

Abstract of: Local and Global Properties in Jacobi Related Geometries

Jonas Christoph Schnitzer

Abstract

In this thesis local and global properties of Jacobi and related geometries are discussed, which means for us that so-called *Dirac-Jacobi* bundles are considered. The whole work is roughly divided in three parts, which are independent of each other up to preliminaries. In the first part local and semi-local properties of Dirac-Jacobi bundles are considered, in particular it is proven that a Dirac-Jacobi bundle is always of a certain form close to suitable transversal manifolds. These semi-local structure theorems are usually referred to as *normal form theorems*. Using the normal form theorems, we prove local splitting theorems of Jacobi brackets, generalized contact bundles and homogeneous Poisson manifolds. The second part is dedicated to the study of *weak dual pairs* in Dirac-Jacobi geometry. It is proven that weak dual pairs give rise to an equivalence relation in the category of Dirac-Jacobi bundles. After that, the similarities of equivalent Dirac-Jacobi bundles are discussed in detail. The goal of the last part is to find global obstructions for existence of generalized contact structures. With the main result of this chapter it is easy to find nontrivial examples of these structures and two classes are discussed in detail.

Sommario

Nella presente tesi si discutono proprietà locali e globali delle geometrie di Jacobi. In particolare, si considerano i cosiddetti fibrati di Dirac-Jacobi. I fibrati di Dirac-Jacobi sono una immediata generalizzazione delle parentesi di Jacobi, che, in letteratura, sono anche note come strutture di Kirillov. Il presente lavoro è diviso in tre parti, che sono indipendenti tra di loro tranne per i preliminari. Nella prima parte, si considerano proprietà locali e semi-locali dei fibrati di Dirac-Jacobi. In particolare, si dimostra che i fibrati di Dirac-Jacobi sono sempre di una determinata forma, simile ad un'opportuna varietà trasversale. I teoremi di struttura semi-locale in genere sono teoremi di forma normale. Utilizzando questi ultimi, si dimostrano: teoremi locali di splitting delle parentesi di Jacobi, fibrati generalizzati di contatto, l'analogo in dimensione dispari dei risultati sulle varietà complesse generalizzate e le varietà omogenee di Poisson. La seconda parte della tesi è incentrata sullo studio delle coppie deboli duali nella geometria di Dirac-Jacobi. Si dimostra che le coppie deboli duali danno luogo ad una relazione di equivalenza nella categoria dei fibrati di Dirac-Jacobi. L'obiettivo dell'ultima parte

della tesi è di trovare ostruzioni globali all'esistenza di strutture generalizzate di contatto non banali. Il risultato principale è la descrizione di due classi di questo tipo di strutture.