $\phi_{k\sigma}(\mathbf{r})$, diversa dalle onde piane, la 4.4 si può riscrivere

$$\hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma) = \sum_{\mathbf{k}} \phi_{k\sigma}(\mathbf{r}) \hat{a}_{k\sigma}.$$

I campi $\psi(\mathbf{r}, \sigma)$ soddisfano le seguenti regole di anticommutazione

$$\{\hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma), \hat{\psi}(\mathbf{r}', \sigma')\} = 0 \quad (4.5)$$

$$\{\hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \sigma), \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}', \sigma')\} = 0 \quad (4.6)$$

$$\{\hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma), \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}', \sigma')\} = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta_{\sigma\sigma'} \quad (4.7)$$

Come riportato in Appendice A, possiamo scrivere $\phi_{k\sigma}(\mathbf{r}) = \chi_{\sigma} \phi_k(\mathbf{r})$, con χ_{σ} spinore e $\chi_{\sigma}^\dagger \chi_{\sigma'} = \delta_{\sigma\sigma'}$

L'hamiltoniana di prima quantizzazione di una particella in un campo magnetico $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ e soggetta ad un potenziale esterno $U_0(r)$ indipendente dallo spin prende la forma: $\mathcal{H}_0 = \frac{(\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2}{2m} + U_0(\mathbf{r})$, dove al potenziale $U_0(\mathbf{r})$

può essere aggiunto un ulteriore termine dipendente dallo spin per descrivere il potenziale di scambio in un mezzo magnetico. L'operatore hamiltoniano in seconda quantizzazione, nello spazio reale è dunque:

$$\hat{\mathcal{H}}_0 = \int d\mathbf{r} \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \mathcal{H}_0 \hat{\Psi}(\mathbf{r}) = \sum_{\sigma} \int d\mathbf{r} \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \sigma) \mathcal{H}_0 \hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma) \quad (4.8)$$

L'interazione elettrone-elettrone \mathbf{H}_I viene presa nella forma più semplice, tale per cui gli elementi della matrice di scambio sono indipendenti dallo spin e caratterizzata da un solo coefficiente costante V (approssimazione BCS):

$$\hat{\mathcal{H}}_I = -\frac{V}{2} \int d\mathbf{r} \sum_{\sigma\sigma'} \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \sigma) \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \sigma') \hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma') \hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma) \quad (4.9)$$

In approssimazione di campo medio, analogamente alla (4.2), avremo:

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{H}}_I \simeq & -\frac{V}{2} \int d\mathbf{r} \sum_{\sigma\sigma'} [\hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \sigma) \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \sigma') \langle \hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma') \hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma) \rangle + \\ & + \langle \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \sigma) \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \sigma') \rangle \hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma') \hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma)] \end{aligned} \quad (4.10)$$

Posto

$$B_{\sigma'\sigma}(\mathbf{r}) = \langle \hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma') \hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma) \rangle \quad (4.11)$$

$$B_{\sigma\sigma'}^*(\mathbf{r}) = \langle \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \sigma) \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \sigma') \rangle, \quad (4.12)$$

usando le relazioni di anticommutazione (4.5), ricaviamo che $B_{\sigma\sigma}(\mathbf{r}) = B_{\sigma\sigma}^*(\mathbf{r}) = 0$ e che $B_{\sigma'\sigma}(\mathbf{r}) = -B_{\sigma\sigma'}(\mathbf{r})$, ovvero la matrice $B_{\sigma\sigma'}(\mathbf{r})$ è antisimmetrica rispetto allo scambio degli spin. La (4.9) viene riscritta, eseguendo le somme sugli indici di spin, come

$$\hat{\mathcal{H}}_I = \int d\mathbf{r} [\hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \uparrow) \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \downarrow) \Delta(\mathbf{r}) + \Delta^*(\mathbf{r}) \hat{\psi}(\mathbf{r}, \downarrow) \hat{\psi}(\mathbf{r}, \uparrow)] \quad (4.13)$$

avendo posto

$$\Delta(\mathbf{r}) = VB_{\downarrow\uparrow}(\mathbf{r})$$

$$\Delta^*(\mathbf{r}) = VB_{\uparrow\downarrow}^*(\mathbf{r})$$

e ricordando le proprietà di antisimmetria della matrice $B_{\sigma\sigma'}(\mathbf{r})$. Osserviamo che

$$VB_{\uparrow\downarrow} = V \frac{B_{\uparrow\downarrow} - B_{\downarrow\uparrow}}{2}.$$

Definendo ora le matrici,

$$\Lambda_{\mu\nu}(\mathbf{r}) = \frac{\Delta(\mathbf{r})}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

e

$$\Gamma_{\mu\nu}(\mathbf{r}) = \frac{\Delta^*(\mathbf{r})}{2} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

possiamo dare alla hamiltoniana di interazione una struttura matriciale:

$$\hat{\mathcal{H}}_I = \sum_{\mu\nu} \int d\mathbf{r} \{ \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \mu) \Lambda_{\mu\nu}(\mathbf{r}) \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \nu) + \hat{\psi}(\mathbf{r}, \nu) \Gamma_{\mu\nu}(\mathbf{r}) \hat{\psi}(\mathbf{r}, \mu) \} \quad (4.16)$$

con $\Gamma_{\mu\nu}(\mathbf{r}) = \Lambda_{\nu\mu}^*(\mathbf{r})$

Un'interazione magnetica può essere descritta da un'hamiltoniana magnetica

$$\hat{\mathcal{H}}_m = \sum_{\mu\nu} \int d\mathbf{r} \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \mu) U_{\mu\nu}(\mathbf{r}) \hat{\psi}(\mathbf{r}, \nu), \quad (4.17)$$

dove $U_{\mu\nu}$ è una matrice proporzionale ad una matrice di Pauli. L'hamiltoniana completa di un sistema di elettroni mutuamente interagenti, soggetti ad campo magnetico esterno la cui intensità è rappresentata da una interazione di scambio $U_{\mu\nu}$, è dunque:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} &= \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_I + \mathcal{H}_m = \\ &= \sum_{\sigma} \int d\mathbf{r} \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \sigma) \left(\frac{\mathbf{p}^2}{2m} - E_F \right) \hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma) + \sum_{\mu\nu} \int d\mathbf{r} \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \mu) U_{\mu\nu}(\mathbf{r}) \hat{\psi}(\mathbf{r}, \nu) + \\ &+ \sum_{\mu\nu} \int d\mathbf{r} \{ \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \mu) \Lambda_{\mu\nu}(\mathbf{r}) \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \nu) + \hat{\psi}(\mathbf{r}, \nu) \Gamma_{\mu\nu}(\mathbf{r}) \hat{\psi}(\mathbf{r}, \mu) \} \end{aligned} \quad (4.18)$$

4.2.1 Equazioni del moto dei campi ed autostati

Determiniamo le equazioni del moto dei campi $\hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \mu)$, $\hat{\psi}(\mathbf{r}, \mu)$ nella rappresentazione di Heisenberg:

$$i\hbar \frac{\partial \hat{G}}{\partial t} = [\hat{G}, \hat{\mathcal{H}}],$$

ove \hat{G} è un generico operatore. L'equazione del moto per il campo $\hat{\psi}(\mathbf{r}, \mu)$ è

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\psi}(\mathbf{r}, \mu)}{\partial t} = [\hat{\psi}(\mathbf{r}, \mu), \hat{\mathcal{H}}] = [\hat{\psi}(\mathbf{r}, \mu), \hat{\mathcal{H}}_0] + [\hat{\psi}(\mathbf{r}, \mu), \hat{\mathcal{H}}_I] + [\hat{\psi}(\mathbf{r}, \mu), \hat{\mathcal{H}}_m]. \quad (4.19)$$

Valutando i commutatori dell'eq.(4.19), si ottiene

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma)}{\partial t} = \left(\frac{\mathbf{p}^2}{2m} - E_F \right) \hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma) + \sum_{\mu} U_{\sigma\mu}(\mathbf{r}) \hat{\psi}(\mathbf{r}, \mu) + \sum_{\mu} \Delta(\mathbf{r}) \rho_{\sigma\mu}(\mathbf{r}) \hat{\psi}^{\dagger}(\mathbf{r}, \mu), \quad (4.20)$$

dove è stata introdotta la matrice antisimmetrica

$$\rho_{\mu\nu}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

I dettagli dei calcoli sono contenuti in Appendice (E). Analogamente, l'equazione del moto del campo $\hat{\psi}^{\dagger}(\mathbf{r}, \mu)$ è data da:

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\psi}^{\dagger}(\mathbf{r}, \sigma)}{\partial t} = -\left(\frac{\mathbf{p}^2}{2m} - E_F \right) \hat{\psi}^{\dagger}(\mathbf{r}, \sigma) - \sum_{\mu} U_{\sigma\mu}(\mathbf{r}) \hat{\psi}^{\dagger}(\mathbf{r}, \mu) - \sum_{\mu} \Delta^*(\mathbf{r}) \rho_{\sigma\mu}(\mathbf{r}) \hat{\psi}(\mathbf{r}, \mu) \quad (4.21)$$

Le equazioni (4.20) e (4.21) sono equazioni spinoriali accoppiate a due componenti. Eseguendo le somme sugli indici di spin e considerando $\sigma = (\uparrow, \downarrow)$ otteniamo:

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial \hat{\psi}(\mathbf{r}, \uparrow)}{\partial t} &= \left[\left(\frac{\mathbf{p}^2}{2m} - E_F \right) + U_{\uparrow\uparrow} \right] \hat{\psi}(\mathbf{r}, \uparrow) + U_{\uparrow\downarrow} \hat{\psi}(\mathbf{r}, \downarrow) + \Delta(\mathbf{r}) \hat{\psi}^{\dagger}(\mathbf{r}, \downarrow) \\ i\hbar \frac{\partial \hat{\psi}(\mathbf{r}, \downarrow)}{\partial t} &= \left[\left(\frac{\mathbf{p}^2}{2m} - E_F \right) + U_{\downarrow\downarrow} \right] \hat{\psi}(\mathbf{r}, \downarrow) + U_{\downarrow\uparrow} \hat{\psi}(\mathbf{r}, \uparrow) - \Delta(\mathbf{r}) \hat{\psi}^{\dagger}(\mathbf{r}, \uparrow) \\ i\hbar \frac{\partial \hat{\psi}^{\dagger}(\mathbf{r}, \uparrow)}{\partial t} &= \left[-\left(\frac{\mathbf{p}^2}{2m} - E_F \right) + U_{\uparrow\uparrow} \right] \hat{\psi}^{\dagger}(\mathbf{r}, \uparrow) - U_{\uparrow\downarrow} \hat{\psi}^{\dagger}(\mathbf{r}, \downarrow) - \Delta^*(\mathbf{r}) \hat{\psi}(\mathbf{r}, \downarrow) \\ i\hbar \frac{\partial \hat{\psi}^{\dagger}(\mathbf{r}, \downarrow)}{\partial t} &= \left[-\left(\frac{\mathbf{p}^2}{2m} - E_F \right) + U_{\downarrow\downarrow} \right] \hat{\psi}^{\dagger}(\mathbf{r}, \downarrow) - U_{\downarrow\uparrow} \hat{\psi}^{\dagger}(\mathbf{r}, \uparrow) + \Delta^*(\mathbf{r}) \hat{\psi}(\mathbf{r}, \uparrow) \end{aligned} \quad (4.22)$$

che si possono mettere in una forma matriciale compatta. Introducendo la rappresentazione di Nambu generalizzata a quattro componenti:

$$\hat{\chi}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} \hat{\psi}(\mathbf{r}, \uparrow) \\ \hat{\psi}(\mathbf{r}, \downarrow) \\ \hat{\psi}^{\dagger}(\mathbf{r}, \uparrow) \\ \hat{\psi}^{\dagger}(\mathbf{r}, \downarrow) \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

le equazioni del moto dello spinore di Nambu si scrivono quindi

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\chi}(\mathbf{r})}{\partial t} = \begin{pmatrix} [\mathcal{H}_e + \mathbf{U}(\mathbf{r})] & \Delta(\mathbf{r})\rho \\ -\Delta^*(\mathbf{r})\rho & -[\mathcal{H}_e + \mathbf{U}(\mathbf{r})]^T \end{pmatrix} \hat{\chi}(\mathbf{r}) \quad (4.24)$$

dove $\mathcal{H}_e = (\frac{\mathbf{p}^2}{2m} - E_F)\delta_{\sigma\sigma'}$, $\mathbf{U}(\mathbf{r}) = U_{\mu\nu}(\mathbf{r})$, $\rho = \rho_{\mu\nu}$. Le equazioni (4.24) sono dette *equazioni di Bogoliubov-de Gennes* (BdG). Queste equazioni descrivono il moto degli elettroni e delle lacune sia con spin up che con spin down, sia nello stato normale che in quello superconduttivo.

Nel prossimo paragrafo ci occuperemo della ricerca degli autostati dell'hamiltoniana BdG.

4.3 Equazione BdG nella base (elettrone-lacuna)

L'hamiltoniana (4.18) può essere diagonalizzata e messa nella forma

$$\mathcal{H}_{eff} = E_0 + \sum_{\nu} E_{\nu} \hat{\gamma}_{\nu}^{\dagger} \hat{\gamma}_{\nu}, \quad (4.25)$$

dove E_0 è l'energia dello stato fondamentale di \mathcal{H}_{eff} e E_n è l'energia nello stato eccitato n . Introduciamo le trasformazioni (*trasformazioni di Bogoliubov*) definite da:

$$\hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma) = \sum_n [u_n(\mathbf{r}, \sigma) \hat{\gamma}_n + v_n^*(\mathbf{r}, \sigma) \hat{\gamma}_n^{\dagger}], \quad (4.26)$$

dove $\hat{\gamma}_n$ e $\hat{\gamma}_n^{\dagger}$, sono gli operatori di distruzione e creazione rispettivamente delle quasiparticelle (*Bogolioni*), n etichetta i numeri quantici e $u_n(\mathbf{r}, \sigma)$, $v_n(\mathbf{r}, \sigma)$ sono le ampiezze delle quasiparticelle.

Nella nuova base, (4.26), $u_n(\mathbf{r}\sigma)$, $v_n(\mathbf{r}\sigma)$ devono essere determinati in modo che l'hamiltoniana (4.18) assuma la forma (4.25). A tale scopo, dobbiamo trovare le condizioni di vincolo per i coefficienti $u_n(\mathbf{r}, \sigma)$, $v_n(\mathbf{r}, \sigma)$ dello sviluppo (4.26). Sostituendo (4.26) in (4.20), avremo:

$$\begin{aligned} \sum_n u_n(\mathbf{r}, \sigma) E_n \hat{\gamma}_n - \sum_n v_n^*(\mathbf{r}\sigma) E_n \hat{\gamma}_n^{\dagger} &= \sum_n \mathcal{H}_0 u_n(\mathbf{r}\sigma) \hat{\gamma}_n + \sum_n \mathcal{H}_0 v_n^*(\mathbf{r}\sigma) \hat{\gamma}_n^{\dagger} + \\ &+ \sum_n \sum_{\mu} U_{\sigma\mu} u_n(\mathbf{r}\mu) \hat{\gamma}_n + \sum_n \sum_{\mu} U_{\sigma\mu} v_n^*(\mathbf{r}\mu) \hat{\gamma}_n^{\dagger} + \\ &+ \sum_n \sum_{\mu} \Delta(\mathbf{r}) \rho_{\sigma\mu} u_n^*(\mathbf{r}\mu) \hat{\gamma}_n^{\dagger} + \sum_n \sum_{\mu} \Delta(\mathbf{r}) \rho_{\sigma\mu} v_n(\mathbf{r}\mu) \hat{\gamma}_n \end{aligned} \quad (4.27)$$

Le equazioni (4.27) sono state ricavate tenendo conto che

$$\{\hat{\gamma}_n, \hat{\gamma}_{n'}\} = 0,$$

$$\{\hat{\gamma}_n^{\dagger}, \hat{\gamma}_{n'}^{\dagger}\} = 0$$

e

$$\{\hat{\gamma}_n^{\dagger}, \hat{\gamma}_{n'}\} = \delta_{nn'}$$

e delle relazioni di commutazione

$$[\hat{\gamma}_n, \mathcal{H}_{eff}] = E_n \hat{\gamma}_n$$

e

$$[\hat{\gamma}_n^\dagger, \mathcal{H}_{eff}] = -E_n \hat{\gamma}_n^\dagger.$$

Le equazioni (4.27) devono valere qualunque siano i campi $\hat{\gamma}_n$ e $\hat{\gamma}_n^\dagger$, perciò, uguagliando i coefficienti di $\hat{\gamma}_n$ e $\hat{\gamma}_n^\dagger$, avremo:

$$u_n(\mathbf{r}\sigma)E_n = \mathcal{H}_0 u_n(\mathbf{r}\sigma) + \sum_{\mu} U_{\sigma\mu} u_n(\mathbf{r}\mu) + \sum_{\mu} \Delta(\mathbf{r}) \rho_{\sigma\mu} v_n(\mathbf{r}\mu) \quad (4.28)$$

$$-v_n^*(\mathbf{r}\sigma)E_n = \mathcal{H}_0 v_n^*(\mathbf{r}\sigma) + \sum_{\mu} U_{\sigma\mu} v_n^*(\mathbf{r}\mu) + \sum_{\mu} \Delta(\mathbf{r}) \rho_{\sigma\mu} u_n^*(\mathbf{r}\mu) \quad (4.29)$$

Le equazioni (4.28), possono essere riscritte in forma compatta, nella rappresentazione e-h (elettrone-lacuna), usando lo spinore a quattro componenti $(u(\mathbf{r}\uparrow), u(\mathbf{r}\downarrow), v(\mathbf{r}\uparrow), v(\mathbf{r}\downarrow))^T$, come:

$$\begin{pmatrix} H_e + U_{\uparrow\uparrow} & U_{\uparrow\downarrow} & 0 & \Delta(r) \\ U_{\downarrow\uparrow} & H_e + U_{\downarrow\downarrow} & \Delta(r) & 0 \\ 0 & \Delta^*(r) & -(H_e + U_{\uparrow\uparrow})^* & U_{\uparrow\downarrow}^* \\ \Delta^*(r) & 0 & U_{\downarrow\uparrow}^* & -(H_e + U_{\downarrow\downarrow})^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(\mathbf{r}, \uparrow) \\ u(\mathbf{r}, \downarrow) \\ v(\mathbf{r}, \uparrow) \\ v(\mathbf{r}, \downarrow) \end{pmatrix} = \\ = E \begin{pmatrix} u(\mathbf{r}, \uparrow) \\ u(\mathbf{r}, \downarrow) \\ v(\mathbf{r}, \uparrow) \\ v(\mathbf{r}, \downarrow) \end{pmatrix} \quad (4.30)$$

Queste sono le equazioni di Bogoliubov-de Gennes nella base BdG (elettrone-lacuna) scritte nel formalismo spinoriale a quattro componenti. Tali equazioni ci permetteranno di trovare gli stati del sistema sia in regioni superconduttive che in regioni normali.

4.3.1 Autostati della BdG nella regione superconduttiva

Volendo trovare gli autostati nella regione superconduttiva, poniamo $U_{\sigma\mu} = 0$, interazione magnetica nulla e $\Delta(\mathbf{r}) = \Delta$, gap costante nel superconduttore.

Allora, considerando il caso unidimensionale, l'equazione BdG diventa

$$\begin{pmatrix} -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \bar{E} & 0 & 0 & \Delta \\ 0 & -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \bar{E} & -\Delta & 0 \\ 0 & -\Delta^* & \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \bar{E} & 0 \\ \Delta^* & 0 & 0 & \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \bar{E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(x, \uparrow) \\ u(x, \downarrow) \\ v(x, \uparrow) \\ v(x, \downarrow) \end{pmatrix} = 0, \quad (4.31)$$

avendo definito $\bar{E} = E_F - E$.

In queste ipotesi le autosoluzioni della BdG nello stato superconduttivo sono $v_\sigma(x) = V_{k\sigma} e^{-ikx}$ e $u_\sigma(x) = U_{k\sigma} e^{-ikx}$, inoltre supponiamo di conoscere lo spettro dell'hamiltoniana libera:

$$\mathcal{H}_e v_\sigma(x) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - E_F \right) v_\sigma(x) = E_k v_\sigma(x)$$

$E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + E_F$. Il sistema omogeneo (4.31) ammette soluzioni non nulle se e solo se il determinante dei coefficienti è nullo. Questo si verifica se

$$E^2 = |\Delta|^2 + E_k^2 \quad (4.32)$$

La (4.32) ci dà lo spettro energetico delle quasiparticelle. Per quello che segue supponiamo che $E \geq 0$ visto che consideriamo eccitazioni al di sopra dello stato fondamentale ([81]). Noto lo spettro, possiamo determinare $V_{k\sigma}$, $U_{k\sigma}$, si trova

$$\begin{aligned} V_{k\uparrow} &= \frac{-\Delta^*}{E + E_k} U_{k\downarrow} \\ V_{k\downarrow} &= \frac{-\Delta^*}{E + E_k} U_{k\uparrow} \end{aligned}$$

Lo spinore che è soluzione della (4.31) prende ora la forma

$$|\psi(x)\rangle = \begin{pmatrix} U_{k\uparrow} \\ U_{k\downarrow} \\ \frac{-\Delta^*}{E + E_k} U_{k\downarrow} \\ \frac{-\Delta^*}{E + E_k} U_{k\uparrow} \end{pmatrix} e^{-ikx}. \quad (4.33)$$

Per i superconduttori convenzionali $U_{k\downarrow} = U_{k\uparrow} = U_k$. Dalla condizione di normalizzazione

$$\langle \psi(x) | \psi(x) \rangle = 1,$$

ricaviamo

$$|U_k| = \frac{|\Delta|/\sqrt{2}}{\sqrt{|\Delta|^2 + (E - E_k)^2}}.$$

Possiamo, pertanto, riscrivere la (4.33) come

$$|\psi(x)\rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{1 + \frac{E_k}{E}} \\ \sqrt{1 + \frac{E_k}{E}} \\ -e^{-i\phi} \operatorname{sgn}(E - E_k) \sqrt{1 - \frac{E_k}{E}} \\ e^{-i\phi} \operatorname{sgn}(E - E_k) \sqrt{1 - \frac{E_k}{E}} \end{pmatrix} e^{-ikx}, \quad (4.34)$$

dove abbiamo introdotto la fase del gap, definita da $\frac{\Delta^*}{\Delta} = e^{-i\phi}$. Osserviamo che $\operatorname{sgn}(E - E_k) > 0$, essendo $E = \sqrt{|\Delta|^2 + E_k^2} > E_k$. Eliminando E_k dalla (4.34), possiamo riscriverla come

$$|\psi(x)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{\operatorname{sgn}(E_k) \sqrt{E^2 - |\Delta|^2}}{E}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{\operatorname{sgn}(E_k) \sqrt{E^2 - |\Delta|^2}}{E}} \\ -e^{-i\phi} \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \frac{\operatorname{sgn}(E_k) \sqrt{E^2 - |\Delta|^2}}{E}} \\ e^{-i\phi} \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \frac{\operatorname{sgn}(E_k) \sqrt{E^2 - |\Delta|^2}}{E}} \end{pmatrix} e^{-ikx}. \quad (4.35)$$

Il segno di E_k fa riferimento allo spettro delle particelle in assenza di interazioni. Una eccitazione di tipo-lacuna ha $\operatorname{sgn}(E_k) < 0$, mentre una eccitazione tipo-elettrone ha $\operatorname{sgn}(E_k) > 0$. Infatti, se ci riferiamo allo stato fondamentale del sistema privo di interazioni come ad un sistema fermionico pieno fino al livello di Fermi, la creazione di una eccitazione produce una quasiparticella tipo-elettrone con $\operatorname{sgn}(E_k) > 0$ e una tipo-lacuna con $\operatorname{sgn}(E_k) < 0$. Il vettore d'onda k^e per gli elettroni è

$$k^e = \pm \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E_F + \sqrt{E^2 - |\Delta|^2})},$$

mentre il vettore d'onda k^h per le lacune è

$$k^h = \pm \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E_F - \sqrt{E^2 - |\Delta|^2})}.$$

Introducendo i fattori di coerenza:

$$u(E) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{\sqrt{E^2 - |\Delta|^2}}{E}},$$

$$v(E) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \frac{\sqrt{E^2 - |\Delta|^2}}{E}},$$

le funzioni d'onda dello stato superconduttivo per elettrone e lacuna, nella base $e - h$, sono rispettivamente

$$|\psi^e(x)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} u(E) \\ u(E) \\ -e^{-i\phi}v(E) \\ e^{-i\phi}v(E) \end{pmatrix} e^{\pm ik^e x}. \quad (4.36)$$

$$|\psi^h(x)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v(E) \\ v(E) \\ -e^{-i\phi}u(E) \\ e^{-i\phi}u(E) \end{pmatrix} e^{\pm ik^h x}. \quad (4.37)$$

Gli stati $|\psi^{e/h}(x)\rangle$ sono combinazione lineare di stati di spin $|\uparrow\rangle$ e $|\downarrow\rangle$, perciò gli stati risolti in spin sono i seguenti:

$$|\psi_{\uparrow}^e(x)\rangle = \begin{pmatrix} u(E) \\ 0 \\ 0 \\ e^{-i\phi}v(E) \end{pmatrix} e^{\pm ik^e x}. \quad (4.38)$$

$$|\psi_{\downarrow}^e(x)\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ u(E) \\ -e^{-i\phi}v(E) \\ 0 \end{pmatrix} e^{\pm ik^e x}. \quad (4.39)$$

$$|\psi_{\downarrow}^h(x)\rangle = \begin{pmatrix} v(E) \\ 0 \\ 0 \\ e^{-i\phi}u(E) \end{pmatrix} e^{\pm ik^h x}. \quad (4.40)$$

$$|\psi_{\uparrow}^h(x)\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v(E) \\ -e^{-i\phi}u(E) \\ 0 \end{pmatrix} e^{\pm ik^h x}. \quad (4.41)$$

Gli stati descritti dalle precedenti equazioni hanno la forma più adatta per essere utilizzati nello studio dei fenomeni di trasporto attraverso interfacce tra superconduttori e ferromagneti, dove si verificano fenomeni di Andreev reflection e di spin-flip.

4.3.2 Autostati della BdG nella regione normale

Determiniamo gli autostati della regione normale in rappresentazione $e - h$. L'hamiltoniana, essendo nella regione normale $\Delta = 0$, diventa

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathcal{H}}_e + \hat{U}_\sigma & 0 \\ 0 & -(\hat{\mathcal{H}}_e + \hat{U}_\sigma)^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(\mathbf{r} \uparrow) \\ u(\mathbf{r} \downarrow) \\ v(\mathbf{r} \uparrow) \\ v(\mathbf{r} \downarrow) \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} u(\mathbf{r} \uparrow) \\ u(\mathbf{r} \downarrow) \\ v(\mathbf{r} \uparrow) \\ v(\mathbf{r} \downarrow) \end{pmatrix}. \quad (4.42)$$

dove $\hat{\mathcal{H}}_e = [-\frac{\hbar^2}{2m}\partial_x^2 - E_F]\delta_{\sigma\sigma'}$ e \hat{U}_σ è preso nella forma di interazione magnetica alla Zeeman: $\hat{U}_\sigma = -\mathbf{h}(x) \cdot \hat{\sigma} = -\gamma\mathbf{n} \cdot \hat{\sigma}$. Il problema in esame si separa come segue:

$$\begin{aligned} [\hat{\mathcal{H}}_e + \hat{U}] \begin{pmatrix} u(\mathbf{r}, \uparrow) \\ u(\mathbf{r}, \downarrow) \end{pmatrix} &= E \begin{pmatrix} u(\mathbf{r}, \uparrow) \\ u(\mathbf{r}, \downarrow) \end{pmatrix} \\ -[\hat{\mathcal{H}}_e + \hat{U}]^* \begin{pmatrix} v(\mathbf{r}, \uparrow) \\ v(\mathbf{r}, \downarrow) \end{pmatrix} &= E \begin{pmatrix} v(\mathbf{r}, \uparrow) \\ v(\mathbf{r}, \downarrow) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4.43)$$

Poniamo

$$\begin{aligned} u_\sigma(x) &= U_{k\sigma} e^{ikx} \\ v_\sigma(x) &= V_{k\sigma} e^{ikx}, \end{aligned} \quad (4.44)$$

e sostituendo (4.44) in (4.43) avremo:

$$(\xi_k - E)u_k - \gamma\mathbf{n} \cdot \hat{\sigma}u_k = 0 \quad (4.45)$$

$$(\xi_k + E)v_k - \gamma\mathbf{n} \cdot \hat{\sigma}^*v_k = 0 \quad (4.46)$$

essendo $\xi_k = E_k - E_F$, ed avendo usato la notazione spinoriale $u_k = \begin{pmatrix} u_{k\uparrow} \\ u_{k\downarrow} \end{pmatrix}$,

$$v_k = \begin{pmatrix} v_{k\uparrow} \\ v_{k\downarrow} \end{pmatrix}$$

Le soluzioni formali degli autostati dell'hamiltoniana di un elettrone in un campo magnetico state ricavate in appendice D. Le soluzioni per le lacune si ottengono da quelle trovate per gli elettroni mediante una coniugazione hermitiana. Formalmente possiamo scrivere

$$\begin{aligned} u_{k\uparrow} &= (a_{11}|\uparrow\rangle + a_{12}|\downarrow\rangle)e^{\pm ik_\uparrow^e x} \\ u_{k\downarrow} &= (a_{21}|\uparrow\rangle + a_{22}|\downarrow\rangle)e^{\pm ik_\downarrow^e x} \end{aligned}$$

$$\text{con } k_\sigma^e = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}[E_F + E + \sigma\gamma]}$$

Per le lacune si ha

$$\begin{aligned} v_{k\uparrow} &= (a_{11}^* | \uparrow \rangle + (a_{12}^* | \downarrow \rangle) e^{\pm i k_{\uparrow}^h x} \\ v_{k\downarrow} &= (a_{21}^* | \uparrow \rangle + (a_{22}^* | \downarrow \rangle) e^{\pm i k_{\downarrow}^h x} \end{aligned}$$

con $k_{\sigma}^h = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} [E_F - E + \sigma\gamma]}$.

In notazione spinoriale questi stati assumono la forma seguente:

$$u_{k\uparrow} = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{\pm i k_{\uparrow}^e x}$$

$$u_{k\downarrow} = \begin{pmatrix} a_{21} \\ a_{22} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{\pm i k_{\downarrow}^e x}$$

$$v_{k\uparrow} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ a_{11}^* \\ a_{12}^* \end{pmatrix} e^{\pm i k_{\uparrow}^h x}$$

$$v_{k\downarrow} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ a_{21}^* \\ a_{22}^* \end{pmatrix} e^{\pm i k_{\downarrow}^h x}$$

Gli autostati trovati saranno utilizzati in seguito per ottenere la matrice di scattering per un sistema ibrido S/N.

4.4 Teoria dello scattering in strutture ibride S/N

La teoria dello scattering di Landauer-Büttiker ha avuto un particolare successo nel descrivere i fenomeni di trasporto in sistemi mesoscopici; questa teoria è stata applicata per derivare una teoria di scattering per strutture ibride che coinvolgono elementi superconduttivi ([83]). Per semplificare la teoria possiamo lavorare in approssimazione di Andreev, $v_{ie} = v_{ih}$ dove $v_{i\beta}$ è la velocità delle particelle di natura $\beta = (e, h)$ nell'elettrodo i . Assumiamo

inoltre che gli elettrodi siano non magnetici per evitare ulteriori dipendenze dallo spin di $v_{i\beta}$. Sotto tali ipotesi lo spinore nell'elettrodo i è dato da:

$$\hat{\psi}_i(x, t) \simeq \int dE \frac{\exp(-iEt)}{\sqrt{2\pi\hbar v(E)}} \begin{pmatrix} e^{ik_e x} a_{ie}^\uparrow(E) + e^{-ik_e x} b_{ie}^\uparrow(E) \\ e^{ik_e x} a_{ie}^\downarrow(E) + e^{-ik_e x} b_{ie}^\downarrow(E) \\ e^{-ik_h x} a_{ih}^\uparrow(E) + e^{ik_h x} b_{ih}^\uparrow(E) \\ e^{-ik_h x} a_{ih}^\downarrow(E) + e^{ik_h x} b_{ih}^\downarrow(E) \end{pmatrix} \quad (4.47)$$

Notiamo che $\hat{\psi}_i(x, t)$ è scritto nella base degli autostati di σ_z . Introduciamo una notazione più compatta facendo uso del prodotto tensoriale ¹. Infatti lo spinore a quattro componenti si può ottenere come somma di prodotti tensoriali tra elementi del sottospazio vettoriale $|\beta\rangle = \{|e\rangle, |h\rangle\}$ e quello dello spin $|\sigma\rangle = \{|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle\}$ ²: $\mathbf{1} = \sum_{\beta\sigma} (|\beta\rangle \otimes |\sigma\rangle)$. Il campo di scattering nell'elettrodo j può essere scritto

$$\hat{\Psi}_j(x, t) = \sum_{\beta, \sigma} \int \frac{dE \exp[-iEt]}{\sqrt{2\pi\hbar v(E)}} |\beta\rangle \otimes |\sigma\rangle \times \quad (4.48)$$

$$[\hat{a}_{j\beta}^\sigma(E) e^{ik_\beta x} + \hat{b}_{j\beta}^\sigma(E) e^{-ik_\beta x}],$$

dove $k_\beta = \eta_\beta k(E)$, essendo $\eta_\beta = \pm 1$ per $\beta = e/h$, mentre l'operatore di scattering $\hat{a}_{j\beta}^\sigma(E)$ ($\hat{b}_{j\beta}^\sigma(E)$) distrugge una particella entrante (ingoing), (crea una uscente (outgoing)) di specie $\beta \in \{e, h\}$ e con spin $\sigma \in \{+, -\}$ nell'elettrodo j . In approssimazione di Andreev $v_{j\beta\sigma}(E) \approx v(E) = \hbar k(E)/m$. Il campo di scattering che abbiamo introdotto generalizza quello di Ref. ([83]) al caso di spin qualunque. Gli operatori di campo uscenti sono legati agli operatori di campo entranti mediante la matrice di scattering:

$$\hat{b}_{i\beta}^\sigma(t) = \sum_{i'\sigma'\beta'} S_{i'\sigma'\beta'}^{\beta\beta'}(t) \hat{a}_{i'\beta'}^{\sigma'}(t). \quad (4.49)$$

Poichè gli stati di scattering formano un insieme completo di stati mutuamente ortogonali (relazione di completezza), i campi b_i^σ soddisfano le relazione $\{b_{i\beta}^\sigma, b_{i'\beta'}^{\sigma'}\} = \delta_{ii'} \delta_{\beta\beta'} \delta_{\sigma\sigma'}$ e la conservazione della corrente è assicurata dalla condizione di unitarietà di S

$$\sum_{i'\sigma'\beta'} S_{ii'\sigma'\beta'}^{\beta\beta'} (S_{ki's\sigma'}^{\beta\beta'})^* = \delta_{ik} \delta_{b\beta} \delta_{s\sigma}. \quad (4.50)$$

¹Si definisce prodotto tensoriale tra due tensori \mathbf{A} e \mathbf{B} la matrice

$$\begin{pmatrix} a_{11}B & \cdots & a_{1n}B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}B & \cdots & a_{mn}B \end{pmatrix},$$

dove a_{ij} sono gli elementi della matrice \mathbf{A}

$${}^2|e\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |h\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, |\uparrow\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |\downarrow\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

La dimostrazione della relazione di unitarietà della matrice S è contenuta in appendice F.

4.5 Corrente di carica e di spin per sistemi superconduttivi

Nel capitolo 2 abbiamo calcolato la corrente di carica e di spin per sistemi normali, usando il formalismo della seconda quantizzazione. Abbiamo allora trovato una formula unificata per la densità di corrente di carica e di spin (eq. 2.20). Qui vogliamo estendere il calcolo della corrente di carica e di spin al caso superconduttivo. La generalizzazione dell'operatore corrente di carica al caso delle quasiparticelle deve tener conto del fatto che lo stato di quasiparticella è la sovrapposizione di uno stato di particella e di antiparticella. Introducendo gli operatori di proiezione $P_{ee} = |e\rangle\langle e|$, $P_{hh} = |h\rangle\langle h|$, $P_{eh} = |e\rangle\langle h|$, $P_{he} = |h\rangle\langle e|$, definiti nello spazio e/h , abbiamo che l'operatore di prima quantizzazione associato alla corrente di carica delle quasiparticelle si può scrivere

$$\hat{\mathbf{j}}^Q = \sum_{\beta=\{e,h\}} \eta_\beta (|\beta\rangle\langle\beta| \otimes \mathbf{1}_{spin}^\beta) \hat{j}_\beta^Q, \quad (4.51)$$

dove $\hat{j}_\beta^Q = \frac{iq_\beta\hbar}{2m} (\overleftarrow{\partial}_x - \overrightarrow{\partial}_x)$ è l'operatore corrente di carica di prima quantizzazione,

$$\eta_\beta = \begin{cases} 1 & \beta = e, \\ -1 & \beta = h. \end{cases}$$

e $\mathbf{1}_{spin}^\beta$ è l'unità dello spazio tensoriale $\sigma \otimes \beta$. Allo stesso modo, si può generalizzare la forma dell'operatore corrente di spin

$$\hat{\mathbf{j}}^s = \hat{v}\hat{\mathbf{S}} = \frac{iq_\beta\hbar}{4m} (\overleftarrow{\partial}_x - \overrightarrow{\partial}_x) \hat{\sigma}$$

di prima quantizzazione al caso delle quasiparticelle:

$$\hat{j}_i^S = \frac{iq_\beta\hbar}{4m} (\overleftarrow{\partial}_x - \overrightarrow{\partial}_x) \sum_{\beta=\{e,h\}} \eta_\beta (|\beta\rangle\langle\beta| \otimes \sigma_i^{(\beta)}), \quad (4.52)$$

essendo $\sigma_i^{(e)} = \sigma_i$, $\sigma_i^{(h)} = \sigma_i^*$, dove l'indice $i = x, y, z$ e $\hat{\sigma}$ sono le matrici di Pauli.

Per ottenere una formula unitaria per le correnti di carica e di spin definiamo i seguenti quadrivettori:

$$\begin{cases} \sigma_\gamma = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \mathbf{1}\} \\ q_\gamma = \{\frac{\hbar}{2}, \frac{\hbar}{2}, \frac{\hbar}{2}, q_e\} \end{cases}$$

Qui l'indice γ corre su quattro componenti, le prime tre sono relative all'indice di spin mentre la quarta è relativa all'indice di carica. A questo punto possiamo unificare le formule (4.51 e 4.52) nella seguente formula generale che rappresenta l'operatore corrente (carica o spin):

$$\hat{J}_\gamma = \iota \Lambda^\gamma (\overleftarrow{\partial}_x - \overrightarrow{\partial}_x) \sum_{\beta=\{e,h\}} (|\beta\rangle\langle\beta| \otimes \sigma_\gamma^{(\beta)}), \quad (4.53)$$

dove abbiamo posto $\Lambda^\gamma = \frac{q_\gamma \hbar}{2m}$.

Facendo uso dei campi di scattering (4.48), calcoliamo la corrente col formalismo della seconda quantizzazione.

Come abbiamo già visto,

$$I_i^\gamma = \langle \hat{\psi}_i^\dagger(x, t) \hat{J}_\gamma \hat{\psi}_i(x, t) \rangle \quad (4.54)$$

Sostituendo le espressioni dei campi di scattering (4.48) e dell'operatore corrente (4.53) in (4.54) si ha:

$$\begin{aligned} I_i^\gamma &= \langle \sum_{\beta, \beta', \sigma, \sigma'} \int \frac{dE dE' \exp[i(E'-E)t]}{\sqrt{(2\pi\hbar)^2 v(E)v(E')}} |\beta\rangle \otimes \langle\sigma| \times \\ &\times [\hat{a}_{j\beta}^\sigma(E) e^{-ik_\beta x} + \hat{b}_{j\beta}^\sigma(E) e^{ik_\beta x}] [i\Lambda^\gamma (\overleftarrow{\partial}_x - \overrightarrow{\partial}_x)] \times \\ &\times \sum_{\beta''} (|\beta''\rangle\langle\beta''| \otimes \sigma_\gamma^{(\beta'')}) |\sigma'\rangle \otimes |\beta'\rangle \times [\hat{a}_{j\beta'}^\sigma(E') e^{ik'_{\beta'} x} + \hat{b}_{j\beta'}^\sigma(E') e^{-ik'_{\beta'} x}] \rangle \end{aligned} \quad (4.55)$$

Osserviamo che, per le proprietà del prodotto tensoriale,

$$\begin{aligned} &\langle \beta| \otimes \langle\sigma| \left(\sum_{\beta''} |\beta''\rangle\langle\beta''| \otimes \sigma_\gamma^{(\beta'')} \right) |\sigma'\rangle \otimes |\beta\rangle = \\ &= \sum_{\beta''} \langle \beta|\beta''\rangle \langle\beta''|\beta'\rangle \langle\sigma|\sigma_\gamma^{(\beta'')}|\sigma'\rangle = \\ &= \sum_{\beta''} \delta_{\beta\beta''} \delta_{\beta'\beta''} \langle\sigma|\sigma_\gamma^{(\beta'')}|\sigma'\rangle = \\ &= \delta_{\beta\beta'} \langle\sigma|\sigma_\gamma^{(\beta)}|\sigma'\rangle; \end{aligned}$$

perciò, dopo aver eseguito le derivate spaziali nella (4.55), avremo

$$\begin{aligned} &\hat{\psi}_i^\dagger(x, t) \hat{J}_\gamma \hat{\psi}_i(x, t) = \sum_{\beta, \sigma, \sigma'} \int \frac{dE dE' \exp[i(E'-E)t]}{\sqrt{(2\pi\hbar)^2 v(E)v(E')}} \Lambda^\gamma \eta_\beta [k(E) + k(E')] \times \\ &\times \langle\sigma|\sigma_\gamma^{(\beta'')}|\sigma'\rangle \left[a_{j\beta}^{\dagger\sigma'}(E') a_{j\beta}^\sigma(E) e^{i\eta_\beta(k(E)-k(E'))x} - b_{j\beta}^{\dagger\sigma'}(E') b_{j\beta}^\sigma(E) e^{i\eta_\beta(k(E')-k(E))x} \right] \end{aligned} \quad (4.56)$$

Nella (4.56) abbiamo trascurato i termini $a_{j\beta}^{\dagger\sigma'}(E')b_{j\beta}^\sigma(E)$ poichè essi portano ad una dipendenza spaziale delle osservabili di natura oscillante che, per un fissato elettrodo j e un fissato momento k , si mediano a zero,

$$\langle a_{j\beta}^{\dagger\sigma'}(E')b_{j\beta}^\sigma(E) \rangle = 0;$$

questa condizione può essere considerata come una relazione di ortogonalità tra gli stati \hat{a} e \hat{b} . Per calcolare la corrente dobbiamo considerare le medie statistiche nella (4.56), cioè :

$$I_j^\gamma = \sum_{\beta,\sigma,\sigma'} \int \frac{dE dE' \exp[i(E' - E)t]}{\sqrt{(2\pi\hbar)^2 v(E)v(E')}} \Lambda^\gamma \eta_\beta [k(E) + k(E')] \times \quad (4.57)$$

$$\times \langle \sigma' | \sigma_\gamma^{(\beta'')} | \sigma \rangle \left[\langle a_{j\beta}^{\dagger\sigma'}(E') a_{j\beta}^\sigma(E) \rangle e^{\eta_\beta (k(E) - k(E'))x} - \langle b_{j\beta}^{\dagger\sigma'}(E') b_{j\beta}^\sigma(E) \rangle e^{\eta_\beta (k(E') - k(E))x} \right]$$

Sapendo che il valore di aspettazione $\langle a_{i\alpha}^{\dagger\sigma'}(E') a_{j\beta}^\sigma(E) \rangle = \delta_{\alpha\beta} \delta_{ij} \delta_{\sigma\sigma'} \delta(E - E') f_{j\beta}(E)$ e che

$$\langle b_{j\beta}^{\dagger\sigma'}(E') b_{j\beta}^\sigma(E) \rangle = \sum_{i\alpha\varphi} S_{ij\sigma'\varphi}^{\beta\alpha*} S_{ij\sigma\varphi}^{\beta\alpha} f_{i\alpha}(E) \delta(E - E'). \quad (4.58)$$

si ottiene

$$I_j^\gamma = \sum_{\beta,\sigma,\sigma'} \int dE (\eta_\beta \frac{q_\gamma}{h}) [f_{j\beta}(E) \delta_{\sigma\sigma'} - \sum_{i\alpha\varphi} S_{ij\sigma'\varphi}^{\beta\alpha*} S_{ij\sigma\varphi}^{\beta\alpha} f_{i\alpha}(E)] \langle \sigma | \sigma_\gamma^\beta | \sigma' \rangle \quad (4.59)$$

dove si è usato $\frac{\Lambda^\gamma k(E)}{\sqrt{(2\pi\hbar)^2 v^2(E)}} = \frac{q_\gamma}{h}$. Per la corrente di spin riscriviamo la (4.59) nella seguente forma:

$$I_{\mu j}^{spin} = \sum_{\beta,\sigma} \frac{\eta_\beta}{4\pi} \int dE [f_{j\beta}(E) \langle \sigma | \sigma_\mu^\beta | \sigma \rangle - \sum_{\beta,\sigma,\sigma'} \sum_{i\alpha\varphi} \frac{\eta_\beta}{4\pi} \int dE S_{ij\sigma'\varphi}^{\beta\alpha*} S_{ij\sigma\varphi}^{\beta\alpha} f_{i\alpha}(E)] \langle \sigma | \sigma_\mu^\beta | \sigma' \rangle, \quad (4.60)$$

ove $\gamma = x, y, z$. Il primo integrale è nullo poichè $\sum_\sigma \langle \sigma | \sigma_\mu^\beta | \sigma \rangle = 0$, quindi la corrente di spin si può esprimere nella seguente forma compatta:

$$I_{\mu j}^{spin} = -\frac{1}{4\pi} \sum_{\alpha\beta i} \int dE Tr_\sigma [S_{ij}^{\beta\alpha\dagger} \eta_\beta \sigma_\mu^\beta S_{ij}^{\beta\alpha}] f_{i\alpha}(E) \quad (4.61)$$

La traccia è fatta sugli indici di spin. Possiamo notare che la corrente di spin qui ricavata è formalmente simile a quella trovata nel caso normale eq.(2.33), tranne che per la presenza del termine $\eta_\beta \sigma_\mu^\beta$ al posto di σ_μ^β . Ciò significa che il contributo alla corrente di spin è dovuto sia alle quasiparticelle elettroniche che alle quasiparticelle tipo-lacuna.

4.5.1 Conduttanza differenziale

Per il calcolo della conduttanza differenziale occorre sviluppare la corrente di carica al primo ordine nella tensione applicata. La corrente di carica si può ottenerla dalla formula (4.59), ponendo $q_\gamma = q_e$. Dunque la (4.59) diventa:

$$I_j^Q = \sum_{\beta, \sigma, \sigma'} \left(\frac{\eta_\beta q_e}{h} \right) \int dE \delta_{\sigma\sigma'} \left[f_{j\beta}(E) - \sum_{i\alpha\varphi} S_{ij\sigma'\varphi}^{\beta\alpha*} S_{ij\sigma\varphi}^{\beta\alpha} f_{i\alpha}(E) \right] \quad (4.62)$$

Osservando la presenza della delta fattorizzata, la (4.62) si trasforma facilmente in

$$I_j^Q = \left(\frac{q_e}{h} \right) \sum_{\beta} \eta_\beta \int dE \left[\sum_{\sigma} f_{j\beta}(E) - \sum_{i\alpha} Tr_{\sigma} (S_{ij}^{\beta\alpha\dagger} S_{ij}^{\beta\alpha}) f_{i\alpha}(E) \right] \quad (4.63)$$

Sfruttando l'identità $f_{j\beta}(E) = \sum_{\alpha i} \delta_{ij} \delta_{\alpha\beta} f_{i\alpha}(E)$, la corrente di carica assumerà la forma seguente:

$$I_j^Q = \left(\frac{q_e}{h} \right) \sum_{\beta\alpha i} \eta_\beta \int dE \left[2\delta_{ij} \delta_{\alpha\beta} - Tr_{\sigma} (S_{ij}^{\beta\alpha\dagger} S_{ij}^{\beta\alpha}) \right] f_{i\alpha}(E). \quad (4.64)$$

A questo punto possiamo calcolare la matrice di conduttanza differenziale definita da

$$g_{ij} = \frac{\partial I_i^Q}{\partial V_j}. \quad (4.65)$$

dove i, j sono gli indici di elettrodo. Ricordando che $f_{i\alpha}(E) = f[(E + \eta_\alpha(\mu_s - \mu_i))/k_B T]$, con

$$\mu_i = \mu_s + q_e V_i \lambda_i,$$

dove λ_i sono fattori adimensionali definiti in appendice F, all'equilibrio si ha $\mu_i = \mu_s$; con questa scelta avremo $f_{i\alpha} = f(E + \eta_\alpha |q_e| V_i \lambda_i)$. Inserendo la equazione (4.64) nella (4.65) otteniamo gli elementi della matrice di conduttanza, con $|q_e| = e$, dove abbiamo introdotto la variabile adimensionale $\xi = (E + \eta_\alpha |q_e| V_i)/k_B T$.

$$g_{ij} = -\frac{e^2}{h} \sum_{\alpha\beta j} \eta_\alpha \eta_\beta \int d\xi \left[2\delta_{ij} \delta_{\alpha\beta} - Tr_{\sigma} (S_{ij}^{\beta\alpha\dagger} S_{ij}^{\beta\alpha}) \right] \left(\frac{\partial f(\xi)}{\partial \xi} \right)_{eq} \quad (4.66)$$

Il termine

$$\eta_\alpha \eta_\beta = \begin{cases} 1 & se \quad \alpha = \beta \\ -1 & se \quad \alpha \neq \beta \end{cases}$$

può essere scritto equivalentemente come $2\delta_{\alpha\beta} - 1$. Sostituendo in (4.66) avremo:

$$g_{ij} = -\frac{e^2}{h} \sum_{\alpha\beta j} (2\delta_{\alpha\beta} - 1) \int d\xi \left[2\delta_{ij}\delta_{\alpha\beta} - \text{Tr}(S_{ij}^{\beta\alpha\dagger} S_{ij}^{\beta\alpha}) \right] \left(\frac{\partial f(\xi)}{\partial \xi} \right)_{eq} \delta_{ik} \quad (4.67)$$

e posto $M_{jk}^{\beta\alpha} = \text{Tr}(S_{jk}^{\beta\alpha\dagger} S_{jk}^{\beta\alpha})$, avremo

$$g_{jk} = -\frac{e^2}{h} \int d\xi \left(\frac{\partial f(\xi)}{\partial \xi} \right)_{eq} \left\{ 2 \sum_{\alpha} \delta_{jk} - 2 \sum_{\alpha} M_{jk}^{\alpha\alpha} + \sum_{\alpha\beta} M_{jk}^{\alpha\beta} \right\} \quad (4.68)$$

Esplicitando le somme sugli indici di particelle $(\alpha, \beta) \in \{e, h\}$, otteniamo finalmente

$$g_{jk} = \frac{e^2}{h} \int d\xi \left(-\frac{\partial f(\xi)}{\partial \xi} \right)_{eq} \left\{ 4\delta_{jk} - M_{jk}^{ee} - M_{jk}^{hh} + M_{jk}^{eh} + M_{jk}^{he} \right\} \quad (4.69)$$

Per una generica struttura a due terminali la conduttanza totale del sistema viene espressa in termini del tensore di conduttanza:

$$G = \frac{g_{11}g_{22} - g_{12}g_{21}}{\sum_{ij} g_{ij}} \quad (4.70)$$

Nel caso di strutture simmetriche $g_{11} = g_{22}$ e $g_{12} = g_{21}$, la conduttanza si riduce a

$$G = \frac{g_{11} - g_{12}}{2} = \frac{e^2}{h} \int d\xi \left(-\frac{\partial f(\xi)}{\partial \xi} \right)_{eq} \left\{ M_{12}^{ee} + M_{12}^{hh} + M_{11}^{eh} + M_{11}^{he} \right\},$$

dove abbiamo sfruttato la regola di somma $\sum_{j\alpha} M_{ij}^{\beta\alpha} = 2$. La dimostrazione della formula (4.70) è contenuta in appendice G.

4.5.2 Correnti di carica e di spin per eterostrutture F/S/F

Il formalismo di scattering che abbiamo sviluppato può essere utilizzato per descrivere le proprietà di una valvola di spin in risposta lineare (conduttanza e spin-torque). Per il calcolo della conduttanza ci riferiamo ad una valvola di spin costituita da due strati ferromagnetici separati da uno strato di materiale superconduttore (S). Qui considereremo uno dei due ferromagneti (F) molto sottile da poterlo assimilare ad una delta magnetica (free layer) in cui

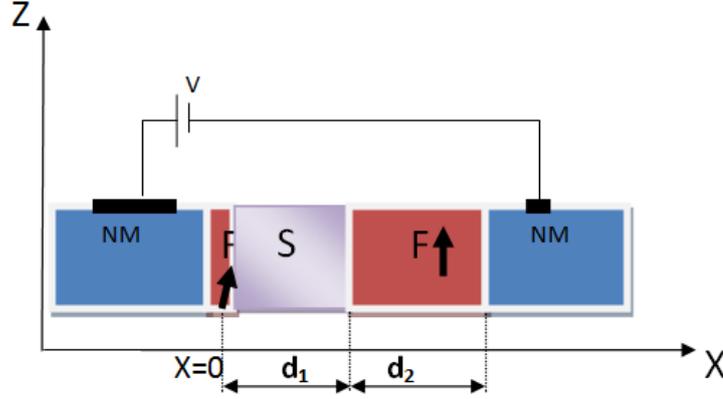


Figura 4.2: Rappresentazione di una spin valve FSG. Ai terminali del dispositivo è applicata una tensione V . Il primo ferromagnete è molto sottile (free-layer) e il secondo ferromagnete ha spessore finito d_2 (fixed layer). Il superconduttore S ha spessore d_1 . Le frecce indicano le direzioni della magnetizzazioni nei ferromagneti .

la magnetizzazione può assumere direzioni arbitrarie, e un secondo ferromagnete (F_2) con uno spessore finito e una magnetizzazione fissata (fixed layer) (fig.4.2).

Il sistema è descritto da una hamiltoniana BdG, che riscriviamo in forma compatta col formalismo tensoriale

$$\hat{H} = P_{ee} \otimes (\hat{H}_e + \hat{U}(x)) + P_{hh} \otimes [-(\hat{H}_e + \hat{U}(x))^*] \quad (4.71) \\ + P_{eh} \otimes \hat{\Delta}(x) + P_{he} \otimes \hat{\Delta}(x)^\dagger,$$

dove l'operatore gap è $\hat{\Delta}(x) = i\sigma_y \Delta(x)$, essendo $\Delta(x) = \Delta\theta(x)\theta(d_1-x)$, mentre le due regioni magnetiche sono caratterizzate da un potenziale Zeemann descritto da $U(x) = [\gamma\delta(x)\mathbf{n}_1 + h(x)\mathbf{n}_2] \cdot \hat{\sigma}$, essendo $h(x) = E_F h_z \theta(x-d_1)\theta(d_2+d_1-x)$. Inoltre gli effetti alle interfacce possono essere modellati da un potenziale $U_s(x) = \sum_{j=0,1,2} U_j \delta(x-x_j) \mathbf{1}_s$, essendo $x_0 = 0, x_1 = d_1, x_2 = d_2 + d_1$. Prima di studiare la conduttanza, vogliamo analizzare alcuni elementi della matrice di scattering. I coefficienti U_j sono legati ai parametri adimensionali $z_i = \frac{2mU_i}{\hbar^2 k_F}$ che misurano la trasparenza dell'interfaccia ([81]). D'altra parte, questi parametri possono essere definiti attraverso i coefficienti di riflessione e trasmissione all'interfaccia mediante la relazione $z_i = \sqrt{\frac{R_i}{T_i}}$. Inoltre assumiamo che il parametro d'ordine adimensionale $\eta = \Delta/E_F$ abbia lunghezza di coerenza ξ ; possiamo quindi porre $k_F \xi = 1/\eta$. D'ora in avanti assumeremo nelle nostre simulazioni $k_F = 1A^{-1}$ e $\eta = 0.005$, che sono valori adeguati per

un superconduttore convenzionale come il Nb. Qui vogliamo osservare che la trasparenza della barriera può essere determinata in modo self-consistente, in quanto la determinazione dei coefficienti di trasmissione e riflessione sono elementi della matrice di scattering, i quali vengono determinati dalle condizioni di matching delle funzioni d'onda alle interfacce che a loro volta dipendono da z_i .

La formula (4.69), che definisce gli elementi del tensore di conduttanza, è una generalizzazione della formula di Landauer-Büttiker; essa contiene termini che tengono conto nella trasmissione sia delle coppie di Cooper, attraverso il fenomeno della riflessione di Andreev, che delle quasiparticelle. Le probabilità dei vari processi sono i moduli quadri degli elementi della matrice di scattering $S_{ij\sigma\varphi}^{\alpha\beta}$, dove $\{\alpha, \beta\}$ sono gli indici di particella che possono assumere i valori $\{e, h\}$, $\{i, j\}$ sono gli indici di elettrodo che possono assumere i valori $\{1, 2\}$ e $\{\sigma, \varphi\}$ sono gli indici di spin che possono assumere i valori $\{\downarrow, \uparrow\}$ che in seguito denoteremo con $\{u, d\}$. Lo scattering di un elettrone proveniente dalla sinistra, polarizzato con spin up, porta a quattro possibili processi che hanno probabilità finita di verificarsi (fig.4.4): (a) riflessione di Andreev locale S_{11du}^{he} , cioè formazione di una coppia di Cooper nel superconduttore e riflessione di una lacuna con spin opposto nel ferromagnete; (b) riflessione normale S_{11uu}^{ee} ; (c) trasmissione diretta nel secondo ferromagnete S_{21uu}^{ee} ; (d) riflessione di Andreev non locale (Andreev crossed), trasmissione all'elettrodo di destra di una lacuna con spin opposto S_{21du}^{he} . I processi (a) e (d) sono equivalenti alla formazione di una coppia di Cooper nel superconduttore, attingendo un elettrone sia dall'elettrodo di destra che di sinistra. Questo è vero quando il superconduttore è interfacciato con un metallo normale o con un ferromagnete avente direzione della magnetizzazione parallela o antiparallela all'interfaccia. Tuttavia, se la magnetizzazione forma un certo angolo con la direzione dell'asse di quantizzazione, avremo anche fenomeni di spin flip all'interfaccia e questi portano ad altri quattro possibili eventi, con probabilità non nulla, come è mostrato nella figura (4.3). Questi processi, descritti dagli elementi di matrice S_{11du}^{ee} e S_{11du}^{hh} , avvengono poichè le barriere magnetiche alle interfacce sono spin-attive.

Dalla conservazione della corrente di probabilità, la probabilità delle particelle uscenti deve soddisfare la condizione di normalizzazione:

$$\sum_{i\alpha\sigma} |S_{i1\alpha e}^{\sigma u}|^2 = 1 \quad (4.72)$$

Il metodo per determinare la matrice S è formalmente analogo a quello già usato per la spin valve F/N/F: le funzioni d'onda e le loro derivate prime si devono raccordare all'interfaccia di due regioni attigue della struttura; dalle condizioni di raccordo alle interfacce si ricavano i coefficienti degli stati di

uscita in funzione dei coefficienti degli stati di ingresso dopo aver eliminato tutti quelli degli stati intermedi. Tuttavia qui bisogna avere una particolare cautela nell'esprimere le condizioni di raccordo. In presenza di un potenziale magnetico $U(x) = \gamma\delta(x)\mathbf{n} \cdot \hat{\sigma}$ dove $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$ è il vettore unitario che definisce la direzione della magnetizzazione, le funzioni d'onda $\Psi(x) = (u_\uparrow(x), u_\downarrow(x), v_\uparrow(x), v_\downarrow(x))^T$, soluzioni delle equazioni BdG, devono soddisfare le seguenti condizioni di raccordo:

$$\begin{aligned} \Psi(x_i^-) &= \Psi(x_i^+) \\ \partial_x \Psi(x_i^+) - \partial_x \Psi(x_i^-) &= \frac{2m\gamma}{\hbar^2} T \Psi(x_i^+) \end{aligned} \quad (4.73)$$

dove T è una matrice 4×4 definita da:

$$T = \begin{pmatrix} \mathbf{n} \cdot \hat{\sigma} & \mathbf{0}_{2 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{n} \cdot \hat{\sigma}^* \end{pmatrix}$$

in cui $\mathbf{0}_{2 \times 2}$ è la matrice nulla. Se non è presente un potenziale magnetico, ma solo un potenziale scalare $U(x) = \gamma\delta(x)\mathbf{1}$, la precedenti condizioni (4.73) si scriveranno sostituendo T con la matrice unità 4×4 . Per $\gamma = 0$, le condizioni di raccordo si ottengono semplicemente imponendo la continuità delle funzioni d'onda e delle loro derivate prime. In questo lavoro abbiamo sempre ottenuto la matrice di scattering delle nanostrutture studiate in modo numerico. Le espressioni analitiche dei coefficienti di scattering si possono ottenere quando le magnetizzazioni dei due ferromagneti sono parallele o antiparallele, ossia quando non ci sono fenomeni di spin flip come nelle Ref. [[99], [96]]. La figura 4.4 mostra alcune ampiezze di scattering di un elettrone polarizzato up che incide su un'interfaccia F/S in funzione dell'energia E dell'elettrone normalizzata a quella del gap, $\varepsilon = E/\Delta$, per differenti spessori del superconduttore. Il pannello (a) rappresenta un processo di riflessione normale, in cui un elettrone incidente, proveniente da sinistra, con spin up, scattera sul primo ferromagnete e viene riflesso nell'elettrodo come elettrone con spin up. Osserviamo che per $E < \Delta$ la probabilità di questo processo è relativamente piccola e inoltre i tre grafici si sovrappongono esattamente, indicando che qualunque sia lo spessore del superconduttore la riflessione totale è poco probabile. Ciò si può capire assumendo che l'elettrone può penetrare nel superconduttore, per effetto tunnel, e generare altri fenomeni tale da verificare la (4.72). Tuttavia tale probabilità tende a crescere monotonicamente avvicinandosi all'energia del gap; per energie superiori del gap, $E > \Delta$, osserviamo delle oscillazioni con frequenze proporzionali allo spessore del superconduttore. Questo comportamento si può interpretare come un effetto di risonanza sopra barriera tipico del problema dello scattering di una particella contro un potenziale a gradino; in questo caso il gap superconduttivo gioca il ruolo dell'altezza finita della barriera. I pannelli (b) e (d) mostrano effetti di

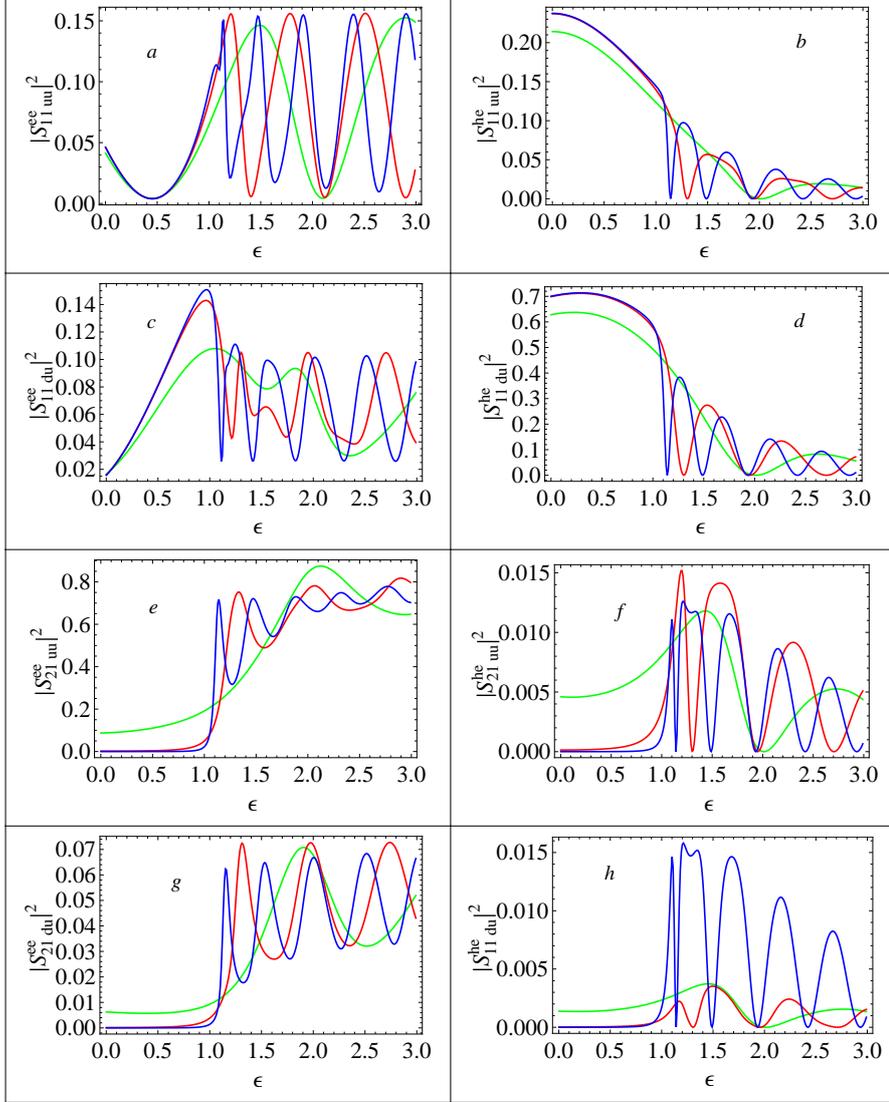


Figura 4.3: Coefficienti di trasmissione e di riflessione in funzione dell'energia normalizzata al gap $\varepsilon = E/\Delta$ di un elettrone (e) proveniente dall'elettrodo (1), con spin up (u). Essi includono tutti i possibili processi di trasmissione e riflessione normali e processi di Andreev Reflection per la spin valve FSF, quando si verificano processi di spin flip. Ogni pannello contiene tre grafici che si riferiscono a tre spessori del superconduttore: $k_F d_1 = 1800$ (verde), $k_F d_1 = 3500$ (rosso), $k_F d_1 = 5500$ (blu). I parametri usati sono $z_1 = z_2 = 0.2$, $\Gamma = 0.3$, $h = 0.4$, $k_F d_2 = 1500$, $\theta = \pi/4$, $\theta_1 = 0$

Andreev reflection e crossed Andreev, (S_{11du}^{he}), (S_{21du}^{he}) rispettivamente. Osserviamo, pannello (b), che per energie sotto gap, il maggior contributo al processo di scattering viene dalle lacune riflesse nel ferromagnete, a causa della formazione di una coppia nel superconduttore; questo fenomeno diventa più importante al crescere dello spessore del superconduttore. Osserviamo che nei processi di Andreev reflection (pannelli b e d) il periodo delle oscillazione dei coefficienti di riflessione e trasmissione, sopra gap, crescono al crescere dell'energia, mentre le ampiezze decrescono in maniera esponenziale all'aumentare dello spessore del superconduttore d_1 . Si può dimostrare che non si ha Andreev Reflection (AR) quando vale la seguente relazione:

$$\left(\frac{E}{\Delta}\right)^2 = \left(\frac{2\pi n E_F / \Delta}{k_F L}\right)^2 + 1. \quad (4.74)$$

Essa si deriva dalla espressione analitica dei coefficienti di riflessione lacuna-particella ottenuti nel lavoro di Dong e al. Ref.([99]) nel caso di configurazione parallela e antiparallela delle magnetizzazioni. I coefficienti di AR sono proporzionali a $\sin[(k_e - k_h)d_1/2]$ e si annullano per $(k_e - k_h)d_1 = 2n\pi$ essendo n un intero positivo. Questa condizione è equivalente alla (4.74) quando sostituiamo a $k_{e/h}$ la loro espressione in termini delle energia e del gap.

Per elettroni iniettati dal ferromagnete al superconduttore, con energie pari a quelle delle risonanze geometriche dello spettro delle quasiparticelle, ovvero quelle che soddisfano la eq.(4.74), non si ha Andreev reflection e l'elettrone transita attraverso il superconduttore senza formazione o rottura di coppie. Dalla stessa equazione possiamo calcolare il periodo delle oscillazioni sopra gap, $T = 2\pi/d_1 = \frac{\Delta k_F}{E_F} \sqrt{\left(\frac{E}{\Delta}\right)^2 - 1}$. Questa equazione è possibile, per Δ reale, solo se $E > \Delta$, ovvero per energia sopra il gap.

Nella fig.4.5 vengono illustrati alcuni processi di scattering al variare delle trasparenze z_i . Per $E < \Delta$, il tunnelling sotto gap sopprime l'AR per cui si ha un incremento della trasmissione. Per $E > \Delta$ tutte le probabilità oscillano con E e d_1 a causa degli effetti di interferenza tra le quasiparticelle elettroniche e le quasiparticelle buche. Nel caso di ridotta trasparenza, (z_i grande), le probabilità S_{11du}^{he} e S_{21uu}^{ee} sono diminuite, mentre crescono le probabilità S_{11uu}^{ee} (riflessione normale) e S_{21du}^{he} (crossed Andreev). Inoltre vediamo dal pannello b della stessa figura che la posizione dei massimi di S_{11du}^{he} dipendono dalla trasparenza della barriera. Si osserva infatti che, al crescere delle z_i , (approcio al limite tunnel $z_i \rightarrow \infty$) i massimi dei coefficienti S_{11du}^{he} gradualmente si dividono in due picchi, per $z_i = 10$, appartenenti a coppie consecutive di massimi o minimi, con posizioni definite dalle condizioni di quantizzazione $k_e d_1 = n_1 \pi$ e $k_h d_1 = n_2 \pi$ ([97]). Questo doppio picco è dovuto alla formazione di stati legati che sono il risultato di una interferenza quantistica tra le quasiparticelle elettrone e lacuna, intrappolate nel superconduttore.

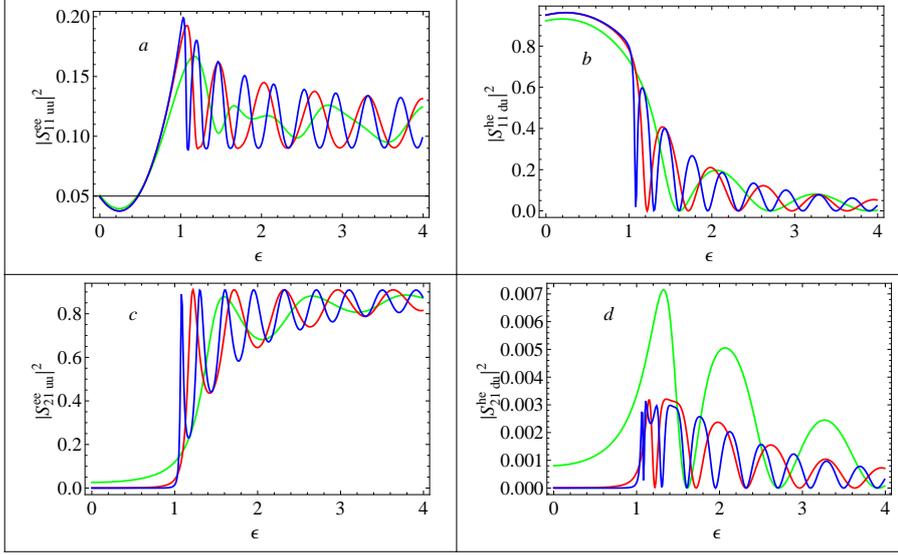


Figura 4.4: Coefficienti di trasmissione e di riflessione in funzione dell'energia normalizzata al gap $\epsilon = E/\Delta$. Pannello (a) rappresenta la probabilità di riflessione normale $|S_{11uu}^{ee}|^2$ di un elettrone con spin up; pannello (b) rappresenta la probabilità di riflessione di Andreev $|S_{11du}^{he}|^2$; pannello (c) rappresenta la probabilità di trasmissione normale $|S_{21uu}^{ee}|^2$; pannello (d) rappresenta la probabilità di trasmissione di Andreev $|S_{21du}^{he}|^2$ (crossed). Ogni pannello contiene tre grafici che si riferiscono a tre spessori del superconduttore: $k_F d_1 = 1000$ (verde), $k_F d_1 = 1800$ (rosso), $k_F d_1 = 3000$ (blu). I parametri usati sono $z_1 = z_2 = z_3 = 0.2$, $\Gamma = 0.5$, $h = 0.4$, $k_F d_2 = 300$, $\theta_1 = \theta_2 = 0$, $\eta = 0.005$

In figura (4.6) è riportata la conduttanza differenziale G , in unità di e^2/h , in funzione di $\epsilon = E/\Delta$, calcolata scegliendo i seguenti parametri: $k_F d_1 = 600$, $k_F d_2 = 250$, $z_1 = z_2 = z_3 = 0.1$, $\theta_1 = \theta_2 = 0$, $\eta = 1/200$, $h_z = 0.4$. Le varie curve sono ottenute al variare del parametro Γ nel range $\{0,3\}$, con step di 0.3 partendo dalla curva superiore corrispondente a $\Gamma = 0$. Questi andamenti riproducono i risultati sperimentali riportati in Ref. [94],[95]. Vediamo che un incremento del parametro Γ , ossia dell'intensità dell'energia Zeeman, fa diminuire la conduttanza. Questo caratteristico comportamento può essere attribuito alla soppressione dei processi di riflessione di Andreev che dominano il trasporto per energia sotto gap. Abbiamo anche osservato che sopra gap si osservano delle oscillazioni nella conduttanza dovute essenzialmente a fenomeni di interferenza delle quasiparticelle entranti ed uscenti nel superconduttore [97].

La figura 4.7 rappresenta la conduttanza differenziale, in unità di e^2/h , in funzione di E/Δ , al variare dell'intensità della trasparenza delle interfacc-

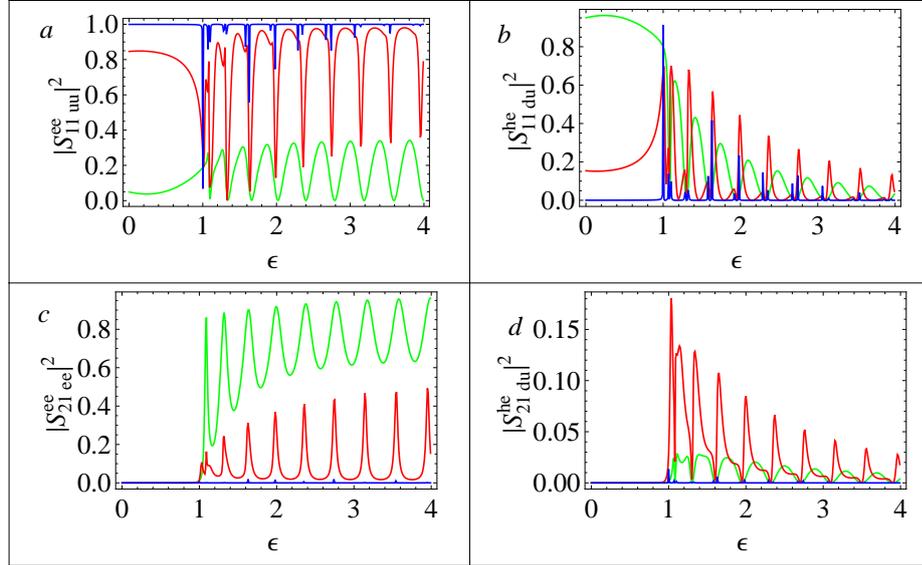


Figura 4.5: Alcuni coefficienti di trasmissione e di riflessione in funzione dell'energia normalizzata al gap $\epsilon = E/\Delta$ al variare del potenziale di interfaccia z_i . Pannello (a) rappresenta la probabilità di riflessione normale $|S_{11}^{ee}|^2$ di un elettrone con spin up; pannello (b) rappresenta la probabilità di riflessione di Andreev $|S_{11}^{he}|^2$; pannello (c) rappresenta la probabilità di trasmissione normale $|S_{21}^{ee}|^2$; pannello (d) rappresenta la probabilità di trasmissione di Andreev $|S_{21}^{he}|^2$ (crossed). Ogni pannello contiene tre grafici che si riferiscono a tre valori del potenziale di interfaccia z_i , qui abbiamo supposto $z_1 = z_2 = z_3$; $z_i = 0.2$ (verde), $z_i = 1.5$ (rosso), $z_i = 10$ (blu). I parametri usati sono $k_F d_1 = 2500$, $\Gamma = 0.5$, $h = 0.4$, $k_F d_2 = 1000$, $\theta_1 = \theta_2 = 0$, $\eta = 0.005$

ce. I parametri usati in questo grafico sono gli stessi di quelli di Fig.4.6, dove $\Gamma = 1.2$. È interessante osservare che gli andamenti di queste curve sono abbastanza simili a quelli della figura 4.6, ad eccezione del fatto che i massimi della conduttanza, in corrispondenza dei valori di energia $\epsilon \simeq 2.2$ e per trasparenza delle barriere $z_i \simeq 0.9$, si splittano in due picchi di risonanza che, come già osservato per i coefficienti di trasmissione, sono dovuti all'interferenza delle quasi particelle nel superconduttore. Inoltre si osserva che, all'aumentare del potenziale di barriera, questi picchi di risonanza diventano più pronunciati.

Un confronto della conduttanza quando le magnetizzazioni dei due ferromagneti parallele od antiparallele è riportato in fig. 4.8. Le curve di conduttanza sono rappresentate in funzione dell'energia $\epsilon = E/\Delta$ al variare delle altezze di barriera z_i , per valori delle energie Zemann Γ e h rappresentate nei riquadri. Si osserva uno splitting del massimo della conduttanza

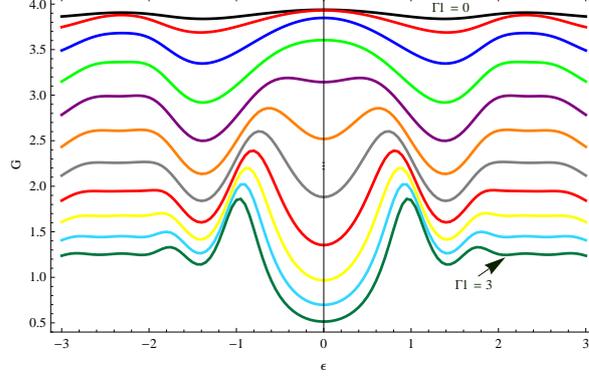


Figura 4.6: Conduttanza differenziale in funzione dell'energia normalizzata al gap $\varepsilon = E/\Delta$, con $E = eV$ in unità di e^2/h . I parametri del modello sono: $k_F d_1 = 600$, $k_F d_2 = 250$, $z_1 = z_2 = 0.1$, $h = 0.3$, $\theta_1 = \theta_2 = 0$, $\eta = 0.005$, $h = .3$. Le curve sono ottenute variando l'intensità dell'energia Zeemann, Γ , da zero, curva nera superiore, a 3 curva inferiore, con uno step regolare di 0.3

intorno all'energia $\varepsilon \simeq 2.2$ solo in configurazione parallela delle magnetizzazioni e per $\Gamma = 1.6$, $h = 0.3$. Nel pannello *d* vediamo che per valori di Γ e h fino a 0.6, i campi magnetici non riescono a splittare il massimo di risonanza. Ci sono dunque dei campi critici oltre i quali abbiamo la formazione di due picchi di risonanza anzichè uno. Il pannello *a*, dove $\Gamma = 0$ e $h = 0$, corrisponde al caso particolare della giunzione NSN [98] .

Nella figura 4.9 abbiamo riportato la conduttanza del sistema in funzione dello spessore del superconduttore $k_F d_1$, per $E/\Delta < 1$, (curva blu tratteggiata) e per $E/\Delta > 1$, (curva rossa continua). Dall'analisi della figura si osserva che per energie sotto gap, la conduttanza ha un andamento oscillante con ampiezze decrescenti fino ad un valore limite che si ottiene quando $k_F d_1 \geq 3\xi$, ovvero lo spessore del SC è circa tre volte la sua lunghezza di coerenza. La ragione di questo comportamento è il seguente: quando lo spessore è minore della lunghezza di coerenza del superconduttore, le quasiparticelle potrebbero attraversare il SC per effetto tunnel e le rapide oscillazioni corrispondono a stati di trasmissione risonante nella regione superconduttiva, quando lo spessore diventa maggiore di tre lunghezze di coerenza, la conduttanza diventa pressochè costante e poichè nel superconduttore c'è maggiore probabilità di creazione e distruzione di coppie di Cooper, gli effetti di riflessione di Andreev favoriscono l'incremento della conduttanza. Per $E/\Delta > 1$, si osservano dei battimenti, dovuti all'interferenza delle quasiparticelle provenienti dall'elettrodo di destra e di sinistra, in cui il periodo della portante

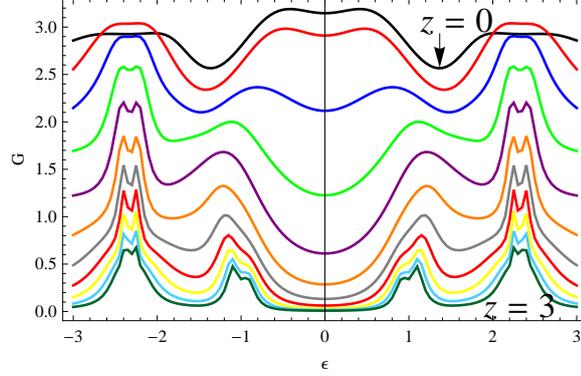


Figura 4.7: Conduttanza differenziale in funzione dell'energia normalizzata al gap $\varepsilon = E/\Delta$, con $E = eV$ in unità di e^2/h . I parametri del modello sono: $k_F d_1 = 600$, $k_F d_2 = 250$, $\Gamma_1 = 1.2$, $h = 0.3$, $\theta_1 = \theta_2 = 0$, $\eta = 0.005$, $h = .3$. Le curve sono ottenute variando l'intensità delle trasparenze delle barriere z_i , da 0, curva nera superiore, a 3 curva inferiore, con uno step regolare di 0.3

è uguale a quello delle oscillazioni sotto gap, mentre la modulante ha periodo proporzionale alle dimensioni del superconduttore.

4.6 Magnetoresistenza e torque di spin

In questo paragrafo analizziamo sia la magnetoresistenza che il torque di spin per una valvola di spin superconduttiva rappresentata in figura (4.2). A $T = 0$ la magnetoresistenza è definita come

$$MR = \frac{G_P - G_{AP}}{G_P}, \quad (4.75)$$

dove G_P è la conduttanza del dispositivo in configurazione parallela e G_{AP} la conduttanza in configurazione antiparallela. La MR della doppia giunzione F/S sarà analizzata considerando il superconduttore in onda-s. In fig.4.10 viene riportata la MR in funzione del voltaggio applicato ai terminali del dispositivo al variare della trasparenza delle interfacce. I parametri scelti per la simulazione sono stati fissati in maniera analoga a quelli usati per ottenere le curve di conduttanza, in particolare $k_F d_1 = 600$, $k_F d_2 = 250$, $\Gamma_1 = 0.6$, $h = 0.5$, $\theta = \theta_1 = 0$, $\eta = 0.005$. Osservando la sequenza dei grafici al crescere di z , possiamo notare che la TMR aumenta, in valore assoluto, al crescere di z . Per energie che si trovano in un intorno stretto di Δ , la MR diventa negativa e molto piccata, raggiungendo valori che superano il 40% per $z = 2.0$.

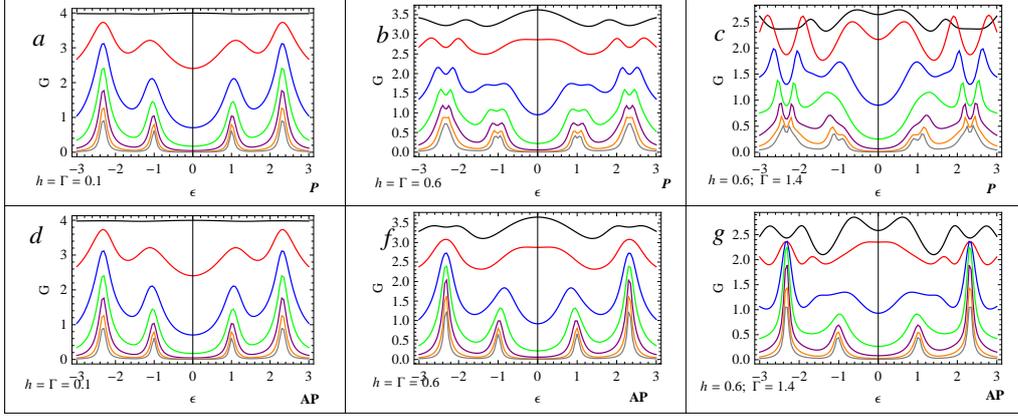


Figura 4.8: Conduttanza differenziale in funzione dell'energia normalizzata al gap $\varepsilon = E/\Delta$, con $E = eV$ in unità di e^2/h per magnetizzazioni parallele (**P**), pannelli (a,b,c) ed antiparallele (**AP**), pannelli (d,f,g). I parametri del usati sono: $k_F d_1 = 600$, $k_F d_2 = 250$, $\theta = \theta_1 = 0$, $\eta = 0.005$, $\Gamma = 0.1$, $h = 0.1$ pannello a, $\Gamma = 0.6$, $h = 0.6$ pannello b, $\Gamma = 1.4$, $h = 0.6$ pannello c; $k_F d_1 = 600$, $k_F d_2 = 250$, $\theta = 0$, $\theta_1 = \pi$, $\eta = 0.005$, $\Gamma = 0.1$, $h = 0.1$ pannello d, $\Gamma = 0.6$, $h = 0.6$ pannello f, $\Gamma = 1.4$, $h = 0.6$ pannello g. In tutti i pannelli le curve sono ottenute variando simultaneamente la trasparenza delle barriere z_i ; $z_i = 0$ curva nera e incrementando di 0.5 dall'alto verso il basso, fino a $z_i = 3$ corrispondente alla curva di colore grigio.

Inoltre al crescere di z si osserva che si sviluppano due minimi più profondi, simmetrici rispetto a $E = 0$, la cui posizione è prossima a $E = \pm\Delta$, mentre il massimo tra questi due minimi si sposta verso l'alto raggiungendo un valore di $TMR \simeq +3\%$. Il grafico della TMR relativo al valore di $z = 0.9$ trova riscontro in Ref.[52], dove viene studiata la doppia giunzione F/S/F con barriere uguali secondo un modello che utilizza l'accumulazione di spin alle interfacce. Secondo il nostro modello di scattering, per energie sotto gap, all'aumentare dell'altezza delle barriere tra il superconduttore e i ferromagneti, si formano degli stati stazionari confinati nel superconduttore che entrano in risonanza per energie prossime a quelle del gap, in corrispondenza della quale la conduttanza in configurazione antiparallela è maggiore di quella parallela e ciò porta ad una TMR negativa piuttosto elevata, visto che la conduttanza parallela è relativamente piccola. Inoltre vediamo che, per trasparenze piuttosto alte, $z = 0.1$, la TMR è influenzata dalla magnetizzazione del fixed layer come possiamo vedere dalla fig.(4.11).

Osserviamo che per campi h con valori fino a 0.3 e per $E < \Delta$, la MR è circa nulla (curve nero e rossa-tratteggiata), mentre per $h = 0.5$, curva

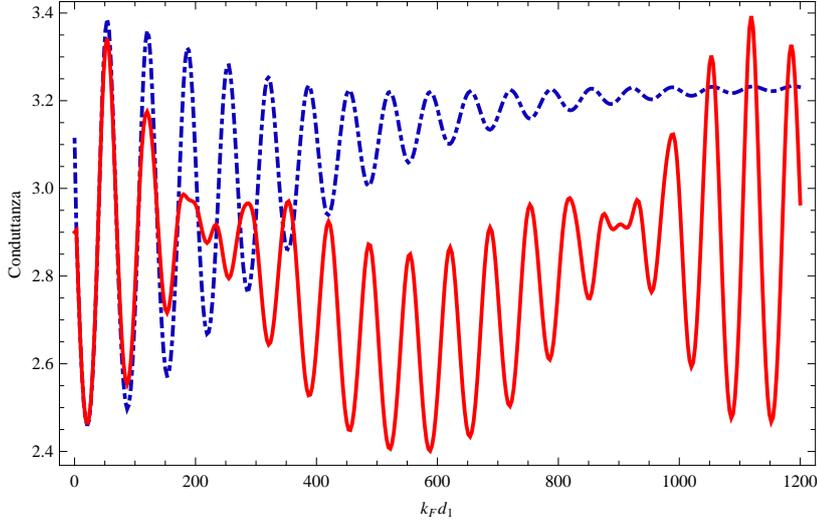


Figura 4.9: Conduttanza differenziale, in unità di e^2/h , in funzione dello spessore del superconduttore $k_F d_1$ per $\epsilon = E/\Delta = 0.5$ (curva blu tratteggiata), e $\epsilon = E/\Delta = 1.5$ (curva rossa continua). I parametri del modello sono: $k_F d_2 = 250$, $\Gamma = 1.2$, $h = 0.3$, $\theta = \theta_1 = 0$, $\eta = 0.005$,

blue, e $h = 0.8$, curva porpora punto-tratto, la MR è diversa da zero e con segni opposti fino all'energia pari al gap, dove la curva blue, corrispondente a $h = 0.5$, raggiunge il valore minimo. La MR è praticamente nulla per magnetizzazioni del magnete finito non molto intense, confermando che solo le barriere magnetiche attive, con particolari valori critici di magnetizzazione, inducono una magnetoresistenza. Per $h = 0.8$ e per $E \approx 1.5\Delta$ (curva tratteggiata porpora), la MR è positiva e raggiunge il suo massimo valore, pari a circa il 40%, per $E \simeq 1.6\Delta$ e poi si annulla per $E \simeq 0.8\Delta$. Il cambio di segno della MR sotto gap per $h = 0.8$ indica che, per campi relativamente intensi del ferromagnete finito, avremo una MR che varia nel range -3% , 3% in modo monotono e questo potrebbe significare una drastica riduzione dei fenomeni di riflessione di Andreev e una soppressione della superconduttività. Mentre per campi relativamente deboli (curve verde, rossa della fig.(4.11)) la MR è circa zero, fino a valori dell'energia circa uguale al gap, evidenziando una certa coesistenza tra superconduttività e magnetismo. Nella figura (4.12) è stata graficata la MR in funzione dello spessore del superconduttore per quattro diversi valori del campo h del ferromagnete finito corrispondenti alle curve (nero, rosso-tratteggiato, blue, porpora-punto linea). Ogni curva del grafico è stata ottenuta fissando il campo di scambio del ferromagnete finito $h = 0.0$ curva nera, $h = 0.3$ curva rosso-tratteggiata, $h = 0.5$ curva blue, $h = 0.8$ curva porpora punto-tratto, mentre tutti gli altri parametri sono stati scelti nel modo seguente: $k_F d_2 = 250$, $\Gamma = 0.6$, $z_1 = z_2 = z_3 = 0.1$,

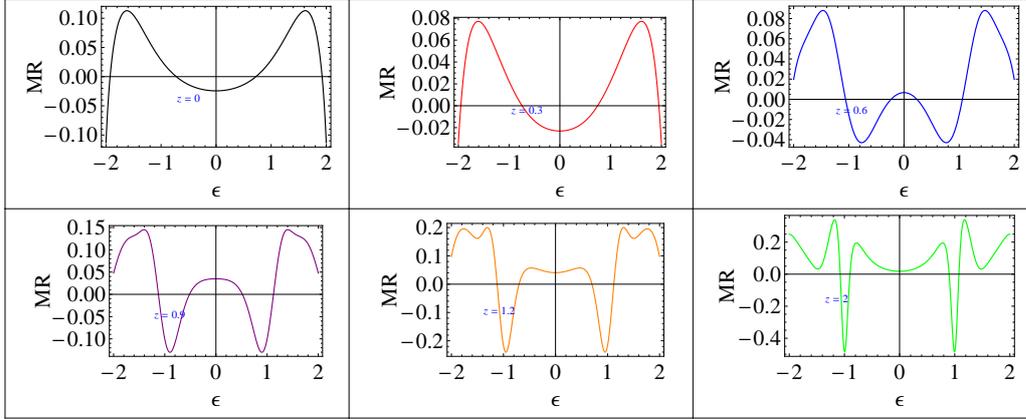


Figura 4.10: Magnetoresistenza (MR) in funzione dell'energia ϵ normalizzata al gap. le curve sono ottenute variando le altezze di barriera delle interfacce, ovvero le trasparenze delle barriere z , come indicato per ogni grafico. Gli altri parametri del modello sono: $k_F d_1 = 600$, $k_F d_2 = 250$, $\Gamma = .6$, $h = 0.5$, $\theta = \theta_1 = 0$, $\eta = 0.005$

$\theta = \theta_1 = 0$, $\varepsilon = 0.1$, $\eta = 0.005$. Tutti i grafici mostrano un andamento della MR decrescente con lo spessore del superconduttore, ma i valori massimi assunti crescono col campo del ferromagnete finito, raggiungendo valori di picco di -80% per $h = 0.8$. Dal grafico del pannello (blue) si rileva che il valore medio della MR è negativo e ciò vuol dire che la configurazione antiparallela delle magnetizzazioni dei ferromagneti è favorita. Il decadimento esponenziale può essere spiegato dal fatto che gli stati di superficie a zero energia penetrano nel superconduttore per una distanza ξ e non possono contribuire al trasporto per nella valvola di spin per $d/2\xi \gg 1$. Inoltre la MR mostra rapide oscillazioni in funzione di d_1 per la formazione di stati risonanti nella regione superconduttiva. In figura (4.13) abbiamo rappresentato la MR in funzione della direzione della magnetizzazione del free layer, al variare del potenziale di interfaccia in due particolari situazioni: il pannello superiore rappresenta la MR per energie sotto gap, $\epsilon = 0.1$, mentre il pannello inferiore si riferisce ad una MR calcolata con $\epsilon = 1.3$. Notiamo che nel primo caso, ovvero per energie sotto gap, la MR ha un comportamento tipo $A(\epsilon, z)\cos\theta$, dove, avendo fissato tutti gli altri parametri, supponiamo che l'ampiezza dipende dall'energia e dal potenziale di interfaccia. Vediamo allora che per $\varepsilon < \Delta$ la MR cambia concavità quando $z \geq 0.5$ che corrisponde ad un cambiamento del segno di $A(\epsilon, z)$, mentre per $\varepsilon > \Delta$, $A(\epsilon, z)\cos\theta$ conserva lo stesso segno per un ampio intervallo di valori di z . Inoltre osserviamo che per magnetizzazioni ortogonali la MR è identicamente nulla, qualunque sia il valore di z . Dall'analisi del grafico si può ancora osservare che quando siamo sotto gap abbiamo una forte riduzione della MR rispetto al caso di energie

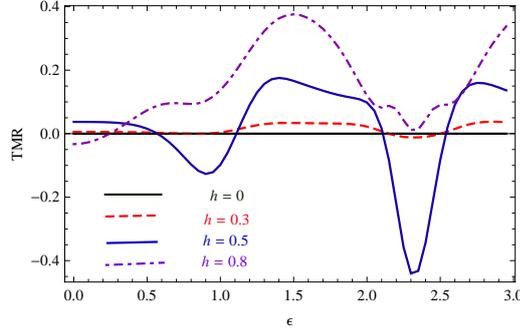


Figura 4.11: TMR in funzione dell'energia normalizzata $\epsilon = E/\Delta$; le curve sono ottenute variando le energie Zeemann del magnete finito, come è indicato nella didascalia. Gli altri parametri del modello sono: $k_F d_1 = 600$, $k_F d_2 = 250$, $\Gamma = .6$, $z_1 = z_2 = 0.1$, $\theta = \theta_1 = 0$, $\eta = 0.005$

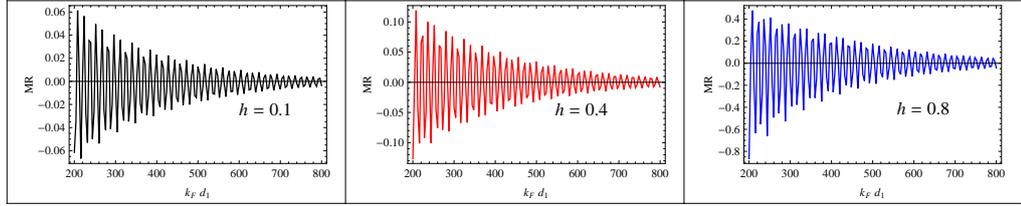


Figura 4.12: Magnetoresistenza (MR) in funzione dello spessore del superconduttore ottenuta variando il campo magnetico del ferromagnete finito come è indicato nei pannelli (a,b,c). Gli altri parametri del sistema sono stati scelti: $k_F d_2 = 250$, $\Gamma = 0.6$, $z_1 = z_2 = z_3 = 0.1$, $\theta = \theta_1 = 0$, $\epsilon = 0.1$, $\eta = 0.005$

sopra il gap. Questo potrebbe indicare che i possibili fenomeni di riflessione di Andreev contribuiscono ad un aumento della conduttanza e quindi ad una riduzione della MR,

Relativamente allo spin torque, abbiamo già visto nel capitolo 2 che il torque di spin lungo una nanostruttura è generato da un flusso di corrente di spin nella regione di scattering ed è legato alla corrente di spin dall'equazione:

$$\nabla \cdot \mathbf{J}_\mu^{spin} + \partial_t S_\mu = T_\mu, \quad (4.76)$$

dove S_μ è la densità di spin e J_μ^{spin} la corrente di spin e T_μ è il torque di spin. In condizioni stazionarie $\partial_t S_\mu = 0$, applicando il teorema di Gauss all'equazione 4.76 avremo:

$$\int_\Omega \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_\mu^{spin} dV = \int_\Omega T_\mu dV = \oint_\Sigma J_\mu^{spin} \hat{x} \cdot d\vec{s}, \quad (4.77)$$

avendo indicato con Σ la superficie cilindrica di volume Ω che racchiude la regione di scattering, con asse collineare alla direzione di trasporto. La

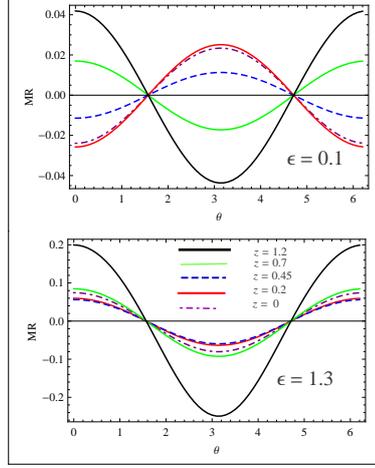


Figura 4.13: Magnetoresistenza (MR) in funzione della direzione θ della magnetizzazione del free layer al variare del potenziale di interfaccia z_i . I grafici del pannello superiore sono stati ottenuti per $\epsilon = 0.1$, quelli del pannello inferiore per $\epsilon = 1.3$. Gli altri parametri del sistema sono stati scelti: $k_F d_2 = 600$, $k_F d_1 = 250$, $\Gamma = 0.6$, $z_1 = z_2 = z_3 = 0.1$, $\theta_1 = 0$, $h = 0.5$, $\eta = 0.005$

superficie di integrazione è $\Sigma = s_1 \cup s_2 \cup s_l$ con $\hat{s}_1 = -\hat{s}_2$ e s_l area laterale del cilindro. Nei sistemi quasi unidimensionali la corrente di spin e il torque sono ritenuti costanti sulla sezione di integrazione perciò si ha

$$\sum_i J_\mu^{spin} + \int_{SR} T_\mu dx = 0 \quad (4.78)$$

dove l'integrale è fatto sulla regione di scattering (SR). L'equazione (4.78) può essere considerata una generalizzazione della legge di Kirckhoff per le correnti di spin. Chiamando $\tau_\mu = \int_{SR} T_\mu dx$ il torque totale lungo la struttura, e utilizzando l'espressione (4.61) della corrente di spin avremo

$$\tau_\mu = \sum_{\alpha\beta ji} \int \frac{dE}{4\pi} Tr[S_{ij}^{\beta\alpha\dagger}(E) \sigma_\mu^\beta S_{ij}^{\beta\alpha}(E)] f_{j\alpha}(E). \quad (4.79)$$

Nel caso della valvola di spin i due ferromagneti sono separati da una regione non magnetica. I volumi relativi dei ferromagneti possono essere presi molto diversi come nel modello schematizzato in fig. (4.2). Quando la corrente di spin polarizzata interagisce con un sottile strato ferromagnetico (free layer) trasferisce il suo momento al ferromagnete inducendo una torsione della magnetizzazione (transfer spin torque). L'energia necessaria per cambiare la direzione della magnetizzazione del free layer può essere fornita dal flusso di corrente di spin polarizzato per mezzo di un voltaggio esterno. Il torque

locale sul free layer che ha potenziale magnetico $\hat{U}(x) = \vec{h} \cdot \hat{\sigma}$, è definito dall'operatore:

$$\hat{T}_\mu = \sum_\beta P_{\beta\beta} \otimes \left[\vec{h}(x) \times \hat{\sigma}^\beta \right]_\mu. \quad (4.80)$$

dove abbiamo usato la notazione tensoriale ([84]) per includere il contributo di lacune e particelle. Per fare un calcolo esplicito ci riferiamo alla fig. (4.2) con potenziale Zeemann $U(x) = [\gamma\delta(x)\hat{n}_1 + h(x)\hat{n}_2]$, dove $\hat{n}_1 = (\sin(\theta), 0, \cos(\theta))$ rappresenta la direzione della magnetizzazione del free layer, $\hat{n}_2 = (0, 0, 1)$ la direzione della magnetizzazione del layer finito, mentre $h(x)$ è una funzione costante nella regione magnetica. In questo modello il free layer è direttamente connesso all'elettrodo (regione $x < 0$) e quindi il torque di spin che agisce su questa regione è semplicemente legato alla densità degli spin di non equilibrio prodotta dal potenziale esterno sull'elettrodo. Utilizzando la stessa tecnica di calcolo usata per ottenere le componenti parallele e perpendicolari del torque nel caso normale (2.47), (2.46)avremo:

$$T_{\parallel} = -\frac{eV\Gamma_1}{4\pi} \sum_{\alpha\beta j} Tr[S_{1j}^{\beta\alpha\dagger} \sigma_y^\beta S_{1j}^{\beta\alpha}] \eta_\alpha \lambda_j \quad (4.81)$$

$$T_{\perp} = \frac{eV\Gamma_1}{4\pi} \sum_{\alpha\beta j} Tr[S_{1j}^{\beta\alpha\dagger} (\sin(\theta)\sigma_z^\beta - \cos(\theta)\sigma_x^\beta) S_{1j}^{\beta\alpha}] \eta_\alpha \lambda_j,$$

dove $\Gamma_1 = (k_F\gamma)/E_F$ è l'energia Zeeman, mentre i coefficienti λ_j sono definiti in appendice G ed n_α è il fattore che tiene conto del contributo di lacune e particelle. T_{\parallel} and T_{\perp} sono le componenti dello spin torque parallele e perpendicolari al piano della magnetizzazione, (cioè, $\vec{T} = T_{\parallel}\hat{v}_{\parallel} + T_{\perp}\hat{v}_{\perp}$) le cui direzioni sono definite da [59]:

$$\hat{v}_{\parallel} = -\hat{x} \cos(\theta) + \hat{z} \sin(\theta) \quad (4.82)$$

$$\hat{v}_{\perp} = \hat{y}.$$

I coefficienti λ_j sono introdotti per garantire la conservazione della corrente di carica nella nanostruttura, quando il potenziale chimico del superconduttore è non simmetrico, cioè $\mu_s \neq (\mu_1 + \mu_2)/2$.

Il torque di spin definito dalle equazioni (4.81), è un'altra osservabile, come la magnetoresistenza, che ci dà ulteriori informazioni sul trasporto polarizzato di spin in valvole di spin superconduttive. Nonostante le difficoltà di eseguire misure dirette sullo spin torque, recentemente sono stati riportati risultati sperimentali sulla misura delle componenti del torque di spin in sistemi superconduttivi ([100]). Tali dispositivi sono strumenti importanti sia

per le applicazioni sia per il controllo elettrico dei gradi di libertà magnetico (magnetizzazione del free layer). Nell'analisi dei risultati consideriamo $eV = 1$, cosicchè le quantità $T_{\parallel,\perp}$, coincidono con la derivata dello spin torque rispetto al bias esterno in regime di risposta lineare, la cosiddetta *torkance*. In fig.(4.14) abbiamo riportato le componenti parallele e perpendicolari del

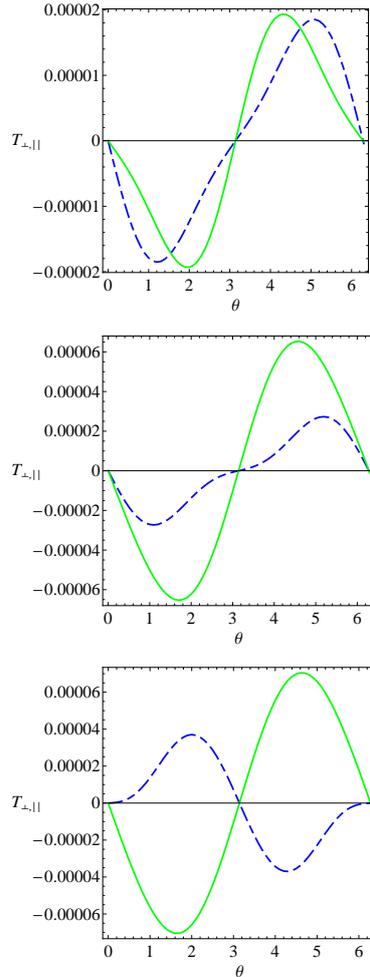


Figura 4.14: Componenti parallele (curva tratteggiata) e perpendicolari (curva continua) dello spin torque $T_{\parallel,\perp}$ come funzione dell'angolo di magnetizzazione sul free layer. I parametri del modello sono scelti come: $k_F d_1 = 300$, $k_F d_2 = 300$, $\Gamma = .5$, $h_z = 0.5$, $\epsilon/\Delta = 0.01$, $z_1 = z_2 = 0.1$ (pannello superiore), $z_1 = z_2 = 0.3$, (pannello centrale), $z_1 = z_2 = 0.6$, (pannello inferiore).

torque, $T_{\parallel,\perp}$, come funzione dell'angolo di magnetizzazione del free-layer. Le componenti $T_{\parallel,\perp}$ del torque di spin presentano un andamento quasi sinusoidale per cui tali componenti si annullano per direzioni della magnetizzazione

$\theta = 0$, $\theta = \pi$. I valori massimi di $T_{\parallel,\perp}$ si osservano per $\theta = \pm\pi$. Dall'analisi della figura (4.14) si nota un incremento del valore massimo di T_{\perp} e un cambio di segno di T_{\parallel} , andando dal pannello superiore al pannello inferiore, ossia incrementando la z da 0.1 a 0.6, che corrisponde ad una diminuzione della trasparenza delle barriere. Questo comportamento è attribuito alla differenza delle correnti di spin polarizzate alle interfacce. Il massimo (minimo) valore di T_{\perp} nel pannello in basso, vicino a $\theta = -\pi/2$ ($\theta = \pi/2$) assume un valore assoluto di $0.1\mu\text{eV}$ quando è applicato un potenziale di 1.5meV . Questo valore è dello stesso ordine di quello ottenuto nel caso di una valvola di spin non superconduttiva ([101]). Questo fatto indica che anche una valvola superconduttiva può sostenere trasporto di spin polarizzato in accordo con i risultati sperimentali ([94]). Tuttavia i valori dello spin torque dipendono fortemente dalle proprietà delle interfacce, cioè dai parametri z_i nel nostro modello. Il comportamento dello spin torque $T_{\perp,\parallel}$ come funzione di z , (nelle simulazioni abbiamo considerato $z_1 = z_2 = z_3 = z$) è rappresentato in fig. (4.15) per una scelta dei parametri: $\epsilon/\Delta = 0.01$, $h_z = 0.5$, $\Gamma = 0.5$, $\eta = 1/200$, $\theta = \pi/2$, $k_F d_2 = 300$, mentre abbiamo scelto $k_F d_1 = 300$ per il pannello superiore, $k_F d_1 = 380$ per il pannello centrale e $k_F d_1 = 400$ per il pannello inferiore. Tutte le curve presentano dei massimi della torquance per $z \sim 1$, mentre il massimo valore di spin torque per la componente T_{\perp} si trova nell'intervallo $1 - 2\mu\text{eV}$. Per valori di z , i.e. $z > 1$, $T_{\perp,\parallel}$ incomincia a decrescere per effetto di una diminuzione del flusso di particelle attraverso le interfacce. Osservando la figura (4.15) dal pannello in alto verso quello in basso, troviamo una forte dipendenza delle componenti dello spin torque dalle dimensioni $k_F d_1$ del superconduttore, che è particolarmente evidente nel range $z \in [0, 1]$. dal punto di vista sperimentale, tutte le nostre analisi possono rappresentare un modo efficace per rilevare effetti di polarizzazione dello spin in eterostrutture magneto/superconduttive nonostante difficoltà sperimentali di costruzione delle interfacce.

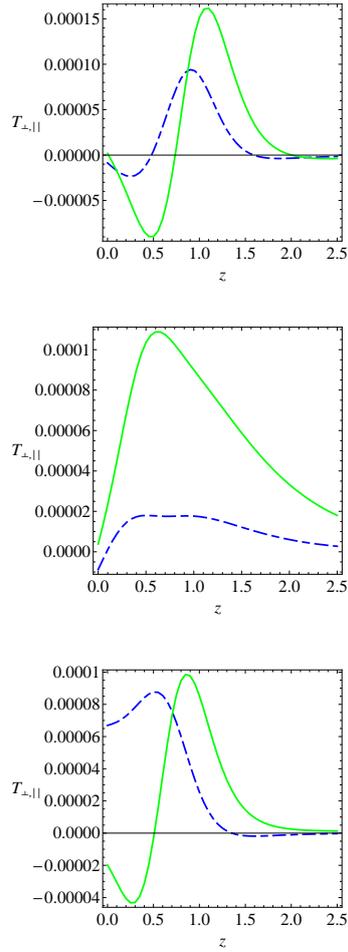


Figura 4.15: Componenti parallele (curva tratteggiata) e perpendicolari (curva continua) dello spin torque $T_{\parallel,\perp}$ come funzione del potenziale di interfaccia z ($z_1 = z_2 = z_3 = z$). I parametri del modello sono scelti come: $\epsilon/\Delta = 0.01$, $h_z = 0.5$, $\Gamma = 0.5$, $\eta = 1/200$, $\theta = \pi/2$, $k_F d_2 = 300$, mentre $k_F d_1 = 300$ per il pannello superiore, $k_F d_1 = 380$ per il pannello centrale e $k_F d_1 = 400$ per il pannello inferiore.

Conclusioni

Nel presente lavoro di tesi, il principale obiettivo è stato lo studio del trasporto quantistico di carica e di spin in nanostrutture a multistrati. Le nanostrutture considerate in questo lavoro sono state giunzioni ferromagnete/metallo/ferromagnete e ferromagnete/superconduttore/ferromagnete per descrivere il trasporto polarizzato di spin. Questi argomenti costituiscono il motivo conduttore della presente tesi. Tali sistemi sono stati considerati nel regime balistico, ovvero nel limite in cui il cammino libero medio degli elettroni è maggiore o uguale alle dimensioni del campione in esame. Inoltre, si assume che il trasporto attraverso l'intera struttura sia coerente, cioè la funzione d'onda conserva la sua fase in tutti i processi di scattering che subisce alle interfacce. In questo contesto è stata sviluppata la teoria del trasporto di carica e di spin secondo la teoria di Landauer-Buttiker LB, utilizzando il formalismo di seconda quantizzazione per i campi di scattering. Secondo l'approccio LB, le proprietà di trasporto elettrico sono determinate principalmente dallo scattering all'interfaccia tra diversi strati del sistema, pertanto sono state studiate le proprietà di trasporto mediante la matrice di scattering. Il formalismo basato sulla matrice di scattering è un potente strumento matematico perché fornisce informazioni sull'intero sistema partendo dalla conoscenza solo degli stati di ingresso e di uscita, lontani dalla regione di scattering. Tuttavia tale teoria è stata qui generalizzata al trasporto quantistico di spin in eterostrutture magnetiche. Col formalismo di seconda quantizzazione abbiamo calcolato la corrente di carica, la corrente di spin e lo spin torque. Quest'ultima osservabile deriva dalla non conservatività dello spin nel processo di scattering (spin-flip). Tale grandezza è legata direttamente alla corrente di spin, pertanto dalla conoscenza del torque di spin si può avere accesso ad informazioni sulla corrente di spin e viceversa. Relativamente allo spin-transfer-torque, esso consiste nell'effetto di una corrente polarizzata di spin, proveniente da uno strato magnetico, (fixed layer), di trasferire momento angolare agli spin di una regione magnetica libera (free layer) inducendone una rotazione, fino ad una inversione della polarizzazione. A tale proposito abbiamo analizzato il torque di spin per un sistema magneti-

co costituito da un magnete di spessore finito avente orientazione parallela a quella dell'asse di quantizzazione e di un free-layer su cui la magnetizzazione può ruotare facilmente, di spessore molto piccolo tale da poterlo assimilare ad una delta di Dirac. Tale sistema ha la peculiarità di essere più realistico rispetto a quelli trattati finora in letteratura, dove i ferromagneti costituiscono gli elettrodi della valvola di spin e sono considerati infiniti. Pertanto la tesi è stata così organizzata. Nel primo Capitolo sono stati introdotti il concetto di trasporto quantistico di carica e di spin (spintronica) e sono stati descritti vari dispositivi di spintronica con le loro caratteristiche. Nel secondo Capitolo abbiamo introdotto il formalismo della teoria dei campi di scattering ed il calcolo delle grandezze fisiche rilevanti (corrente, conduttanza e spin torque). Di qua abbiamo calcolato la conduttanza (risolta in spin) per eterostrutture magnetiche/metallo normale per studiarne le proprietà di filtro di spin.

Nelle strutture considerate, i due ferromagneti sono separati da uno strato finito di materiale metallico non magnetico. Per questo sistema abbiamo calcolato le componenti trasversali e longitudinali dello spin torque, deducendo che la componente in piano del torque di spin è sempre maggiore di quella fuori piano (trasversale) e inoltre il torque presenta carattere oscillante con battimenti le cui frequenze sono state ottenute attraverso un fit non lineare. Tali frequenze caratteristiche dipendono direttamente dall'energia Zeeman del ferromagnete finito. Abbiamo, inoltre, analizzato le proprietà di filtro di spin sia per una spin valve che per una MTJ (tunnel-magnetic-junction) osservando che, nello spazio dei parametri, l'efficienza di filtro di spin di una valvola di spin è superiore rispetto a quella di una MTJ. Per questi sistemi è stata calcolata la conduttanza differenziale, la GMR (Giant Magnetic Resistance) e la TMR (Tunnel Magnetic Resistance). In entrambi i casi abbiamo analizzato le proprietà peculiari di queste grandezze fisiche che caratterizzano il funzionamento dei dispositivi spintronici e in particolare abbiamo individuato una regione dello spazio dei parametri dove la TMR è negativa (Inverse Magneto Resistance) da cui si possono individuare i meccanismi di polarizzazione del sistema.

Nel Capitolo 3 ci siamo ancora interessati al calcolo di osservabili quantistiche legate al trasporto di carica e spin attraverso strutture a multistrati magnetiche, con la differenza che il meccanismo che genera le correnti non è un voltaggio esterno, ma il *pumping*. La pompa funziona per mezzo di due gates esterni capaci di produrre una modulazione fuori fase della tensione, su due regioni non magnetiche attaccate ad una regione magnetica (free layer): L'idea base è che in una struttura magnetica a strati un meccanismo di pompa può attivare una corrente di spin oltre che una corrente di carica in modo da poter generare uno spin torque su uno strato magnetico dovuto ad un gradiente di corrente di spin. Questo modo di generare il torque è

fortemente influenzato dalla dipendenza della matrice di scattering dai parametri di pumping della microstruttura (potenziali esterni controllati dai gates esterni). Una conseguenza della dipendenza parametrica della matrice di scattering è la previsione di un effetto di magnificazione della componente perpendicolare del torque. Infatti aumentando lo spessore dello strato non magnetico $k_F d$, è stato osservato un incremento delle componenti parallele e perpendicolari del torque, contrariamente al caso dc, dove queste componenti del torque assumevano semplicemente comportamenti oscillanti al variare dello spessore dello strato intermedio. La nostra stima dello spin torque indotto nel limite di *weak pumping* ($\nu_0 = 300\text{MHz}$) è del $6 \div 7\%$ di quello ottenuto convenzionalmente usando voltaggi dc. Oltre a spinte di carattere applicative e tecnologiche, il *quantum pumping* del torque di spin può essere considerato come un prototipo di una nuova classe di pompe quantistiche capaci di pompare un vettore piuttosto che uno scalare (cariche elettriche) e può essere rilevante per ulteriori test su effetti quantistici sulle nanostrutture. Uno sviluppo successivo di questo aspetto potrebbe essere quello di andare oltre l'approssimazione di *weak pumping*, includendo termini non lineari nello sviluppo della matrice di scattering, tale che gli effetti di magnificazione, portino il torque a valori vicini al caso dc.

Nell'ultimo capitolo della tesi abbiamo applicato la teoria di campo di scattering ad una eterostruttura magnetica unidimensionale contenente una regione superconduttiva in onda S. I campi di scattering sono espressi nel formalismo della seconda quantizzazione e ciò ci permette di trattare in modo unitario elettroni e lacune, compreso il loro stato di spin. Il formalismo sviluppato in questo capitolo prende in considerazione i fenomeni di riflessione di Andreev e i possibili processi di spin-flip nello scattering. La matrice di scattering costruita è caratterizzata da sei indici $S_{ij\sigma\varphi}^{\beta\alpha}$: α, β indici di particella, i, j , indici di elettrodo, σ, φ indici di spin. Abbiamo derivato formalmente la corrente di carica e di spin e tutte le quantità legate alla risposta lineare da un potenziale esterno, cioè la conduttanza e il torque. Abbiamo calcolato la conduttanza e la magnetoresistenza per una valvola di spin superconduttiva e abbiamo analizzato gli effetti quantistici delle dimensioni finite del superconduttore, nonché gli effetti di coerenza. La nostra analisi ha evidenziato gli effetti della riflessione di Andreev sotto gap al variare dell'interazione Zeeman del ferromagnete; questi fenomeni non contemplati nelle teorie precedenti, rivelano l'importanza dei processi di spin flip nel trasporto sotto gap. Per la magnetoresistenza, abbiamo analizzato gli effetti dello spessore del layer superconduttivo e mostrato che questa esibisce un andamento oscillante e smorzato con lo spessore. E' stato trovato che il torque e la magnetoresistenza sono fortemente accresciuti dal potenziale di barriera all'interfaccia. La nostra indagine può fornire un modo efficace per rilevare il trasporto di spin polarizzato ne-

gli esperimenti su eterostrutture Magnetiche/superconduttive, aiutando la comprensione dei fenomeni di base e permettere ulteriori applicazioni.

Appendice A

Rappresentazione spinoriale

Come nella teoria generale del momento angolare, gli operatori S^2 e S_z commutano, pertanto esiste un insieme completo di autofunzioni comune $\{\chi_{S\mu}\}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}^2 \chi_{S\mu} &= S(S+1) \chi_{S\mu} \\ \mathbf{S}_z \chi_{S\mu} &= \mu \chi_{S\mu}, \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

dove $\mu = -S \cdots S$. Le autofunzioni $\chi_{S\mu}$ sono normalizzate dalla condizione:

$$\sum_{\sigma} \chi_{S\mu}^*(\sigma) \chi_{S\mu'}(\sigma) = \delta_{\mu\mu'}. \quad (\text{A.2})$$

Una funzione d'onda elettronica $\psi(\mathbf{r}, \sigma)$, con un ben determinato valore S dello spin S_z , può essere rappresentata come il prodotto di una funzione radiale e uno spinore:

$$\Psi(\mathbf{r}, \sigma) = \psi(\mathbf{r}) \chi_{S\mu}(\sigma)$$

dove lo spinore è un vettore colonna con $2S+1$ componenti; ognuna delle componenti corrisponde ad un differente valore di σ ($-S \leq \sigma \leq S$). Tale vettore ha tutti gli elementi nulli ad esclusione di quello corrispondente a $\sigma = \mu$

$$\chi_{S\mu}(\sigma) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} S \\ S-1 \\ \\ \mu \\ \\ -S \end{matrix}. \quad (\text{A.3})$$

Un generico stato di spin può essere allora rappresentato come una sovrapposizione lineare di autostati $\chi_{S\mu}$:

$$\chi(\sigma) = \sum_{-S}^S a_{\mu} \chi_{\mu}(\sigma) \quad (\text{A.4})$$

con

$$\sum_{\mu} |a_{\mu}|^2 = 1 \quad (\text{A.5})$$

Appendice B

Calcolo delle correnti nel formalismo di scattering

Dalla definizione (2.20) del testo, usando l'operatore velocità, si può scrivere

$$\hat{J}_\mu^\alpha = \frac{i\hbar}{2m} [\Psi^\dagger(x, t) \mathfrak{S}_\mu (\partial_x \Psi(x, t)) - (\partial_x \Psi^\dagger(x, t)) \mathfrak{S}_\mu \Psi(x, t)] \quad (\text{B.1})$$

e sostituendo le espressioni (2.10), (2.11), dopo aver eseguito le derivate, possiamo scrivere

$$\begin{aligned} \hat{J}_\mu^\alpha &= \frac{\hbar}{2m} \sum_{\sigma', \sigma} \int dE' dE \langle \sigma | \mathfrak{S}_\mu | \sigma' \rangle e^{i(E-E')t/\hbar} (k + k') \times \\ &\times \left[e^{i(k'-k)x} a_\sigma^\dagger a_\sigma^\alpha - e^{i(k'+k)x} a_\sigma^\dagger b_\sigma^\alpha + \right. \\ &\left. + e^{-i(k'+k)x} b_\sigma^\dagger a_\sigma^\alpha - e^{i(k'-k)x} b_\sigma^\dagger b_\sigma^\alpha \right] \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Il valore medio della densità di corrente si ottiene prendendo la media statistica dei valori di aspettazione dei prodotti degli operatori che compaiono in (B.2).

Sappiamo che [55]

$$\langle a_\sigma^\dagger a_{\sigma'}^\beta \rangle = \delta_{\alpha\beta} \delta_{\sigma\sigma'} \delta(E - E') f_\beta, \quad (\text{B.3})$$

dalla definizione di matrice di scattering (2.12) avremo:

$$\begin{aligned}
\langle a_{\sigma}^{\dagger\alpha}(E)b_{\sigma'}^{\alpha}(E') \rangle &= \langle a_{\sigma}^{\dagger\alpha} \sum_{\beta\sigma'} S_{\alpha\beta}^{\sigma\sigma'} \hat{a}_{\sigma'}^{\beta} \rangle \\
&= \sum_{\beta\sigma'} \delta_{\sigma\sigma'} \delta_{\alpha\beta} \delta(E - E') f_{\beta}(E) S_{\alpha\beta}^{\sigma\sigma'} \\
&= \delta(E - E') f_{\alpha}(E) S_{\alpha\alpha}^{\sigma'\sigma} \tag{B.4}
\end{aligned}$$

Analogamente si trova

$$\langle b_{\alpha}^{\dagger\sigma}(E)a_{\alpha}^{\sigma'}(E') \rangle = \delta(E - E') f_{\alpha}(E) S_{\alpha\alpha}^{\dagger\sigma\sigma'}. \tag{B.5}$$

Infine la media statistica di $\langle b_{\alpha}^{\dagger\sigma(E)} a_{\alpha}^{\sigma'}(E') \rangle$ è

$$\langle b_{\alpha}^{\dagger\mu}(E)b_{\alpha}^{\sigma'}(E') \rangle = \sum_{\beta\sigma'} S_{\alpha\beta}^{\dagger\sigma\sigma'} S_{\alpha\beta}^{\sigma'\sigma''} f_{\beta}(E) \delta(E - E') \tag{B.6}$$

Prendendo allora la media statistica di (B.2), sostituendovi le (B.3-B.6) ed eseguendo l'integrazione sulla variabile E' abbiamo

$$\langle \hat{J}_{\alpha}^{\sigma} \rangle \approx \frac{1}{\hbar} \sum_{\sigma\sigma'} \int dE \left\{ \delta_{\sigma\sigma'} f_{\alpha}(E) - \sum_{\beta\sigma''} S_{\alpha\beta}^{\dagger\sigma\sigma''} S_{\alpha\beta}^{\sigma''\sigma'} f_{\beta}(E) \right\} \langle \sigma' | \mathfrak{G}_{\mu} | \sigma \rangle \tag{B.7}$$

L'approssimazione deriva dall'aver supposto che l'integrale in energia che contiene termini oscillanti del tipo $e^{\pm 2ik(E)}$ hanno media nulla e non danno contributi significativi alla corrente, pertanto vengono trascurati.

Appendice C

Equazione di Pauli ed operatori di proiezione

In un sistema dove sia presente un campo elettromagnetico, descritto da un potenziale scalare $V(\mathbf{r})$ e da un potenziale vettore $\mathbf{A}(\mathbf{r})$, l'hamiltoniana di una particella carica priva di spin ha la forma

$$\hat{\mathcal{H}} = \frac{1}{2m} \left(\hat{\mathbf{p}} - \frac{q_e}{c} \mathbf{A} \right)^2 + q_e V \quad (\text{C.1})$$

dove l'operatore $\hat{p} = -i\hbar\nabla$ è il momento generalizzato della particella. Se invece la particella possiede uno spin \mathbf{S} , l'Hamiltoniana (C.1) è insufficiente a descrivere lo stato della particella in quanto il momento magnetico intrinseco della particella interagisce direttamente col campo magnetico esterno producendo un'energia supplementare che si deve aggiungere all'hamiltoniana (C.1) per avere l'esatta soluzione. Questo termine aggiuntivo è l'energia del momento magnetico di spin nel campo magnetico \mathbf{B} e, quando la particella carica è l'elettrone, l'hamiltoniana diventa

$$\hat{\mathcal{H}} = \frac{1}{2m} \left(\hat{\mathbf{p}} + \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 - eV - \hat{\mu}_S \cdot \mathbf{B} \quad (\text{C.2})$$

dove $\hat{\mu}_S = \frac{\hbar}{2} \mu_B \vec{\sigma}$, essendo μ_B il magnetone di Bohr e $\vec{\sigma}$ il vettore delle matrici di Pauli. L'equazione di Schrodinger completa sarà quindi

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left\{ \frac{1}{2m} \left(\hat{\mathbf{p}} + \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 - eV - \hat{\mu}_S \cdot \mathbf{B} \right\} \Psi \quad (\text{C.3})$$

L'equazione (C.3) viene chiamata *Equazione di Pauli*. L'equazione di Pauli, una volta assunta l'esistenza dello spin, può essere ricavata in meccanica quantistica non relativistica sulla base delle proprietà generali dell'hamiltoniana. Supponiamo di avere un'hamiltoniana libera

$$\mathcal{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} \quad (\text{C.4})$$

introduciamo gli operatori

$$P_{\pm} = \frac{1}{2}(\mathbf{1} \pm \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{|\mathbf{p}|}), \quad (\text{C.5})$$

essendo la matrice unità 2×2 . Dimostrimo che tale operatore gode della proprietà $P_{\pm}^2 = P_{\pm}$, cioè P_{\pm} è un operatore di proiezione. Se $\mathbf{n} = \mathbf{p}/|\mathbf{p}|$ è un versore nella direzione di \mathbf{p} , usando coordinate polari sferiche, $\mathbf{n} = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)$, abbiamo

$$\vec{\sigma} \cdot \mathbf{n} = n_x \sigma_x + n_y \sigma_y + n_z \sigma_z = \quad (\text{C.6})$$

$$= \begin{pmatrix} \cos \theta & e^{-i\varphi} \sin \theta \\ e^{i\varphi} \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix} \quad (\text{C.7})$$

Da qui ricaviamo facilmente che

$$P_{\pm}^2 = \frac{1}{4} \left[\mathbf{1} \pm \begin{pmatrix} \cos \theta & e^{-i\varphi} \sin \theta \\ e^{i\varphi} \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix} \right]^2 = \frac{1}{2} \left[\mathbf{1} \pm \begin{pmatrix} \cos \theta & e^{-i\varphi} \sin \theta \\ e^{i\varphi} \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix} \right] = P_{\pm}. \quad (\text{C.8})$$

Questi operatori proiettano lo spin nella direzione del moto dell'elettrone secondo la sua *elicità* (positiva o negativa); tali operatori si chiamano appunto *operatori di elicità*. Si verifica facilmente che il commutatore $[P_{\pm}, \mathcal{H}] = 0$, quindi l'operatore di proiezione ha una base comune di autovettori con \mathcal{H} ; questo implica che lo spazio di Hilbert delle autofunzioni si può decomporre come somma diretta di due sottospazi mutuamente ortogonali, $H = H_+ \oplus H_-$, e quindi $\Psi = \Psi_+ + \Psi_-$ dove $\Psi_+ \in H_+$ e $\Psi_- \in H_-$. L'equazione di Schrodinger stazionaria

$$\mathcal{H}\Psi = \frac{\hat{p}^2}{2m}\Psi = E\Psi,$$

si può formalmente trasformare come

$$\left(\frac{\hat{p}}{\sqrt{2m}} - \sqrt{E} \right) \left(\frac{\hat{p}}{\sqrt{2m}} - \sqrt{E} \right) \Psi = 0 \quad (\text{C.9})$$

Ricordando l'identità

$$(\vec{\sigma} \cdot \mathbf{A})(\vec{\sigma} \cdot \mathbf{B}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} + \vec{\sigma} \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}),$$

per $\mathbf{A} = \mathbf{B} = \mathbf{p}$, si ha

$$\hat{p}^2 = (\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{p})(\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{p})$$

La (C.9) si scrive

$$\left(\mathbf{1} - \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{p}}{\sqrt{2mE}}\right)\left(\mathbf{1} + \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{p}}{\sqrt{2mE}}\right)\Psi = 0 \quad (\text{C.10})$$

Osservando che la particella libera $\sqrt{2mE} = |p|$ e che $\frac{p}{|p|}$ è il versore nella direzione del moto della particella, possiamo riconoscere nei due fattori della (C.10) gli operatori di elicità. Effettuando in (C.10) la sostituzione minimale $p \rightarrow p + (e/c)\mathbf{A}$ e sviluppando i prodotti degli operatori di elicità otteniamo proprio l'equazione di Pauli (C.3) nell'ipotesi in cui l'elettrone sia soggetto solo al campo magnetico statico $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$.

Appendice D

Autostati dell'hamiltoniana in presenza di un campo magnetico

In questa Appendice vogliamo derivare le soluzioni dell'equazione di Pauli per un sistema NM/FM/NM, che è può essere visto come un filtro di spin ad una barriera.

L'hamiltoniana completa per questo sistema è

$$\mathcal{H} = \left[\frac{p^2}{2m} + V(x) \right] \mathbf{1}_\sigma - \gamma \mathbf{B} \cdot \mathbf{S} \quad (\text{D.1})$$

dove

$$V(x) = E_F \Theta(-x) + V_1 \Theta(x) \Theta(d-x) + (E_F - eV) \Theta(x-d) + z_1 \delta(x) + z_2 \delta(x-d),$$

\mathbf{S} è al solito l'operatore di spin tale che $\mathbf{S} = \frac{\hbar}{2} \vec{\sigma}$, mentre E_F è l'energia con cui vengono iniettati gli elettroni nella regione magnetica, che si può identificare con l'energia di Fermi, V_1 rappresenta il potenziale elettrostatico della regione magnetica, z_1, z_2 sono i potenziali delle interfacce e eV rappresenta il bias esterno applicato ai terminali. L'equazione di Schrodinger per l'hamiltoniana (D.1) si scrive come

$$\mathcal{H}^\alpha \Psi_\sigma^\alpha(x) = E^\alpha \Psi_\sigma^\alpha(x) \quad (\text{D.2})$$

Le funzioni d'onda sono rappresentate da spinori (2×1)

$$\Psi_\sigma^\alpha(x) = \begin{pmatrix} \psi_\uparrow^\alpha(x) \\ \psi_\downarrow^\alpha(x) \end{pmatrix}^T = \psi^\alpha(x) |\chi_\sigma\rangle \quad (\text{D.3})$$

$\sigma = \pm$ è l'indice di spin, α etichetta le regioni 1, 2, 3 and $\chi_{\sigma=\pm}$ sono gli autovettori di σ_z : $(1, 0)^T, (0, 1)^T$ dove T denota la trasposta. In forma estesa, l'equazione di Schrodinger prende la forma :

$$\left\{ \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \partial_x^2 + V(x) \right] \mathbf{1}_\sigma - \frac{\hbar}{2} \gamma(x) \sigma \cdot B \right\} \psi_\sigma^\alpha(x) = E_\alpha \psi_\sigma^\alpha(x) \quad (\text{D.4})$$

dove, $\gamma(x) = \frac{eg}{2m_e}$, g è il fattore di Landè e vale 2 per l'elettrone.. Nelle regioni 1, 3, $B = 0$ e l'equazione (D.4) prende la forma

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\partial_x^2\right]\mathbf{1}_\sigma\psi_\sigma^\alpha(x) = E_\alpha\psi_\sigma^\alpha(x) \quad (\text{D.5})$$

Introducendo le unità adimensionali, $:\Lambda_L = k_F\lambda_F$ and $x = \lambda_F\xi$, le soluzioni della (D.5) sono onde piane per entrambi i canali di spin

$$\psi_{L\sigma}(\xi) = \frac{1}{\sqrt{\Lambda_L}}a_{1\sigma}e^{i\Lambda_L\xi} + \frac{1}{\sqrt{\Lambda_L}}b_{1\sigma}e^{-i\Lambda_L\xi} \quad (\text{D.6})$$

Il termine $\frac{1}{\sqrt{\Lambda_L}}$ è un fattore di normalizzazione introdotto per assicurare la conservazione della corrente. Nella regione magnetica è presente un campo \mathbf{B} avente una orientazione spaziale definita dal versore

$$\hat{n} = (\cos\phi\sin\theta, \sin\theta\sin\phi, \cos\theta)$$

. L'equazione di Schrodinger nelle nuove variabili ha la forma

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{1}{\lambda_F^2}\partial_\xi^2 + V_m - \frac{\hbar}{2}\gamma B\sigma \cdot \hat{n}\right]\psi_{2\sigma}(\xi) = E_B\psi_{2\sigma}(\xi) \quad (\text{D.7})$$

Introducendo le quantità adimensionali

$$\begin{aligned} \frac{2m\lambda_F^2}{\hbar^2}V_2 &= \alpha_m^2 \\ \frac{2m\lambda_F^2}{\hbar^2}E_B &= \beta_m^2 \\ \frac{\lambda_F^2}{l_B^2} &= \eta_m^2 \end{aligned} \quad (\text{D.8})$$

dove abbiamo definito la lunghezza magnetica

$$l_B = \sqrt{\frac{\hbar}{eB}}.$$

Grazie a queste notazioni possiamo scrivere(D.7)come:

$$\{[\partial_\xi^2 + (\beta_m^2 - \alpha_m^2)]\mathbf{1}_\sigma + \eta^2\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{n}\}\psi_{2\sigma}(\xi) = 0 \quad (\text{D.9})$$

L'equazione (D.9) dà origine ad un sistema di equazioni differenziali accoppiate per ψ_\downarrow e ψ_\uparrow . Scegliendo la direzione di magnetizzazione come asse di quantizzazione, possiamo trovare una trasformazione unitaria tale che la matrice

$$\Lambda = \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{n} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta e^{-i\phi} \\ \sin\theta e^{i\phi} & -\cos\theta \end{pmatrix} \quad (\text{D.10})$$

diventi diagonale e le equazioni si separano nella base degli autovettori che diagonalizzano la (D.10). Infatti se trasformiamo le funzioni d'onda mediante una rotazione

$$\psi_{2\sigma}(\xi) = R(\theta, \varphi)\phi_{2\sigma}(\xi) \quad (\text{D.11})$$

dove

$$R(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & -e^{-i\varphi} \sin \frac{\theta}{2} \\ e^{i\varphi} \sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \quad (\text{D.12})$$

è la matrice tale che

$$R^{-1}\Lambda R = I, \quad (\text{D.13})$$

otteniamo dopo qualche passaggio algebrico, usando (D.9), (D.10) and (D.11), un'equazione spinoriale per $\phi_{2\sigma}(\xi)$:

$$\begin{pmatrix} \partial_{\xi}^2 \phi_{2\uparrow} \\ \partial_{\xi}^2 \phi_{2\downarrow} \end{pmatrix} + (\beta^2 - \alpha_m^2) \begin{pmatrix} \phi_{2\uparrow} \\ \phi_{2\downarrow} \end{pmatrix} + \eta^2 \begin{pmatrix} \phi_{2\uparrow} \\ -\phi_{2\downarrow} \end{pmatrix} = 0. \quad (\text{D.14})$$

Uguagliando le componenti per spin-up e spin-down in ambo i membri della (D.14), otteniamo due equazioni separate, ognuna per un canale di spin, nella nuova base:

$$\partial_{\xi}^2 \phi_{2\uparrow} + (\beta^2 - \alpha_m^2 + \eta^2)\phi_{2\uparrow} = 0 \quad (\text{D.15})$$

$$\partial_{\xi}^2 \phi_{2\downarrow} + (\beta^2 - \alpha_m^2 - \eta^2)\phi_{2\downarrow} = 0. \quad (\text{D.16})$$

Se ammettiamo che valgano contemporaneamente le condizioni

$$\begin{aligned} (\beta^2 - \alpha_m^2 + \eta^2) &> 0 \\ (\beta^2 - \alpha_m^2 - \eta^2) &> 0 \end{aligned} \quad (\text{D.17})$$

avremo che le soluzioni di (D.15) and (D.16) sono

$$\phi_{2\uparrow}(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2k_u}} a_{2\uparrow} e^{ik_u \xi} + \frac{1}{\sqrt{2k_u}} b_{2\uparrow} e^{-ik_u \xi} \quad (\text{D.18})$$

$$\phi_{2\downarrow}(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2k_d}} a_{2\downarrow} e^{ik_d \xi} + \frac{1}{\sqrt{2k_d}} b_{2\downarrow} e^{-ik_d \xi} \quad (\text{D.19})$$

equation

dove abbiamo posto:

$$\begin{aligned} k_u^2 &= (\beta^2 - \alpha_m^2 + \eta^2) \\ k_d^2 &= (\beta^2 - \alpha_m^2 - \eta^2) \end{aligned} \quad (\text{D.20})$$

Se ora scegliamo l'asse z come asse di quantizzazione, possiamo esplicitare le funzioni d'onda nella regione magnetica rispetto all'angolo di magnetizzazione, ottenendo

$$\begin{aligned} \psi_{2\uparrow}(\xi) = & \cos \frac{\theta}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{2k_u}} (a_{2u} e^{ik_u \xi} + b_{2u} e^{-ik_u \xi}) \right] - \\ & - e^{-i\varphi} \sin \frac{\theta}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{2k_d}} (a_{2d} e^{ik_d \xi} + b_{2d} e^{-ik_d \xi}) \right] \end{aligned} \quad (\text{D.21})$$

$$\begin{aligned} \psi_{2\downarrow}(\xi) = & e^{i\varphi} \sin \frac{\theta}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{2k_u}} (a_{2u} e^{ik_u \xi} + b_{2u} e^{-ik_u \xi}) \right] + \\ & + \cos \frac{\theta}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{2k_d}} (a_{2d} e^{ik_d \xi} + b_{2d} e^{-ik_d \xi}) \right] \end{aligned} \quad (\text{D.22})$$

Appendice E

Equazioni del moto del campo

$$\hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma)$$

Le equazioni del moto di $\hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma)$, in rappresentazione di Heisenberg sono:

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\psi}(\mathbf{r}, \mu)}{\partial t} = [\hat{\psi}(\mathbf{r}, \mu), \hat{\mathcal{H}}] = [\hat{\psi}(\mathbf{r}, \mu), \hat{\mathcal{H}}_0] + [\hat{\psi}(\mathbf{r}, \mu), \hat{\mathcal{H}}_I] + [\hat{\psi}(\mathbf{r}, \mu), \hat{\mathcal{H}}_m]. \quad (\text{E.1})$$

Ora valutiamo esplicitamente i commutatori della (E.1) usando le espressioni dell' hamiltoniana nella forma (4.18).

$$\begin{aligned} [\hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma), \hat{\mathcal{H}}_0] &= \sum_{\sigma'} \int d\mathbf{r}' [\hat{\psi}(\mathbf{r}', \sigma'), \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \sigma) \left(\left(\frac{\mathbf{p}^2}{2m} - E_F \right) + U_0(\mathbf{r}) \right) \hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma)] \\ &= \sum_{\sigma'} \int d\mathbf{r}' \{ \hat{\psi}(\mathbf{r}', \sigma') \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \sigma) \left(\left(\frac{\mathbf{p}^2}{2m} - E_F \right) + U_0(\mathbf{r}) \right) \hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma) \right. \\ &\quad \left. - \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \sigma) \left(\left(\frac{\mathbf{p}^2}{2m} - E_F \right) + U_0(\mathbf{r}) \right) \hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma) \hat{\psi}(\mathbf{r}', \sigma') \right\} = \\ &= \sum_{\sigma'} \int d\mathbf{r}' \{ \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta_{\sigma\sigma'} - \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \sigma) \hat{\psi}(\mathbf{r}', \sigma') \left(\left(\frac{\mathbf{p}^2}{2m} - E_F \right) + U_0(\mathbf{r}) \right) \hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma) \right. \\ &\quad \left. + \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \sigma) \hat{\psi}(\mathbf{r}', \sigma') \left(\left(\frac{\mathbf{p}^2}{2m} - E_F \right) + U_0(\mathbf{r}) \right) \hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma) \right\} \\ &= \left(\left(\frac{\mathbf{p}^2}{2m} - E_F \right) + U_0(\mathbf{r}) \right) \hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma) \end{aligned} \quad (\text{E.2})$$

$$\begin{aligned}
[\hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma), \hat{\mathcal{H}}_I] &= \sum_{\mu\nu} \int d\mathbf{r} [\hat{\psi}(\mathbf{r}', \sigma'), \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \mu) \Lambda_{\mu\nu}(\mathbf{r}) \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \nu) + \hat{\psi}(\mathbf{r}, \mu) \Gamma_{\mu\nu}(\mathbf{r}) \hat{\psi}(\mathbf{r}, \nu)] \\
&= \sum_{\mu\nu} \int d\mathbf{r} \Lambda_{\mu\nu}(\mathbf{r}) (\hat{\psi}(\mathbf{r}', \sigma') \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \mu) \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \nu) - \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \mu) \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \nu) \hat{\psi}(\mathbf{r}', \sigma')) \\
&= \sum_{\mu\nu} \int d\mathbf{r} \Lambda_{\mu\nu}(\mathbf{r}) (\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta_{\sigma\mu} \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \nu) - \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \mu) \hat{\psi}(\mathbf{r}', \sigma') \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \nu)) \\
&\quad - \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \mu) (\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta_{\nu\sigma} - \hat{\psi}(\mathbf{r}', \sigma'), \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \nu)) = \\
&= \sum_{\mu\nu} \Lambda_{\mu\nu}(\mathbf{r}') \delta_{\sigma\mu} \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}', \nu) - \sum_{\mu\nu} \Lambda_{\mu\nu}(\mathbf{r}') \delta_{\nu\sigma} \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}', \mu) = \\
&= 2 \sum_{\nu} \Lambda_{\sigma\nu} \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}', \nu) \tag{E.3}
\end{aligned}$$

Nell'ultimo passaggio abbiamo sfruttato la proprietà: $\sum_{\mu\nu} \Lambda_{\mu\nu}(\mathbf{r}') \delta_{\mu\sigma} = - \sum_{\mu\nu} \Lambda_{\nu\mu}(\mathbf{r}') \delta_{\mu\sigma} = - \sum_{\nu} \Lambda_{\sigma\nu}$

$$\begin{aligned}
[\hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma), \hat{\mathcal{H}}_m] &= \sum_{\mu\nu} \int d\mathbf{r} [\hat{\psi}(\mathbf{r}', \sigma'), \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \mu) U_{\mu\nu}(\mathbf{r}) \hat{\psi}(\mathbf{r}, \nu)] = \\
&= \sum_{\mu\nu} \int d\mathbf{r} U_{\mu\nu}(\mathbf{r}) \hat{\psi}(\mathbf{r}', \sigma') \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \mu) \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \nu) - \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \mu) \hat{\psi}(\mathbf{r}, \nu) \hat{\psi}(\mathbf{r}', \sigma') = \\
&= \sum_{\mu\nu} \int d\mathbf{r} U_{\mu\nu}(\mathbf{r}) (\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta_{\sigma\nu} \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \nu) - \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \mu) \hat{\psi}(\mathbf{r}', \sigma') \hat{\psi}(\mathbf{r}, \nu)) = \\
&= \sum_{\mu\nu} \int d\mathbf{r} U_{\mu\nu} \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}, \nu) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta_{\sigma\nu} = \\
&= \sum_{\nu} U_{\sigma\nu} \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}', \nu)
\end{aligned}$$

Inserendo (E.2,E.3,E.4) in (E.1) otteniamo le equazioni del moto di $\hat{\psi}(\mathbf{r}, \sigma)$ data nel testo.

Appendice F

Regole di somma

Determiniamo la proprietà di unitarietà della matrice S . Gli operatori \hat{a} e \hat{b} soddisfano le relazioni di anticommutazione ed essi sono legati dalla trasformazione

$$\hat{b}_{i\beta}^\sigma = \sum_{i'\sigma'\beta'} S_{ii'\beta\beta'}^{\sigma\sigma'} \hat{a}_{i'\beta'}^{\sigma'} \quad (\text{F.1})$$

La relazione di anticommutazione dell'operatore \hat{b} è

$$\{b_{i\beta}^\sigma, b_{j\alpha}^{\dagger s}\} = \delta_{ij}\delta_{\alpha\beta}\delta_{\sigma s},$$

e quella di \hat{a} è

$$\{a_{i'\beta'}^{\sigma'}, a_{j'\alpha'}^{\dagger s'}\} = \delta_{i'j'}\delta_{\alpha'\beta'}\delta_{\sigma's'},$$

Sostituendo la (F.1) nella definizione di anticommutatore si ha:

$$\{b_{i\beta}^\sigma, b_{j\alpha}^{\dagger s}\} = \left(\sum_{i'\sigma'\beta'} S_{ii'\beta\beta'}^{\sigma\sigma'} \hat{a}_{i'\beta'}^{\sigma'} \right) \left(\sum_{s'j'\alpha'} S_{jj'\alpha\alpha'}^{*ss'} \hat{a}_{j'\alpha'}^{\dagger s'} \right) + \left(\sum_{s'j'\alpha'} S_{jj'\alpha\alpha'}^{*ss'} \hat{a}_{j'\alpha'}^{\dagger s'} \right) \left(\sum_{i'\sigma'\beta'} S_{ii'\beta\beta'}^{\sigma\sigma'} \hat{a}_{i'\beta'}^{\sigma'} \right), \quad (\text{F.2})$$

da qui segue

$$\{b_{i\beta}^\sigma, b_{j\alpha}^{\dagger s}\} = \sum_{i'\sigma'\beta's'j'\alpha'} S_{ii'\beta\beta'}^{\sigma\sigma'} S_{jj'\alpha\alpha'}^{*ss'} \{a_{i'\beta'}^{\sigma'}, a_{j'\alpha'}^{\dagger s'}\} = \sum_{i'\sigma'\beta's'j'\alpha'} S_{ii'\beta\beta'}^{\sigma\sigma'} S_{jj'\alpha\alpha'}^{*ss'} \delta_{i'j'} \delta_{\alpha'\beta'} \delta_{\sigma's'} \quad (\text{F.3})$$

Grazie alle regole di commutazione degli operatori \hat{b} , \hat{a} , dalla (F.3), otteniamo la seguente regola di somma della matrice di scattering:

$$\sum_{i'\sigma'\beta's'j'\alpha'} S_{ii'\beta\beta'}^{\sigma\sigma'} S_{jj'\alpha\alpha'}^{*ss'} \delta_{i'j'} \delta_{\alpha'\beta'} \delta_{\sigma's'} = \sum_{\sigma'\beta'j'} S_{ii'\beta\beta'}^{\sigma\sigma'} S_{j'i'\alpha\beta'}^{*ss'} = \delta_{ij}\delta_{\alpha\beta}\delta_{\sigma s} \quad (\text{F.4})$$

Tale relazione si può considerare come l'analogo della relazione di unitarietà della matrice di scattering vista nei capitoli precedenti per sistemi normali. Si può osservare che, nel caso in cui gli indici di elettrodo di particella e di spin sono uguali, avremo

$$\sum_{\sigma' \beta' j'} |S_{jj' \beta \beta'}^{\sigma \sigma'}|^2 = 1,$$

ossia la somma delle probabilità di tutti i possibili processi di scattering è pari all'unità. L'unitarietà della matrice di scattering implica una legge di conservazione della probabilità.

Appendice G

Formula della conduttanza totale

Quando un potenziale simmetrico è applicato ad un sistema, il potenziale elettrochimico nell'elettrodo i -mo può essere scritto come $\mu_i = \mu + (-)^i q_e V/2$, essendo $\mu = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2}$ e V il bias applicato. Prendendo come zero dell'energia il potenziale chimico della regione di scattering μ_s , avremo che nel caso simmetrico $\mu_s = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2}$. Nel caso non simmetrico $\mu_s \neq \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} = \mu$ e allora μ_s può essere determinato in modo self-consistente in modo tale da preservare la conservazione della corrente di carica :

$$\sum_i J_0^i(V, \mu_s(V)) = 0. \quad (\text{G.1})$$

Dal momento che, in principio, tale condizione implica la soluzione di un'equazione integrale, possiamo semplificare questo procedimento considerando che il sistema sia in regime di risposta lineare nel voltaggio applicato. In questo caso la corrente di carica che fluisce attraverso l'elettrodo i -mo è

$$I_i = \sum_j g_{ij}(\mu_j - \mu_s), \quad (\text{G.2})$$

dove g_{ij} è il tensore di conduttanza; la conservazione della carica implica che $\sum_i I_i = 0$ e quindi dalla (G.2) avremo:

$$\mu_s = \frac{\sum_{ij} g_{ij} \mu_j}{\sum_{ij} g_{ij}} \quad (\text{G.3})$$

Dalla (G.3) segue che, nel caso di un sistema simmetrico a due terminali, $g_{11} = g_{22}$, il potenziale chimico $\mu_s = \mu$, ed è indipendente dal bias applicato. Nel caso più generale si può analizzare la caduta di potenziale nella giunzione di destra e di sinistra:

$$\mu_j - \mu_s = q_e V \lambda_j \quad (\text{G.4})$$

dove i coefficienti λ_j sono funzioni delle g_{ij} :

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= -\frac{g_{12} + g_{22}}{\sum_{ij} g_{ij}} \\ \lambda_2 &= \frac{g_{21} + g_{11}}{\sum_{ij} g_{ij}}.\end{aligned}\tag{G.5}$$

Osservando che $\lambda_2 - \lambda_1 = 1$, si ricava che $\mu_2 - \mu_1 = q_e V$, mentre per un sistema simmetrico $\lambda_j = (-)^j/2$. Dalle definizioni precedenti si deduce subito che il potenziale elettrochimico della regione di scattering, μ_s si scrive come:

$$\mu_s = \mu + \frac{q_e V}{2} \left[\frac{g_{22} - g_{11}}{\sum_{ij} g_{ij}} \right].\tag{G.6}$$

In risposta lineare, $I_i = G_i V$, essendo $G_i = \sum_j g_{ij} \lambda_j$; usando ora le espressioni (G.5) otteniamo la formula della conduttanza totale del nostro sistema:

$$G = \frac{g_{22}g_{11} - g_{21}g_{12}}{\sum_{ij} g_{ij}}.\tag{G.7}$$

In situazioni simmetriche abbiamo:

$$G_{sim} = \frac{g_{11} - g_{12}}{2}$$

Ringraziamenti

Questo lavoro di tesi, nonostante le mie iniziali perplessità e timori circa un suo possibile felice epilogo, derivanti soprattutto dalla mia ultradecennale lontananza dagli studi esoterici di Fisica avanzata, è stato finalmente compiuto e contiene anche risultati di una certa rilevanza scientifica. Non nascondo che lo sforzo compiuto per superare il gap tra il mio background scientifico e il livello delle attuali ricerche in Fisica (Fisica della materia condensata) è stato intenso, ma nello stesso tempo questa esperienza è stata avvincente, affascinante e culturalmente edificante.

Di tutto questo sarò sempre grato alla Dott.ssa Roberta Citro per avermi introdotto gradualmente in una nuova prospettiva scientifica ed interessato allo studio della Spintronica; Ella mi ha guidato con encomiabile pazienza in un campo completamente nuovo, e mi ha indicato, con grande intelligenza didattica, i percorsi metodologici più idonei per sviluppare il presente lavoro. Sono altresì profondamente riconoscente al Dott. Francesco Romeo che è stato una sicura guida scientifica durante il periodo di dottorato. Egli mi ha insegnato alcune tecniche utilizzate nella teoria quantistica dei campi applicate alla Fisica delle basse energie, necessarie per lo sviluppo del formalismo usato in questo lavoro e mi ha coadiuvato nella realizzazione di programmi di calcolo numerico utilizzati per la simulazione e per la determinazione di grandezze fisiche legate al trasporto quantistico di spin in sistemi ibridi. I suoi suggerimenti e i suoi continui stimoli sono stati essenziali per la comprensione dei fondamenti su cui poggia questo lavoro e per il suo sviluppo.

Voglio ancora ringraziare il Prof. Salvatore De Pasquale, per l'amicizia e l'affetto che mi ha sempre mostrato, rendendo questo mio periodo di studio e la frequentazione del Dipartimento di Fisica, E.R.Caianello, di Salerno, piacevole e stimolante attraverso interessanti e proficue discussioni. Desidero inoltre manifestare la mia gratitudine ai docenti e ricercatori del Dipartimento, in particolare alla Prof. Ileana Rabuffo, al Prof. Canio Noce, al Prof. Alfonso Romano, al Dott. Antonio Di Bartolomeo, al Dott. Mario Cuoco,

con i quali spesso ho avuto interessanti interazioni scientifiche e culturali e che mi hanno dimostrato grande professionalità e sincera amicizia.

Voglio esprimere anche un sincero ringraziamento ai colleghi dottorandi con i quali ho condiviso un felice periodo di studio, in particolare voglio ringraziare la dott.ssa Rosangela Canonico e il Dott. Gerardo Sica per avermi aiutato a risolvere alcuni problemi col Latex. Esprimo il mio ringraziamento al sig. Dino Amoruso del Centro Stampa, alla Dott. Carmen D'Apolito e al Sig. Enzo Di Marino del centro di calcolo, alla Signora D. Citro del reparto Amministrativo-Contabile per la loro indiscutibile disponibilità.

Infine mi preme attribuire molto merito di questa mia avventura scientifica a mia moglie Caterina, per avermi sempre sostenuto ed incoraggiato in questo cammino, non sgombro di difficoltà, e per aver condiviso ed assecondato il mio desiderio di rituffarmi nello studio ad età, ormai, avanzata.

Alessandro Sorgente

Bibliografia

- [1] Sakuray J.J.; *Meccanica quantistica moderna*, Zanichelli (1996).
- [2] S.Boffi; *Da Laplace ad Heisenberg, quaderni di fisica teorica*, Univ. Pavia. (2000).
- [3] J.M.D. Coey; Material for spin, in *Spin electronics*, M. Zeise, M.J. Thornton (ed.) (2001),
- [4] Y.V.Nazarov, Y.M.Blanter; *Quantum transport, introduction to nanoscience*. Cambridge University Press. (2009).
- [5] Baibich et al.; Phys.Rev.Lett. **61**, 2427 (1988).
- [6] T. Valet and A. Fert; Phys. Rev. B **48**, 7099, (1993).
- [7] K. Tsukagoshi, B. W. Alphenaar, and H. Ago; Nature **401**,527, (1999).
- [8] J. R. Petta, S. K. Slater, and D. C. Ralph; Phys. Rev. Lett., **93**, 136601, (2004).
- [9] D. Waldron, P. Haney, B. Larade, A. MacDonald, and H. Guo; Phys. Rev. Lett. **96**, 166804, (2006) .
- [10] Z.H. Xiong, Di Wu, Z. Vally Vardeny, and Jing Shi; Nature, **427**, 821 (2004).
- [11] G.Binash, P.Grunberg, F.Saurenbach, and W.Zinn; Phys.Rev.B **39**, 4828 (1989).
- [12] G.Prinz e al.; Science **282**, 1660 (1998);
- [13] N.F.Mott; R.Soc. **153**, 699 (1936).
- [14] Campbell I. A., A. Fert, and A. R. Pomeroy; Philos. Mag. **15**,977 (1967).
- [15] A. Fert and I. A. Campbell; Phys. Rev. Lett. **21**, 1190 (1968).

- [16] A. Fert and H. Jaffres; Phys. Rev. B **64**, 184420,(2001).
- [17] Moodera J. S. et al.; Phys. Rev. Lett. **74**, 3273 (1995).
- [18] Miyazaki T.,Tezuka, N.J.; Magn. Magn.Mater. **139**, 231 (1995).
- [19] M.Jullier; Phys.Lett. A **54**, 225 (1975).
- [20] Shinji Y., et al.; Nature materials vol 3, (2004).
- [21] J.C. Slonczewski; Phys.Rev B **39**, 6995 (1989).
- [22] Z.Zheng,Y.Qi,D.Y.Xing, J.Dong; Phys.Rev B **59**, 14505 (1999).
- [23] R.Y.Xu, D.Y.Xing, and J.Dong; J. Appl.Phys. **80**,7163 (1996).
- [24] M.N H. Cohen,L.M. Falicov, J.C. Phillip; Phys. Rev. Lett. **8**, 316 (1962)
- [25] M.Bowen et al.; Applied Physics Letters **79**, 11 (2001).
- [26] S.Datta; *Electronic Transport in mesoscopic systems*, Cambridge University Press. (1995).
- [27] P.W. Anderson; Phys. Rev., **109**, 1492(1958).
- [28] Webb. e al.; Phys. Rev. Lett., **54**, 2696 (1985).
- [29] C. W. J. Beenakker, H. van Houten, Quantum transport in semiconductor nanostructures, in Solid State Physics, 44, eds. H. Ehrenreich and D. Turnbull, (New York, Academic Press) (1991).
- [30] F.Romeo; *Spin transport and coherence effects in nanostructures*, PhD Thesis, Università degli studi di Salerno, (2007).
- [31] Akiko Ueda and Mikio Eto; Phys.Rev B **73**, 235353 (2006).
- [32] C. W. J. Beenakker; Rev. Mod. Phys., **69**, 731 (1997).
- [33] A.P.Jauho, N. S. Wingreen, and Y. Meir; Phys. Rev. B **50**, 5528 (1994).
- [34] Raphael Chayim Rosen, PhD Thesis; Wolfson College. University of Cambridge, arXiv:0910.0186v1, 1 Oct 2009.
- [35] D. C. Ralph and M. D. Stiles; J. Magn. Magn. Mater. **320**, 1190. (2008).
- [36] Alexander Croy and Ulf Saalman; Phys. Rev. B **80**, 245311 (2009).
- [37] R. Landauer; IBM J. Res. Dev. **1**, 223 (1957); **32**, 306 (1988).

- [38] R. Landauer; Phys. Rev. B **14**, 4(1976).
- [39] M. Büttiker; Phys. Rev. B **32**, 1846 (1985).
- [40] M. Büttiker; Phys. Rev. Lett. **57**, 1761 (1986).
- [41] M. Büttiker; IBM J. Res. Dev. **32**, 63 (1988).
- [42] M. Büttiker e al.; Phys. Rev. B **31**, 10 (1985).
- [43] P.A.Mello, N.Kumar, *Quantum Transport in Mesoscopic Sistem* Oxford University Press, (2004).
- [44] M.Cahay e al.; Phys. Rev. B **37**, 17 (1988)
- [45] P.S. Farago; Adv. Electron. Electron Phy. **21**, 1 (1967).
D.T. Pierce, R.J. Celotta; Adv. Electron. Electron Phys. **56**, 219 (1981).
- [46] I.Zutic, J. Fabian, S.D. Sarma; Rev. Mod. Phys. **76**, 323 (2004).
- [47] Meier, F., and B. P. Zakharchenya; Eds., *Optical Orientation* (North-Holland, New York),(1984).
- [48] Aronov A. G.; JPTP lett. **24**, 32(1976) .
- [49] J. Fabian and I. Zutic; Phys. Rev. B **69**, 115314, (2004).
- [50] R.Feynmann, Leighton, Sands; *La fisica di Feynmann*, vol. 1, 42; Masson 1996.
- [51] S. Takahashi and S. Maekawa; Phys. Rev. B **67**, 052409 (2003),
- [52] S. Takahashi, H. Imamura and S. Maekawa; Phys. Rev. Lett **82**, 3911 (1999).
- [53] M. Ziese; Spin Transport in semiconductor, in *Spin electronics*, M.Zeise, M.J Thornton (Eds) Springer, (2001).
- [54] P.M. Tedrow and R. Meservey; Phys. Rev. Lett. **26**, 192 (1971).
- [55] M. Büttiker; Phys. Rev. B **46**, 12485, (1992).
- [56] L. Berger; J. Appl. Phys. **55**, 1954 (1984), P. P. Freitas and L. Berger, J. Appl. Phys. **57**, 1266 (1985).
- [57] J.C. Slonczewski; J. Magn. Magn. Mater. **159**, (1996); L. Berger, Phys. Rev. B **54**, 9353 (1996).

- [58] F. Romeo, R. Citro; Phys. Rev. B **81**, 045307 (2010).
- [59] A.Sorgente, F.Romeo, R.Citro, Phys. Rev. B **82**, 064413 (2010)
- [60] I.Theodonis, A.Kalisov and N. Kioussis; Phys.Rev. B **79**, 174416 (2009).
- [61] C.Heiliger, M.D.Stiles; Phys.Rev. Lett. **100**, 186805 (2008).
- [62] Moodera J. S. , Hao X. , Gibson G. A. and Meservey R. ; Phys. Rev. Lett. **61**, 637, (1988)
- [63] Hao X, Moodera J S and Meservey R; Phys. Rev. B **42**, 8235 43 (1990).
- [64] J. S. Moodera , T. Santos and Taro Nagahama; J. Phys.: Condens. Matter **19**, 165202 (2007)
- [65] A. Saffarzadeh; J. Phys.: condens. matter **15**, 3041 (2003).
- [66] X. Zhang et al.; Phys. Rev. B 57, 2 (1998).
- [67] E. Y. Tsymbal, A. Sokolov, I. F. Sabirianov, and B.Doudin; Phys. Rev. Lett. **90**, 186602 (2003).
- [68] Tae-Suk Kim; Phys. Rev. B **72**, 024401 (2005).
- [69] Enrico Perfetto, Gianluca Stefanucci, and Michele Cini; Phys. Rev. B **78**, 155301 (2008).
- [70] M.Switkes, C.M.Marcus, K.Campaman, and A:C Gossard; Science,283, 1905 (1999).
- [71] D. J. Thouless; Phys. Rev. B **27**, 6083 (1983).
- [72] P.W.Brouwer; Phys.Rev.B, **58**,R10135 (1998).
- [73] M. Moskalets, M. Büttiker; Phys.Rev.B **64**, R201305, (2001).
- [74] B.Wang, J.Wang, and H.Guo; Phys. Rev. B **67**, 0924088, (2003).
- [75] E.B. Myers et al.; Science **285**, 867 (1999).
- [76] J.A. Katine et al.; Phys. Rev. Lett. **84**, 3149 (2000).
- [77] X. Waintal et al.; Phys. Rev. B **62**, 12317 (2000).
- [78] D.C. Ralph et al.; J. Magn.Magn. Matt. **320**, 1190 (2008).

- [79] K. Kawaguchi and M. Sohma; Phys. Rev. B **46**, 14722 (1992); J.S. Jiang et al.; Phys.Rev. Lett. **74**,314 (1995).
- [80] T.Kontos et al.; Phys.Rev. Lett. **86**, 304 (2001); V.V. Ryazanov et al. Phys.Rev. Lett. **86**, 2427 (2001).
- [81] G. E. Blonder, M. Tinkham, and T. M. Klapwijk; Phys. Rev. B **25**, 4515 (1982).
- [82] M. J. M. de Jong and C. W. J. Beenakker; Phys. Rev. Lett. **74**, 1657 (1995).
- [83] M.P. Anantram and S. Datta; Phys. Rev. B **53**, 16390 (1996).
- [84] F. Romeo and R. Citro; Phys. Rev. B **84**, 024531 (2011)
- [85] E.Y.Tsymbal and D.G.Pettifor, in Solid State Physics, ed. by H. Ehrenreich and F. Spaepen; **56**, Academic Press, 113 (2001) .
- [86] S. Datta and B. Das; Appl. Phys. Lett., **56**, 7 (1990).
- [87] H. Kamerlingh Onnes; Communications from Physics Laboratory at the University of Leiden, **119**, (1911).
- [88] W. Meissner and R. Ochsenfeld; Naturwissenschaften, **21**,787 (1933).
- [89] J. Bardeen, L. Cooper, and R. Schrieffer; Physical Review, **106**:1 62 (1957).
- [90] J. Bardeen, L. Cooper, and R. Schrieffer; Physical Review, **108**,1175, (1957).
- [91] J. Bardeen and R. Schrieffer; Progress in Low Temperature Physics, **3**,170 (1961).
- [92] de Gennes P. G.; *Superconductivity of Metals and Alloys* , Addison-Wesley, New York, (1989).
- [93] H.Bruus, K.Flensberg; *Introduction to many-body quantum theory in condensed matter physics*, Oxford University Press, Oxford, (2003).
- [94] R. J. Soulen Jr. et al.; Science, **282**, 85 (1998),
- [95] E. M. Gonzalez et al.; New J. Phys. **9**, 34 (2007).

- [96] Milos Bozovic and Zoran Radovic Ballistic transport in ferromagnet-superconductor-ferromagnet trilayers with arbitrary orientation of magnetizations, arXiv:cond-mat/0605355v1, (2006).
- [97] Milos Bozovic and Zoran Radovic, Phys. Rev. B **66**, 134524 (2002).
- [98] C.J. Lambert; J. Phys.: Condens. Matter, **3**, 6579 (1991).
- [99] Z.C.Dong et al. Phys.Rev.B *67*, 134515 (2003).
- [100] J. C. Sankey, Y.-T. Cui, J. Z. Sun, J. C. Slonczewski, R. A. Buhrman, D. C. Ralph; Nature Physics **4**, 67 (2008).
- [101] Alan Kalitsov, Mairbek Chshiev, Ioannis Theodonis, Nicholas Kioussis, and W. H. Butler; Phys. Rev. B **79**, 174416 (2009).
- [102] R. J. Soulen Jr., J. M. Byers, M. S. Osofsky, B. Nadgorny; Science **282**, 85, (1998).