Tesi di Dottorato:"**Old and New Problem in Continuum Structural Materials**"
di
**Massimo Pecoraro**

# SOMMARIO

La Tesi di Dottorato in Matematica dal titolo: "Old and New Problems in continuum structural masterials" si articola in due parti. Nella Parte I ( I e II capitolo relativi agli "Old Problems") si studia in particolare il classico comportamento dei materiali dal punto di vista meccanico. Nel I Capitolo sono stati determinati i **tensori di stress** e **strain** in un solido avente la forma di un cilindrico cavo, cioè non semplicemente connesso, quando su di esso si fa agire un campo di spostamenti capace di indurre tutte e sei le distorsioni elementari di Volterra nel caso in cui il materiale costituente il solido sia omogeneo, linearmente elastico e trasversalmente isotropo. Diversamente da Volterra, che considera un corpo isotropo, le due costanti elastiche: (**E** e G), che compaiono nelle relazioni costitutiva del materiale passano cinque (A. C. F. L ed N). Il risultato ottenuto è che le funzioni di spostamento [$u_1(x,y,z)$ , $u_2(x,y,z)$, $u_3(x,y,z)$]. soddisfano le equazioni indefinite dell'equilibrio elastico scritte utilizzando le cinque costanti elastiche, ma come per Volterra, esse non annullare il carico su tutta la frontiera del cilindro cavo. In altre parole non danno luogo ad una vera e propria distorsione in quanto l'azione della funzioni di spostamento non portano il cilindro da una configurazione naturale ad una spontanea attraverso una trasformazione isoterma in cui il carico al contorno è nullo ma solo auto-equilibrato. Nel II Capitolo è stata affrontata l'analisi del carico agente sulle solo basi del cilindro cavo relativamente alla. VI distorsione (terza componente r del vettore k, cioè quella generata ad una rotazione rigida delle facce intorno all'asse z del riferimento cartesiano assunto coincidente con l'asse del cilindro) utilizzando la teoria della trave del **Saint Venant.** il carico agente sulle basi del cilindro può essere riguardato allo stesso modo di quello agente sulle basi di una trave prismatica semplicemente connessa avente altezza e lunghezza rispettivamente pari allo spessore e alla altezza finita del cilindro cavo. Si è pervenuti alla conclusione che rispetto alla superficie cilindrica, che giace nello spessore del cilindro cavo, detta "**superficie neutra**", in quanto sui suoi punti la tensione $\sigma_z$ è nulla, il cilindro si divide in due parti. In particolare, dopo aver calcolato il **Risultante** e il **Momento risultante** rispetto al baricentro di ciascuna delle due parti si osserva che il carico è equivalente per la zona interna ad una **presso–flessione** e per la zona esterna ad una **tenso–flessione** quando r<0, con soppressione di materia. Viceversa per r>0, con inserimento di materia, la zona interna risulta **tenso–inflessa**, mentre la zona esterna risulta **presso–inflessa**. Nella Parte II ( III e IV capitolo relativi ai "New Problems") le nuove problematiche riguardanti nuovi modelli matematici legati allo studio del fenomeni delle transizioni di fase inseriti nell'ambito della Termomeccanica dei Continui. In particolare, nel **III Capitolo** è stato affrontato su scala macroscopica con la tecnica della transizione di fase, dovuta a Ginzburg e Landau, la transizione di un materiale duro alla magnetizzazione dalla fase paramagnetica a quella ferromagnetica. Dopo aver osservato che tale trasformazione corrisponde ad una transizione di fase di **II specie** per la quale, mentre le variabili di stato variano in modo continuo, si ha una discontinuità di qualche simmetria del corpo, come la simmetria cristallografica. del corpo. Introdotto il parametro d'ordine $\varphi$ come descrittore della struttura interna del materiale se ne è determinata l'evoluzione attraverso una **legge di bilancio** ottenendo così l'equazione di **Ginzburg-Landau.** Successivamente, utilizzando anche le equazioni di Maxwell, si è verificata la consistenza termodinamica del modello. A tale scopo si è determinata l'espressione assunta in tale caso dalla **I Legge della Termodinamica** ove compaiono due funzionali del parametro d'ordine F($\varphi$) e G($\varphi$) polinomi rispettivamente del quarto e secondo ordine che caratterizzano la transizione all'esame. Utilizzando la legge di bilancio termico ove si è utilizzata la

classica legge di Fourier si ottiene **l'equazione del calore**. Tramite tale equazione si è poi determinata l'espressione dell'energia libera con cui si è dimostrato che il modello è dotato di una espressione della **entropia** capace di verificare la **II Legge della Termodinamica** scritta utilizzando la **disuguaglianza di Clausius-Duhem.** In fine, riducendosi al caso unidimensionale in un punto del magnete ed integrando numericamente il sistema differenziale scalare che si ottiene accoppiando all'equazione di G.-L. l'equazione costitutiva. Fissate le condizioni inziali si tracciano i classici **CICLI di ISTERESI** (nel piano B,H) con riferimento ad una temperatura minore e maggiore della temperatura di **Curie.** Per temperature inferiori a qiella di Curie si osservare la transizione di fase da paramagnetica a ferromagnetica del materiale. Nel IV Capitolo è stato ptoposto un modello matematico per descrivere il comportamento di leghe dette a **Memoria di Forma.** Lo studio, che tratta una transizione di fase di **I specie**, esamina il passaggio da una fase martensitica a quella austenitica di leghe a cristallo singolo come quella AuZn, e comincia con la determinazione delle equazioni di campo per un modello **3-D**. In tal caso le diverse varianti di martensite sono descritte dal prodotto del tensore di strain per il parametro d'ordine $\varphi$. Tale prodotto definisce la struttura cristallografica del materiale. In particolare la fase austenitica è caratterizzata da $\varphi=0$ mentre quella martensitica da $\varphi=1$. Seguendo lo stesso procedimento seguito nel III capitolo si determina l'equazione di G.-L. utilizzando due nuovi funzionali $F(\varphi)$ e $G(\varphi)$ entrambi del quarto ordine specifiche per il caso all'esame. Sempre per un modello 3-D, introdotta l'equazione del moto e la legge costitutiva, si determina, dalla **I Legge della Termodinamica,** l'energia interna della lega che consente di verificare successivamente la consistenza termodinamica del modello attraverso la disuguaglianza di Clusius-Duhem dell'entropia. Si è poi esaminato il caso 1-D per il quale si è proceduto all'integrazione numerica del sistema scalare che si ottiene accoppiando l'equazione costitutiva all'equazione di G.-L.. Introdotti nelle equazioni del sistema scalare nuovi funzionali del sesto ordine, più idonei al caso 1-D e associante opportune condizioni al contorno, si dono desunti i diagrammi sforzo-deformazione ($\sigma.\varepsilon$), che per $\theta<\theta$ mostrano il tipico comportamento a rottura per fatica di uno SMA quando è sottoposto ad un ciclo ripetuto di carico, mentre, quando $\theta>\theta_c$ , il diagramma evidenzia la transizione di fase pseudoelastica da una fase martensitica ad una austenitica e viceversa.