

In the last decades, the theory of approximation has been enriched by a new class of approaches, that is fuzzy approximation. How can be introduced this class? Broadly speaking, any function, which is smooth enough, can be approximated arbitrarily closely on a compact set using a suitable fuzzy system.

Fuzzy transform (F-transform), a technique recently proposed by Perfilieva, belongs to this class and it is the topic discussed in this thesis. As other well-known transforms in literature (e.g. Laplace, Mellin), it consists of a direct and an inverse formula. The main application of F-transform is in image compression/processing, even though there are some minor applications (meaning that there are just a few papers) in the field of scientific computing. Due to the good performances in image compression/processing, it is reasonable to wonder whether there are other fields where the use of F-transform may be beneficial and/or under which conditions. The goal of this thesis is to investigate the use of F-transform in different application fields, by stating some new properties. The whole work has been conceived in two parts: investigation on the F-transform in rectangular domains, with applications, and investigation on the F-transform in computational schemes, with applications. All this has been preceded by a preliminary study on the approximation through F-transform in one-dimensional domains.

Negli ultimi decenni, la teoria dell'approssimazione è stata arricchita da una nuova classe di approcci, cioè approssimazione fuzzy. Come si può introdurre questa classe? In linea di massima, qualsiasi funzione, sufficientemente regolare, può essere approssimata con un certo livello di accuratezza su un set compatto usando un sistema fuzzy appropriato.

La trasformata fuzzy (F-transform), una tecnica recentemente proposta da Perfilieva, appartiene a questa classe ed è l'argomento trattato in questa tesi. Come altri ben note trasformate in letteratura (ad esempio Laplace, Mellin), essa è costituita da una formula diretta ed una inversa. L'applicazione principale della F-transform è nella compressione/elaborazione di immagini, anche se ci sono alcune applicazioni minori (nel senso che ci sono solo alcuni articoli) nel campo dello scientific computing. Viste le buone prestazioni nella compressione/elaborazione dell'immagine, è ragionevole chiedersi se esistano altri campi in cui l'utilizzo della F-transform possa essere vantaggiosa e/o sotto quali condizioni. L'obiettivo di questa tesi è quello di indagare sull'utilizzo della F-transform in diversi campi di applicazione, provando alcune nuove proprietà. L'intero lavoro è stato concepito in due parti: F-transform in domini rettangolari, con applicazioni, e F-transform in schemi computazionali, con applicazioni. Tutto questo è stato preceduto da uno studio preliminare sull'approssimazione tramite F-transform in domini unidimensionali.