



Unione Europea



*Ministero dell'Istruzione,
dell'Università e della Ricerca*



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI SALERNO

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE

Dottorato di Ricerca in

INGEGNERIA MECCANICA

X Ciclo N.S. (2008-2011)

**Controllo delle Vibrazioni
mediante l'uso di PAC
(Programmable Automation Controller)**

Fabio Nilveti

Il Tutor

Ch.mo Prof.

Michele Pappalardo

Il Coordinatore

Ch.mo Prof.

Vincenzo Sergi

A mia moglie Raffaella.

Sommario

Con l'espressione 'Vibration Control' si intende l'insieme delle tecniche e dei dispositivi che consentono di mitigare in modo rapido, affidabile e preciso le vibrazioni di macchine o strutture, dovute al loro stesso funzionamento o a causa di forze esterne. Nella realizzazione dei sistemi di controllo delle vibrazioni assumono oggi primaria rilevanza sul piano tecnico ed economico l'hardware impiegato. Attuatori elettrici e oleodinamici, dispositivi passivi, sensori, convertitori elettronici e unità di controllo rappresentano una parte fondamentale di tali sistemi e ne influenzano largamente le prestazioni. Il contributo del singolo componente alle prestazioni complessive del controllo è tuttavia valutato compiutamente solo se ci si pone in un'ottica di sistema, nella quale le mutue interazioni tra componenti elettronici, parti meccaniche e algoritmi di controllo trovano la loro corretta sintesi.

Nei sistemi di controllo delle vibrazioni, è decisiva la scelta del 'controller'. Si preferisce usare sistemi basati su 'PC', specie quando le leggi di controllo sono complesse e quando le condizioni di impiego sono mutevoli. I principali limiti dei software di misura e controllo sviluppati con pc risiedono nei sistemi operativi general-purpose, installati a bordo dei pc comuni, che non sono in grado di offrire stabilità e sicurezza di funzionamento, a livelli sufficientemente alti, per sistemi di controllo reali e nel livello di robustezza fisica fornito dai componenti presenti nei pc che non rendono tali sistemi adatti all'uso prolungato in condizioni ambientali spesso difficili. Inoltre, i pc presentano una scarsa precisione temporale (determinismo) e una bassa velocità di esecuzione.

Soluzioni più robuste ma molto meno flessibili si basano su DSP e circuiti stampati o al massimo su PLC, sistemi questi dotati di funzionalità limitate e caratterizzati da linguaggi di programmazione dedicati e di basso livello. In più, tali sistemi risultano limitatamente integrabili con altri dispositivi hardware ed in un sistema informatico.

Solitamente si preferisce utilizzare PLC (o sistemi simili) per la parte di

acquisizione dati e controllo e si demanda ai pc l'elaborazione, l'analisi e la presentazione dei risultati.

Scopo del presente lavoro è stato appunto quello di sviluppare un sistema di controllo delle vibrazioni che coniughi le diverse esigenze di precisione, determinismo e elevata velocità di servo-aggiornamento, tipiche di un circuito stampato, alle esigenze di flessibilità ed economicità, tipiche delle soluzioni basate su DSP, e alle elevate capacità di calcolo tipiche di un pc. Per far ciò il ruolo di controller è affidato ad un dispositivo PAC (Programmable Automation Controller) basato su tecnologia FPGA (Field Programmable Gate Array) che consente di codificare, in modo rapido, le funzionalità richieste al controllo su un dispositivo programmabile di tipo hardware e per questo dalle prestazioni paragonabili a quelle di un circuito stampato.

L'apparato sperimentale su cui si è testato il controller e le leggi di controllo è costituito da una telaio piano di tipo 'shear-type' composto da sei travi in acciaio armonico disposte verticalmente e da tre elementi orizzontali rigidi di interconnessione. Per quanto riguarda l'attuatore del sistema di controllo si è optato per un servomotore brushless. Un preliminare lavoro di modellazione, eseguito con varie tecniche, è stato necessario al fine di regolare i parametri del sistema e delle leggi di controllo. A partire dal modello matematico del sistema da controllare è stata effettuata la sintesi del controllo delle vibrazioni.

In conclusione del lavoro di tesi sono mostrati e discussi i risultati sperimentali ottenuti.

Indice

1	Introduzione	9
1.1	Struttura della tesi	9
I	BASI TEORICHE	11
2	Dispositivi PAC	13
2.1	PAC	13
2.1.1	Sistemi embedded	15
2.1.2	Tecnologia FPGA	18
2.2	Linguaggio di programmazione: LabVIEW	21
2.3	CompactRIO	27
2.3.1	Programmazione del chip FPGA con LabVIEW	31
3	Leggi di controllo	35
3.1	Assorbitore dinamico di vibrazioni - DVA	35
3.1.1	Progetto di un DVA per sistemi ad 1 g.d.l.	36
3.1.2	Progetto di un DVA per sistemi a più g.d.l.	44
3.2	Controllo virtuale passivo - VPC	47
3.2.1	Un semplice esempio di retroazione diretta	48
3.2.2	Controllore con Dinamica del Secondo Ordine	49
3.3	Controllo ottimo - LQ	51
3.4	Stima dello stato	53
3.4.1	Osservatore Identità	54
3.4.2	Filtro di Kalman	55
3.5	Controllo LQG	56

II	PARTE SPERIMENTALE	59
4	Apparato sperimentale	61
5	Modello struttura	65
5.1	Modello a parametri concentrati	66
5.2	Modello continuo	70
5.2.1	Approccio in coordinate principali	72
5.3	Modello identificato	78
5.3.1	Acquisizione dati sperimentali	78
5.3.2	Elaborazione dei dati	85
5.4	Modello pendolo	90
5.5	Modello complessivo struttura	93
6	Progetto legge di controllo	97
6.1	Progetto di un VPC basato su un DVA	97
6.2	Progetto controllo ottimo LQG	101
7	Implementazione leggi di controllo	105
8	Risultati	113
9	Conclusioni	119
A	Sensori	121
A.1	Elementi funzionali di uno strumento di misura	121
A.2	Sensori attivi e passivi	123
A.3	Modalità di funzionamento analogiche e digitali	124
A.4	Relazione I/O di strumenti e sistemi di misura	124
A.5	Grandezza fisica misurata	125
A.6	Sonde sismiche per misure di accelerazione	126
A.7	Trasduttori di posizione angolare	134
B	Sistemi di Controllo	143
B.1	Controllori PID	145
C	Teorema del campionamento	149
	Bibliografia	155

Capitolo 1

Introduzione

In questo lavoro si è voluto indagare il problema del controllo attivo e passivo delle vibrazioni dal punto di vista sia teorico che sperimentale. La presente tesi è organizzata in due parti distinte: una parte teorica ed una parte sperimentale.

Nella prima parte verranno descritte le caratteristiche dei sistemi PAC (Programmable Automation Controller) e le basi teoriche su cui si fonda il lavoro di tesi.

Nella seconda parte, invece, verranno descritti l'apparato sperimentale, il progetto e l'implementazione delle leggi di controllo delle vibrazioni e i risultati ottenuti.

1.1 Struttura della tesi

Capitolo 2 In questo capitolo vengono descritte le caratteristiche dei dispositivi PAC con particolare riferimento al hardware impiegato nel lavoro di tesi.

Capitolo 3 In questo capitolo vengono introdotte le leggi di controllo su cui si basa la parte sperimentale di tale tesi.

Capitolo 4 Viene descritto in maniera dettagliata l'apparato sperimentale oggetto della parte sperimentale.

Capitolo 5 Una volta descritto l'apparato sperimentale, in questo capitolo, vengono descritte le tecniche utilizzate per giungere ad un modello del sistema da controllare.

Capitolo 6 Questo capitolo descrive il progetto delle leggi di controllo utilizzate.

Capitolo 7 Questo capitolo è dedicato alla implementazione della legge di controllo su dispositivo PAC mediante programmazione in ambiente LabVIEW FPGA e LabVIEW RT.

Capitolo 8 Nel capitolo 8 sono mostrati e discussi i risultati sperimentali del lavoro di tesi.

Capitolo 9 L'ultimo capitolo fa una sintesi di quello che è stato il lavoro di tesi con considerazioni sui risultati esposti nel capitolo precedente.

Appendice A L'appendice A si propone di fornire una carrellata sui sistemi e gli strumenti di misura, descrivendone gli elementi funzionali principali che li compongono. Inoltre sono analizzati in maniera più dettagliata alcuni tipi di sensori e trasduttori tra cui gli encoder per la misura di posizione ed i sensori di accelerazione.

Appendice B In Appendice B vengono descritti in maniera sintetica i concetti alla base dei sistemi di regolazione con particolare riferimento a quelli più diffusi in ambito industriale ossia i controllori PID.

Appendice C In Appendice C sono riportati alcuni concetti fondamentali sulla teoria del campionamento e sulle precauzioni necessarie ad evitare il fenomeno dell'aliasing'.

Parte I

BASI TEORICHE

Capitolo 2

Dispositivi PAC

2.1 PAC (Programmable Automation Controller)

Con estrema sintesi, si potrebbe dire che tramite i PAC, Programmable Automation Controller, si vuole inglobare in un sistema di controllo (i PAC, appunto), la possibilità di operare anche a livello di controllo di processo, andando oltre le funzionalità tipiche richieste nell'automazione di fabbrica. Ma partiamo prima dai PLC, i Programmable Logic Controller che, introdotti negli anni '60, hanno rappresentato e rappresentano tuttora, un'efficace piattaforma di controllo multipurpose caratterizzata da performance e affidabilità, con adeguati MTBF (mean-time-between-failure) e MTTR (mean-time-to-repair); il tutto ha contribuito a mantenere una consistente domanda per questi sistemi per molti versi semplici, oltre che robusti, ideali per il cosiddetto 'harsh industrial environment'. I PLC sono stati oggetto di un'evoluzione continua, con l'integrazione di interfacce standard, con architetture modulari e con crescenti potenzialità software. A oggi, il termine PLC è di fatto sinonimo di Automation System, sistema per applicazioni nell'automazione industriale. A un certo punto sono arrivati sul mercato sistemi simili ma diversi, i PAC, inizialmente percepiti come nuova generazione di PLC, tale da spiazzare e rendere obsoleta la categoria precedente di sistemi. Ma questo è stato un errore concettuale non da poco, che ha creato una certa confusione, ritardando anche la diffusione dei PAC stessi, oltre che minando la 'reputazione' dei PLC: si tratta infatti di due cose diverse. Ai tempi si era detto che i PAC aumentavano le funzionalità dei PLC, aprendo nuovi campi di applicazione: ma questo vuol proprio dire che si configuravano come 'diversi', senza scalzare i PLC dal loro tradizionale ambito applicativo,

proponendosi come soluzione atta a risolvere problematiche che i PLC non potevano affrontare in modo ottimizzato, anche perché non concepiti per determinati compiti che qualcuno voleva comunque imporgli forzatamente. Allo stato, i PAC sono sistemi altamente flessibili e configurabili, mix evoluto di hardware e software: una singola piattaforma può coniugare PLC, soft logic, I/O remoto, motion control, drive, controllo PID, visualizzazione e gestione dati, con integrabilità garantita nel contesto IT aziendale anche tramite un'onnipresente interfacciabilità Ethernet TCP/IP. Ne consegue per gli utenti un'inevitabile maggior focus più verso le performance complessive del sistema che non verso la semplice selezione dell'hardware da adottare. Acquista allora maggior consistenza il concetto di 'collaborative manufacturing environment', in cui le potenzialità multi-funzionali di un PAC abilitano all'accesso e all'interscambio di tipologie differenti d'informazioni di processo, con connessione del livello factory-floor con quello enterprise. Altro plus dei PAC quello per cui se i PLC richiedono linguaggi di programmazione anche proprietari, un PAC si muove su IT standard, tipo anche SQL Queries, e tecnologie aperte di trasferimento dati quali OLE for process control (OPC) e Extensible Markup Language (XML), da cui è questo viene sempre molto sottolineato, un più veloce aggiornamento dei dati attuali, che non sono 'copiati', o recuperati, dal controllore, in quanto il sistema aziendale non deve attuare un costante polling dei controllori stessi, che provvedono autonomamente ad alimentare la base dei dati. Tutto ciò potrebbe essere visto come un insieme di 'parole d'ordine', non necessariamente aderenti a comportamenti e prestazioni reali; quindi non resta che proseguire nell'analisi e illustrare le principali differenze tra PLC e PAC.

La NEMA, National Electrical Manufacturers Association, definisce un PLC come un 'apparato' elettronico digitale che utilizza una memoria programmabile per programmi dedicati a specifiche funzioni logiche, sequenziali, timing, conteggio e che controlla, attraverso I/O analogico e digitale, tipologie diverse di macchine e processi.

Per quanto riguarda i PAC invece le definizioni, pur consolidate nella pratica, non hanno ancora specifici imprimatur standard; semplificando, un PAC è un controllore compatto che coniuga le caratteristiche e le prestazioni di un sistema di controllo PC-based con quelle tipiche di un PLC. Questa definizione, molto sintetica ma efficace, evidenzia subito la logica di fondo: se un PC è per sua natura omogeneo con un'ambientazione Information Technology, e se è parte integrante di un PAC, fornisce a quest'ultimo la capacità di trasferire, secondo modalità standard, i dati provenienti dalle macchine controllate via TCP/IP o OPC, ad altre macchine o ad altri elementi di un

sistema di controllo ‘networked’, senza problemi nell’interagire con software applicativi e database. Diventa poi patrimonio del PAC anche l’architettura aperta e modulare dei PC, con possibilità di customizzazione caso per caso senza incorrere in problemi di eventuale incompatibilità, come avviene con i PLC. Diversa, si diceva prima, la programmazione: non più ladder diagram o similari (con ciò nulla togliendo all’efficacia di questi strumenti), ma software tools tipici dei PC. Ancora, se un PLC di norma attua una scansione continua degli I/O, un PAC si basa su un approccio database e su indirizzi logici per identificare e mappare gli I/O necessari. Alla fine, le ‘qualità’ dei PAC sono: multifunzionalità, multidominio, standard di comunicazione aperti, multitasking, architettura modulare, approccio multi-vendor, ambiente di sviluppo integrato. Vediamo alcune di queste caratteristiche. Prima di tutto la multifunzionalità, che si esprime nella capacità di gestire tipologie diverse di segnali, quindi digitali, analogici, seriali, dai semplici cambiamenti di stato, a complessi algoritmi PID fino all’acquisizione dati da etichette intelligenti (tag) RFID. Il multidominio è per certi versi un concetto nuovo; nel caso dei PAC significa che lo stesso hardware è utilizzabile per compiti diversi, quali data collection, monitoraggio remoto, controllo di processo. Molto importante poi il multitasking: i PAC gestiscono simultaneamente task diverse specializzate e possono comunicare con clients multipli secondo una varietà di protocolli diversi, e su questo si basa appunto una massima integrabilità con i sistemi aziendali di livello superiore.

In conclusione, questi sistemi sono particolarmente adatti ad essere impiegati al posto dei PLC, se servono avanzati algoritmi di controllo, gestione database, funzionalità HMI sulla stessa piattaforma, routine di controllo custom, simulazioni di processo complesse, elevate velocità di elaborazione dati, requisiti di memoria che vanno oltre le possibilità dei controllori programmabili. E tutto questo è possibile in quanto i PAC sono un merge tra architettura PC-based e PLC, offrono un’automazione multidisciplinare (automazione di processo, automazione discreta, Motion), tutto in un’unica piattaforma, garantendo scalabilità e portabilità delle applicazioni in architetture aperte e modulari.

2.1.1 Sistemi embedded

Con il termine sistema embedded (sistema incapsulato, dedicato) si identificano genericamente dei sistemi elettronici a microprocessore progettati appositamente per una determinata applicazione, spesso con una piattafor-

ma hardware ad hoc, integrati nel sistema che controllano e in grado di gestirne tutte o parte delle funzionalità.

In questa area si collocano sistemi di svariate tipologie e dimensioni, in relazione al tipo di microprocessore, al sistema operativo, ed alla complessità del software che può variare da poche centinaia di byte a parecchi megabyte di codice.

Contrariamente ai computer generici (general purpose), un sistema embedded ha dei compiti conosciuti già durante lo sviluppo, che eseguirà dunque grazie ad una combinazione hardware/software specificamente studiata per la tale applicazione. Grazie a ciò l'hardware può essere ridotto ai minimi termini per ridurne lo spazio occupato, i consumi ed il costo di fabbricazione. Inoltre l'esecuzione del software è spesso in tempo reale (real-time), per permettere un controllo deterministico dei tempi di esecuzione.

Un esempio diffuso di Sistema embedded sono le centraline elettroniche installate a bordo degli autoveicoli per il controllo del motore e dell'ABS.

I sistemi embedded sono sistemi di calcolo, nel significato più generale del termine. Questa definizione, infatti, include tutti i computer del mondo, tranne quelli progettati per essere di utilità generica. Gli esempi di sistemi embedded spaziano dai lettori portatili di musica ai controlli in tempo reale di sistemi quali lo Space Shuttle.

La maggior parte dei sistemi embedded è progettata per eseguire ripetutamente un'azione a costo contenuto. La maggior parte di questi sistemi, ma non tutti, deve soddisfare inoltre dei vincoli di prestazione minime, come ad esempio la necessità di operare in tempo reale. Può anche accadere che un sistema debba essere in grado di eseguire molto velocemente alcune funzioni, ma possa tollerare velocità inferiori per altre attività. Questi sistemi rispettano i vincoli di prestazione con una combinazione di hardware e software appositamente progettati.

Risulta difficile caratterizzare la velocità o i costi di un sistema embedded generico, anche se, soprattutto per sistemi che devono processare una grande quantità di dati, il progetto stesso assorbe la maggior parte dei costi. Per la maggior parte dei sistemi embedded le prestazioni richieste possono essere soddisfatte con una combinazione di hardware dedicato e una quantità limitata di software ottimizzato. A titolo di esempio, basti pensare ad un decoder per una televisione satellitare. Nonostante un sistema come questo debba processare decine di megabit di dati al secondo, la maggior parte del lavoro è svolta da hardware dedicato che separa, regola e decodifica il flusso digitale multicanale in un'uscita video. Alla CPU embedded spetta determinare i percorsi dei dati nel sistema, o gestire gli interrupt, generare

e disegnare la grafica, e così via. Spesso, quindi, gran parte dell'hardware di un sistema embedded deve sottostare a requisiti di prestazioni molto meno severi di quelli che, invece, deve rispettare l'hardware primario del sistema stesso. Questo permette all'architettura di un sistema embedded di essere semplificata rispetto a quella di un computer generico che deve eseguire le stesse operazioni, usando ad esempio una CPU più economica che tutto sommato si comporta discretamente anche per queste funzioni secondarie. Per sistemi embedded che non devono gestire una grossa mole di dati, possono essere utilizzati anche dei personal computer, riducendo il numero di programmi installati, oppure utilizzando un sistema operativo real-time. In questo caso l'hardware dedicato può essere sostituito con una o più CPU ad alte prestazioni. Ciononostante, alcuni sistemi embedded potrebbero richiedere in ogni caso CPU potenti, hardware dedicato ed una grande quantità di memoria per eseguire una certa attività.

Nel caso di sistemi che devono essere commercializzati in massa, come un lettore di musica portatile, ridurre i costi diventa una priorità. Sistemi di questo genere, infatti, spesso sono dotati di alcuni chip, una CPU altamente integrata, un chip dedicato a tutte le altre funzioni ed un singolo banco di memoria. In questo caso ogni componente è selezionato e progettato per ridurre il più possibile i costi.

Il software scritto per molti sistemi embedded, in particolare quelli senza hard disk, è talvolta chiamato firmware. Il firmware è un tipo di software che, ad esempio, è possibile trovare nei chip delle memorie ROM o Flash.

I sistemi embedded spesso richiedono di essere attivi continuamente per anni senza errori, pertanto il software ed il firmware sono progettati e testati con molta più attenzione rispetto al software dei personal computer. Molti sistemi embedded, infatti, evitano di incorporare componenti con parti meccaniche in movimento (come gli hard disk), poiché meno affidabili rispetto a componenti allo stato solido come le memorie Flash.

In aggiunta, i sistemi embedded possono essere fisicamente inaccessibili (come per le trivelle dei pozzi di petrolio, oppure i componenti lanciati nello spazio), pertanto i sistemi che li contengono devono essere capaci di resettarsi autonomamente in caso di perdita o corruzione dei dati. Questa funzionalità è molto spesso ottenuta con l'inserimento di un componente elettronico chiamato watchdog che ripristina il processore se il programma presente sullo stesso non azzerava con una certa frequenza il timer interno del componente.

2.1.2 Tecnologia FPGA

I dispositivi FPGA (Field Programmable Gate Array) sono dispositivi digitali la cui funzionalità è programmabile via software.

Sono elementi che presentano caratteristiche intermedie rispetto ai dispositivi ASIC (Application Specific Integrated Circuit) da un lato e a quelli con architettura PAL (Programmable Array Logic) dall'altro. L'uso di tali componenti comporta alcuni vantaggi rispetto agli ASIC: si tratta infatti di dispositivi standard la cui funzionalità da implementare non viene impostata dal produttore che quindi può produrre su larga scala a basso prezzo. La loro genericità li rende adatti a un gran numero di applicazioni come consumer, comunicazioni, automotive eccetera. Essi sono programmati direttamente dall'utente finale, consentendo la diminuzione dei tempi di progettazione, di verifica mediante simulazioni e di prova sul campo dell'applicazione.

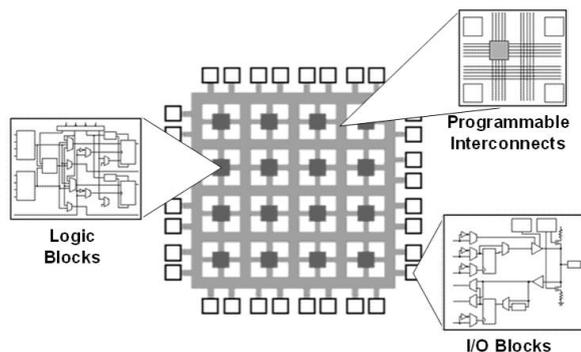


Fig. 2.1: Tecnologia FPGA[1].

L'FPGA è essenzialmente un chip formato da tre componenti principali:

1. i **blocchi logici**, dove i bit vengono processati per produrre il risultato richiesto;
2. i **blocchi di I/O** attraverso i quali avviene la comunicazione tra i pin a bordo del chip e la circuiteria circostante;
3. le **interconnessioni programmabili**: connettono i blocchi logici e si comportano come una matrice di switch in grado di indirizzare il segnale da un blocco al successivo.

L'FPGA è quindi un chip che può essere programmato per realizzare qualsiasi logica a livello hardware.

La tecnologia FPGA si sta affermando sul mercato e viene sempre più impiegata in alternativa a sistemi che utilizzano hardware custom (microprocessori, circuiti integrati, DSP o ASIC), questo perché l'FPGA racchiude in sé i vantaggi proposti dalle altre tecnologie di design hardware:

- offre l'affidabilità e il determinismo di una soluzione puramente hardware; infatti si possono realizzare tempi ciclo anche dell'ordine delle decine di nanosecondi o inferiori;
- l'FPGA è in grado di implementare un parallelismo effettivo, ovvero l'utente può creare un numero indefinito di task le quali verranno eseguite simultaneamente come se fossero circuiti paralleli su un unico chip FPGA. Microprocessori o DSP non offrono questa caratteristica perché possono processare solo una istruzione alla volta e quindi raggiungere solo un pseudoparallelismo attraverso la gestione dei multi-training. Anche con l'impiego di tecnologie multiboard le soluzioni basate su processori non sono comunque paragonabili in termini di parallelismo a quanto può offrire l'FPGA.
- a differenza di un chip ASIC l'FPGA è riprogrammabile; questo consente di aggiornare il sistema con una personalità hardware modificata o anche del tutto nuova ogni qualvolta sia richiesto. Per questo motivo i chip FPGA sono utilizzati ampiamente nelle fasi di prototipizzazione, in quanto eventuali errori possono essere risolti semplicemente riconfigurando il dispositivo;
- L'ambiente di progettazione è anche più user-friendly e di relativamente facile acquisizione.

Di contro per applicazioni su grandi numeri (più di qualche migliaio di pezzi) sono antieconomici, perché il prezzo unitario del dispositivo è superiore a quello degli ASIC (che di converso hanno elevati costi di progettazione). Il costo di tali dispositivi è oggi in rapida diminuzione: ciò li rende sempre di più una valida alternativa alla tecnologia standard cell. Usualmente vengono programmati con linguaggi come il Verilog o il VHDL, ma non bisogna dimenticare la modalità 'schematic-entry', che consente un approccio veloce e semplificato a tale tecnologia, e peraltro, di pari potenzialità.

Vediamo come lavora l'FPGA: Innanzitutto occorre definire qual'è la funzionalità richiesta dall'applicazione. Supponiamo che questa funzionalità sia

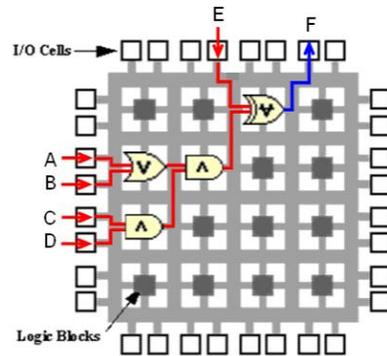


Fig. 2.2: Un esempio di programma su FPGA [1].

rappresentata dalla funzione logica $F = (A + B)CD \oplus E$.

Quando questa funzione viene implementata sull'FPGA ogni blocco logico è configurato in modo da eseguire una operazione e le interconnessioni sono configurate per collegare tra loro i blocchi logici (Figura 2.2).



Fig. 2.3: CompactRIO.

2.2 Linguaggio di programmazione: LabVIEW

LabVIEW (abbreviazione di Laboratory Virtual Instrumentation Engineering Workbench) è l'ambiente di sviluppo integrato per il linguaggio di programmazione visuale di National Instruments. Tale linguaggio grafico viene chiamato *Linguaggio G*.

Originalmente realizzato per Apple Macintosh nel 1986, LabVIEW viene utilizzato principalmente per acquisizione e analisi dati, controllo di processi, generazione di rapporti, o più generalmente per tutto ciò che concerne l'automazione industriale su diverse piattaforme come Windows, Solaris, Linux, Mac OS, e controllori National Instruments. La filosofia che ha ispirato il team che ha studiato e sviluppato LabVIEW si può schematizzare in due linee guida essenziali:

1. facilità nell'individuazione del flusso dei dati;
2. facilità nell'individuazione delle strutture che costituiscono il programma.

Il linguaggio di programmazione usato in LabVIEW si distingue dai linguaggi tradizionali perché grafico, e per questa ragione battezzato G-Language (Graphic Language). Un programma o sottoprogramma G, denominato VI (Virtual Instrument), non esiste sotto forma di testo, ma può essere salvato solo come un file binario, visualizzabile e compilabile solo da LabVIEW.

La definizione di strutture dati ed algoritmi avviene con icone e altri oggetti grafici, ognuno dei quali incapsula funzioni diverse, uniti da linee di collegamento (wire), in modo da formare una sorta di diagramma di flusso. Tale linguaggio viene definito dataflow (flusso di dati) in quanto la sequenza di esecuzione è definita e rappresentata dal flusso dei dati stessi attraverso i fili monodirezionali che collegano i blocchi funzionali. Poiché i dati possono anche scorrere in parallelo attraverso blocchi e fili non consecutivi, il linguaggio realizza spontaneamente il multithreading senza bisogno di esplicita gestione da parte del programmatore.

Una importante peculiarità di questo linguaggio è dovuta al fatto che LabVIEW traduce in C le istruzioni che l'utente definisce durante la fase di stesura del codice.

Pertanto l'utente LabVIEW non opera con un linguaggio interpretato come il BASIC che, in fase di esecuzione, traduce ogni singola istruzione in linguaggio macchina ma opera con un linguaggio compilato come il FORTRAN che prevede una fase di compilazione durante la quale si creano i vari oggetti

ed una successiva fase di LINK che collega tra loro i vari oggetti creando in questo modo il programma eseguibile.

Tutte queste operazioni avvengono in modo assolutamente trasparente; pertanto il programmatore ha la sensazione di operare con un sistema interpretato (immediata operatività in fase di correzione del codice e grande facilità nelle operazioni di debug del programma) ma ha a disposizione i grandi vantaggi in termini di velocità di esecuzione del codice che può fornire solo un linguaggio compilato.

La semplicità di programmazione (abbastanza intuitiva in quanto modellata su un diagramma di flusso), la semplicità di utilizzo (l'utente finale dispone di uno strumento virtuale disegnato sullo schermo del computer) e la grande versatilità, hanno reso LabVIEW molto impiegato e diffuso nell'ambito dell'acquisizione dei dati e nel loro controllo nei processi industriali, nonché nel campo della ricerca scientifica: il Lawrence Livermore Laboratory, il Jet Propulsion Laboratory, la NASA, il CERN di Ginevra (tramite LabView sono gestiti i sistemi DAQ degli acceleratori di particelle) sono esempi illustri di utilizzatori di questo moderno linguaggio di programmazione. LabVIEW è adottato sullo space shuttle, sui sottomarini della marina militare americana, sulle piattaforme petrolifere che operano nei mari del nord.

È determinante anche la velocità di realizzazione del software, che si limita spesso al semplice collegamento di blocchi già pronti, grazie alla vasta libreria di funzioni predefinite e driver per la gestione dell'hardware. LabVIEW è completamente integrato per la comunicazione con l'hardware di tipo GPIB (488.2), VXI, PXI, RS-232, RS-485 e dispositivi DAQ plug-in. I programmi LabVIEW sono pienamente compatibili con tutti i modelli dei più importanti costruttori di strumenti programmabili e schede di acquisizione.

Anche nelle piccole realtà industriali, molto diffuse in Italia, è molto frequente l'esigenza di tenere sotto controllo un fenomeno, ad esempio misurare la temperatura di un forno, di un congelatore, di una serra e, contemporaneamente, di controllarne il valore.

Data la grande diffusione del personal computer, LabVIEW è il catalizzatore ideale che lega il PC al fenomeno da misurare, ne consente la misura e ne controlla il processo.

Un programma scritto in LabVIEW non richiede la stesura di una serie di istruzioni utilizzando un editor come si è soliti fare se si utilizza un linguaggio di programmazione tradizionale.

Nell'ambiente di sviluppo, i VI constano di tre componenti principali:

- il pannello frontale;
- lo schema a blocchi ;
- il riquadro connettori.

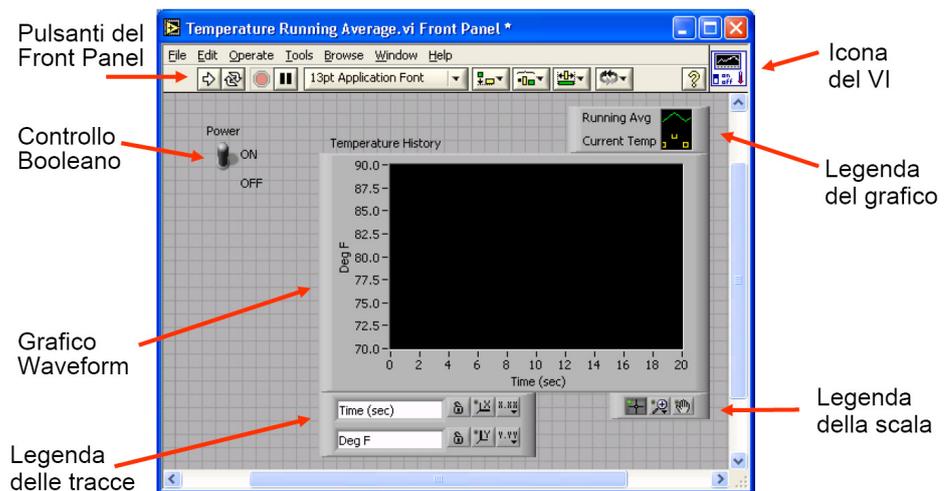


Fig. 2.4: Front Panel.

Il **pannello frontale** è l'interfaccia utente del VI. Si realizza con controlli e indicatori, che costituiscono i terminali interattivi d'ingresso e d'uscita, rispettivamente. Sono ben più numerosi e complessi dei widget normalmente forniti dal sistema operativo. I controlli sono matrici, manopole, potenziometri, pulsanti, quadranti e molti altri; simulano i dispositivi d'ingresso degli strumenti e forniscono dati allo schema a blocchi del VI. Gli indicatori sono grafici, tabelle, LED, termometri e molti altri; simulano i dispositivi d'uscita degli strumenti e visualizzano i dati che lo schema a blocchi acquisisce o genera.

Lo **schema a blocchi** è il diagramma di flusso che rappresenta il codice sorgente in formato grafico. Gli oggetti del pannello frontale appaiono come terminali di ingresso o uscita nello schema a blocchi. Gli oggetti dello schema a blocchi comprendono:

- terminali;
- funzioni;

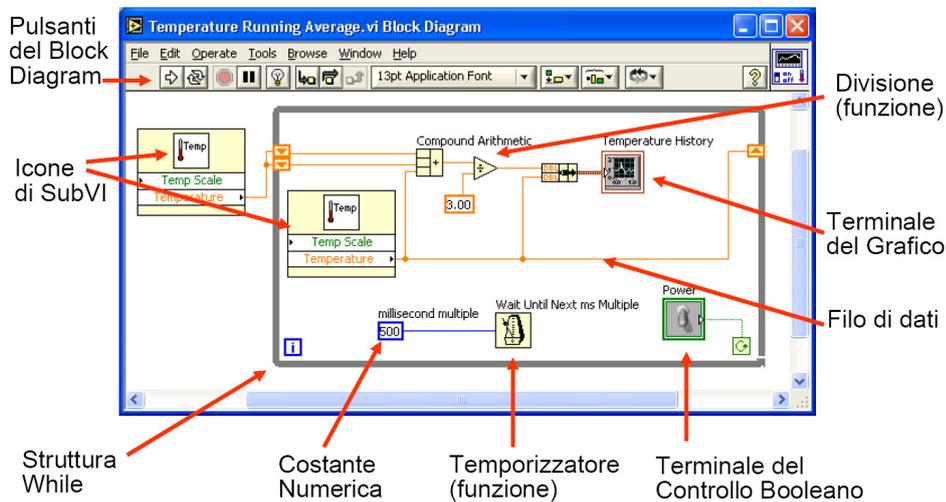


Fig. 2.5: Block Diagram.

- costanti;
- strutture;
- chiamate ad altri VI (subVI);
- fili di collegamento;
- commenti testuali.

Le funzioni sono chiamate esse stesse VI, anche se non hanno un loro pannello frontale e un loro schema a blocchi. Possono avere un numero indefinito di ingressi e di uscite come ogni VI.

Le strutture eseguono il controllo di flusso di base. Ad esempio il **ciclo FOR** è rappresentato da un contenitore quadrato, che ripete N volte la porzione di schema a blocchi che si trova al suo interno.

I fili di collegamento possono trasportare teoricamente qualunque mole di dati di qualunque tipo, anche aggregati (bundle) definiti dal programmatore. Il colore e lo spessore del filo cambiano di conseguenza per permetterne una facile identificazione. Ad esempio gli interi scorrono su fili blu e le stringhe su fili rosa.

Lo schema a blocchi può essere reso visibile anche durante l'esecuzione, cosa molto utile in fase di debug, in quanto a richiesta si può visualizzare

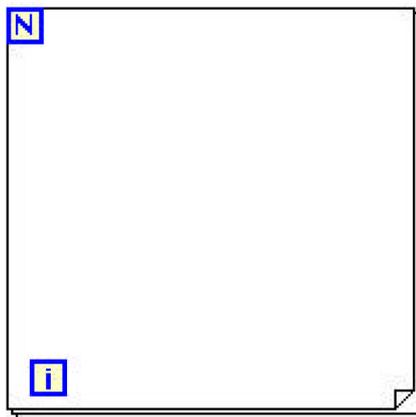


Fig. 2.6: ciclo FOR.

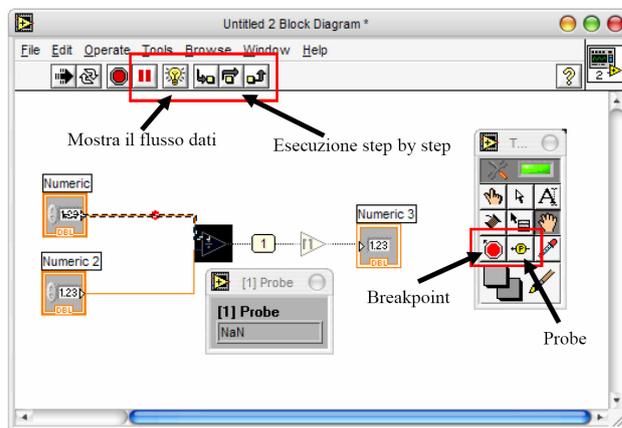


Fig. 2.7: Strumenti di debug.

con un'animazione al rallentatore il movimento dei dati lungo i fili e il loro valore momentaneo (Figura 2.7).

Ogni VI può essere a sua volta utilizzato come subVI (o sottoVI) e compa-

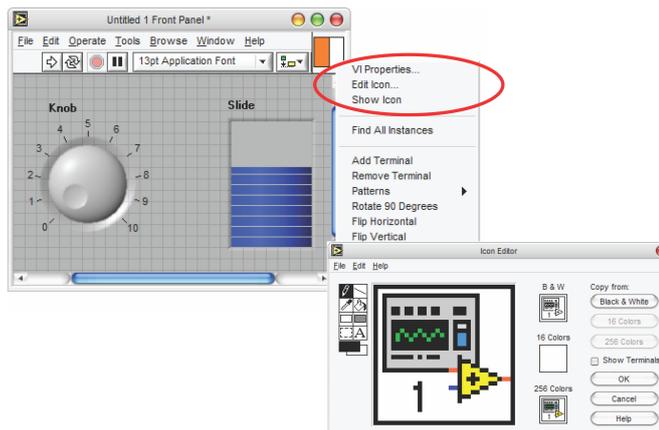


Fig. 2.8: creazione icona di un subVI.

rire all'interno dello schema a blocchi di altri VI, proprio come una qualsiasi funzione, e come tale può avere ingressi e uscite a cui collegare le linee di flusso. Il **riquadro connettori** serve appunto a definire qual'è l'aspetto del VI quando appare come subVI in uno schema a blocchi: che faccia ha l'icona, ma soprattutto come e dove vanno collegate le linee per permettere il passaggio dei dati. In generale con pochi click ogni controllo può essere associato a un ingresso e ogni indicatore può essere associato a un'uscita.

Oltre a queste finestre per la programmazione in labview vengono utilizzate anche la finestra **controls**, la finestra **functions** e la finestra **tools**. Nella finestra controls sono contenuti tutti gli oggetti che servono per costruire un programma, ad esempio, oggetti che assumono valori numerici oppure accettino delle stringhe o dei booleani, gli oggetti sono divisi per classi. La finestra functions invece, contiene le funzioni che servono all'elaborazione degli oggetti contenuti nella finestra controls, ad esempio la somma per quanto riguarda gli oggetti numerici oppure la funzione che restituisce la lunghezza di una stringa e così via, anche le funzioni sono divise per classi. La finestra tools, infine, contiene tutti gli strumenti che servono per programmare, ad esempio contiene lo strumento rochetto che permette di collegare gli oggetti con le funzioni e viceversa. Un ruolo molto importante, in labVIEW, è assunto dal menù dell'oggetto. Ogni oggetto infatti ha un proprio menù

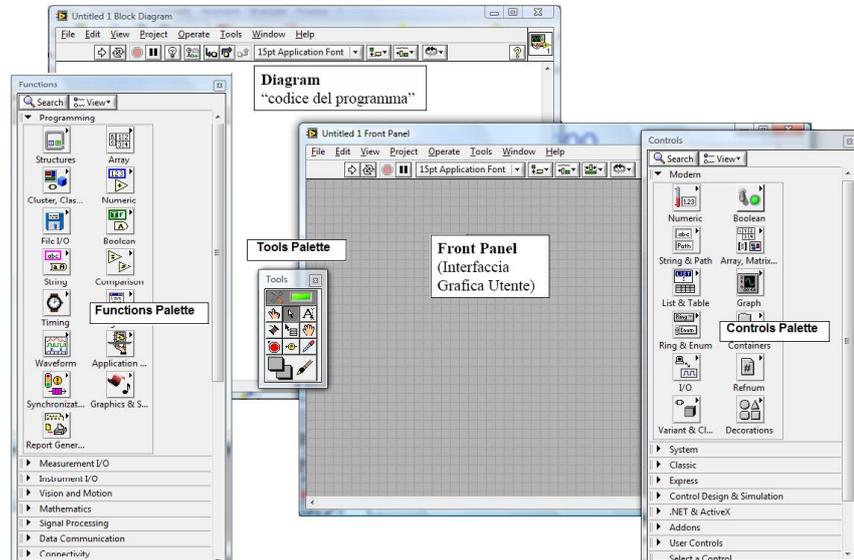


Fig. 2.9: Functions palette, Tools Palette e Controls palette.

utilizzando il quale si possono effettuare diverse operazioni sull'oggetto, ad esempio il cambio del tipo.

2.3 CompactRIO

Dopo aver chiarito i concetti di PAC, di sistema embedded e di tecnologia FPGA passiamo alla descrizione del CompactRIO.

Il CompactRIO, Piattaforma PAC di National Instruments, è un sistema di controllo e acquisizione a basso costo, riconfigurabile, progettato per applicazioni che richiedono alte prestazioni e affidabilità. Il sistema combina un'architettura embedded aperta con moduli di I/O industriali di dimensioni ridotte, estremamente robusti ed estraibili a caldo. CompactRIO si

avvale di tecnologia FPGA di I/O riconfigurabili (RIO).

Le principali caratteristiche del CompactRIO sono:

- Sistema embedded robusto e compatto per il controllo e l'acquisizione dati;
- Sfrutta la potenza degli strumenti di programmazione grafica di LabVIEW di National Instruments per uno sviluppo rapido dei sistemi;
- Caratterizzato da un processore real-time embedded per operazioni affidabili stand-alone o distribuite
- Integra un chip FPGA embedded che permette di ottenere la flessibilità, le prestazioni e l'affidabilità dell'hardware custom;
- Include moduli I/O industriali inseribili a caldo con condizionamento del segnale integrato per il collegamento diretto ad un'ampia gamma di sensori e attuatori;
- Certificato ed adatto agli utilizzi in ambienti industriali ostili:
 - Temperatura di funzionamento compresa tra -40 e 70 °C ;
 - Isolamento fino a 2300 Vrms;
 - Resistenza agli urti fino a 50 g;
 - Certificazioni internazionali di sicurezza, EMC e ambientali;
 - Sicurezza per l'uso in aree pericolose di Classe I e Divisione 2;
 - Doppia alimentazione in ingresso da 9 a 35 VDC e basso consumo (tra i 7 ed i 10 W)

NI CompactRIO si basa sulle tecnologie LabVIEW FPGA e LabVIEW Real-Time di National Instruments ed offre agli ingegneri la possibilità di progettare, programmare e personalizzare il sistema embedded CompactRIO con la facilità d'uso degli strumenti di programmazione grafica.

CompactRIO combina un processore real-time embedded, un chip FPGA ad alte prestazioni e moduli di I/O inseribili a caldo. Ciascun modulo I/O è connesso direttamente con il chip FPGA. Il chip FPGA è connesso al processore real-time embedded attraverso un bus PCI ad alta velocità. Questo definisce un'architettura a basso costo con accesso aperto alle risorse hardware di basso livello. LabVIEW offre meccanismi integrati per il trasferimento dati che passano i dati dai moduli di I/O al chip FPGA e dal chip FPGA al



Fig. 2.10: Unità di controllo del CompactRIO [1].

processore real-time embedded per analisi real-time, postprocessing, data-logging o comunicazioni via rete verso un computer host.

Tra le caratteristiche hardware che distinguono questo sistema PAC e ne



Fig. 2.11: Chassis e alcuni moduli di I/O[1].

determinano la sua estrema modularità e possibilità di customizzazione è significativo dire qualcosa in più sui seguenti elementi:

Moduli : è disponibile una grande varietà di tipi di moduli di I/O compresi quelli di tensione, corrente, termocoppie, RTD, accelerometri ed estensimetri; canali analogici di I/O a campionamento simultaneo fino a $\pm 60V$; I/O digitali industriali a 12, 24 e 48V; I/O digitali 5V/TTL; contatori/temporizzatori; generatori di impulsi; relay ad alta tensione/corrente. Alcuni moduli sono realizzati in modo da poter essere collegati direttamente con sensori ed attuatori, grazie al condiziona-

mento del segnale integrato per intervalli estesi di tensione o tipi di segnale industriale;

chip FPGA : Il chip embedded FPGA ad alte prestazioni è un chip riconfigurabile che può essere programmato grazie agli strumenti di LabVIEW FPGA. Senza essere costretti ad apprendere ed utilizzare dei linguaggi complessi come il VHDL per programmare questo tipo di chip è possibile usare gli strumenti grafici di LabVIEW per programmare e personalizzare i chip FPGA. Usando l'hardware FPGA integrato in CompactRIO, si possono implementare funzionalità di temporizzazione, triggering, sincronizzazione, controllo ed elaborazione dei segnali per I/O analogici e digitali personalizzati;

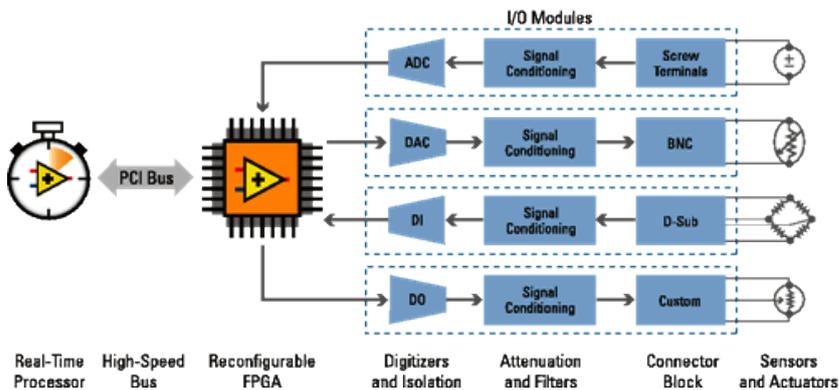


Fig. 2.12: Architettura del CompactRIO[1].

Processore real-time : il sistema embedded CompactRIO è caratterizzato da un processore industriale da 400 MHz che esegue in modo deterministico applicazioni realizzate con LabVIEW Real-Time sul sistema operativo real-time. LabVIEW ha funzioni integrate per il trasferimento dei dati tra il chip FPGA ed il processore real-time del sistema embedded CompactRIO. E' possibile scegliere tra centinaia di funzioni integrate in LabVIEW per creare il proprio sistema embedded multithread per il controllo real-time, l'analisi, la registrazione dati e le comunicazioni. È possibile inoltre integrare del codice C/C++ esistente con il codice LabVIEW Real-Time per risparmiare tempo di sviluppo.

Grazie ai bassi costi e all'affidabilità di CompactRIO, oltre al fatto di essere una piattaforma adatta per applicazioni embedded di misura e controllo da distribuire su vasta scala, si presta a risolvere moltissimi problemi industriali e applicativi. Gli esempi comprendono:

- Acquisizione dati, data-logging e controllo a bordo veicolo;
- Monitoraggio e protezione condizioni macchina;
- Creazione prototipi di sistemi embedded;
- Monitoraggio remoto e distribuito;
- Data-logging embedded;
- Controllo multiassi personalizzato;
- Monitoraggio e controllo potenza elettrica;
- Controllo di macchine servo idrauliche;
- Controllo batch e discreto;
- Analisi mobile/portatile di rumore, vibrazioni e asprezza (NVH).

2.3.1 Programmazione del chip FPGA con LabVIEW FPGA

Il modulo LabVIEW FPGA fa parte della piattaforma LabVIEW embedded composta da software che consentono all'utente di programmare l'hardware embedded con LabVIEW.

Il concetto alla base di questa tecnologia è la possibilità di offrire al programmatore un unico ambiente di sviluppo per lavorare con qualsiasi tipo di sistema embedded; ad esempio lo stesso paradigma di programmazione grafica può essere impiegato su un sistema real-time così come su FPGA. Per attuare questo concetto National Instrument ha sviluppato una soluzione in grado di portare il diagramma LabVIEW, attraverso l'utilizzo di diversi compilatori, a generare file eseguibili compatibili con gli specifici target hardware.

LabVIEW FPGA impiega queste tecnologie per compilare codice LabVIEW in un 'bit file' FPGA e mandarlo in esecuzione sul chip. Riprendiamo per chiarire le idee l'espressione logica analizzata precedentemente:

$$F = (A + B)CD \oplus E \quad (2.1)$$

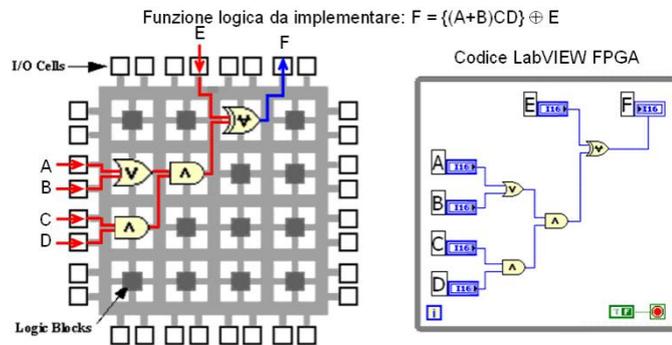


Fig. 2.13: Implementazione funzione logica su FPGA[1].

Nella Figura 2.13 e mostrato, a sinistra, l'implementazione di tale espressione su FPGA con blocchi logici e interconnessioni, mentre a destra il programma LabVIEW corrispondente. Si noti come il tool utilizzato per il design del FPGA rappresenti la logica implementata in maniera intuitiva.

Consideriamo ora il medesimo esempio ma assumiamo di voler creare un

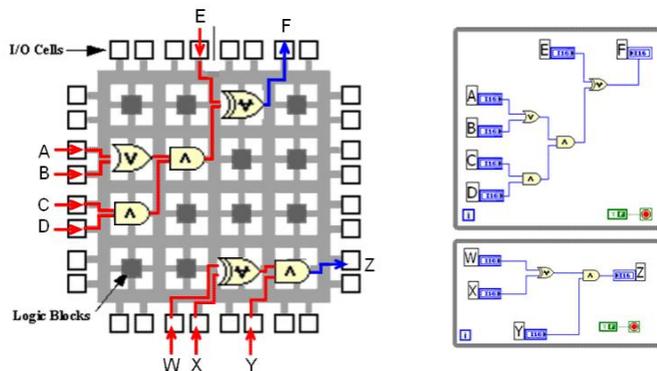


Fig. 2.14: Parallelismo.[1].

path parallelo che implementi un'altra logica(Figura 2.14). È in questo caso che la programmazione grafica caratteristica di LabVIEW si dimostra essere lo strumento ideale per lavorare con FPGA; il programma LabVIEW come la stessa logica FPGA andrà modificato semplicemente aggiungendo un secondo loop che descrive il comportamento del secondo circuito. Nessun altro linguaggio di programmazione hardware basato, su testo, può visualizzare

così chiaramente il parallelismo intrinseco dell'FPGA.

Gli esempi presentati offrono una visione semplicistica di quello che LabVIEW FPGA consente di realizzare su larga scala. Possiamo immaginare per esempio che l'espressione logica implementata negli esempi può essere replicata centinaia o migliaia di volte sullo stesso chip. Infatti i chip FPGA presenti a bordo delle schede e dispositivi della National Instrument compreso il CompactRIO hanno dimensioni dell'ordine delle migliaia di 'gate', in grado, quindi di implementare completamente a livello hardware sistemi complessi.

LabVIEW FPGA rappresenta una nuova generazione per i linguaggi HDL (Hardware Description Language) in sintonia con altri trend presenti nell'industria odierna che tendono a portare la tecnologia FPGA ad essere accessibile ad un maggior numero di ingegneri e a produrre soluzioni sempre più complesse. LabVIEW FPGA risponde alle esigenze di un più alto livello di astrazione ma, a differenza di altre soluzioni, rimane aderente alla logica del flusso dei dati e al parallelismo dell'hardware FPGA.

Capitolo 3

Leggi di controllo

Nell'ambito del controllo delle vibrazioni strutturali, fondamentale importanza assume la scelta della legge con cui tale controllo viene implementato. Solitamente la scelta di una o di un'altra legge non è arbitraria ma è legata a diversi fattori che vanno presi in considerazione per realizzare un sistema di controllo efficace. Tali fattori sono ad esempio, le caratteristiche fisiche e prestazionali dell'hardware su cui sarà implementato il controllo, la disponibilità di un modello più o meno preciso del sistema da controllare, la disponibilità di misure dello stato del sistema da poter elaborare in 'Real-Time' per un controllo in retroazione.

In questo capitolo vengono introdotte due tipologie di controllo utilizzate nell'ambito della presente tesi. La prima, di tipo passivo (o 'virtuale' passivo), pur essendo insensibile dal punto di vista della stabilità alle incertezze che caratterizzano il modello del sistema di cui si vuole mitigare le vibrazioni, richiede, al contrario, per una sua ottimizzazione una modellazione abbastanza spinta, la seconda invece (controllo ottimo), basandosi su un controllo attivo in retroazione necessita la conoscenza delle variabili di stato del sistema da controllare o in mancanza di parte di queste di un dispositivo (osservatore) che permetta di stimarle.

3.1 Assorbitore dinamico di vibrazioni - DVA

Gli assorbitori dinamici di vibrazioni [2], chiamati solitamente con un acronimo inglese DVA (Dynamic Vibration Absorber) [3] o anche TMD (Tuned Mass Damper)[4], sono dispositivi molto semplici, utilizzati per il controllo delle vibrazioni di strutture o macchine di vario tipo, comprese grandi

strutture civili quali ponti ed edifici. Sono essenzialmente costituiti da una massa connessa alla struttura principale tramite una molla elastica ed uno smorzatore viscoso, in grado di assorbire l'energia di vibrazione al punto di connessione.

Per la semplicità costruttiva, i DVA possono essere inclusi nel progetto originale di una macchina o struttura o aggiunti successivamente ad un sistema esistente.

L'assorbitore dinamico è stato inventato nel 1909 da Frahm e da allora è stato largamente utilizzato per la mitigazione delle vibrazioni in svariati tipi di sistemi meccanici.

Nei prossimi paragrafi verrà descritta brevemente la teoria alla base del progetto di un DVA.

3.1.1 Progetto di un DVA per sistemi ad 1 g.d.l.

Assorbitore dinamico in assenza di smorzamento

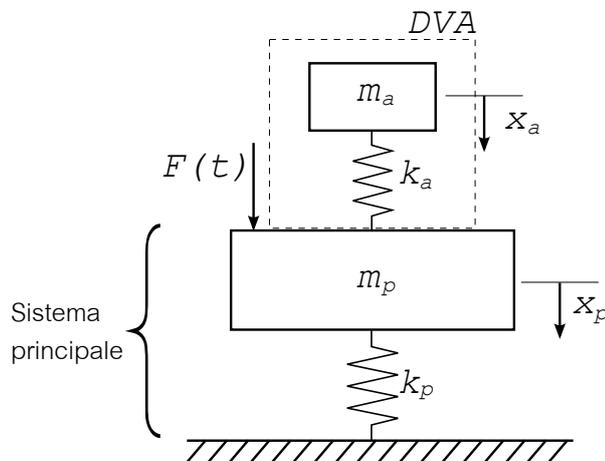


Fig. 3.1: Schema di un DVA.

Consideriamo il sistema in Fig.3.1 in cui (m_p, K_p) rappresenta il sottosistema principale di cui vogliamo mitigare le vibrazioni e (m_a, K_a) è il sottosistema ausiliario che rappresenta il DVA. Assumiamo che il sistema principale si eccitativo da una forzante armonica del tipo:

$$F(t) = F_0 e^{i\omega t} \quad (3.1)$$

Le equazioni del moto del sistema a 2 g.d.l. complessivo saranno:

$$m_p \ddot{x}_p + (k_a + k_p) x_p - k_a x_a = F \quad (3.2a)$$

$$m_a \ddot{x}_a + k_a x_a - k_a x_p = 0 \quad (3.2b)$$

Imponendo la nota soluzione a regime del tipo:

$$x_p(t) = X_p e^{i\omega t} \quad (3.3a)$$

$$x_a(t) = X_a e^{i\omega t} \quad (3.3b)$$

si ottiene:

$$X_p (k_p + k_a - m_p \omega^2) - k_a X_a = F_0 \quad (3.4a)$$

$$X_a (k_a - m_a \omega^2) - k_a X_p = 0 \quad (3.4b)$$

Indicando con:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{k_p}{m_p}}, \quad \omega_a = \sqrt{\frac{k_a}{m_a}}, \quad X_{p,st} = X_{st} = \frac{F_0}{k_p} \quad (3.5)$$

rispettivamente, la frequenza naturale del sistema principale, la frequenza naturale del sistema ausiliario e la deformazione statica del sistema principale e risolvendo le (3.4), in termini di ampiezze relative, si ottiene:

$$\frac{X_p}{X_{st}} = \frac{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^2\right]}{\left[1 + \frac{k_a}{k_p} - \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2\right] \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^2\right] - \frac{k_a}{k_p}} \quad (3.6a)$$

$$\frac{X_a}{X_{st}} = \frac{1}{\left[1 + \frac{k_a}{k_p} - \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2\right] \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^2\right] - \frac{k_a}{k_p}} \quad (3.6b)$$

Dall'analisi della (3.6a), è possibile osservare che l'ampiezza X_p si annulla quando la frequenza di eccitazione ω coincide con la frequenza naturale ω_a

del DVA.

Inoltre, in tale condizione, l'ampiezza di risposta della massa dell'assorbitore risulta essere:

$$X_a = -\frac{F_0}{k_a} \quad (3.7)$$

Ossia, la massa ausiliare oscilla, istante per istante, in modo tale che, la forza trasmessa dalla molla k_a equilibra la forzante esterna.

In Fig.3.2 è riportata, a titolo di esempio, la risposta in frequenza della

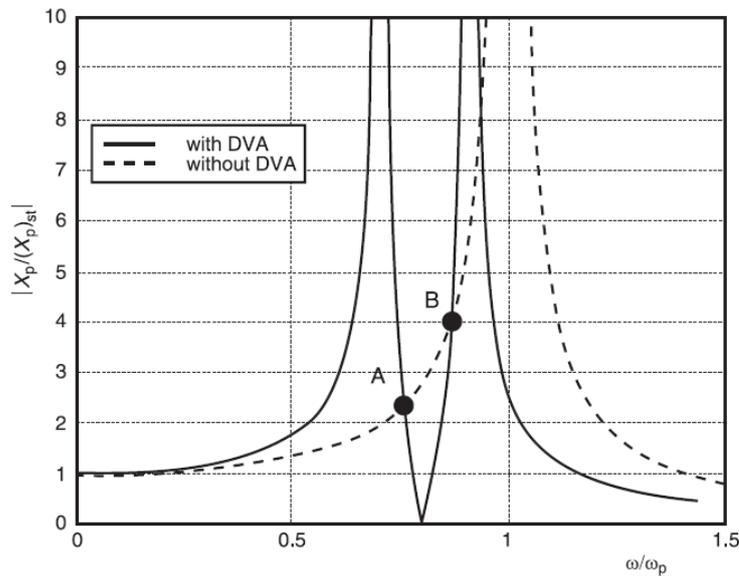


Fig. 3.2: Esempio di FRF con e senza DVA [4].

massa principale m_a , con e senza DVA. Come si può vedere da tale figura, in presenza del DVA compaiono, come era ovvio aspettarsi, due picchi di risonanza mentre, la banda di frequenza entro cui si realizza una riduzione dell'ampiezza di risposta, è limitata solo ad un intorno della frequenza naturale del DVA (intervallo compreso tra i punti A e B). Ne consegue che, per un assorbitore non smorzato, non appena ci si sposta di poco dalla condizione $\omega = \omega_a$ l'ampiezza di risposta della massa principale si amplifica notevolmente.

Un modo più comodo di analizzare il comportamento di un sistema provvisto di DVA è quello di considerare una adimensionalizzazione delle equazioni

fin qui esaminate, introducendo i seguenti parametri adimensionali:

$$\mu = \frac{m_a}{m_p}, \quad f = \frac{\omega_a}{\omega_p}, \quad p = \frac{\omega}{\omega_p} \quad (3.8)$$

rispettivamente, massa relativa o rapporto tra le masse, frequenza relativa e frequenza adimensionale della forzante. Tali parametri, in particolare μ e f , rappresentano i parametri di progetto di un DVA.

Le equazioni (3.6) diventano in questo caso:

$$\frac{X_p}{X_{st}} = \frac{f^2 - p^2}{(1 - p^2)(f^2 - p^2) - \mu p^2 f^2} \quad (3.9a)$$

$$\frac{X_a}{X_{st}} = \frac{f^2}{(1 - p^2)(f^2 - p^2) - \mu p^2 f^2} \quad (3.9b)$$

Le radici del denominatore delle equazioni (3.9), rappresentano le frequenze naturali del sistema a 2 g.d.l. (sistema principale + DVA), e valgono:

$$P_{1,2} = \sqrt{\frac{1 + f^2(1 + \mu)}{2}} \pm \sqrt{\left[\frac{1 + f^2(1 + \mu)}{2}\right]^2 - f^2} \quad (3.10)$$

Nel caso adimensionale risulta che la massa principale è ferma quando risulta $p = f$ ossia $\omega/\omega_p = \omega_a/\omega_p$.

Assorbitore dinamico smorzato

É possibile aumentare la banda di frequenza in cui ha effetto il DVA introducendo un elemento dissipante nel sistema ausiliario (vedi Fig.3.3). In questo caso, le equazioni del moto risultano le seguenti:

$$m_p \ddot{x}_p + k_p x_p + k_a(x_p - x_a) + r_a(\dot{x}_p - \dot{x}_a) = F_0 e^{i\omega t} \quad (3.11a)$$

$$m_a \ddot{x}_a + k_a(x_a - x_p) + r_a(\dot{x}_a - \dot{x}_p) = 0 \quad (3.11b)$$

Le ampiezza delle vibrazioni per la massa principale e per quella ausiliaria sono date da:

$$X_p = F_0 \frac{k_a - m_a \omega^2 + i\omega r_a}{\Delta} \quad (3.12a)$$

$$X_a = -F_0 \frac{k_a + i\omega r_a}{\Delta} \quad (3.12b)$$

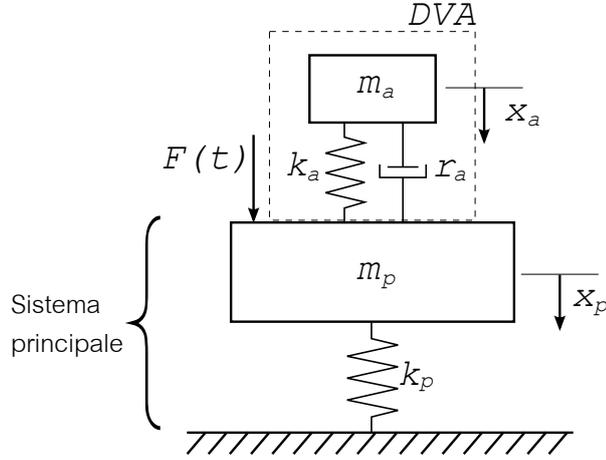


Fig. 3.3: Schema di DVA smorzato.

in cui:

$$\Delta = (k_p - m_p \omega^2)(k_a - m_a \omega^2) - m_a k_a \omega^2 + i \omega r_a (k_p - m_p \omega^2 - m_a \omega^2) \quad (3.13)$$

In maniera simile a quanto fatto nel caso di assorbitoro non smorzato possiamo adimensionalizzare le equazioni precedenti utilizzando i parametri definiti nella (3.8) e considerando un ulteriore parametro, lo smorzamento adimensionale, definito come:

$$\zeta = \frac{r_a}{m_a \omega_p} \quad (3.14)$$

In tal caso le (3.12) diventano:

$$\frac{X_p}{X_{st}} = \frac{f^2 - p^2 + i\zeta p}{(1 - p^2)(f^2 - p^2) - \mu p^2 f^2 + i\zeta p [1 - p^2(1 + \mu)]} \quad (3.15a)$$

$$\frac{X_a}{X_{st}} = \frac{f^2 + i\zeta p}{(1 - p^2)(f^2 - p^2) - \mu p^2 f^2 + i\zeta p [1 - p^2(1 + \mu)]} \quad (3.15b)$$

ed in modulo:

$$\frac{|X_p|}{X_{st}} = \sqrt{\frac{(f^2 - p^2)^2 + (\zeta p)^2}{[(1 - p^2)(f^2 - p^2) - \mu p^2 f^2]^2 + (\zeta p)^2 [1 - p^2(1 + \mu)]^2}} \quad (3.16a)$$

$$\frac{|X_a|}{X_{st}} = \sqrt{\frac{f^4 + (\zeta p)^2}{[(1 - p^2)(f^2 - p^2) - \mu p^2 f^2]^2 + (\zeta p)^2 [1 - p^2(1 + \mu)]^2}} \quad (3.16b)$$

In Fig.3.4 è possibile vedere un tipico andamento della variazione della FRF

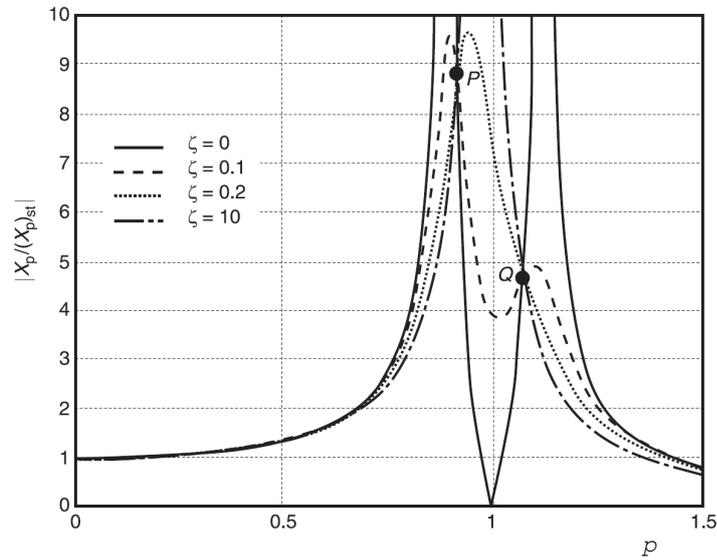


Fig. 3.4: Influenza dello smorzamento sulla FRF della massa principale per $f = 1$ e $\mu = 1/20$ [4].

della massa principale al variare dello smorzamento adimensionale ζ . Si noti che per $\zeta = 0$ ritroviamo il caso precedente di sistema a 2 g.d.l. non smorzato in cui l'ampiezza della risposta tende ad infinito in corrispondenza delle due risonanze. All'aumentare dello smorzamento il sistema diventa un classico sistema a 2 g.d.l. smorzato mentre, per ζ che tende ad infinito, il sistema diventa un sistema ad 1 g.d.l. non smorzato con massa pari a $(m_a + m_p)$ in quanto le due masse diventano virtualmente connesse dallo smorzatore.

Un'altra osservazione importante, alla base dell'ottimizzazione dei parametri del DVA, è la presenza dei cosiddetti "punti invarianti" evidenziati in figura con le lettere P e Q . Le posizioni di tali punti, infatti, non dipende dal valore

dello smorzamento ma, fissato μ , solo dal valore di f . Tali punti possono essere ricavati considerando l'intersezione delle FRF per due qualsiasi valori di ζ incluso $\zeta = 0$ e $\zeta = \infty$. Inoltre, siccome l'andamento FRF per $\zeta = \infty$ è indipendente dal valore della frequenza relativa (il sistema degenera in un sistema ad 1 g.d.l.), al variare di f i punti invarianti si muovono lungo tale curva.

Sfruttando tali considerazioni è possibile ottimizzare il DVA, trovando la coppia di valori (ζ_{opt}, f_{opt}) . Operativamente, si ha che f_{opt} è calcolato in modo tale che i punti P e Q presentino la stessa ordinata mentre, una volta imposto $f = f_{opt}$, ζ_{opt} è calcolato imponendo che la tangente alla FRF nei punti invarianti sia orizzontale. Si ottengono così le seguenti espressioni:

$$f_{opt} = \frac{1}{1 + \mu}, \quad \zeta_{opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{2(1 + \mu)^2}} \quad (3.17)$$

In Fig. 3.5 è possibile vedere qualitativamente l'andamento della FRF

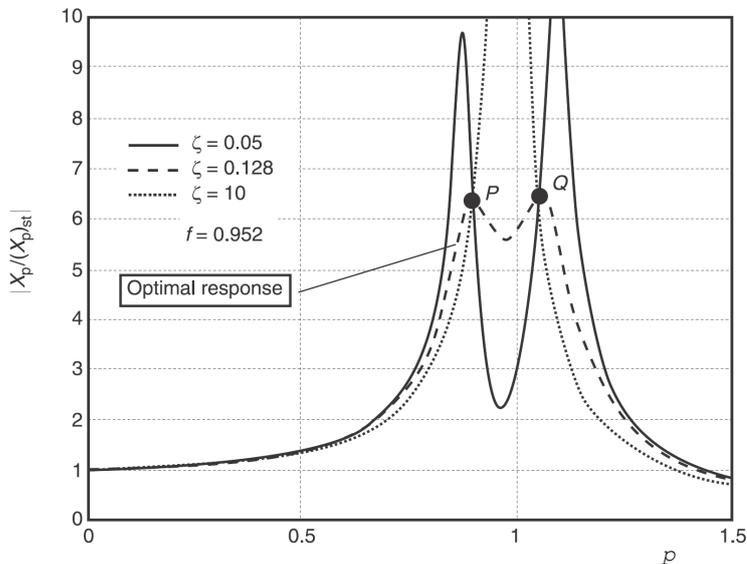


Fig. 3.5: FRF della massa principale per diversi valori di ζ [4].

relativa alla massa principale in corrispondenza dei valori ottimi di f_{opt} e ζ_{opt} .

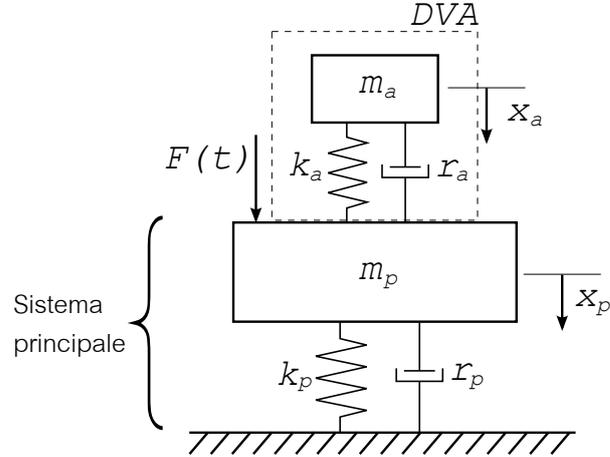


Fig. 3.6: Schema di un DVA con sistema principale smorzato.

DVA per sistema principale smorzato

Gli assorbitori dinamici sono adatti ad essere utilizzati in presenza di strutture principali poco smorzate, in quanto solitamente se lo smorzamento di quest'ultima è elevato essa presenta già livelli di vibrazione moderati che non richiedono ulteriore attenuazione. Fatta questa premessa, possono verificarsi situazioni in cui è necessario inserire un DVA tenendo conto dell'effetto dissipante della sistema principale.

Consideriamo quindi il sistema in Fig. 3.6. Le equazioni del moto per tale sistema risultano essere:

$$m_p \ddot{x}_p + (r_p + r_a) \dot{x}_p - r_a \dot{x}_a + (k_p + k_a) x_p - k_a x_a = F_0 e^{i\omega t} \quad (3.18a)$$

$$m_a \ddot{x}_a + r_a (\dot{x}_a - \dot{x}_p) + k_a (x_a - x_p) = 0 \quad (3.18b)$$

Applicando anche in questo caso l'adimensionalizzazione si giunge alla seguente espressione per l'ampiezza di risposta della massa principale:

$$\frac{|X_p|^2}{X_{st}^2} = \frac{(f^2 - p^2)^2 + (\zeta_a p)^2}{[(1 - p^2)(f^2 - p^2) - \mu p^2 f^2]^2 + [\zeta_a p(1 - p^2 - \mu p^2) + \zeta_p \mu p(p^2 - f^2)]^2} \quad (3.19)$$

in cui:

$$\zeta_a = \frac{r_a}{m_a \omega_p} \quad e \quad \zeta_p = \frac{r_p}{m_a \omega_p} \quad (3.20)$$

L'equazione (3.19) a differenza della (3.16a) non ammette l'esistenza dei punti invarianti nella curva della FRF. Per tale motivo non è possibile applicare la procedura di ottimizzazione vista nel caso precedente. In questo

caso, si possono ottenere dei valori ottimali dei parametri di progetto solo tramite una ottimizzazione numerica definendo una opportuna funzione obiettivo da minimizzare.

Bisogna considerare l'assorbitore non come un elemento aggiuntivo che equilibra la forzante esterna, ma come un sistema opportunamente smorzato, che, essendo in risonanza, dissipa una notevole quantità di energia: l'effetto di tale dissipazione è tale da aumentare lo smorzamento complessivo del nuovo sistema vibrante a 2 g.d.l. e quindi da diminuire complessivamente le ampiezze di vibrazioni. Se ne deduce che il maggiore effetto del DVA si ottiene quando il sistema principale è in risonanza ed è dotato di piccolo smorzamento.

3.1.2 Progetto di un DVA per sistemi a più g.d.l.

Nella maggior parte dei casi reali, il sistema principale a cui è connesso il DVA è modellabile più realisticamente come un sistema ad n gradi di libertà. In questo caso è possibile estendere la trattazione fatta per i sistemi a 1 g.d.l. utilizzando un approccio modale.

Se infatti, si assume che il sistema principale abbia n modi di vibrare distinti e sufficientemente separati tra di loro e che la massa dell'assorbitore sia sufficientemente piccola da non modificare sensibilmente le frequenze naturali dello stesso, allora si può pensare di progettare il DVA per un particolare modo di vibrare o addirittura di avere n DVA per ogni modo di vibrare.

Consideriamo quindi un DVA connesso ad un sistema principale a più gradi di libertà non smorzato, rappresentato tramite le matrici di massa e rigidità M e K . Indichiamo con x_c ed x_f rispettivamente la coordinata a cui è connesso il DVA e la coordinata a cui è applicata la forzante esterna.

Se il nostro obiettivo è quello di mitigare le vibrazioni, nelle vicinanze dell' n^o modo di vibrare della struttura principale, possiamo assumere con buona approssimazione che la risposta di quest'ultima sia dominata da questo particolare modo, ossia che si possa scrivere:

$$\mathbf{x}(t) = \underline{\phi}_n q_n(t) \quad (3.21)$$

ed, in particolare:

$$x_f(t) = \phi_{f,n} q_n(t) \quad (3.22a)$$

$$x_c(t) = \phi_{c,n} q_n(t) \quad (3.22b)$$

Nelle equazioni precedenti $q_n(t)$ rappresenta la coordinata modale associata all' n^o modo di vibrare e ϕ_n l' n^o autovettore, mentre $\phi_{f,n}$ e $\phi_{c,n}$ rappresentano la componente di tale autovettore relativa, rispettivamente, alla coordinata della forzante e alla coordinata del DVA. Assumiamo inoltre che ϕ_n sia normalizzato in modo tale da soddisfare le seguenti relazioni:

$$\underline{\phi}_n^T \mathbf{M} \underline{\phi}_n = m_n \quad (3.23a)$$

$$\underline{\phi}_n^T \mathbf{K} \underline{\phi}_n = m_n \omega_n^2 \quad (3.23b)$$

in cui m_n e ω_n sono, rispettivamente, la massa modale e la frequenza naturale associati all' n^o modo.

Allo scopo di scrivere le equazioni del moto dell sottosistema modale della struttura complessiva, consideriamo i seguenti termini che compongono l'equazione di Lagrange:

- Energia cinetica:

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{x}} + \frac{1}{2} m_a \dot{x}_a^2 \quad (3.24)$$

- Energia potenziale:

$$V = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{x}} + \frac{1}{2} k_a (x_a - x_c)^2 \quad (3.25)$$

- Funzione di dissipazione:

$$D = \frac{1}{2} r_a (\dot{x}_a - \dot{x}_c)^2 \quad (3.26)$$

- Lavoro virtuale:

$$\delta W = F_0 e^{i\omega t} \delta x_f \quad (3.27)$$

Tenendo conto delle equazioni (3.21), (3.22) e (3.23), applicando l'equazione di Lagrange si arriva a scrivere le seguenti equazioni del moto:

$$m_n \ddot{q}_n + r_a \phi_{c,n}^2 \dot{q}_n - r_a \phi_{c,n} \dot{x}_a + (m_p \omega_n^2 + k_a \phi_{c,n}^2) q_n - k_a \phi_{c,n} x_a = \phi_{f,n} F_0 e^{i\omega t} \quad (3.28a)$$

$$m_a \ddot{x}_a - r_a \phi_{c,n} \dot{q}_n + r_a \dot{x}_a - k_a \phi_{c,n} q_n + k_a x_a = 0 \quad (3.28b)$$

A questo punto sfruttando l'equazione 3.22b possiamo introdurre un cambiamento di riferimento tale che risulta:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{x}} &= \frac{1}{2} \dot{q}_n \left[\underline{\phi}_n^T \mathbf{M} \underline{\phi}_n \right] \dot{q}_n = \frac{1}{2} m_n \dot{q}_n^2 = \frac{1}{2} \left[\frac{m_n}{\phi_{c,n}^2} \right] \dot{x}_c^2 = \\ &= \frac{1}{2} (m_{eq})_n \dot{x}_c^2 \end{aligned} \quad (3.29a)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{K} \mathbf{x} &= \frac{1}{2} q_n \left[\underline{\phi}_n^T \mathbf{K} \underline{\phi}_n \right] q_n = \frac{1}{2} k_n q_n^2 = \frac{1}{2} \left[\frac{k_n}{\phi_{c,n}^2} \right] x_c^2 = \\ &= \frac{1}{2} (k_{eq})_n x_c^2 \end{aligned} \quad (3.29b)$$

In tal modo abbiamo introdotto la massa equivalente $(m_{eq})_n$ e la rigidezza equivalente $(k_{eq})_n$ che dalla analisi delle equazioni (3.29) possono essere interpretati come la massa e la rigidezza che posti nel punto di connessione con il DVA forniscono lo stesso valore di energia cinetica e potenziale del sistema principale. Inoltre dalle equazioni(3.29) si ricavano le seguenti espressioni:

$$(m_{eq})_n = \frac{m_n}{\phi_{c,n}^2} \quad (3.30a)$$

$$(k_{eq})_n = \frac{m_n \omega_n^2}{\phi_{c,n}^2} \quad (3.30b)$$

Introducendo queste modifiche nelle equazioni del moto e considerando i seguenti parametri adimensionali:

$$(\mu_{eq})_n = \frac{m_a}{(m_{eq})_n}, \quad p_n = \frac{\omega}{\omega_n}, \quad f_n = \frac{\omega_a}{\omega_n} \quad (3.31a)$$

$$(X_{est}) = \frac{F_0}{(k_{eq})_n}, \quad \omega_a = \sqrt{\frac{k_a}{m_a}}, \quad \zeta_n = \frac{r_a}{m_a \omega_n} \quad (3.31b)$$

si giunge alla seguente espressione per l'ampiezza di risposta della coordinata x_c :

$$\frac{|X_c|}{(X_{est})_n} = \frac{\phi_{f,n}}{\phi_{c,n}} \sqrt{\frac{(\zeta_n p_n)^2 + (f_n^2 - p_n^2)^2}{\Delta_n}} \quad (3.32)$$

in cui:

$$\begin{aligned} \Delta_n &= (\zeta_n p_n)^2 [p_n^2 - 1 + (\mu_{eq})_n p_n^2]^2 + \\ &+ [(\mu_{eq})_n f_n^2 p_n^2 - (p_n^2 - 1)(p_n^2 - f_n^2)]^2 \end{aligned} \quad (3.33)$$

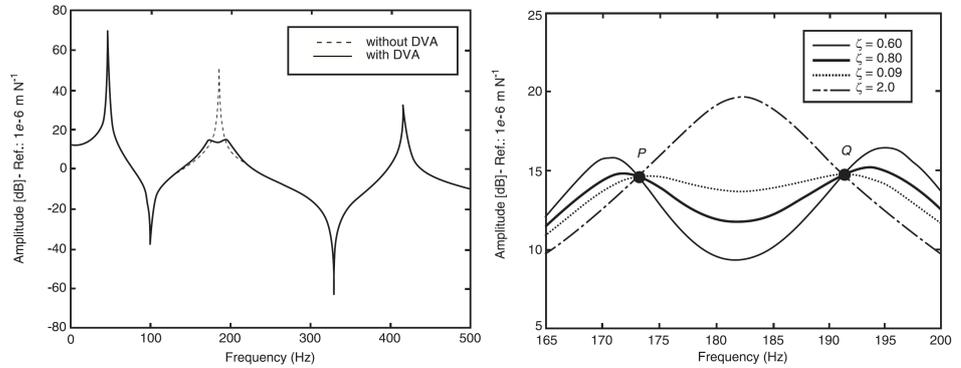


Fig. 3.7: Effetto di un DVA modale [4].

Confrontando la (3.32) con la (3.16a) ritroviamo le stesse dipendenze dai parametri adimensionali, per cui possiamo estendere la procedura di ottimizzazione vista per i sistemi principali ad 1 g.d.l. al caso ad n g.d.l. utilizzando le ovvie corrispondenze tra i parametri adimensionali. In Fig.3.7 è possibile vedere un esempio di risposta in frequenza della coordinata corrispondente al punto di connessione per un DVA progettato per mitigare il secondo modo della struttura principale.

3.2 Controllo virtuale passivo - VPC

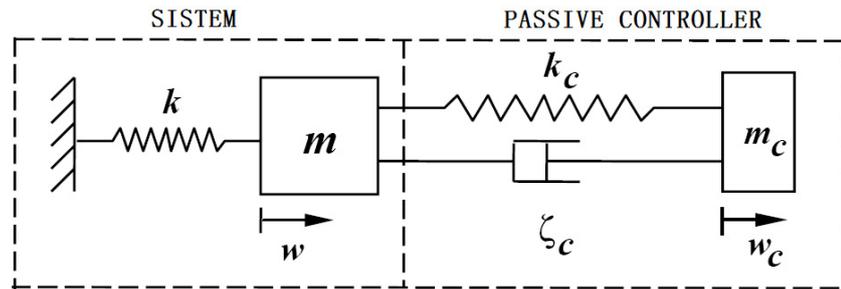


Fig. 3.8: Sistema fisico passivo connesso alla struttura principale [5].

Quando una sistema massa-molla-smorzatore é collegato a qualsiasi sistema meccanico, comprese strutture spaziali flessibili , lo smorzamento del

sistema, quasi sempre, aumenta, indipendentemente della dimensione del sistema [5]. I parametri del sistema massa-molla-smorzatore del controllore sono arbitrari, indipendenti dal modello, e quindi insensibile alle incertezze del sistema da controllare. Tale controller non destabilizza mai il sistema.

L'obiettivo del VPC è la progettazione di un sistema di controllo in re-

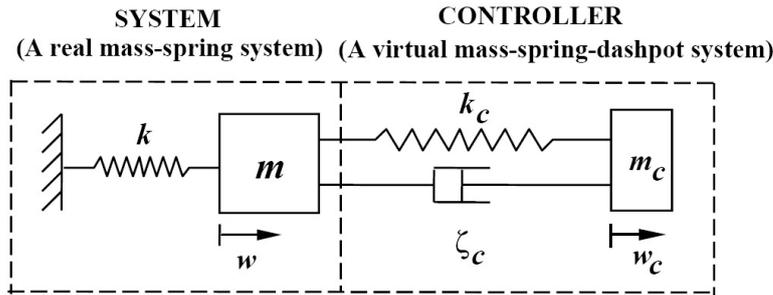


Fig. 3.9: Sistema virtuale passivo connesso alla struttura principale [5].

troazione che si comporti, dal punto di vista dinamico, come un sistema massa-molla-smorzatore.

3.2.1 Un semplice esempio di retroazione diretta

Nell'ambito della dinamica di sistemi meccanici, spesso, si impiega una formulazione delle equazioni del moto del tipo:

$$M\ddot{x} + R\dot{x} + Kx = Bu \quad (3.34)$$

$$y = C_a\ddot{x} + C_v\dot{x} + C_dx \quad (3.35)$$

Dove x è un vettore di dimensione n .

L'equazione di misura può essere utilizzata direttamente o indirettamente per il progetto di un sistema di controllo in retroazione.

Non considerando la dinamica dell'attuatore, possiamo definire una legge di controllo u del tipo:

$$u = -Fy = -FC_a\ddot{x} - FC_v\dot{x} - FC_dx \quad (3.36)$$

Sostituendo la (3.36) nella (3.34) si ottiene:

$$(M + BFC_a)\ddot{x} + (R + BFC_v)\dot{x} + (K + BFC_d)x = 0 \quad (3.37)$$

Per semplicitá di trattazione consideriamo il caso in cui $C_a = C_d = 0$. Se assumiamo che la matrice di influenza B possa esprimersi come:

$$B^T = C_b C_v \quad (3.38)$$

Ossia stiamo dicendo che il numero di sensori m sia maggiore o uguale al numero di attuatori r e che gli attuatori siano posizionati in modo tale che lo spazio riga generato da B^T appartenga allo spazio riga generato da C_v . C_b é quindi una matrice $r \times m$ che può essere ottenuta da:

$$C_b = B^T C_v^T (C_v C_v^T)^{-1} \quad (3.39)$$

Se ancora assumiamo che la matrice di guadagno F sia espressa da:

$$F = LL^T C_b \quad (3.40)$$

In cui L é una matrice arbitraria di dimensioni $r \times r$. Sostituendo nella (3.37) si ottiene:

$$M\ddot{x} + (R + BLL^T B^T)\dot{x} + Kx = 0 \quad (3.41)$$

Da cui si vede che la matrice $R + BLL^T B^T$ é per una matrice R semidefinita positiva almeno semidefinita positiva. Ne consegue che il sistema in anello chiuso é stabile o asintoticamente stabile rispettivamente per $R + BLL^T B^T$ semidefinita positiva e definita positiva.

3.2.2 Controllore con Dinamica del Secondo Ordine

Assumiamo che la legge di controllo possa esprimersi tramite un set di equazioni del tutto analogo a quelle che modellano il sistema da controllare:

$$M_c \ddot{x}_c + R_c \dot{x}_c + K_c x_c = B_c u_c \quad (3.42)$$

$$y_c = C_{ac} \ddot{x}_c + C_{vc} \dot{x}_c + C_{dc} x_c \quad (3.43)$$

Valgono le relazioni:

$$u = y_c = C_{ac} \ddot{x}_c + C_{vc} \dot{x}_c + C_{dc} x_c \quad (3.44)$$

$$u_c = y = C_a \ddot{x} + C_v \dot{x} + C_d x \quad (3.45)$$

Sostituendo la (3.44) nella (3.34) e la (3.45) nella (3.42) si ottiene:

$$M_t \ddot{x}_t + R_t \dot{x}_t + K_t x_t = 0 \quad (3.46)$$

in cui

$$M_t = \begin{bmatrix} M & -BC_{ac} \\ -B_c C_a & M_c \end{bmatrix} \quad R_t = \begin{bmatrix} R & -BC_{vc} \\ -B_c C_v & R_c \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

$$K_t = \begin{bmatrix} K & -BC_{dc} \\ -B_c C_d & K_c \end{bmatrix} \quad x_t = \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

Se i parametri di progetto M_c , R_c , K_c , C_{ac} , C_{vc} e C_{dc} sono scelti in modo tale che le matrici M_t , R_t e K_t risultino definite positive, il sistema in anello chiuso diventa asintoticamente stabile. Questo può essere dimostrato considerando l'energia totale del sistema descritto dall'equazione (3.46):

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \dot{x}_t^T M_t \dot{x}_t + \frac{1}{2} x_t^T K_t x_t \quad (3.49)$$

La derivata dell'energia totale \mathcal{E} diventa:

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \dot{x}_t^T M_t \ddot{x}_t + \dot{x}_t^T K_t x_t \quad (3.50)$$

$$= -\dot{x}_t^T R_t \dot{x}_t \quad (3.51)$$

Se la matrice R_t è definita positiva l'energia totale diminuisce nel tempo e il sistema è asintoticamente stabile mentre se R_t è solo semidefinita positiva il sistema è stabile. Consideriamo ad esempio il caso in cui c'è solo una retroazione di posizione ($C_a = C_{ac} = C_v = C_{vc} = 0$).

In questo caso per far sì che il sistema sia asintoticamente stabile deve semplicemente verificarsi che $\dot{x}_t^T K_t x_t > 0$, ossia deve essere K_t simmetrica e definita positiva.

Per far sì che K_t sia simmetrica, deve essere:

$$BC_{dc} = C_d^T B_c^T \quad (3.52)$$

assumendo che :

$$B^T = Q_b C_d \quad (3.53)$$

Per la (3.52) deve essere:

$$Q_b^T C_{dc} = B_c^T \quad (3.54)$$

Se prendiamo come forza di controllo:

$$u = y_c - Fy \quad (3.55)$$

con

$$F = C_{dc}B_c \quad (3.56)$$

Si ottiene:

$$x_t^T K_t x_t = x^T K x + (B_c C_{dc} x - x_c)^T (B_c C_{dc} x - x_c) + x_c^T (K_c - I) x_c \quad (3.57)$$

Dalla (3.57) si può concludere che affinché il sistema in anello chiuso sia stabile deve verificarsi che $K_c - I$ sia semidefinita positiva.

Anche in questo caso il controllore ha un margine di guadagno infinito nel senso che le matrici M_c, R_c e K_c , che possono essere considerate come matrici di guadagno del controllore, possono essere grandi quanto si vuole senza indurre in nessun modo instabilità nel sistema a patto che K_c sia maggiore di I .

3.3 Controllo ottimo - LQ

Nel problema del controllo ottimo si cerca un controllore con le migliori prestazioni possibili rispetto ad dato indice[6]. Ad esempio l'obbiettivo potrebbe essere quello di portare a zero un certo output con il minor dispendio di energia di controllo. In questo caso l'indice di prestazione è rappresentato dall'energia del segnale di controllo.

Quando il modello matematico del sistema da controllare è lineare e le funzioni che appaiono nell'indice di prestazione sono una forma quadratica, ci troviamo di fronte ad un problema di controllo ottimo LQ (Linear quadratic). Più in generale, il modello stato-spazio del processo è nella forma:

$$\dot{z}(t) = A(t)z(t) + B(t)u(t), \quad (3.58)$$

$$y(t) = C(t)z(t) \quad (3.59)$$

L'indice di prestazione è dato da:

$$J_{LQ} := z^T(t_f)S_f(t_f) + \int_{t_0}^{t_f} [y^T(t)Q(t)y(t) + u^T(t)R(t)u(t)] dt \quad (3.60)$$

con $S_f = S_f^T \geq 0$, $Q(t) = Q^T(t) > 0$, $R(t) = R^T(t) > 0$, $\forall t \in [t_0, t_f]$ e t_f assegnati. Generalmente le componenti del vettore $y(t)$ non coincidono con l'*output misurato*, ma più genericamente, esse sono particolari combinazioni lineari delle variabili di stato che si vogliono far tendere a zero (*output controllato*).

È necessario che le matrici S_f , $Q(t)$ e $R(t)$ siano semidefinite positive, siccome, generalmente, si vogliono penalizzare gli scostamenti dei vettori $z(t)$ e $u(t)$ dalle loro rispettive origini vettoriali. Gli elementi sulla diagonale delle matrici S_f , $Q(t)$ e $R(t)$ hanno una immediata interpretazione, infatti, essi penalizzano i quadrati delle componenti dei vettori $z(t)$, $y(t)$ e $u(t)$: per tale motivo, le matrici S_f , $Q(t)$ e $R(t)$ sono solitamente scelte diagonali.

Il termine

$$\int_{t_0}^{t_f} u^T(t)R(t)u(t) dt \quad (3.61)$$

corrisponde all'*energia del segnale di controllo*.

$$\int_{t_0}^{t_f} y^T(t)Q(t)y(t) dt \quad (3.62)$$

corrisponde all'*energia dell'output controllato* mentre il termine

Si può dimostrare che la soluzione del problema LQ può essere realizzato come una retroazione algebrica lineare delle variabili di stato:

$$u(t) = -K(t)z(t) \quad (3.63)$$

con, $K(t) = -R^{-1}(t)B^T(t)S(t)$, dove la matrice $S(t)$ è la soluzione dell'equazione differenziale di Riccati:

$$\begin{aligned} \dot{S}(t) + S(t)A(t) + A^T S(t) + \\ -S(t)B(t)R^{-1}B^T S(t) + C^T(t)Q(t)C(t) = 0 \end{aligned} \quad (3.64)$$

Considerando il seguente modello lineare stazionario, controllabile e osservabile:

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= Az(t) + Bu(t), \\ y(t) &= Cz(t) \end{aligned} \quad (3.65)$$

il problema di regolazione ottima (LQ) a tempo infinito si riduce a determinare la legge di controllo ottimo in retroazione che minimizzi il seguente indice di prestazione:

$$J_{LQ} := \int_{t_0}^{\infty} [y^T(t)Qy(t) + u^T(t)Ru(t)] dt \quad (3.66)$$

dove $Q = Q^T > 0$ e $R = R^T$. La soluzione è data dalla seguente legge di controllo:

$$u(t) = -Kz(t), \quad K := R^{-1}B^T S \quad (3.67)$$

dove la matrice simmetrica S è l'unica soluzione definita positiva dell'equazione algebrica di Riccati (ARE):

$$SA + A^T S - SBR^{-1}B^T S + C^T Q C = 0 \quad (3.68)$$

Una formulazione più generale, dell'indice di prestazione, è la seguente:

$$\begin{aligned} J_{LQ} &:= \int_{t_0}^{\infty} [y^T(t)Qy(t) + 2y^T(t)Nu(t) + u^T(t)Ru(t)] dt = \\ &= \int_{t_0}^{\infty} \begin{bmatrix} y^T(t) & u^T(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q & N \\ N^T & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ u(t) \end{bmatrix} dt \end{aligned} \quad (3.69)$$

dove $N > 0$. Questa formulazione è usata, ad esempio, per risolvere problemi di regolazione che prevedono un termine che vada a penalizzare le derivate delle variabili di stato.

In questo caso:

$$K = R^{-1} (B^T S + N^T C) z(t) \quad (3.70)$$

e S è l'unica soluzione definita positiva della ARE:

$$SA + A^T S - (B^T S + N^T C)^T R^{-1} (B^T S + N^T C) + C^T Q C = 0 \quad (3.71)$$

3.4 Stima dello stato

Come visto nel paragrafo 3.3 la soluzione ottima di un problema di regolazione (LQ) consiste nella retroazione delle variabili di stato del modello del sistema da controllare. Spesso però le variabili di stato del sistema da controllare non sono direttamente misurabili, ma si dispone della misura di un numero limitato di loro combinazioni lineari, per tale motivo diventa essenziale, nel progetto di un sistema di controllo, l'impiego di un dispositivo di stima dello stato, detto *osservatore*. Tali dispositivi consentono di ricavare una stima delle variabili di stato a partire dalla conoscenza degli andamenti passati degli ingressi e delle misure disponibili del sistema stesso.

L'osservatore dello stato deve avere, per essere accettabile, due proprietà fondamentali. Se indichiamo con $x(t)$ lo stato vero, con $\hat{x}(t)$ lo stato stimato e con $e(t) := z(t) - \hat{z}(t)$ l'errore di stime, possiamo dire che una stima deve essere *asintotica* nel senso che l'errore di stima deve convergere a zero per $t \rightarrow \infty$ e *a dinamica arbitraria* nel senso che la velocità di convergenza deve poter essere scelta arbitrariamente dal progettista.

3.4.1 Osservatore Identità

Consideriamo il seguente sistema lineare e stazionario completamente osservabile:

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= Az(t) + Bu(t), & z(t_0) &= z_0 \\ y(t) &= Cz(t) \end{aligned} \quad (3.72)$$

Si supponga che il sistema sia di ordine n e il vettore di uscita sia di dimensione m con $m > n$ e che lo stato iniziale x_0 non sia noto. La nostra intenzione è quella di costruire uno stimatore dello stato per il sistema (3.72) della forma:

$$\dot{\hat{z}}(t) = A\hat{z}(t) + Bu(t) + K[y(t) - C\hat{z}(t)], \quad \hat{z}(t_0) = \hat{z}_0 \quad (3.73)$$

ossia si utilizza l'errore sulla stima della misura per modificare il comportamento dell'osservatore. L'equazione precedente può anche essere scritta come:

$$\dot{\hat{z}}(t) = (A - KC)\hat{z}(t) + Bu(t) + Ky(t), \quad \hat{z}(t_0) = \hat{z}_0 \quad (3.74)$$

Si noti che la stima dello stato iniziale va scelta in base ad eventuali informazioni che si ha a disposizione sul sistema ed in mancanza di queste la scelta più ovvia è $\hat{z}_0 = 0$.

Dalle equazioni (3.72) e (3.74) è possibile ricavare il seguente modello dell'errore di stima:

$$\dot{e}(t) = (A - KC)e(t), \quad e(t_0) = z_0 - \hat{z}_0 \quad (3.75)$$

Da cui si deduce che affinché la stima sia efficace occorre scegliere gli autovalori di $A - KC$ con parte reale negativa sufficientemente inferiore alla parte reale più piccola degli autovalori della matrice A . Dato che il sistema (3.72) è completamente osservabile è sempre possibile determinare la matrice K in modo tale che la matrice $A - KC$ abbia autovalori arbitrari. La matrice K viene detta matrice dei guadagni dell'osservatore.

La velocità con cui si estingue l'errore dipende dalla dinamica dell'osservatore e quindi è tanto maggiore quanto più è grande, in modulo, la parte reale (negativa) degli autovalori della matrice $A - KC$. Rendere l'osservatore più pronto però significa anche aumentare la banda passante e quindi rendere la stima più sensibile ai disturbi inevitabilmente presenti sulle misure disponibili.

3.4.2 Filtro di Kalman

Si consideri il seguente sistema dinamico lineare e stazionario:

$$\begin{aligned}\dot{z}(t) &= Az(t) + Bu(t) + Dw(t), & z(t_0) &= z_0 \\ y(t) &= Cz(t) + v(t)\end{aligned}\quad (3.76)$$

in cui:

- L'ingresso $u(t)$ sia misurabile per ogni $t \geq t_0$;
- $w(t)$ e $v(t)$ siano processi stocastici stazionari bianchi, mutuamente incorrelati con matrici di covarianza note:

$$\begin{aligned}E[w(t)v^T(\tau)] &= 0, & \forall t, \tau \geq t_0, \\ E[w(t)w^T(\tau)] &= Q \delta(t - \tau), & Q > 0, \quad \forall t, \tau \geq t_0, \\ E[v(t)v^T(\tau)] &= R \delta(t - \tau), & R > 0, \quad \forall t, \tau \geq t_0;\end{aligned}\quad (3.77)$$

- z_0 sia un vettore aleatorio con valore medio e matrice di covarianza nota:

$$E[z_0] = \bar{z}_0, \quad E[(z_0 - \bar{z}_0)(z_0 - \bar{z}_0)^T] = P_0 \quad (3.78)$$

- i processi stocastici $w(t)$ $v(t)$ sono incorrelati con il vettore aleatorio z_0 :

$$E[z_0 w^T(t)] = 0, \quad E[z_0 v^T(t)] = 0, \quad \forall t \geq t_0. \quad (3.79)$$

Si consideri l'osservatore identità del sistema (3.76) così come introdotto nel paragrafo 3.4.1:

$$\dot{\hat{z}}(t) = A\hat{z}(t) + Bu(t) + K[y(t) - C\hat{z}(t)], \quad \hat{z}(t_0) = \hat{z}_0 \quad (3.80)$$

Introduciamo l'errore quadratico medio di stima definito come:

$$E[e^T(t)Me(t)] \quad (3.81)$$

in cui M è una matrice simmetrica definita positiva.

Il progetto dell'osservatore ottimo stazionario consiste nello scegliere la matrice di guadagno K in modo da minimizzare l'errore quadratico medio di stima a regime:

$$\lim_{t_0 \rightarrow -\infty} E[e^T(t)Me(t)] \quad (3.82)$$

Si può dimostrare, sotto certe condizioni, che la soluzione del problema dell'osservatore ottimo stazionario è dato da:

$$K = PC^T R^{-1} \quad (3.83)$$

in cui P è la soluzione della equazione matriciale algebrica di Riccati:

$$AP + PA^T - PC^T R^{-1} CP + DQD^T = 0 \quad (3.84)$$

La matrice dei guadagni K si dice osservatore ottimo (o filtro di Kalman) stazionario.

3.5 Controllo LQG

Il controllo LQG (Linear Quadratic Gaussian) non è altro che un sistema di controllo ottimo basato su un controllore ottimo e un filtro ottimo, il primo progettato tramite regolatore lineare quadratico (LQ) ed il secondo tramite filtro di Kalman.

Si consideri il modello dinamico lineare e stazionario:

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= Az(t) + Bu(t) + Dw(t), & z(t_0) &= z_0 \\ y(t) &= Cz(t) + v(t) \end{aligned} \quad (3.85)$$

in cui:

- $u(t)$ è un vettore di variabili indipendenti manipolabili;
- $w(t)$ e $v(t)$ siano processi stocastici stazionari bianchi, mutuamente incorrelati con matrici di covarianza note:

$$\begin{aligned} E[w(t)v^T(\tau)] &= 0, & \forall t, \tau \geq t_0, \\ E[w(t)w^T(\tau)] &= R_w \delta(t - \tau), & R_w > 0, \quad \forall t, \tau \geq t_0, \\ E[v(t)v^T(\tau)] &= R_v \delta(t - \tau), & R_v > 0, \quad \forall t, \tau \geq t_0; \end{aligned} \quad (3.86)$$

In questo caso la legge di controllo in retroazione diventa:

$$u(t) = K_r \hat{z}(t) \quad (3.87)$$

in cui K_r è la matrice di guadagno del controllo ottenuta, così come visto nel paragrafo 3.3, come soluzione del problema di regolazione ottima a tempo infinito in ambiente deterministico:

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= A(t)z(t) + B(t)u(t) \\ J &:= \int_{t_0}^{\infty} [z^T(t)Qz(t) + u^T(t)Ru(t)] dt \end{aligned} \quad (3.88)$$

la cui soluzione è:

$$K_r := -R^{-1}B^T S \quad (3.89a)$$

$$SA + A^T S - SBR^{-1}B^T S + C^T Q C = 0 \quad (3.89b)$$

e $\hat{z}(t)$ è la stima dello stato ottenuta mediante il filtro di Kalman, ossia considerando la seguente equazione dell'osservatore identità:

$$\dot{\hat{z}}(t) = A\hat{z}(t) + Bu(t) + K_o[y(t) - C\hat{z}(t)], \quad \hat{z}(t_0) = \hat{z}_0 \quad (3.90)$$

in cui K_o è la matrice di guadagno dell'osservatore definita come:

$$K_o = PC^T R_v^{-1} \quad (3.91a)$$

$$AP + PA^T - PC^T R_v^{-1} CP + DR_w D^T = 0 \quad (3.91b)$$

Le equazioni algebriche matriciali (3.89b) e (3.91b) sono solitamente chiamate CARE (Control Algebraic Riccati Equation) e FARE (Filter Algebraic Riccati Equation).

Parte II

PARTE SPERIMENTALE

Capitolo 4

Apparato sperimentale

L'apparato sperimentale (vedi Fig.4.1) è costituito da una telaio flessibile di tipo 'shear-type'[7], composto da sei travi in acciaio armonico disposte verticalmente e da tre elementi orizzontali di interconnessione in alluminio. Il range di frequenze di interesse comprende tutte le frequenze al di sotto di 15Hz . In tale range, possiamo considerare flessibili le travi verticali e rigidi gli elementi orizzontali. Inoltre, la struttura presenta una rigidezza flessionale sensibilmente inferiore nel suo piano di sviluppo rispetto a quella nei piani ad esso ortogonali e alla rigidezza torsionale, per cui per frequenze dell'ordine della decina di Hz essa può essere considerata piana.

La struttura in esame ha una dimensione di circa 130 cm di altezza per 21 cm di larghezza ed una distanza interpiano pari, nell'ordine partendo dal basso, a circa 23, 28 e 23 cm. I pilastri verticali hanno uno spessore di 1 mm (nel piano della struttura) e una larghezza di 35 mm mentre le travi orizzontali sono dei profilati a sezione quadrata di 45x45 mm. Le masse totali dei piani sono, sempre partendo dal basso, rispettivamente $m_1 = 1.281\text{ Kg}$, $m_2 = 0.814\text{ Kg}$ e $m_3 = 1.381\text{ Kg}$.

Il telaio è eccitato in corrispondenza del primo piano da una vibrodina o shaker (Brüel & Kjær Modal Exciter - Type 4824), sospesa tramite un cavo d'acciaio ad una struttura di supporto esterna. Per separare dinamicamente la vibrodina dal telaio, questi sono connessi, non direttamente, ma tramite uno stinger, il quale non è altro che una sottile barretta di acciaio con una rigidezza trascurabile in tutte le direzioni tranne che in quella assiale. Per disaccoppiare la struttura anche assialmente, un sensore di forza (una cella di carico ICP[®]della PCB[®]) è interposto tra lo stinger e la struttura stessa. Lo shaker è azionato da un amplificatore di potenza (Brüel & Kjær Power



Fig. 4.1: Appoarato Sperimentale.

Amplifier - Type 2732) il quale, a sua volta, è controllato tramite un generatore d'onda (Textronix *Arbitrary Function Generator* AFG320).

Sulla sommità del telaio, in corrispondenza del terzo piano, e posizionato il



Fig. 4.2: Particolare del sistema di controllo.

sistema di controllo [8] (Fig.4.2). Esso è costituito da un pendolo semplice che può ruotare intorno ad un asse ortogonale a quello della struttura. Un piccolo motore brushless (Kollmorgen AKM13D), completo di encoder sinusoidale, ed azionato da un servo-drive (Kollmorgen AKD-P00306), fornisce la coppia di controllo agente sull'asse del pendolo. Il pendolo ha una lunghezza di circa 18 mm, una massa $m_p = 0.083$ Kg e un momento d'inerzia rispetto all'asse di rotazione $I_p = 8.32 \cdot 10^{-4}$ Kg m².

Su ognuno dei tre piani della struttura è fissato un accelerometro piezoelettrico della B&K i cui segnali, sono inviati ad un hardware di acquisizione dati (Brüel & Kjær PULSETM), per l'analisi off-line, e altrettanti accelerometri capacitivi a basso costo sono utilizzati come feedback RT per il sistema di controllo.

L'hardware su cui è stata implementata la legge di controllo è il sistema PAC CompactRIO della National Instrument (NI cRIO-9014). Tale sistema è fornito di tre moduli di I/O:

- un modulo analogico di output (NI 9263);
- un modulo analogico di input (NI 9215)
- un modulo di interfaccia per servo drive (NI 9514)

Il modulo di input è utilizzato per acquisire i segnali degli accelerometri e della cella di carico mentre il modulo per drive consente l'interfacciamento tra il dispositivo PAC e il servo-azionamento. Tale modulo consente una perfetta integrazione tra i due sistemi, permettendo al CompactRIO di governare il motore in coppia e di leggere contemporaneamente in RT la posizione angolare dell'asse dell'azionamento fornita dall'encoder.

In Fig.4.3 è possibile vedere uno schema dell'architettura dell'apparato sperimentale.

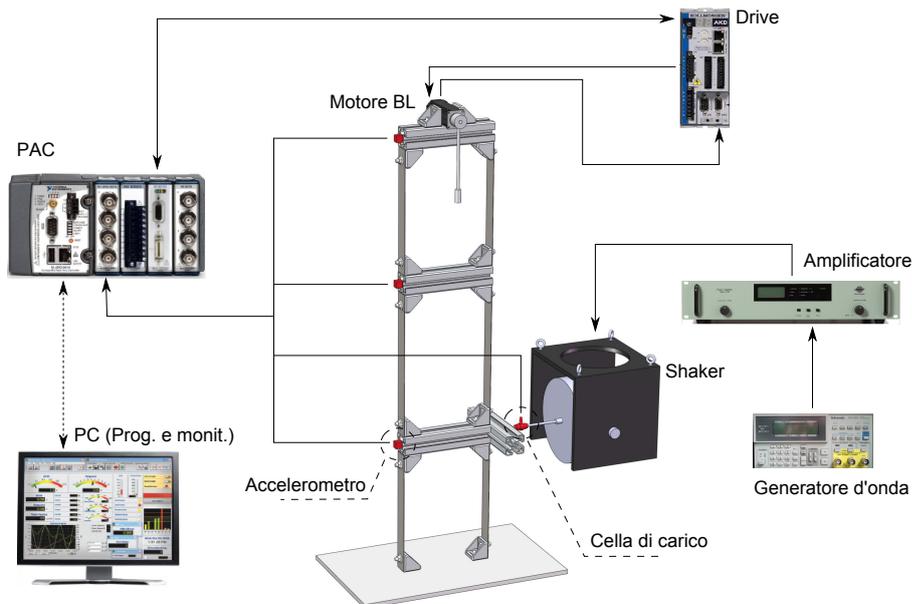


Fig. 4.3: Architettura apparato sperimentale.

Capitolo 5

Modello struttura



Fig. 5.1: Struttura.

In questo capitolo verrà descritta la modellazione fatta dell'apparato sperimentale ovvero del telaio piano e del sistema di controllo. In particolare verranno trattati separatamente i due sistemi dinamici: prima verrà trattata la modellazione, con diverse tecniche, del sistema da controllare e poi, si passerà alla modellazione, con tecnica Multi-body, del sistema di controllo.

Tale separazione permette di integrare successivamente il modello dinamico del sistema di controllo con uno qualsiasi dei modelli del telaio piano al fine di costruire un modello dinamico complessivo, oltre a consentire una trattazione più ‘comoda’.

Detto questo, bisogna precisare che, per motivi evidenti di scala, le dimensioni e soprattutto il peso dell’attuatore (Motore brushless) non sono trascurabili rispetto al peso del telaio, per tale motivo, e senza nulla togliere alla validità della sperimentazione, il peso della parte statica del motore (Statore e sui avvolgimenti, struttura esterna, ecc.) è stata considerata facente parte della massa del terzo piano del telaio mentre il rotore è stato considerato come parte integrante del sistema di controllo.

Per quanto riguarda la modellazione del telaio, si è costruito preliminarmente un modello a parametri concentrati [9], considerando le travi verticali esclusivamente come elementi elastici e quindi privi di massa. Tale modello, pur essendo molto semplice, è stato utilissimo dal punto di vista pratico per avere una idea immediata della dinamica della struttura nonché per poter avere un confronto, seppur orientativo, con gli altri modelli che si prefiguravano come più aderenti alla realtà ed è per tale motivo che viene qui presentato.

Successivamente si è sfruttato la teoria dei continui, utilizzando le equazioni indefinite di equilibrio dinamico, per tener conto anche della dinamica delle travi verticali ed in fine, si è utilizzata una tecnica di identificazione modale per ottenere un modello del telaio a partire da misure sperimentali.

5.1 Modello a parametri concentrati

Con riferimento alla Fig. 5.2 possiamo scrivere l’energia cinetica come:

$$E_c = \frac{1}{2}m_1\dot{x}_1^2(t) + \frac{1}{2}m_2\dot{x}_2^2(t) + \frac{1}{2}m_3\dot{x}_3^2(t) \quad (5.1)$$

che in forma matriciale diventa:

$$\begin{aligned} E_c &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) & \dot{x}_2(t) & \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \dot{\underline{x}}^T(t) [M_s] \dot{\underline{x}}(t) \end{aligned} \quad (5.2)$$

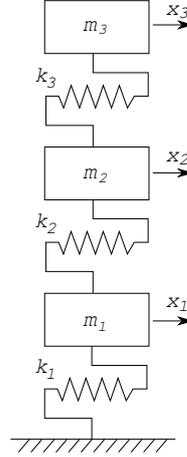


Fig. 5.2: Schematizzazione del modello a parametri concentrati.

L'energia potenziale invece, si può scrivere come:

$$E_p = \frac{1}{2}k_1x_1^2(t) + \frac{1}{2}k_2(x_2(t) - x_1(t))^2 + \frac{1}{2}k_3(x_3(t) - x_2(t))^2 \quad (5.3)$$

in cui:

$$k_i = 2 \left(12 \frac{EI}{l_i^3} \right) \quad \forall \quad i = 1 : 3 \quad (5.4)$$

Si noti che l'approssimazione della rigidezza delle travi verticali con la (5.4) è più che accettabile nel range di frequenze considerato nello studio (0 ÷ 15 Hz).

In forma matriciale l'equazione (5.3) diventa:

$$E_p = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} x_1(t) & x_2(t) & x_3(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

$$= \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(t) [\mathbf{K}_s] \mathbf{x}(t)$$

Assumendo per il nostro sistema i seguenti valori di massa e rigidezza:

$$\begin{aligned} k_1 = 12777.2 \text{ [N/m]}, \quad k_2 = 672.97 \text{ [N/m]}, \quad k_3 = 12777.2 \text{ [N/m]}, \\ m_1 = 1.281 \text{ [Kg]}, \quad m_2 = 0.814 \text{ [Kg]}, \quad m_3 = 1.381 \text{ [Kg]}; \end{aligned} \quad (5.6)$$

La matrice di massa M_s risulta essere la seguente:

$$M_s = \begin{bmatrix} 1.281 & 0 & 0 \\ 0 & 0.814 & 0 \\ 0 & 0 & 1.381 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

mentre di seguito è riportata la matrice di rigidità K_s :

$$K_s = \begin{bmatrix} 1950.2 & -672.97 & 0 \\ -672.97 & 1950.2 & -1277.2 \\ 0 & -1277.2 & 1277.2 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Infine è possibile calcolare pulsazioni naturali e modi di vibrare della struttura così modellata calcolando autovalori λ ed autovettori Φ di $M_s^{-1}K_s$:

$$\lambda = [\omega_1^2, \omega_2^2, \omega_3^2]^T = [165.32, 1412.4, 3266.1]^T \quad [\text{s}^{-2}] \quad (5.9)$$

$$\phi = \begin{bmatrix} 0.23861 & -0.91272 & -0.26969 \\ 0.61634 & -0.19044 & 0.89556 \\ 0.75046 & 0.36150 & -0.35389 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Dalla (5.9) è possibile calcolare le frequenze naturali:

$$f_1 = 2.05 \text{ [Hz]}, \quad f_2 = 5.98 \text{ [Hz]}, \quad f_3 = 9.10 \text{ [Hz]} \quad (5.11)$$

Nelle Figg.(5.3), (5.4) e (5.5) sono rappresentati graficamente i modi di

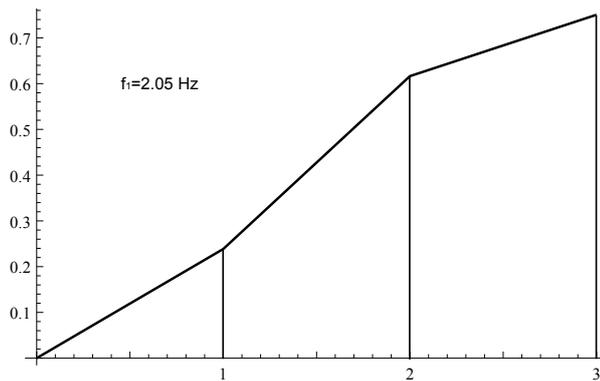


Fig. 5.3: Modello a parametri concentrati: 1° modo.

vibrare del modello a parametri concentrati.

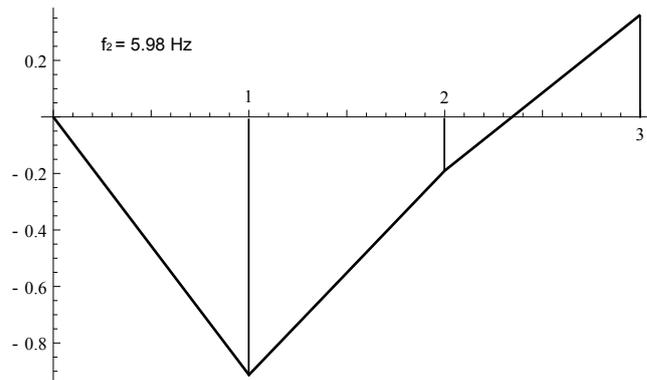


Fig. 5.4: Modello a parametri concentrati: 2° modo.

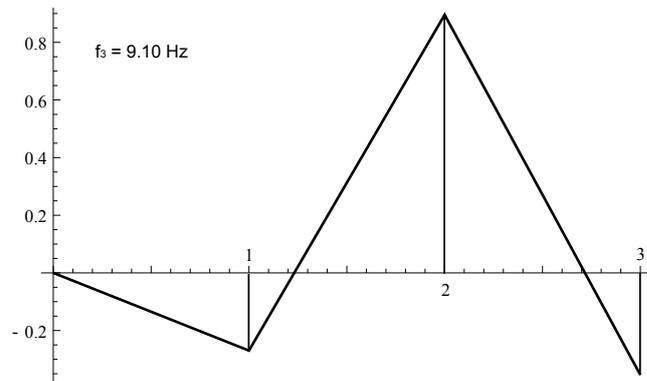


Fig. 5.5: Modello a parametri concentrati: 3° modo.

5.2 Modello continuo

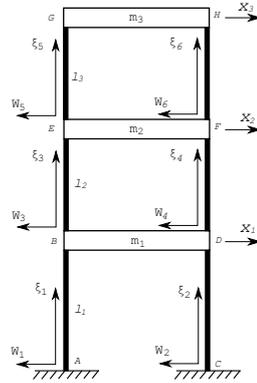


Fig. 5.6: Modello continuo.

Consideriamo l'equazione indefinita di equilibrio dinamico (5.12) che descrive le piccole oscillazioni trasversali, nell'intorno della condizione di equilibrio statico, di una trave di sezione A , rigidezza flessionale EI e densità ρ costanti [2] [10]. Tale equazione può essere scritta per ognuna delle sei travi verticali flessibili che compongono la struttura:

$$EI \frac{\partial^4 W_i}{\partial \xi_i^4} = -\rho A \frac{\partial^2 W_i}{\partial t^2} \quad \forall \quad i = 1 : 6 \quad (5.12)$$

Come è noto dalla teoria, volendo studiare il moto libero a regime, si cerca una soluzione per separazione delle variabili, imponendo un integrale particolare del tipo:

$$W_i(\xi_i, t) = \Phi_i(\xi_i) * G(t) \quad (5.13)$$

La soluzione stazionaria, che si trova mediante semplici passaggi matematici, è data dal prodotto delle due relazioni che seguono:

$$\Phi_i(\xi_i) = a_i \sin(\gamma \xi_i) + b_i \cos(\gamma \xi_i) + c_i \sinh(\gamma \xi_i) + d_i \cosh(\gamma \xi_i) \quad (5.14)$$

$$G(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) \quad (5.15)$$

dove

$$\gamma^4 = \omega^2 \frac{\rho A}{EI} \quad (5.16)$$

in cui ω è la pulsazione naturale della struttura, A e B sono costanti dipendenti dalle condizioni iniziali ed a_i , b_i , c_i e d_i sono le costanti d'integrazione da definirsi mediante le condizioni al contorno (condizioni di congruenza e di equilibrio) nei nodi A, B, \dots, G e H (vedi Fig. 5.6):

- c.c. di congruenza:

$$\begin{aligned}
 W_1(0, t) = 0; \quad \frac{\partial W_1(0, t)}{\partial \xi_1} = 0; \quad W_2(0, t) = 0; \quad \frac{\partial W_2(0, t)}{\partial \xi_2} = 0; \\
 \frac{\partial W_1(L1, t)}{\partial \xi_1} = 0; \quad \frac{\partial W_3(0, t)}{\partial \xi_3} = 0; \quad \frac{\partial W_2(L1, t)}{\partial \xi_2} = 0; \quad \frac{\partial W_4(0, t)}{\partial \xi_4} = 0; \\
 W_1(L1, t) = W_2(L1, t); \quad W_3(0, t) = W_4(0, t); \quad W_1(L1, t) = W_3(0, t); \\
 \frac{\partial W_3(L2, t)}{\partial \xi_3} = 0; \quad \frac{\partial W_4(L2, t)}{\partial \xi_4} = 0; \quad \frac{\partial W_5(0, t)}{\partial \xi_5} = 0; \quad \frac{\partial W_6(0, t)}{\partial \xi_6} = 0; \\
 W_3(L2, t) = W_4(L2, t); \quad W_4(0, t) = W_6(0, t); \quad W_3(L2, t) = W_5(0, t); \\
 \frac{\partial W_5(L3, t)}{\partial \xi_5} = 0; \quad \frac{\partial W_6(L3, t)}{\partial \xi_6} = 0; \quad W_5(L3, t) = W_6(L3, t);
 \end{aligned}$$

- c.c. di equilibrio:

$$\begin{aligned}
 -EI \frac{\partial^3 W_1(L1, t)}{\partial \xi_1^3} - EI \frac{\partial^3 W_2(L1, t)}{\partial \xi_2^3} + EI \frac{\partial^3 W_3(0, t)}{\partial \xi_3^3} + EI \frac{\partial^3 W_4(0, t)}{\partial \xi_4^3} = -M_1 \frac{\partial^2 W_1(L1, t)}{\partial t^2} \\
 -EI \frac{\partial^3 W_3(L2, t)}{\partial \xi_3^3} - EI \frac{\partial^3 W_4(L2, t)}{\partial \xi_4^3} + EI \frac{\partial^3 W_5(0, t)}{\partial \xi_5^3} + EI \frac{\partial^3 W_6(0, t)}{\partial \xi_6^3} = -M_2 \frac{\partial^2 W_3(L2, t)}{\partial t^2} \\
 -EI \frac{\partial^3 W_5(L3, t)}{\partial \xi_5^3} - EI \frac{\partial^3 W_6(L3, t)}{\partial \xi_6^3} = -M_3 \frac{\partial^2 W_5(L3, t)}{\partial t^2}
 \end{aligned}$$

Sostituendo in tali condizioni al contorno la generica relazione (5.14), tenendo presente la (5.13), si giunge ad un set di equazioni algebriche lineari omogenee, parametriche in γ , che, scritte in forma matriciale, assumono la seguente forma:

$$\mathbf{H}(\gamma) \cdot \mathbf{z} = \mathbf{0} \tag{5.17}$$

In cui \mathbf{z} è il vettore delle incognite e \mathbf{H} è la matrice dei coefficienti. Tale sistema ammetterà soluzioni non banali, solo se il determinante della matrice dei coefficienti è zero, ovvero:

$$\det |\mathbf{H}(\gamma)| = 0 \tag{5.18}$$

Tale equazione ammette infinite radici, ossia infiniti valori del parametro $\gamma = \gamma_n$. A ciascuno di tali valori corrisponde una generica frequenza propria

ω_n , ricavabile tramite la relazione:

$$\gamma_n^4 = \omega_n^2 \frac{\rho A}{EI} \quad (5.19)$$

Ancora, ad ogni γ_n , corrispondono i relativi modi di vibrare delle travi della struttura e di conseguenza il modo n^o complessivo di quest'ultima:

$$\begin{aligned} \phi_i^{(n)}(\xi_i) = & a_i^{(n)} \sin(\gamma_n \xi_i) + b_i^{(n)} \cos(\gamma_n \xi_i) + \\ & + c_i^{(n)} \sinh(\gamma_n \xi_i) + d_i^{(n)} \cosh(\gamma_n \xi_i) \quad \forall i = 1 : 6 \end{aligned} \quad (5.20)$$

Le equazioni 5.20 vengono definite a meno di una costante, cioè imponendo un valore arbitrario (ad esempi 1) ad una delle 6×4 grandezze $a_1^{(n)}$, $b_1^{(n)}$, \dots , $c_6^{(n)}$, $d_6^{(n)}$ e ricavando le altre tramite la relazione seguente:

$$\hat{H}(\gamma_n) \cdot \hat{z}_n = N_n \quad (5.21)$$

in cui:

- $\hat{H}(\gamma_n)$ è la sottomatrice di $\mathbf{H}(\gamma_n)$ ottenuta eliminando la riga e la colonna corrispondente alla costante il cui valore è stato assegnato.
- \hat{z}_n è il vettore delle costanti non definite.
- N_n è il termine noto, ottenuto moltiplicando la colonna di $\mathbf{H}(\gamma_n)$ corrispondente alla costante assegnata per la costante stessa cambiata di segno.

Il generico modo di vibrare della struttura sarà dato dalla combinazione lineare dei singoli modi:

$$W_i(\xi_i, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_i^{(n)}(\xi_i) (A_n \sin(\omega_n t) + B_n \cos(\omega_n t)) \quad \forall i = 1 : 6 \quad (5.22)$$

5.2.1 Approccio in coordinate principali

Un approccio più comodo, rispetto al metodo diretto espresso dall'equazione (5.22), per trattare la modellazione della nostra struttura, è quello dell'approccio in coordinate principali:

$$W_i(\xi_i, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_i^{(n)}(\xi_i) q_n(t) \quad \forall i = 1 : 6 \quad (5.23)$$

L'equazione (5.23), pur essendo dal punto di vista teorico la soluzione esatta, è praticamente inapplicabile per la presenza della sommatoria estesa ad infiniti termini (tutti i modi della struttura). Una approssimazione di tale equazione la si ottiene fermandosi ad analizzare i primi N modi del sistema:

$$W_i(\xi_i, t) = \sum_{n=1}^N \phi_i^{(n)}(\xi_i) q_n(t) \quad (5.24)$$

Ancora, possiamo scrivere l'equazione (5.24) in maniera più compatta:

$$W_i(\xi_i, t) = \underline{\phi}_i^T(\xi_i) \underline{q}(t) \quad (5.25)$$

in cui $\underline{\phi}_i$ è un vettore di autofunzioni così costituito:

$$\underline{\phi}_i(\xi_i) = \begin{bmatrix} \phi_i^{(1)}(\xi_i) \\ \phi_i^{(2)}(\xi_i) \\ \vdots \\ \phi_i^{(N)}(\xi_i) \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

e \underline{q} è il vettore delle coordinate principale:

$$\underline{q}(t) = \begin{bmatrix} q^{(1)}(t) \\ q^{(2)}(t) \\ \vdots \\ q^{(N)}(t) \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

Passiamo quindi alla scrittura delle equazioni del moto tramite la scrittura dell'energia cinetica e potenziale:

- Energia cinetica:

$$E_c = \left(\sum_i^6 \frac{1}{2} \underline{\dot{q}}^T \left[\int_0^{l_i} \rho A \underline{\phi}_i(\xi_i) \underline{\phi}_i^T(\xi_i) d\xi_i \right] \underline{\dot{q}} \right) + \frac{1}{2} \underline{\dot{q}}^T m_1 \underline{\phi}_1(l_1) \underline{\phi}_1^T(l_1) \underline{\dot{q}} + \frac{1}{2} \underline{\dot{q}}^T m_2 \underline{\phi}_3(l_2) \underline{\phi}_3^T(l_2) \underline{\dot{q}} + \frac{1}{2} \underline{\dot{q}}^T m_3 \underline{\phi}_5(l_3) \underline{\phi}_5^T(l_3) \underline{\dot{q}} \quad (5.28)$$

$$\begin{aligned}
E_c &= \frac{1}{2} \underline{\dot{q}}^T \left[\rho A \left(\sum_{i=1}^6 \int_0^{l_i} \underline{\phi}_i(\xi_i) \underline{\phi}_i^T(\xi_i) d\xi_i \right) + \right. \\
&\quad \left. + m_1 \underline{\phi}_1(l_1) \underline{\phi}_1^T(l_1) + m_2 \underline{\phi}_3(l_2) \underline{\phi}_3^T(l_2) + m_3 \underline{\phi}_5(l_3) \underline{\phi}_5^T(l_3) \right] \underline{\dot{q}} \quad (5.29) \\
&= \frac{1}{2} \underline{\dot{q}}^T \left[\tilde{M}_s \right] \underline{\dot{q}}
\end{aligned}$$

• Energia potenziale:

$$\begin{aligned}
E_p &= \frac{1}{2} \underline{q}^T \left[EI \left(\sum_{i=1}^6 \int_0^{l_i} \underline{\phi}_i''(\xi_i) \underline{\phi}_i''(\xi_i)^T d\xi_i \right) \right] \underline{q} \quad (5.30) \\
&= \frac{1}{2} \underline{q}^T \left[\tilde{K}_s \right] \underline{q}
\end{aligned}$$

Eseguiamo ora un ulteriore cambio di variabili per passare dalle coordinate principali $\underline{q}(t)$ alle coordinate fisiche $\underline{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), x_3(t)]^T$, che rappresentano gli spostamenti dei piani.

Con riferimento alla Fig. (5.6), possiamo scrivere:

$$\begin{aligned}
W_3(0, t) &= \underline{\phi}_3^T(0) \underline{q}(t) = x_1(t) \\
W_3(l_2, t) &= \underline{\phi}_3^T(l_2) \underline{q}(t) = x_2(t) \\
W_5(0, t) &= \underline{\phi}_5^T(l_3) \underline{q}(t) = x_3(t)
\end{aligned} \quad (5.31)$$

per cui vettorialmente abbiamo:

$$\underline{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\phi}_3^T(0) \\ \underline{\phi}_3^T(l_2) \\ \underline{\phi}_5^T(l_3) \end{bmatrix} \underline{q}(t) \quad (5.32)$$

Il cambio di variabili è quindi dato da:

$$\underline{q}(t) = \begin{bmatrix} \underline{\phi}_3^T(0) \\ \underline{\phi}_3^T(l_2) \\ \underline{\phi}_5^T(l_3) \end{bmatrix}^{-1} \underline{x}(t) = \Phi_p^T \underline{x}(t) \quad (5.33)$$

Sostituendo nelle (5.29) e (5.30), si ottiene:

$$E_c = \frac{1}{2} \underline{\dot{x}}^T(t) \left[\Phi_p \tilde{M}_s \Phi_p^T \right] \underline{\dot{x}}(t) = \frac{1}{2} \underline{\dot{x}}^T(t) [M_s] \underline{\dot{x}}(t) \quad (5.34)$$

$$E_p = \frac{1}{2} \underline{x}^T(t) \left[\Phi_p \tilde{K}_s \Phi_p^T \right] \underline{x}(t) = \frac{1}{2} \underline{x}^T(t) [K_s] \underline{x}(t) \quad (5.35)$$

Sostituendo i valori numerici otteniamo le seguente matrice di massa:

$$M_s = \begin{bmatrix} 1.3837 & 0.0198 & -0.0002 \\ 0.0198 & 0.9163 & 0.0156 \\ -0.0002 & 0.0156 & 1.4262 \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

e rigidezza:

$$K_s = \begin{bmatrix} 1950.4 & -672.95 & -0.083804 \\ -672.95 & 1950.73 & -1277.61 \\ -0.083804 & -1277.61 & 1277.53 \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

Come fatto per il modello continuo, calcoliamo pulsazioni naturali e modi di vibrare della struttura calcolando autovalori λ ed autovettori Φ di $M_s^{-1}K_s$:

$$\lambda = [\omega_1^2, \omega_2^2, \omega_3^2]^T = [153.319, 1311.2, 3022.84]^T \quad [s^{-2}] \quad (5.38)$$

$$\phi = \begin{bmatrix} 0.24061 & -0.90558 & -0.28813 \\ 0.61868 & -0.17625 & 0.87754 \\ 0.74789 & 0.38582 & -0.38327 \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

Dalla (5.38) è possibile calcolare le frequenze naturali:

$$f_1 = 1.97 \text{ [Hz]}, \quad f_2 = 5.76 \text{ [Hz]}, \quad f_3 = 8.75 \text{ [Hz]} \quad (5.40)$$

Nelle Figg.(5.7), (5.8) e (5.9) sono rappresentati graficamente i modi di vibrare. Dal confronto dei risultati ottenuti con il modello continuo con quello a parametri concentrati si può vedere quanto questi siano simili. Infine nelle Figg. (5.10), (5.11) e (5.12), al solo scopo di rendere visivamente più chiari i modi di vibrare del telaio, questi sono rappresentati utilizzando le informazioni ottenute dalle autofunzioni.

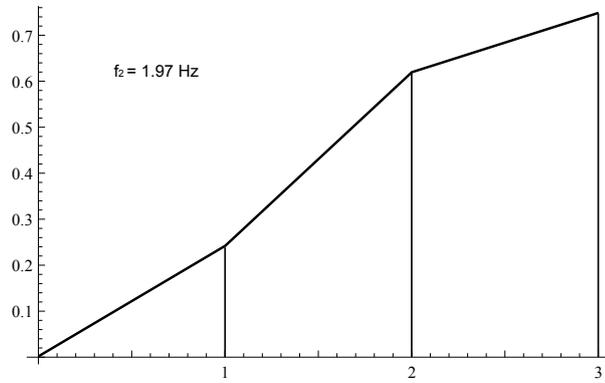


Fig. 5.7: Modello in coordinate principali: 1° modo.

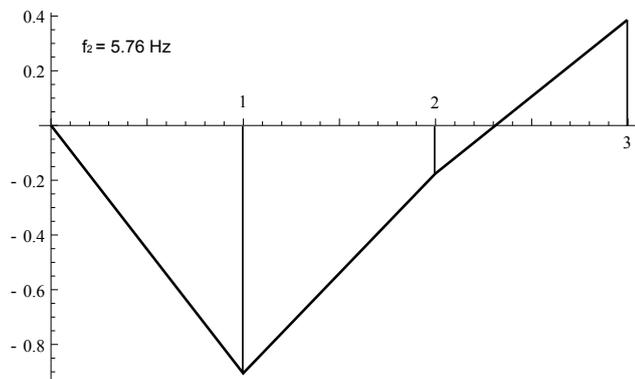


Fig. 5.8: Modello in coordinate principali: 2° modo.

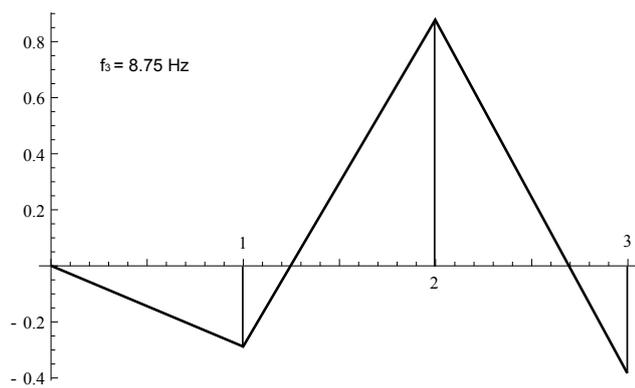


Fig. 5.9: Modello in coordinate principali: 3° modo.

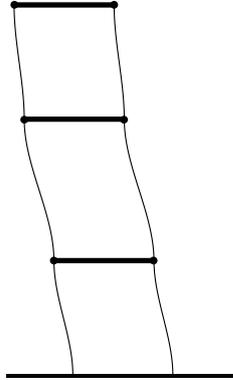


Fig. 5.10: 1° modo ($f_1 = 1.97$ [Hz]).

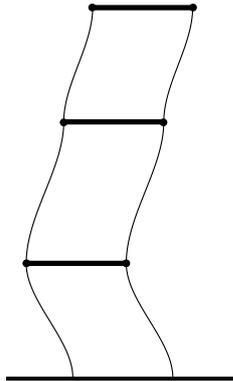


Fig. 5.11: 2° modo ($f_2 = 5.76$ [Hz]).

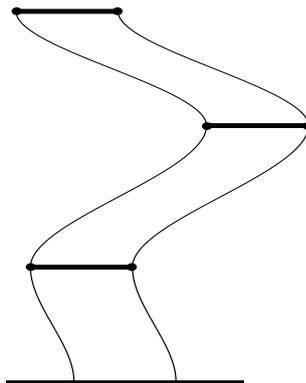


Fig. 5.12: 3° modo ($f_3 = 8.75$ [Hz]).

5.3 Modello identificato

Come ultimo lavoro di modellazione è stato realizzato un modello identificato del telaio piano ottenuto tramite una procedura sperimentale descritta in letteratura come procedura ERA/OKID [11] [12] [13]. La procedura ERA (Eigensystem Realization Algorithm) è un metodo per ottenere una rappresentazione stato-spazio, nel dominio del tempo, sviluppata originariamente da Ho e Kalman mentre, la procedura OKID (Observer/Kalman Filter Identification) è una procedura numerica basata sul metodo ERA e sviluppata da Juang [14] e Pahn [5].

5.3.1 Acquisizione dati sperimentali

Al fine di procedere all'identificazione dei parametri di massa, smorzamento e rigidità della struttura sono state realizzate una campagna di prove sperimentali consistente nel misurare la risposta del sistema ad un input noto ed anch'esso misurabile. L'output di risposta è rappresentato dalla misura dei segnali di accelerazione dei tre piani del telaio, acquisiti tramite accelerometri piezoelettrici mentre l'input è rappresentato da una forzante pseudo-impulsiva data con un martello strumentato su uno dei tre piani della struttura. Sono state realizzate diverse configurazioni di prova contraddistinte dal punto di applicazione dell'input. La procedura di identificazione ha dato per ogni configurazione essenzialmente gli stessi risultati per cui in tale paragrafo sono riportati, a titolo di esempio solo le acquisizioni relative al caso in cui l'input era applicato al primo piano.

I segnali provenienti dagli accelerometri e dalla cella di carico del martello strumentato, filtrati con un filtro passa basso con frequenza di taglio a 12.5 [Hz], sono stati acquisiti nel dominio del tempo e poi elaborati off-line. I parametri della acquisizione sono i seguenti:

- Frequenza di acquisizione $f_s = 32$ Hz, corrispondente ad un intervallo temporale di acquisizione $\Delta t = 3,125 \cdot 10^{-2}$ s e ad una frequenza di Nyquist $f_N = 16$ Hz (vedi appendice C);
- Numero di punti acquisiti $n_s = 2048$ pt;
- Finestra temporale di acquisizione $T_s = 64$ s

Successivamente i segnali sono stati, per così dire, 'filtrati' manualmente nel tempo eliminando le parti di segnale di input ed output che non avevano una correlazione tra di loro. Per capire meglio questo concetto, si pensi ad

esempio al segnale della cella di carico del martello: L'unica parte di tale segnale a cui corrisponde una reale eccitazione della struttura è quella relativa al breve intervallo di tempo in cui il martello è a contatto con questa e a cui corrisponde un evidente incremento del segnale di input mentre il segna presente prima e dopo tale evento e semplicemente dovuto all'inevitabilmente presenza di rumore.

In Fig. (5.13) è riportato il segnale di input. Da tale figura si può vedere

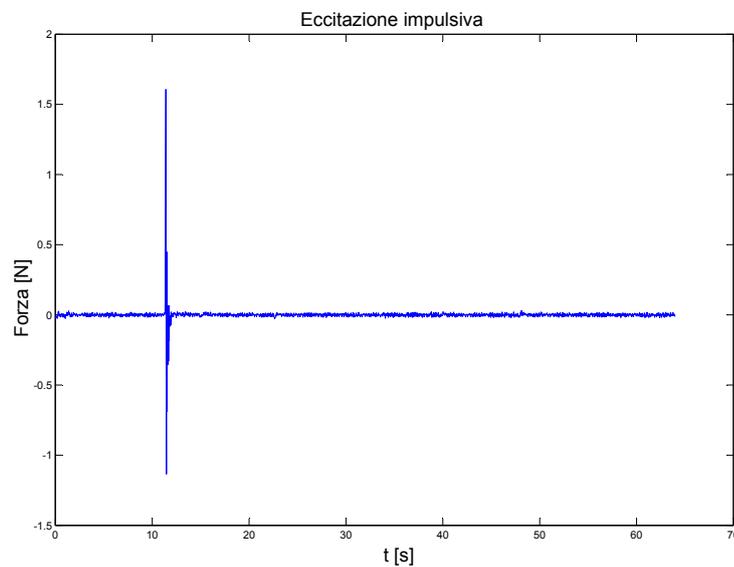


Fig. 5.13: Segnale di input.

chiaramente l'istante in cui viene colpita la struttura nonché la presenza di rumore di modesta entità prima e dopo tale istante.

Nelle Figg. 5.14, 5.15 e 5.16 sono riportate invece la risposta della struttura, in termini di accelerazione, in corrispondenza dei tre piani.

L'auto-spettro di tali segnali può essere calcolato utilizzando la trasformata di Fourier e più precisamente l'algoritmo FFT (Fast Fourier Transform), il risultato è mostrato nelle figure 5.17, 5.18, 5.19 e 5.20

Sempre tramite la FFT è possibile ricavare la funzione di risposta in frequenza correlando l'uscita (le accelerazioni dei piani) all'ingresso (segnale del martello). In tal modo si ottengono i grafici nelle figure 5.21, 5.22 e 5.23

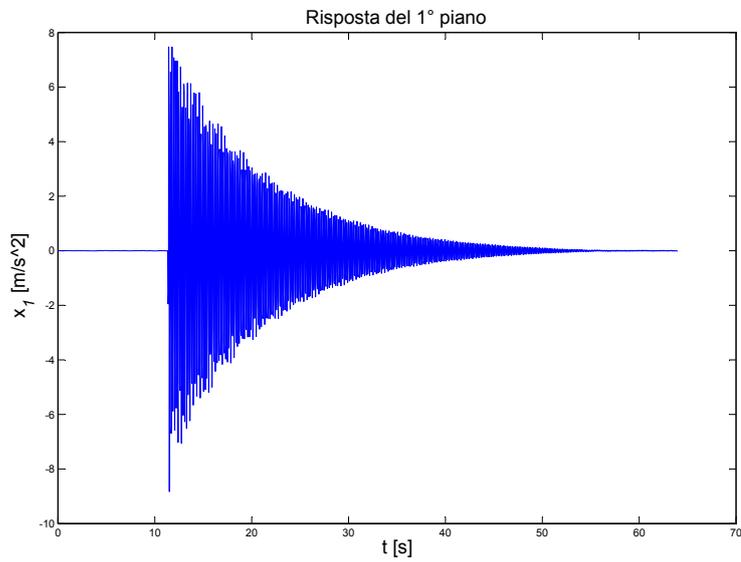


Fig. 5.14: Segnale di risposta del primo piano.

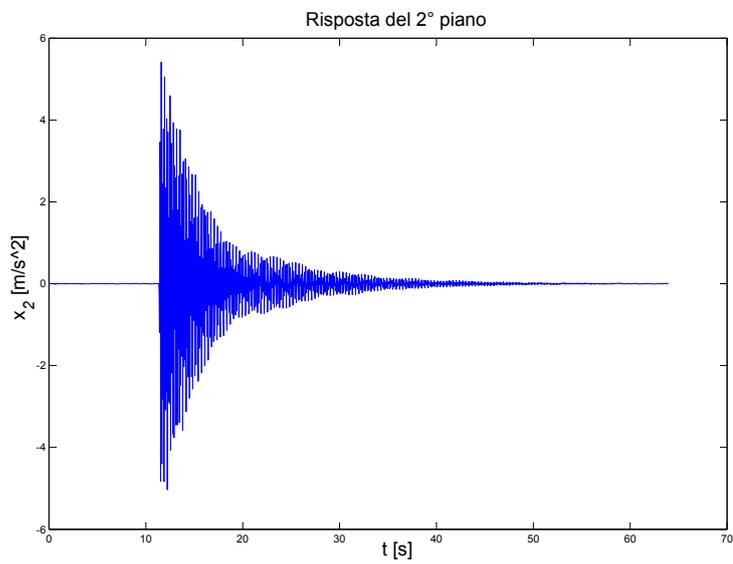


Fig. 5.15: Segnale di risposta del secondo piano.

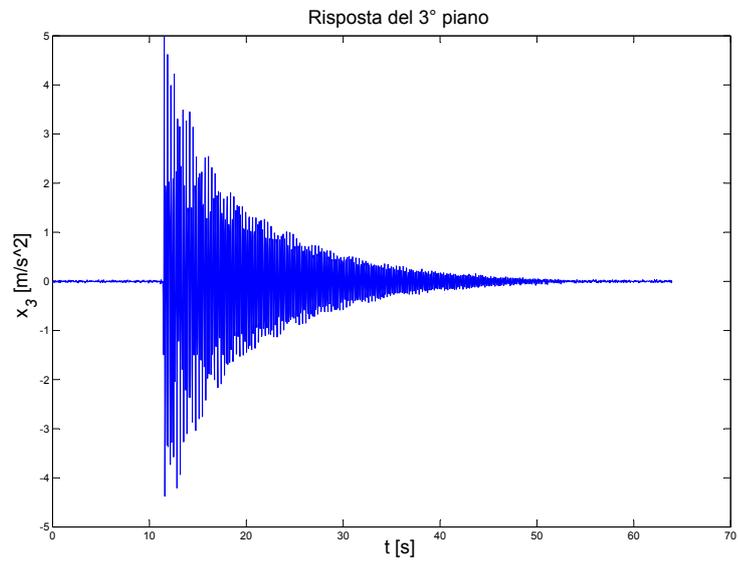


Fig. 5.16: Segnale di risposta del terzo piano.

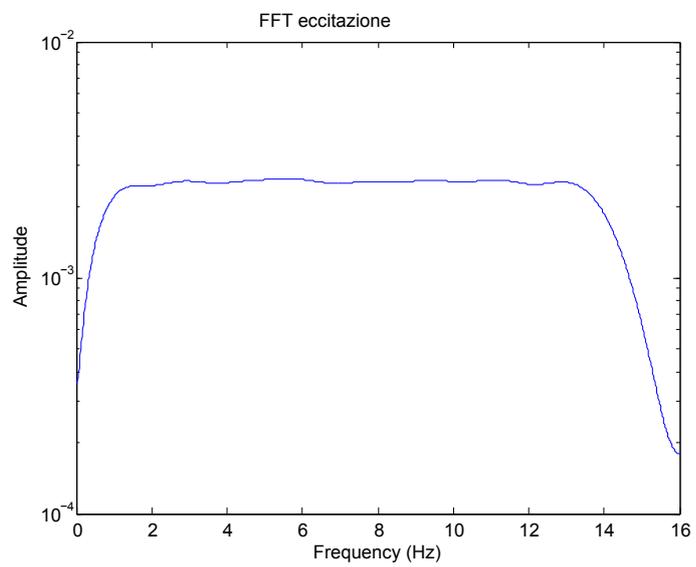


Fig. 5.17: Autospettro del segnale di input.

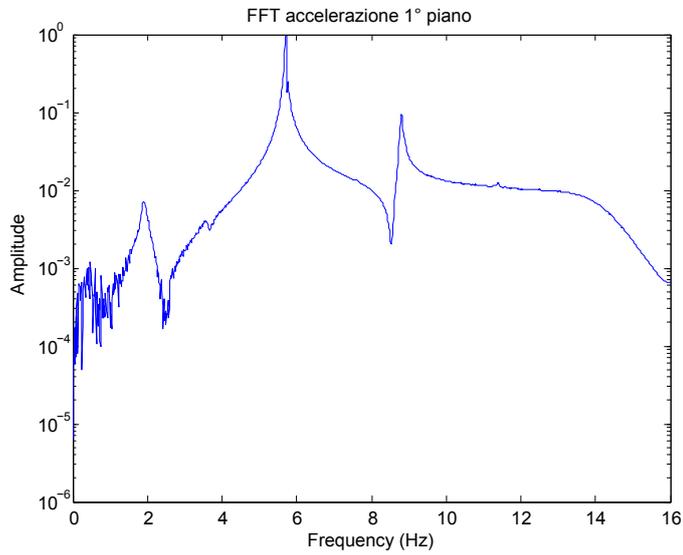


Fig. 5.18: Autospettro del segnale di accelerazione del 1° piano.

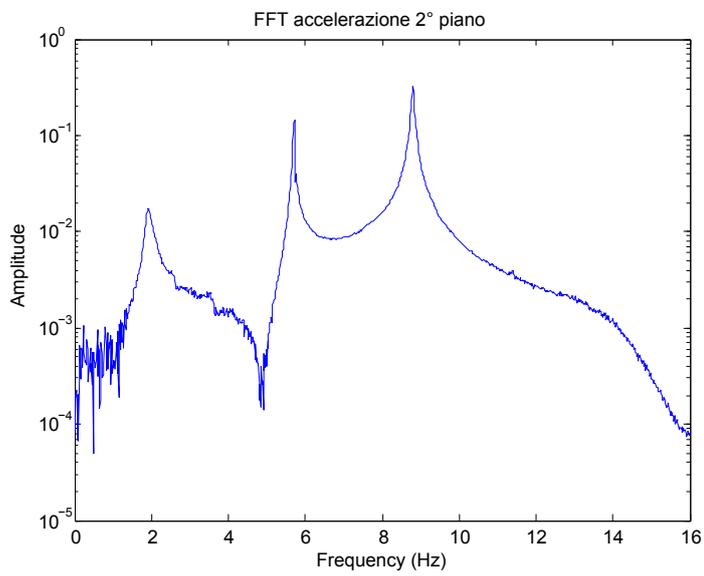


Fig. 5.19: Autospettro del segnale di accelerazione del 2° piano.

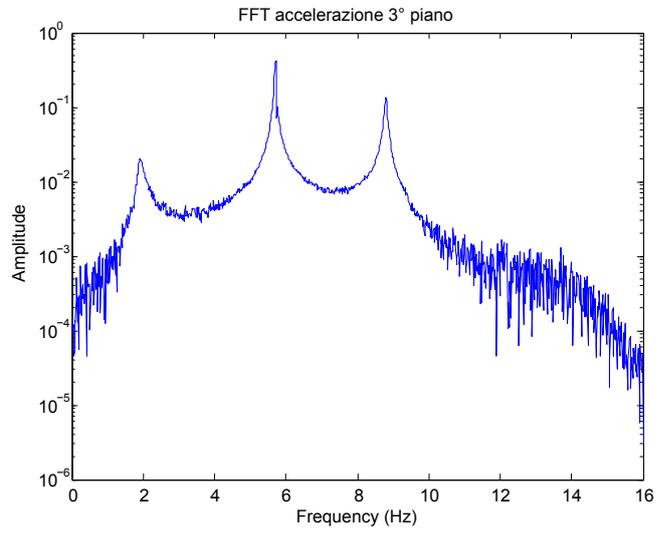


Fig. 5.20: Autospettro del segnale di accelerazione del 3° piano.

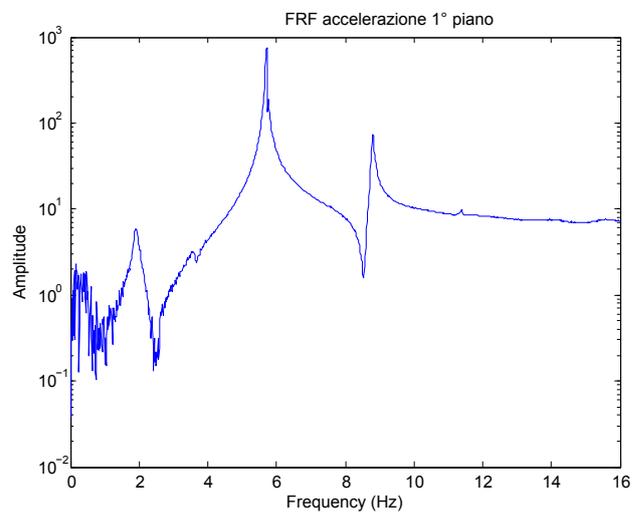


Fig. 5.21: Funzione di risposta in frequenza per il primo piano.

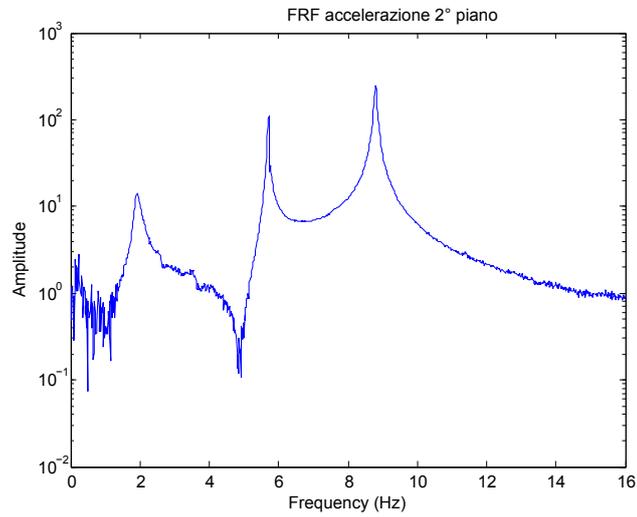


Fig. 5.22: Funzione di risposta in frequenza per il secondo piano.

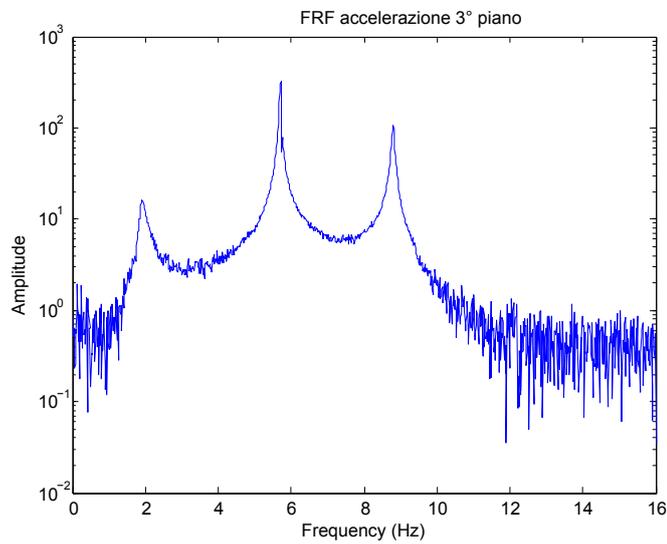


Fig. 5.23: Funzione di risposta in frequenza per il terzo piano.

5.3.2 Elaborazione dei dati

Partendo dalle acquisizioni descritte precedentemente, si è applicata la procedura ERA/OKID.

Il metodo ERA/OKID è un metodo di identificazione nel dominio del tempo che computa la minima realizzazione del sistema e la matrice di guadagno dell'osservatore K_o a partire dalla combinazione dei parametri di Markov del sistema e dei parametri di Markov dell'osservatore [15] [16].

Con il termine realizzazione si intende un set di matrici (A , B , C e D) che soddisfano le equazioni stato-spazio rappresentative del sistema.

Tramite i parametri di Markov è possibile costruire la matrice di Hankel, i cui valori singolari forniscono informazioni utili per determinare la 'minima' realizzazione. Nel nostro caso i valori singolari della matrice di Hankel sono

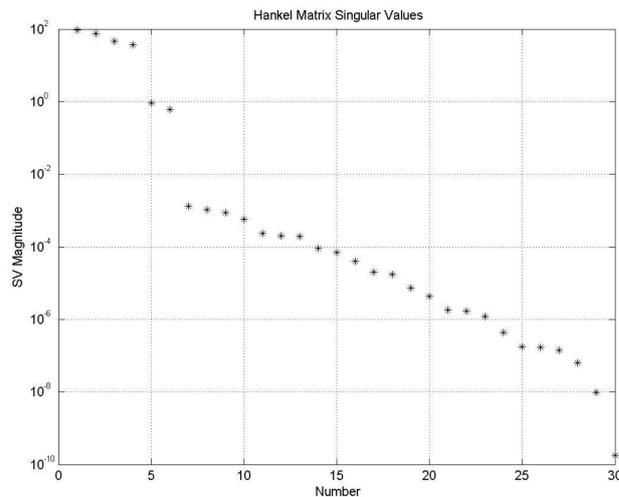


Fig. 5.24: Valori singolari della matrice di Hankel.

diagrammati in Fig. 5.24. Esaminando tali valori è possibile determinare l'ordine del modello identificato del sistema. Infatti, ci sono solo 6 valori singolari con una ampiezza non trascurabile: questo implica che lo stato del sistema ha dimensione $n = 6$.

Di seguito sono riportate le matrici a tempo discreto del modello identificato

e la matrice dell'osservatore ottenute con il metodo ERA/OKID:

$$A = \begin{bmatrix} 0.4374 & 0.8852 & -0.0220 & -0.0415 & -0.0017 & -0.0002 \\ -0.9029 & 0.4310 & -0.0875 & 0.0191 & -0.0040 & 0.0010 \\ 0.0500 & -0.0111 & -0.1490 & 0.9742 & -0.0041 & -0.0021 \\ 0.0621 & -0.0617 & -0.9841 & -0.1538 & -0.0067 & 0.0009 \\ -0.0146 & -0.0241 & -0.0015 & -0.0312 & 0.9230 & 0.3530 \\ -0.0148 & -0.0340 & 0.0100 & -0.0425 & -0.3777 & 0.9070 \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

$$B = \begin{bmatrix} -0.0946 \\ -0.0203 \\ -0.1133 \\ 0.0030 \\ -0.0885 \\ -0.1079 \end{bmatrix} \quad (5.42)$$

$$C = \begin{bmatrix} -26.355 & 7.736 & -5.170 & -1.132 & -0.677 & 0.162 \\ -4.217 & 2.626 & 14.217 & 1.220 & -1.340 & 0.307 \\ 11.219 & -4.228 & -5.732 & -0.055 & -1.549 & 0.470 \end{bmatrix} \quad (5.43)$$

$$D = \begin{bmatrix} -2.574 \\ -0.208 \\ 0.003 \end{bmatrix} \quad (5.44)$$

$$K_o = \begin{bmatrix} 0.0103 & 0.0189 & 0.0016 \\ -0.0234 & 0.0041 & 0.0039 \\ -0.0156 & -0.0257 & -0.0001 \\ 0.0018 & 0.0141 & -0.0059 \\ 0.0581 & 0.1584 & 0.0272 \\ 0.0165 & 0.0006 & -0.0855 \end{bmatrix} \quad (5.45)$$

Di seguito invece, sono riportate frequenze naturali, smorzamenti adimensionali e modi di vibrare (in modulo e fase) identificati:

$$\begin{aligned} f_1 = 1.93 \text{ [Hz]}, \quad \zeta_1 = 0.0395, \quad \phi_1 &= \begin{bmatrix} 1 \\ 2.503 \cdot e^{-i0.0186} \\ 2.851 \cdot e^{-i0.1053} \end{bmatrix}; \\ f_2 = 5.69 \text{ [Hz]}, \quad \zeta_2 = 0.0030, \quad \phi_2 &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0.1492 \cdot e^{-i0.0365} \\ 0.4221 \cdot e^{-i3.170} \end{bmatrix}; \\ f_3 = 8.79 \text{ [Hz]}, \quad \zeta_3 = 0.0042, \quad \phi_3 &= \begin{bmatrix} 1 \\ 3.443 \cdot e^{-i3.144} \\ 1.476 \cdot e^{-i0.0296} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5.46)$$

Come si nota dai valori dei modi di vibrare la fase è circa 0 o π e ciò indica uno smorzamento di piccola entità.

Nelle Figg. 5.25, 5.26 e 5.27 sono rappresentati i modi identificati adottando la semplificazione di approssimare la fase con 0 o π . Assumendo l'ipotesi

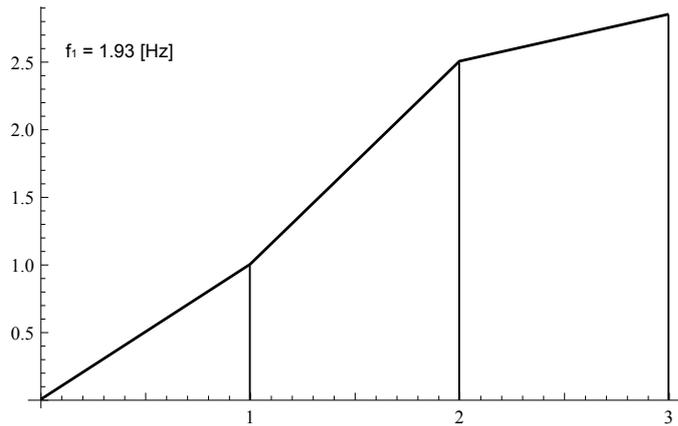


Fig. 5.25: Primo modo.

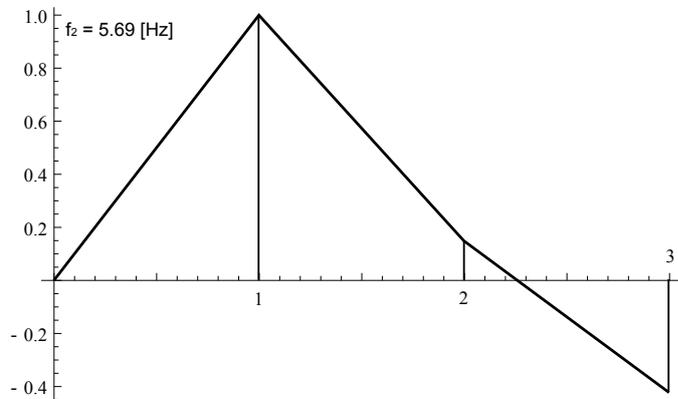


Fig. 5.26: Secondo modo.

di smorzamento proporzionale si possono determinare in maniera approssimata, a partire dalle frequenze naturali e dagli smorzamenti adimensionali identificati, i coefficienti α e β di tale smorzamento con un approccio ai minimi quadrati:

$$\alpha = 0.9751 \quad [1/s] \tag{5.47}$$

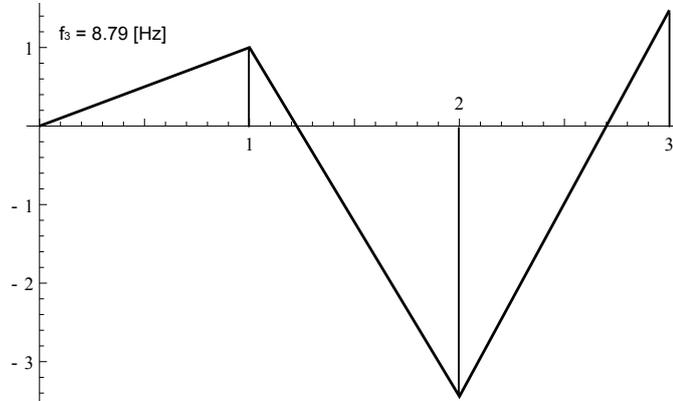


Fig. 5.27: Terzo modo.

$$\beta = -2.8815 \cdot 10^{-4} \quad [s] \quad (5.48)$$

A questo punto è possibile determinare un modello dinamico del secondo ordine del sistema identificato costruendo la matrice di massa (M_s), smorzamento (R_s) e rigidezza (K_s) a partire dal modello del primo ordine (A , B , C e D) attraverso un algoritmo descritto da Lus, De Angelis, Betti and Longman ([17], [18] e [19]). Il risultato è rappresentato dalle seguenti matrici:

$$M_s = \begin{bmatrix} 0.3871 & -0.0156 & 0.0011 \\ -0.0156 & 0.2621 & -0.0323 \\ 0.0011 & -0.0323 & 0.3790 \end{bmatrix} \quad (5.49)$$

$$K_s = \begin{bmatrix} 534.061 & -221.931 & 25.696 \\ -221.931 & 614.564 & -432.792 \\ 25.696 & -432.792 & 422.005 \end{bmatrix} \quad (5.50)$$

$$R_s = \begin{bmatrix} 9.960 & -4.823 & 1.018 \\ -4.823 & 12.480 & -8.366 \\ 1.018 & -8.366 & 7.017 \end{bmatrix} \quad (5.51)$$

Il risultato, come si vede dalle (5.49), (5.50) e (5.51), è fisicamente accettabile per quanto riguarda le matrici di massa e rigidezza mentre, appare incongruente per quanto riguarda la matrice di smorzamento per cui, per tale matrice, si è preferito utilizzare l'ipotesi di smorzamento proporzionale,

utilizzando i coefficienti α e β calcolati precedentemente. Il risultato è il seguente:

$$R_s = \alpha M_s + \beta K_s = \begin{bmatrix} 0.22356 & 0.0487 & -0.0063 \\ 0.0487 & 0.0785 & 0.0932 \\ -0.0063 & 0.0932 & 0.2480 \end{bmatrix} \quad (5.52)$$

L'espressione (5.52) rappresenta certamente una approssimazione migliore dello smorzamento interno della struttura.

5.4 Modello sistema di controllo - Pendolo fisico

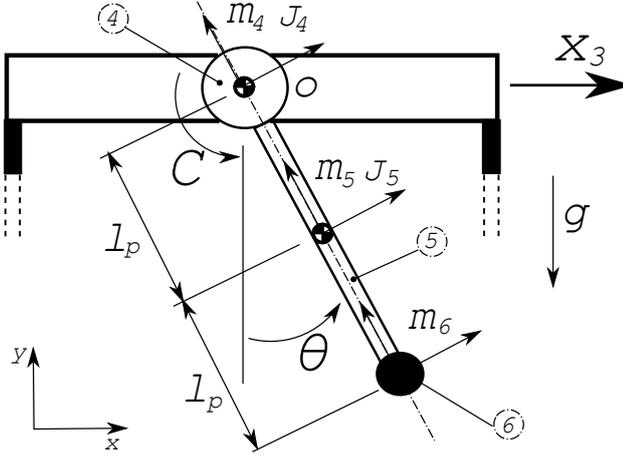


Fig. 5.28: Schematizzazione sistema di controllo.

Per scrivere le equazioni del moto del sottosistema pendolo, accoppiato allo spostamento del terzo piano della struttura, utilizziamo l'approccio multi-body [20] [21]. Scriviamo dunque le componenti dei vettori che individuano le masse m_4 , m_5 ed m_6 nel sistema di riferimento assoluto:

$$\begin{aligned} R_4 &= [x_3(t) \quad 0 \quad 0]^T \\ R_5 &= R_4 - A\tilde{u}_{o,5} \\ R_6 &= R_4 - A\tilde{u}_{o,6} \end{aligned} \quad (5.53)$$

In cui A è la matrice trasformazione delle coordinate, che descrive la rotazione dei sistemi di riferimento solidali alle tre masse rispetto al riferimento fisso, data da:

$$A = \begin{bmatrix} \cos \theta(t) & -\sin \theta(t) & 0 \\ \sin \theta(t) & \cos \theta(t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.54)$$

mentre $\tilde{u}_{o,5}$ e $\tilde{u}_{o,6}$ sono le coordinate del punto o nei sistemi di riferimento locali (x_5, y_5) e (x_6, y_6) , dati da:

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{o,5} &= [0 \quad l_p \quad 0]^T \\ \tilde{u}_{o,6} &= [0 \quad 2l_p \quad 0]^T \end{aligned} \quad (5.55)$$

L'energia cinetica del “sottosistema pendolo” ([22], [23], [24], [25]) è data da:

$$E_c = \frac{1}{2} \left[m_4 \dot{R}_4^T \dot{R}_4 + m_5 \dot{R}_5^T \dot{R}_5 + m_6 \dot{R}_6^T \dot{R}_6 + \Omega^T I_4 \Omega + \Omega^T I_5 \Omega \right] \quad (5.56)$$

in cui I_4 e I_5 sono i tensori principali d'inerzia dei corpi 4 e 5 e Ω è il vettore velocità assoluta di rotazione del pendolo, espresso in uno qualsiasi dei sistemi di riferimento solidali al pendolo stesso e data da:

$$\Omega = [0 \quad 0 \quad \dot{\theta}(t)]^T \quad (5.57)$$

Tenedo conto delle (5.53) e (5.57), la (5.56) diventa:

$$E_c = \frac{1}{2} \left[\dot{\theta}^2(t) (J_5 + J_6 + l_p^2(m_5 + 4m_6)) + \right. \\ \left. + 2l_p(m_5 + 2m_6)\dot{x}_3(t)\dot{\theta}(t) \cos(\theta(t)) + \right. \\ \left. + (m_4 + m_5 + m_6)\dot{x}_3^2(t) \right] \quad (5.58)$$

L'energia potenziale, invece, è data da:

$$E_p = -m_5 \mathbf{g} R_5 - m_6 \mathbf{g} R_6 \quad (5.59)$$

in cui $\mathbf{g} = [0, -g, 0]$ è il vettore accelerazione di gravità. La (5.59), tenendo conto delle (5.53) diventa:

$$E_p = -gl_p m_5 \cos(\theta(t)) - 2gl_p m_6 \cos(\theta(t)) \quad (5.60)$$

Ipotizzando che l'attrito interno del motore, sul cui asse è calettato il pendolo, possa essere schematizzato come viscoso con coefficiente d'attrito pari a kv [26] [27], l'energia dissipata vale:

$$D = \frac{1}{2} kv \dot{\theta}(t) \quad (5.61)$$

Infine, il lavoro virtuale delle forze esterne vale:

$$\delta L = C \delta \theta(t) \quad (5.62)$$

Applicando le equazioni Lagrange possiamo scrivere le seguenti equazioni del moto:

$$l_p(m_5 + 2m_6) \cos(\theta(t)) \ddot{\theta}(t) - l_p(m_5 + 2m_6) \sin(\theta(t)) \dot{\theta}^2(t) + \\ + (m_4 + m_5 + m_6) \ddot{x}_3(t) = 0 \quad (5.63)$$

$$gl_p(m_5 + 2m_6) \sin(\theta(t)) + (J_4 + J_5 + l_p^2 m_5 + 4l_p^2 m_6) \ddot{\theta}(t) + k_v \dot{\theta}(t) + l_p(m_5 + 2m_6) \cos(\theta(t)) \ddot{x}_3(t) = C(t) \quad (5.64)$$

Infine, linearizzando tali equazioni in un intorno di $\theta(t) = \theta_0 = 0$, otteniamo:

$$l_p(m_5 + 2m_6) \ddot{\theta}(t) + (m_4 + m_5 + m_6) \ddot{x}_3(t) = 0 \quad (5.65)$$

$$gl_p(m_5 + 2m_6) \theta(t) + k_v \dot{\theta}(t) + (J_4 + J_5 + l_p^2(m_5 + 4m_6)) \ddot{\theta}(t) + l_p(m_5 + 2m_6) \ddot{x}_3(t) = C(t) \quad (5.66)$$

Per rendere più compatte le equazioni precedenti, poniamo:

$$\begin{aligned} m_6 &= m_4 + m_5 + m_6 \\ J_p &= (J_4 + J_5 + l_p^2(m_5 + 4m_6)) \\ m_{sp} &= m_5 + 2m_6 \end{aligned} \quad (5.67)$$

ottenendo così:

$$l_p m_{sp} \ddot{\theta}(t) + m_p \ddot{x}_3(t) = 0 \quad (5.68a)$$

$$gl_p m_{sp} \theta(t) + k_v \dot{\theta}(t) + J_p \ddot{\theta}(t) + l_p m_{sp} \ddot{x}_3(t) = C(t) \quad (5.68b)$$

Tali equazioni possono essere scritte in forma matriciale nel seguente modo:

$$\tilde{\mathbf{M}}_p \ddot{\mathbf{x}}_p + \tilde{\mathbf{R}}_p \dot{\mathbf{x}}_p + \tilde{\mathbf{K}}_p \mathbf{x}_p = \tilde{\mathbf{B}}_{2c} C(t) \quad (5.69)$$

in cui

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{M}}_p &= \begin{bmatrix} m_p & l_p m_{sp} \\ l_p m_{sp} & J_p \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{R}}_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & k_v \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{K}}_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & gl_p m_{sp} \end{bmatrix}, \\ \tilde{\mathbf{B}}_{2c} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_p = \begin{bmatrix} x_3(t) \\ \theta(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.70)$$

I valori numerici delle matrici $\tilde{\mathbf{M}}_p$, $\tilde{\mathbf{R}}_p$ e $\tilde{\mathbf{K}}_p$ sono i seguenti:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{M}}_p &= \begin{bmatrix} 0.0833 & 0.0057 \\ 0.0057 & 0.0008 \end{bmatrix} \\ \tilde{\mathbf{R}}_p &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.00243 \end{bmatrix} \\ \tilde{\mathbf{K}}_p &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.0561 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.71)$$

A questo punto, conviene scrivere le matrici, fino ad ora introdotte, in termini delle variabili indipendenti totali ($\mathbf{x} = [x_1(t), x_2(t), x_3(t), \theta(t)]^T$), definendo la matrice booleana \mathbf{B}_p di passaggio:

$$\mathbf{x}_p = \begin{bmatrix} x_3(t) \\ \theta(t) \end{bmatrix} = \mathbf{B}_p \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ \theta(t) \end{bmatrix} \quad (5.72)$$

In questo modo è possibile definire i contributi in termine di matrice di massa, rigidezza, smorzamento dati dal sistema pendolo alla struttura complessiva:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_p &= \mathbf{B}_p^T \tilde{\mathbf{M}}_p \mathbf{B}_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \underline{0} \\ 0 & 0 & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{0} & [\tilde{\mathbf{M}}_p] \end{bmatrix} \\ \mathbf{R}_p &= \mathbf{B}_p^T \tilde{\mathbf{R}}_p \mathbf{B}_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \underline{0} \\ 0 & 0 & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{0} & [\tilde{\mathbf{R}}_p] \end{bmatrix} \\ \mathbf{K}_p &= \mathbf{B}_p^T \tilde{\mathbf{K}}_p \mathbf{B}_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \underline{0} \\ 0 & 0 & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{0} & [\tilde{\mathbf{K}}_p] \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}_{2c} &= \mathbf{B}_p^T \tilde{\mathbf{B}}_{2c} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tilde{\mathbf{B}}_{2c} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.73)$$

5.5 Modello complessivo struttura

Le equazioni del moto della struttura principale (in assenza del pendolo), possono scriversi come:

$$\tilde{\mathbf{M}}_s \ddot{\mathbf{x}}_s + \tilde{\mathbf{R}}_s \dot{\mathbf{x}}_s + \tilde{\mathbf{K}}_s \mathbf{x}_s = \tilde{\mathbf{B}}_{2f} F(t) \quad (5.74)$$

in cui $\tilde{\mathbf{M}}_s$, $\tilde{\mathbf{R}}_s$ e $\tilde{\mathbf{K}}_s$ sono rispettivamente le matrici di massa, smorzamento e rigidezza calcolati con uno dei metodi descritti nei paragrafi da 5.1 a 5.3 mentre $\tilde{\mathbf{B}}_{2f}$ e \mathbf{x}_s valgono :

$$\tilde{\mathbf{B}}_{2f} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_s = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} \quad (5.75)$$

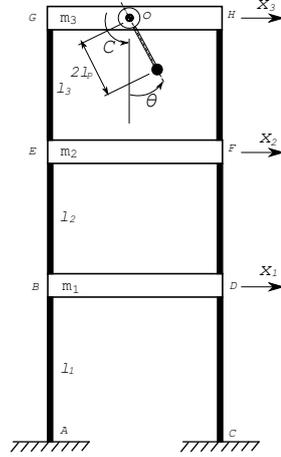


Fig. 5.29: Modello complessivo della struttura sperimentale.

Anche in questo caso, come fatto per le equazioni del pendolo, scriviamo tutto in termini delle variabili indipendenti totali \mathbf{x} , definendo la matrice booleana \mathbf{B}_s di passaggio:

$$\mathbf{x}_s = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} = \mathbf{B}_s \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ \theta(t) \end{bmatrix} \quad (5.76)$$

Definendo i contributi in termine di matrice di massa, smorzamento e rigidità dati dal sistema principale alla struttura complessiva:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_s &= \mathbf{B}_s^T \tilde{\mathbf{M}}_s \mathbf{B}_s = \begin{bmatrix} [\tilde{\mathbf{M}}_s] & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{R}_s &= \mathbf{B}_s^T \tilde{\mathbf{R}}_s \mathbf{B}_s = \begin{bmatrix} [\tilde{\mathbf{R}}_s] & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{K}_s &= \mathbf{B}_s^T \tilde{\mathbf{K}}_s \mathbf{B}_s = \begin{bmatrix} [\tilde{\mathbf{K}}_s] & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}_{2f} &= \mathbf{B}_s^T \tilde{\mathbf{B}}_{2f} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{B}}_{2f} \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.77)$$

A questo punto è possibile assemblare le matrici totali della struttura complessiva:

$$\begin{aligned}\mathbf{M} &= \mathbf{M}_s + \mathbf{M}_p \\ \mathbf{R} &= \mathbf{R}_s + \mathbf{R}_p \\ \mathbf{K} &= \mathbf{K}_s + \mathbf{K}_p\end{aligned}\tag{5.78}$$

e scrivere la conseguente equazione del moto:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{R}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{B}_{2f}F + \mathbf{B}_{2c}C = \mathbf{B}_2\mathbf{u}\tag{5.79}$$

in cui:

$$\mathbf{B}_2\mathbf{u} = [\mathbf{B}_{2f} \quad \mathbf{B}_{2c}] \begin{bmatrix} F \\ C \end{bmatrix}\tag{5.80}$$

Capitolo 6

Progetto legge di controllo

In questo capitolo sono riportati i progetti delle due tipologie di controllo (assorbitore dinamico e controllo ottimo), utilizzate e testate sull'apparato sperimentale. Per quanto riguarda il modello del sistema principale (Telaio 'shear-type'), viene utilizzato il modello identificato anche se, risultati analoghi si sono ottenuti con gli altri modelli descritti.

6.1 Progetto di un VPC basato su un DVA

In questo paragrafo viene applicata, all'apparato sperimentale, la teoria degli assorbitori dinamici per sistemi a più gradi di libertà, descritta nel par. 3.1. Per semplicità, visto la piccola entità dello smorzamento strutturale, il sistema principale è stato considerato conservativo, trascurando la matrice R_s nella procedura di ottimizzazione dei parametri del DVA.

Il controllo si prefigura come passivo virtuale in quanto la rigidità e lo smorzamento del sistema ausiliario non sono dati da elementi fisici come molle o smorzatori ma sono implementati tramite la coppia data dal motore brushless e secondo la seguente legge di controllo implementata sul CompactRIO:

$$C(t) = -k_p\theta(t) - \tilde{r}_p\dot{\theta}(t) \quad (6.1)$$

Tenendo conto delle eqq. (5.68) e (6.1), di quanto detto nei parr. 5.5 e 3.1.2 e ponendo $k_v + \tilde{r}_p = r_p$ e $F = F_0e^{i\omega t}$ si ottengono le seguenti equazioni:

$$(k_{eq})_n x_c + l_p m_{sp} \ddot{\theta} + [(m_{eq})_n + m_p] \ddot{x}_c = \frac{\phi_{f,n}}{\phi_{c,n}} F_0 e^{i\omega t} \quad (6.2a)$$

$$\theta(g l_p m_{sp} + k_p) + J_p \ddot{\theta} + r_p \dot{\theta} + l_p m_{sp} \ddot{x}_c = 0 \quad (6.2b)$$

In particolare nel nostro caso, la coordinata a cui è applicata la forzante è $x_f = x_1$ mentre la coordinata a cui è connesso l'assorbitore (il pendolo) è $x_c = x_3$, per cui possiamo particularizzare ulteriormente le (6.2):

$$(k_{eq})_n x_3 + l_p m_{sp} \ddot{\theta} + [(m_{eq})_n + m_p] \ddot{x}_3 = \frac{\phi_{1,n}}{\phi_{3,n}} F_0 e^{i\omega t} \quad (6.3a)$$

$$\theta (gl_p m_{sp} + k_p) + J_p \ddot{\theta} + r_p \dot{\theta} + l_p m_{sp} \ddot{x}_3 = 0 \quad (6.3b)$$

Come si vede, le equazioni assumono una forma leggermente diversa da quelle viste nel par. 3.1 infatti, la particolare struttura dell'assorbitore utilizzato, rende il sistema principale e quello ausiliario accoppiati nell'inerzia e non nella rigidezza. Anche in questo caso, se pur con maggior complessità, è possibile applicare la procedura di ottimizzazione dei parametri del sistema ausiliario vista nel paragrafo sopra citato.

Imponiamo quindi la seguente soluzione a regime:

$$x_3(t) = X_3 e^{i\omega t} \quad (6.4a)$$

$$\theta(t) = \Theta e^{i\omega t} \quad (6.4b)$$

si ottiene:

$$-\frac{\phi_{1,n}}{\phi_{3,n}} F_0 + X_3 \{ (k_{eq})_n - \omega^2 [(m_{eq})_n + m_p] \} - l_p m_{sp} \omega^2 \Theta = 0 \quad (6.5a)$$

$$\Theta [(gl_p m_{sp} + k_p) - J_p \omega^2 + ir_p \omega] - l_p m_{sp} \omega^2 X_3 = 0 \quad (6.5b)$$

A questo punto, introducendo i seguenti parametri adimensionali:

$$(\mu_{eq})_n = \frac{J_p}{(m_{eq})_n l_p^2} \quad (\mu_{eq2})_n = \frac{m_p}{(m_{eq})_n} \quad (\mu_{eq3})_n = \frac{m_{sp}}{(m_{eq})_n}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{(k_{eq})_n}{(m_{eq})_n}}, \quad p_n = \frac{\omega}{\omega_n}, \quad f_n = \frac{\omega_p}{\omega_n} \quad (6.6)$$

$$(X_{est})_n = \frac{F_0}{(k_{eq})_n} \quad \omega_p = \sqrt{\frac{k_p + gl_p m_{sp}}{J_p}}, \quad \zeta_n = \frac{r_p}{J_p \omega_n}$$

si ottiene la seguente espressione per l'ampiezza di risposta della coordinata x_3 :

$$\frac{|X_3|}{(X_{est})_n} = \frac{\phi_{1,n}}{\phi_{3,n}} \sqrt{\frac{[(f_n^2 - p_n^2)^2 + p_n^2 \zeta_n^2] (\mu_{eq})_n^2}{\Delta}} \quad (6.7)$$

in cui:

$$\Delta = p_n^2 \zeta_n^2 (\mu_{eq})_n^2 [p_n^2 (1 + (\mu_{eq2})_n) - 1]^2 + \{ (f_n^2 - p_n^2) [p_n^2 (1 + (\mu_{eq2})_n) - 1] (\mu_{eq})_n + p_n^4 (\mu_{eq3})_n^2 \}^2 \quad (6.8)$$

Volendo attenuare le vibrazioni della struttura principale in un intorno del primo modo di vibrare (si sostituisca $n \rightarrow 1$ nelle espressioni precedenti), si ottengono i seguenti valori per alcuni delle grandezze introdotte:

$$\begin{aligned} m_{eq} &= (m_{eq})_1 \approx 0.562 \text{ [Kg]} \\ k_{eq} &= (k_{eq})_1 \approx 43.7 \text{ [N/m]} \\ \omega &= \omega_1 \approx 12.13 \text{ [s}^{-1}\text{]} \\ \mu_{eq} &= (\mu_{eq})_1 \approx 0.217 \\ \mu_{eq2} &= (\mu_{eq2})_1 \approx 0.148 \\ \mu_{eq3} &= (\mu_{eq3})_1 \approx 0.123 \end{aligned} \quad (6.9)$$

Applicando la procedura di ottimizzazione descritta nel par. 3.1.1 si ottengono numericamente i seguenti valori ottimi di f_1 e ζ_1 :

$$\begin{aligned} f_{opt} &= 0.9044 \\ \zeta_{opt} &= 0.2651 \end{aligned} \quad (6.10)$$

e dalle (6.6) si ricavano i corrispondenti parametri dimensionali:

$$\begin{aligned} k_p &= 4.40 \cdot 10^{-2} \text{ [Nm]} \\ r_p &= 2.676 \cdot 10^{-3} \text{ [Nm/s}^{-1}\text{]} \end{aligned} \quad (6.11)$$

Nelle Figg. (6.1), (6.2) e (6.3) è possibile vedere il confronto tra la risposta in frequenza con e senza DVA (in termini di accelerazione) alla forzante esterna F , rispettivamente per il primo, secondo e terzo piano della struttura, ottenute tramite la (5.79).

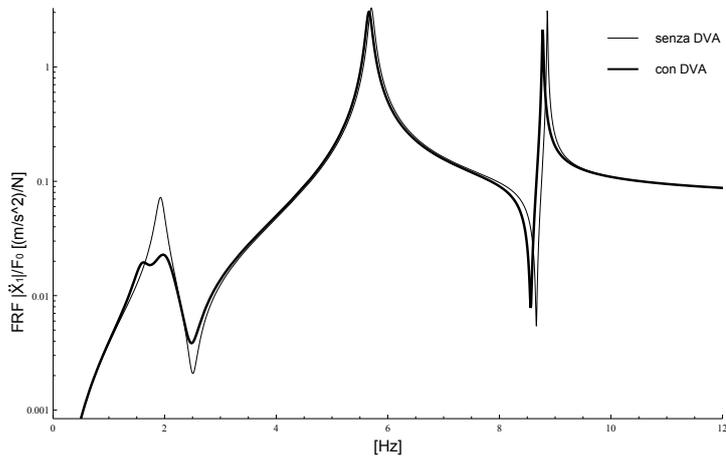


Fig. 6.1: Risposta in frequenza del primo piano alla forzante esterna.

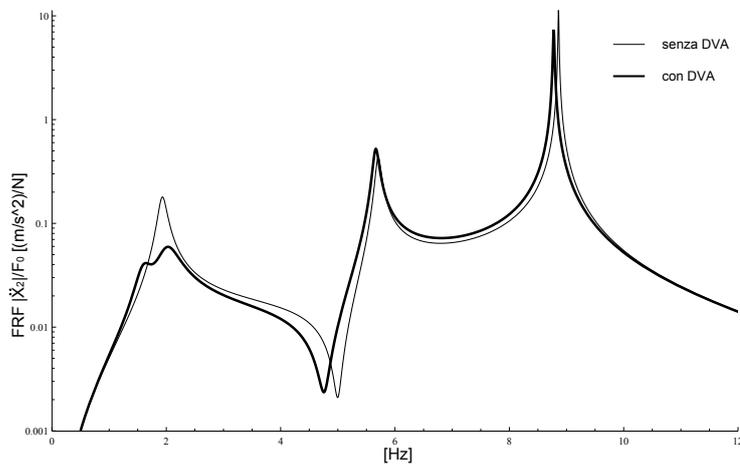


Fig. 6.2: Risposta in frequenza del secondo piano alla forzante esterna.

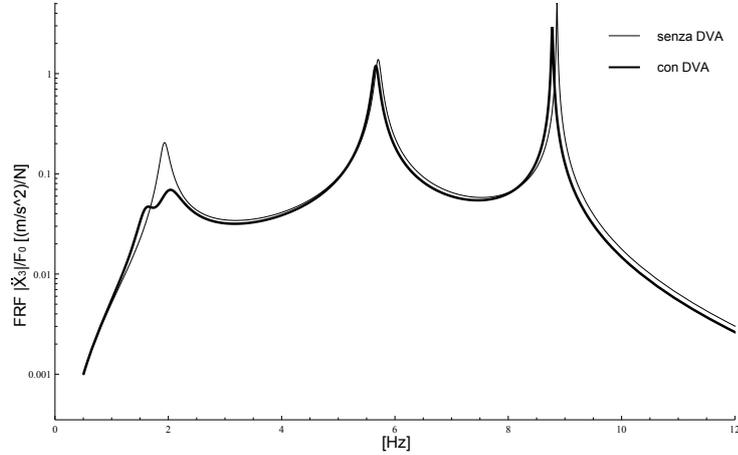


Fig. 6.3: Risposta in frequenza del terzo piano alla forzante esterna.

6.2 Progetto controllo ottimo LQG

Al fine di procedere al progetto di un controllo ottimo LQG, applicando quanto detto nel paragrafo 3.5, riprendiamo l'equazione (5.79):

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{R}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{B}_{2f}F(t) + \mathbf{B}_{2c}C(t) \quad (6.12)$$

In cui ricordiamo che \mathbf{x} è il vettore delle variabili di stato:

$$\mathbf{x} = [x_1(t), x_2(t), x_3(t), \theta(t)]^T \quad (6.13)$$

e \mathbf{M} , \mathbf{R} e \mathbf{K} sono rispettivamente le matrici di massa, smorzamento e rigidità della struttura complessiva (compreso il sistema di controllo), mentre F e C sono rispettivamente la forza esterna perturbante applicata sul primo piano e la coppia di controllo agente sull'asse del pendolo.

Scriviamo ora tale set di equazioni del secondo ordine nella nota forma del primo ordine:

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}_f u_f(t) + \mathbf{B}_c u_c(t) \quad (6.14)$$

in cui:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ [-\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}] & [-\mathbf{M}^{-1}\mathbf{R}] \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{2f} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{2c} \end{bmatrix}, \quad (6.15)$$

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix}, \quad u_f(t) = F(t), \quad u_c(t) = C(t)$$

a questa aggiungiamo l'equazione di misura:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{z}(t) + \mathbf{D}_f u_f(t) + \mathbf{D}_c u_c(t) \quad (6.16)$$

in cui, indicando tra parentesi tonde le componenti di matrici e vettori:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \\ \ddot{x}_3(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(4, 1 : 8) \\ \mathbf{A}(5 : 7, 1 : 8) \end{bmatrix}, \quad (6.17)$$

$$\mathbf{D}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_f(4) \\ \mathbf{B}_f(5 : 7) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_c(4) \\ \mathbf{B}_c(5 : 7) \end{bmatrix}$$

A questo punto, dovendo implementare nella pratica il controllo ottimo su un dispositivo digitale, è necessario riscrivere tali equazioni valide nel continuo in forma discreta. Questo è facilmente praticabile applicando una discretizzazione di ordine zero (Zero Order Hold) ed utilizzando un passo di discretizzazione Δt sufficientemente piccolo per rispettare il teorema del campionamento (vedi appendice C) ma non troppo per evitare problemi di quantizzazione e nel rispetto delle prestazioni dell'hardware di controllo. Si è scelto quindi $\Delta t = 3.125 \cdot 10^{-2}$ s.

Le equazioni (6.14) e (6.16) si trasformano nel modo seguente:

$$\mathbf{z}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{z}(k) + \mathbf{B}_f u_f(k) + \mathbf{B}_c u_c(k) \quad (6.18a)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{z}(k) + \mathbf{D}_f u_f(k) + \mathbf{D}_c u_c(k) \quad (6.18b)$$

in cui è stata conservata, per semplicità, la stessa simbologia dell'equazione (6.14) per le matrici discrete dell'equazione (6.18a). Un'ultima modifica alle equazioni (6.18) deve essere fatta per tener conto della incertezza relativa al modello e di rumore nella catena di misura. Per tale motivo introduciamo i vettori \mathbf{w} e \mathbf{v} , che rappresentano rispettivamente un disturbo sul processo e il rumore sulle misure, modellati come processi stocastici gaussiani con media zero:

$$\mathbf{z}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{z}(k) + \mathbf{B}_f u_f(k) + \mathbf{B}_c u_c(k) + \mathbf{w}(k) \quad (6.19a)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{z}(k) + \mathbf{D}_f u_f(k) + \mathbf{D}_c u_c(k) + \mathbf{v}(k) \quad (6.19b)$$

Per i processi \mathbf{w} e \mathbf{v} , sono state assunte le seguenti matrici di covarianza:

$$R_w = \begin{bmatrix} 10^{-6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^{-6} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-6} \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

$$R_v = \begin{bmatrix} 10^{-6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^{-6} \end{bmatrix}$$

Si è quindi ottenuto la seguente matrice di guadagno del filtro di Kalman:

$$\mathbf{K}_o = \begin{bmatrix} -0.0008 & -0.0008 & -0.0014 & 0.0023 \\ -0.0013 & -0.0019 & -0.0038 & 0.0069 \\ -0.0013 & -0.0022 & -0.0043 & 0.0084 \\ -0.0000 & -0.0003 & -0.0037 & 0.6372 \\ 0.0246 & 0.0018 & -0.0001 & 0.0444 \\ 0.0029 & 0.0210 & 0.0057 & 0.1229 \\ -0.0001 & 0.0033 & 0.0257 & 0.1433 \\ -0.0019 & -0.0312 & -0.2077 & -0.6372 \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

relativa alla seguenti equazioni dell'osservatore:

$$\hat{\mathbf{z}}(k+1) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{z}}(k) + \mathbf{B}_f u_f(k) + \mathbf{B}_c u_c(k) + \mathbf{K}_o [\mathbf{y}(k) - \hat{\mathbf{y}}(k)] \quad (6.22a)$$

$$\hat{\mathbf{y}}(k) = \mathbf{C}\hat{\mathbf{z}}(k) + \mathbf{D}_f u_f(k) + \mathbf{D}_c u_c(k) \quad (6.22b)$$

Per quanto riguarda invece il controllo ottimo in retroazione la cui legge è data da:

$$u_c(k) = \mathbf{K}_r \hat{\mathbf{z}}(k) \quad (6.23)$$

utilizzando il seguente indice di prestazione:

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} (\mathbf{z}^T(k) \mathbf{Q} \mathbf{z}(k) + R u_c^2(k)) \quad (6.24)$$

sono state imposte le seguenti matrici dei pesi:

$$Q = \begin{bmatrix} 10^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^{-2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-2} \end{bmatrix} \quad (6.25)$$

$$R = 10^{-4}$$

ottenendo la seguente matrice di guadagno del controllo ottimo:

$$\mathbf{K}_r = \begin{bmatrix} -3.0331 \\ -0.4309 \\ 7.4299 \\ 0.0584 \\ -0.2140 \\ -0.4318 \\ 1.3853 \\ -0.0068 \end{bmatrix}^T \quad (6.26)$$

Capitolo 7

Implementazione delle leggi di controllo

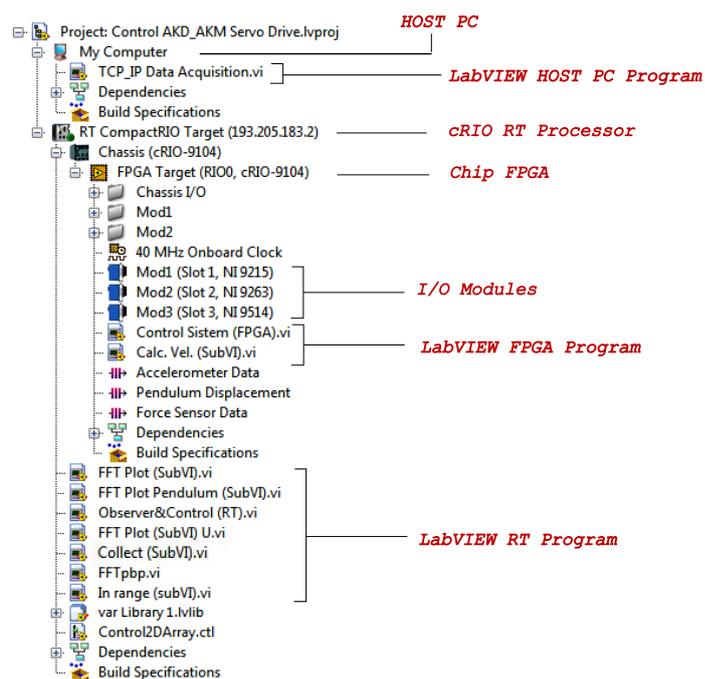


Fig. 7.1: LabVIEW project

Le leggi di controllo sono state implementate sul CompactRIO tramite

programmazione in LabVIEW. In realtà non è stato creato un solo eseguibile ma un set di eseguibili complementari tra di loro e gestiti tramite un LabVIEW Project.

Un LabVIEW Project è uno strumento per organizzare i vari file, gestire l'hardware della National Instrument, configurare dati ecc. Le informazioni del project sono memorizzati su un file di estensione .lvproj.

In Fig. 7.3 è mostrata la finestra del 'Project Explorer' dell'apparato sperimentale. Essa appare come un diagramma ad albero con cui è possibile interagire e in cui il contenuto del progetto è suddiviso in 'Target'. Un target non è altro che una piattaforma su cui il codice verrà eseguito. Nel nostro caso si vede la separazione tra il calcolatore su cui avviene fisicamente la scrittura dei programmi (Host pc) e il sistema PAC, suddiviso a sua volta in 'RT Target', ossia il processore del cRIO, e 'FPGA Target' ossia il chip FPGA. Al di sotto dei vari target si trovano i collegamenti ai file, e le risorse gestite dai target stessi.

In questo capitolo saranno descritti solo i programmi principali realizzati per gestire il controllo all'interno dell'apparato sperimentale.

In Fig.7.2 è illustrato il diagramma a blocchi del programma che viene eseguito sul chip FPGA. Tale codice ha varie funzioni tra cui:

- gestire l'interfacciamento tra compactRIO e il drive del motore brushless,
- attivare il drive e il controllo asse,
- acquisire e condizionare i segnali provenienti dagli accelerometri e dall'encoder del motore,
- richiedere la coppia di controllo elaborata al drive,
- verificare la presenza di eventuali segnalazioni di errore,
- implementare il controllo passivo in base ai parametri impostati dall'utente.

In Fig.7.3 è riportato il pannello frontale di tale programma. I controlli e gli indicatori che qui compaiono non sono gestiti direttamente dall'utente ma gestiti dal programma principale eseguito in RT. Il diagramma a blocchi di quest'ultimo è mostrato in Fig.7.4. Tale codice ha tra le varie funzioni quella di:

- interfacciarsi con il codice eseguito su FPGA,

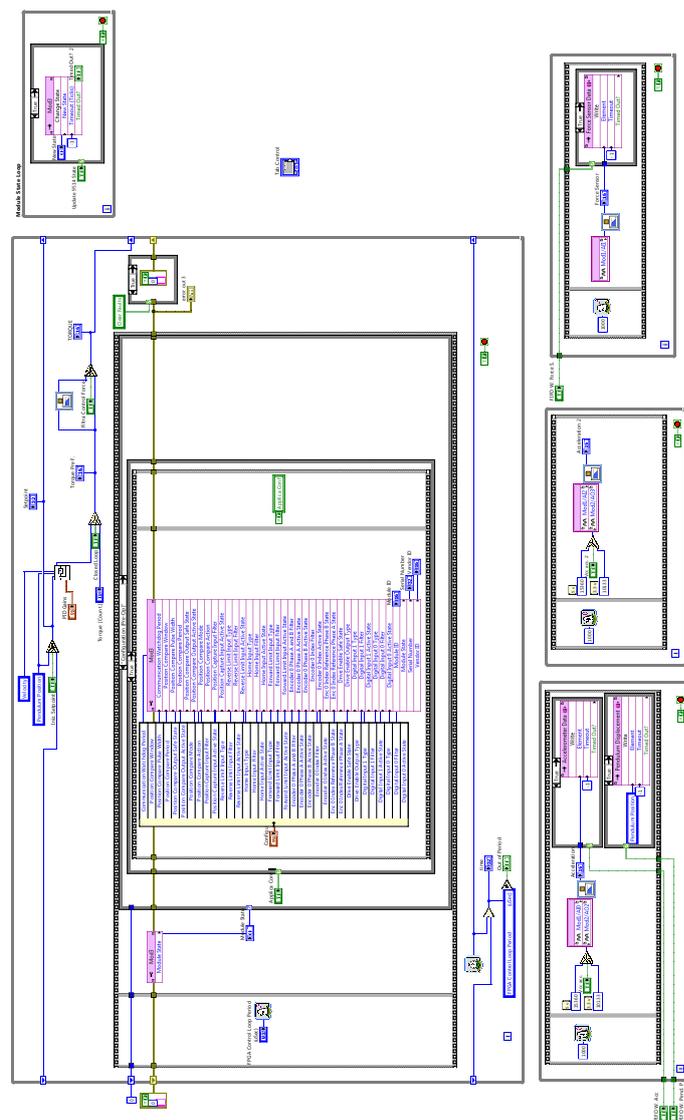


Fig. 7.2: 'Block Diagram' del programma su FPGA.

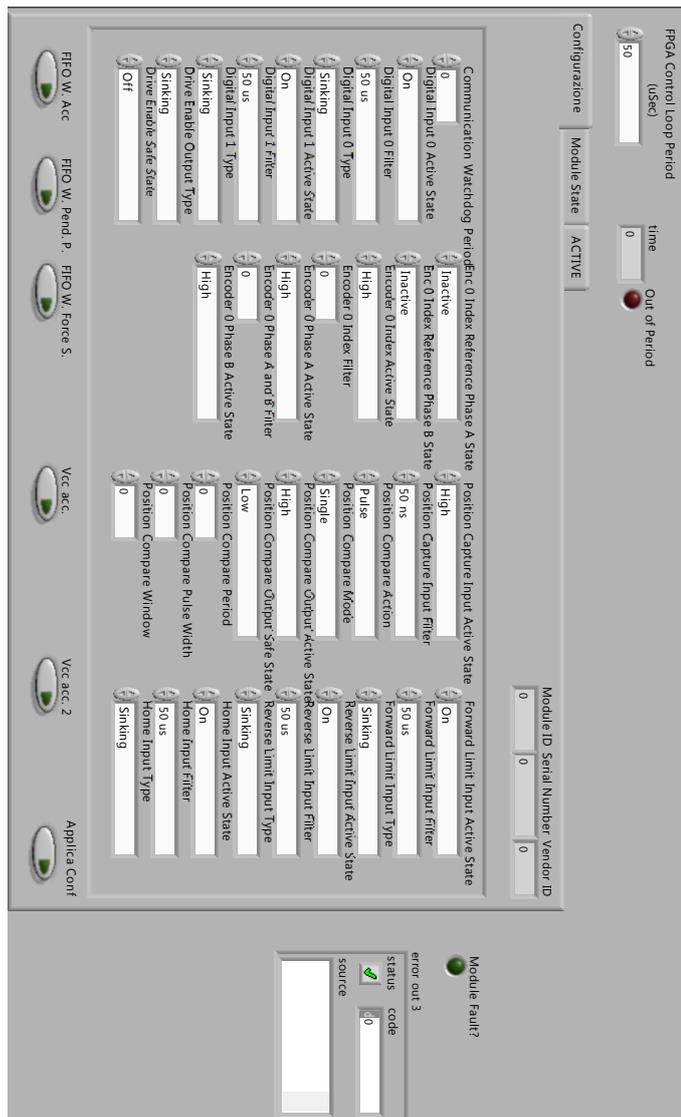


Fig. 7.3: 'Front panel' del programma su FPGA.

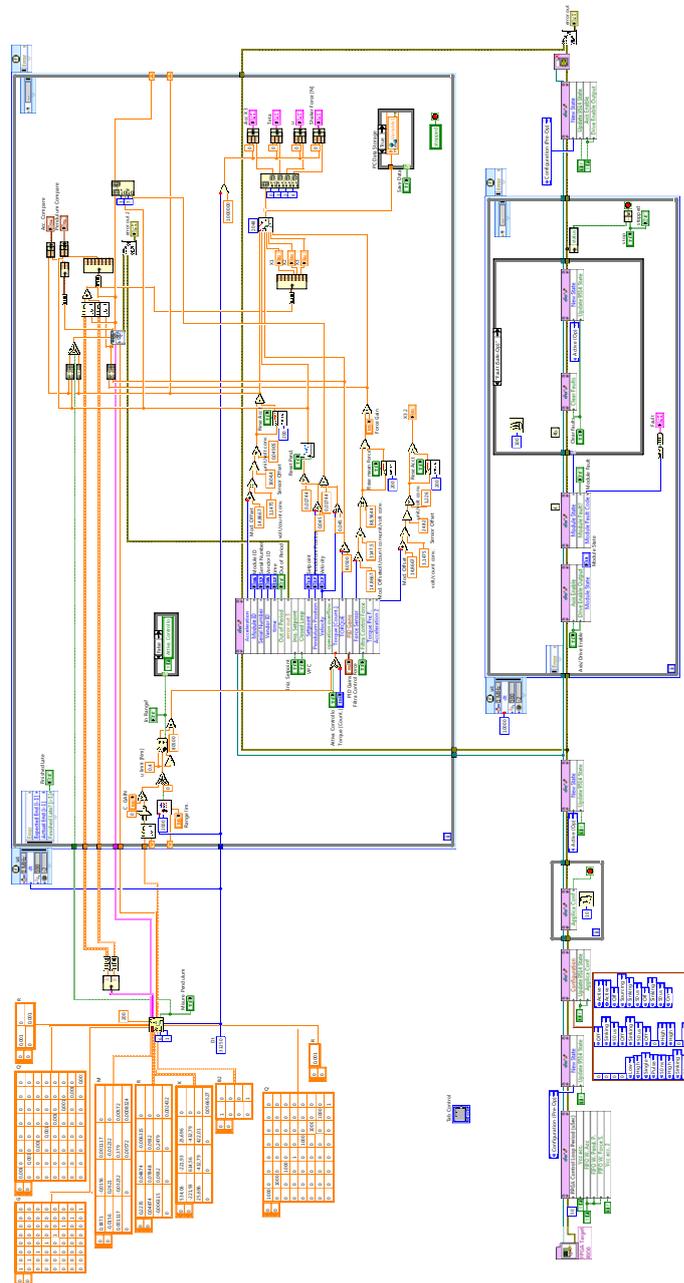


Fig. 7.4: 'Block Diagram' del programma in RT.

- implementare il controllo ottimo LQG,
- acquisire comandi dall'utente (start e stop, valori di alcuni parametri, impostazione di limiti, ecc)
- fornire informazioni sull'esecuzione del programma e sullo stato del sistema da controllare (accelerazioni dei piani, valori di coppia, errori, ecc.)

Per quanto riguarda il controllo LQG con questo codice viene:

- implementato l'osservatore,
- implementato il controllo ottimo.

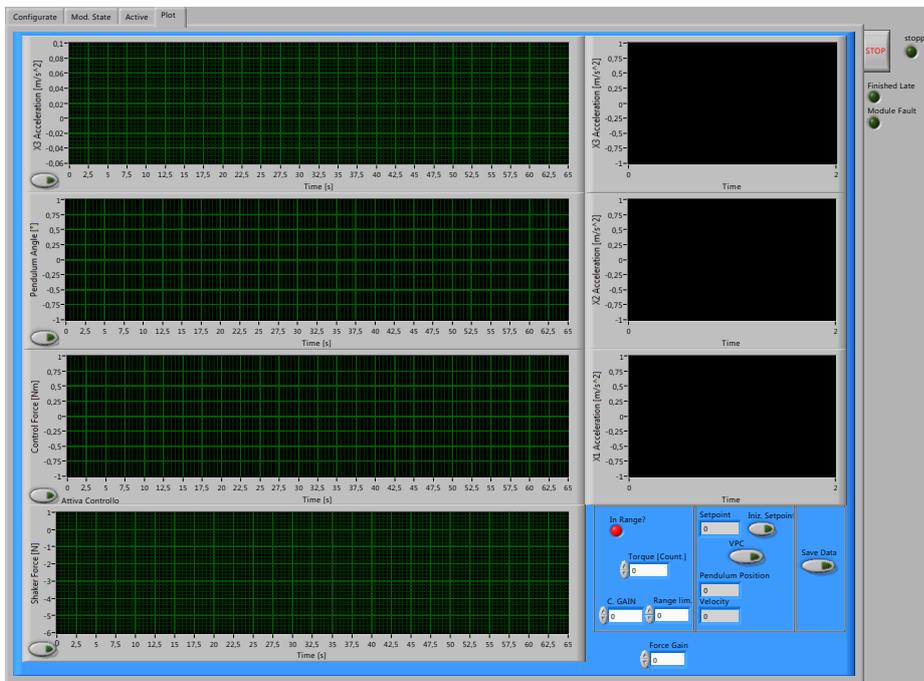


Fig. 7.5: 'Front panel' del programma in RT.

In Fig.7.5 è illustrato il pannello frontale del programma eseguito in RT. Tale finestra rappresenta l'interfaccia, visualizzata sullo schermo del computer connesso al compactRIO, con cui l'utente può gestire il sistema di controllo e monitorarne l'esecuzione. Infine, in Fig.7.6 è mostrato a titolo di esempio il pannello frontale durante l'esecuzione del programma.

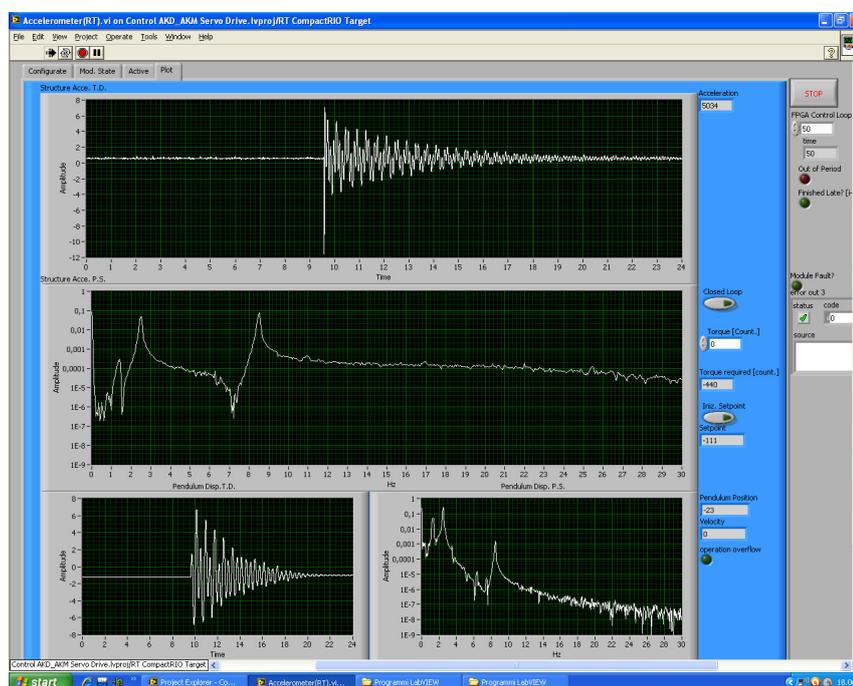


Fig. 7.6: Pannello frontale con programma in esecuzione.

Capitolo 8

Risultati

Nelle Figg.8.1, 8.2 e 8.3 sono diagrammate risposte in frequenza del telaio in corrispondenza del primo, secondo e terzo piano ad un ingresso sul primo piano, nel caso in cui non ci sia nessun controllo e in presenza del controllo virtuale passivo progettato nel paragrafo 6.1.

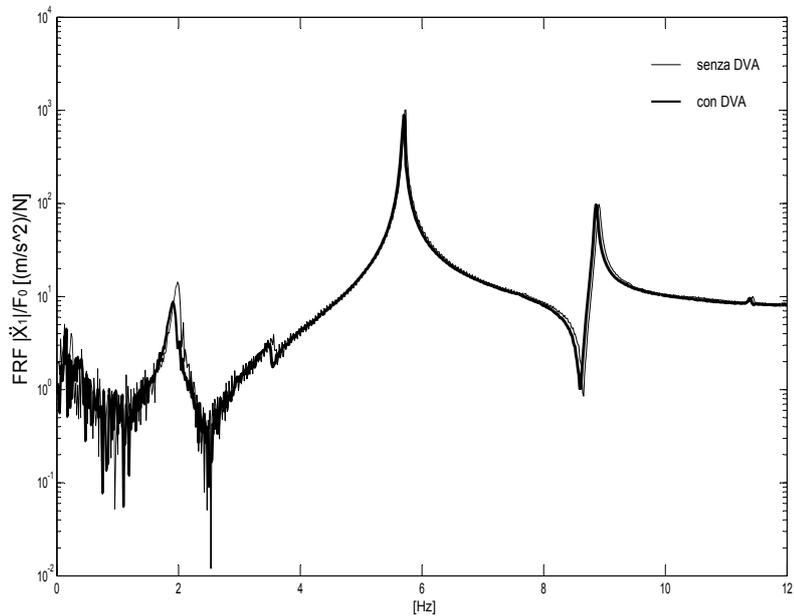


Fig. 8.1: Risposta in frequenza sperimentale del primo piano.

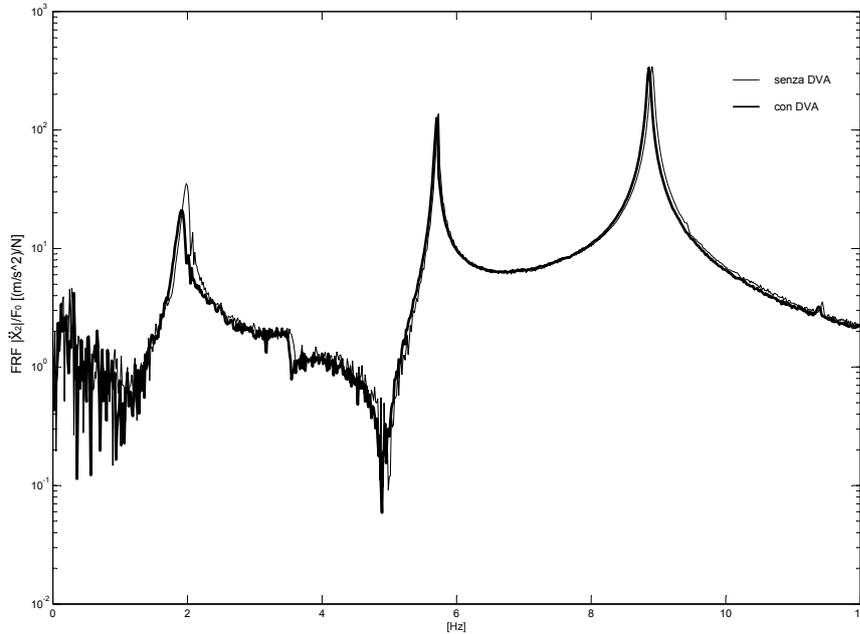


Fig. 8.2: Risposta in frequenza sperimentale del secondo piano.

Dal confronto dei due casi, diagrammati in sovrapposizione, si evince l'effetto del controllo sul primo modo di vibrare della struttura. Infatti, l'ampiezza di risposta, in corrispondenza del primo picco di risonanza, risulta sensibilmente inferiore nel caso di controllo attivo mentre rimane praticamente inalterata allontanandoci da tale zona. Ancora, è possibile fare un confronto tra le Figg. 6.1, 6.2 e 6.3 che rappresentano le FRF con e senza controllo, calcolate sfruttando il modello, e le corrispondenti immagini di questo capitolo, costruite invece, a partire dai dati sperimentali. Da tale confronto emerge un buon accordo tra sistema reale e il suo modello.

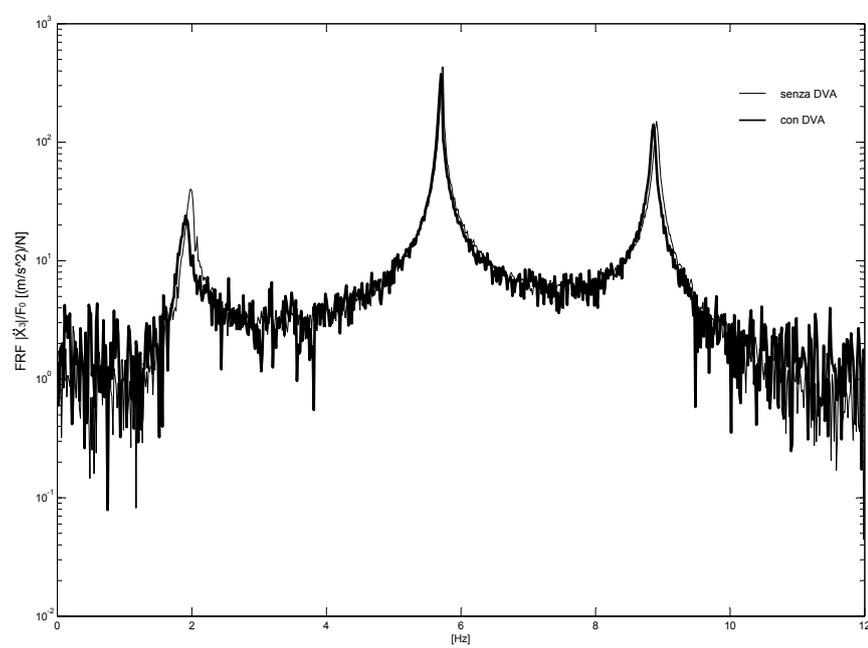


Fig. 8.3: Risposta in frequenza sperimentale del terzo piano.

Infine, analizziamo i risultati relativi al controllo ottimo LQG: nelle Figg.8.4, 8.5 e 8.6 è riportata la risposta temporale della struttura ad una perturbazione iniziale in assenza di controllo (linea tratteggiata) e con l'applicazione del controllo (linea spessa continua). Anche in questo caso è evidente l'efficacia del controllo in retroazione, il quale ha l'effetto di aumentare la stabilità della struttura.

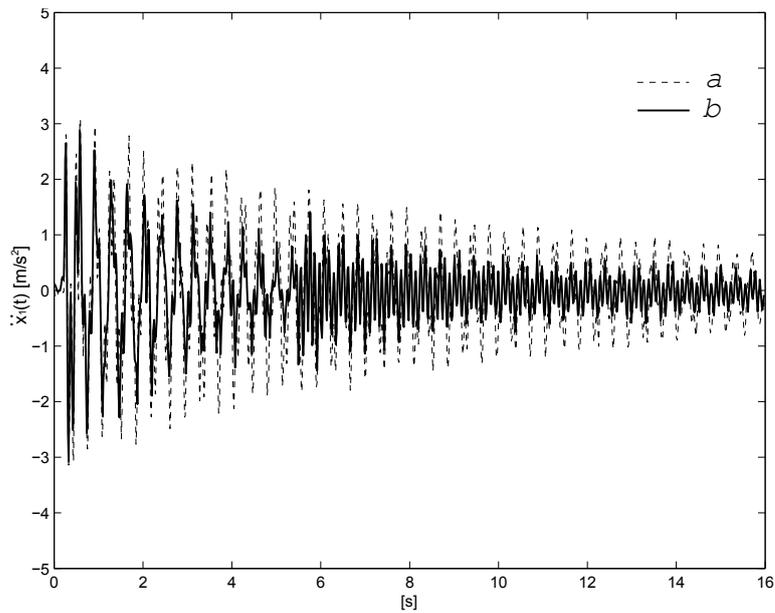


Fig. 8.4: LQG: Risposta del primo piano ad una perturbazione all'istante $t = 0$, senza controllo a) e con controllo b).

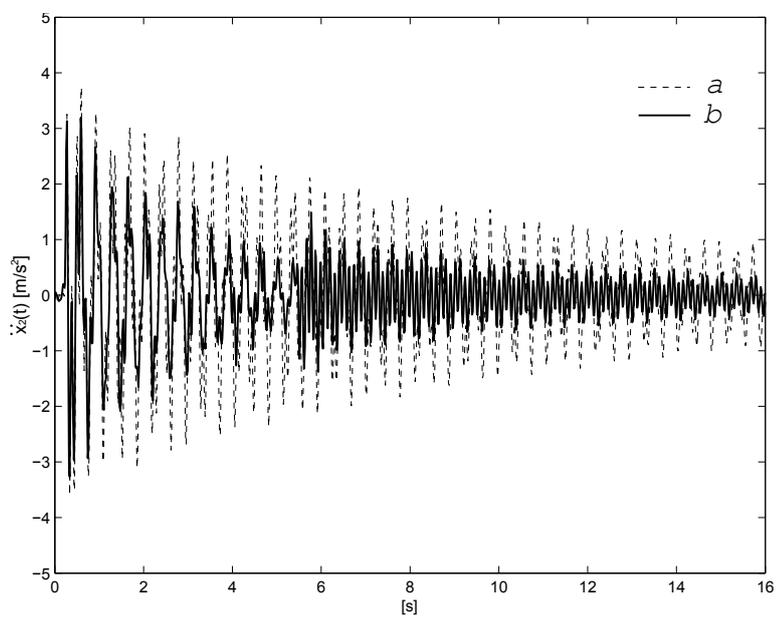


Fig. 8.5: LQG: Risposta del secondo piano ad una perturbazione all'istante $t = 0$, senza controllo a) e con controllo b).

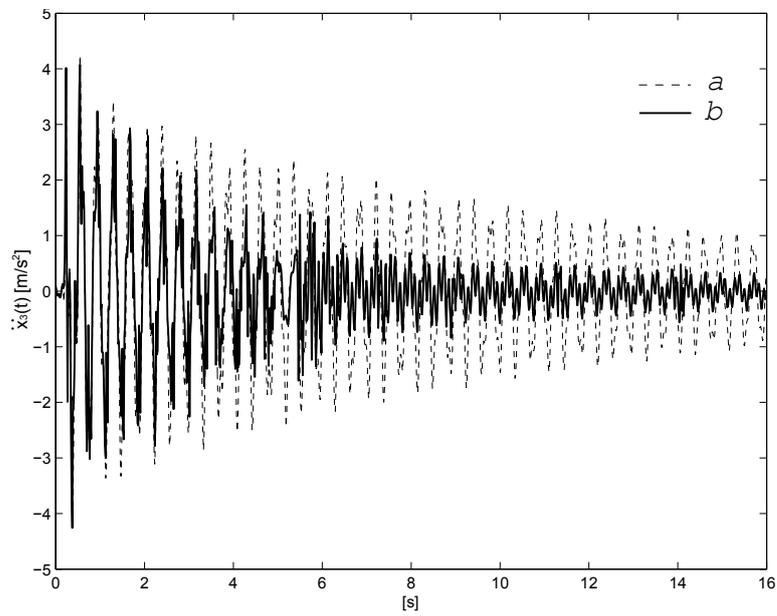


Fig. 8.6: LQG: Risposta del terzo piano ad una perturbazione all'istante $t = 0$, senza controllo a) e con controllo b).

Capitolo 9

Conclusioni

Nella presente tesi si è voluto investigare sulla possibilità di impiego di un dispositivo PAC (Programmable Automation Controller) all'interno di un sistema di controllo delle vibrazioni strutturali. Per far questo si sono, innanzitutto, analizzate le caratteristiche fisiche e prestazionali che differenziano un sistema PAC da altri sistemi basati ad esempio su sistemi 'general-purpose' come PC o su architetture dedicate quale PCB, PLC o similari. Si sono messe in luce le notevoli potenzialità di tale dispositivo contraddistinto, tra l'altro, da notevoli caratteristiche di prestazioni, robustezza, affidabilità e flessibilità.

Largo spazio è stato dedicato alla analisi delle leggi di controllo passive (Assorbitore dinamico) e attive (Controllo ottimo), sia dal punto di vista teorico che applicativo.

Per testare sia il 'controller' che le leggi di controllo è stato realizzato un apparato sperimentale, composto da un telaio 'shear-type' su cui è stato collocato l'attuatore del sistema di controllo, costituito da un pendolo fisico azionato da un motore brushless.

I risultati della sperimentazione hanno mostrato un netto miglioramento delle caratteristiche di stabilità della struttura testata, in seguito all'applicazione delle leggi di controllo.

Appendice A

Sensori

A.1 Elementi funzionali di uno strumento di misura

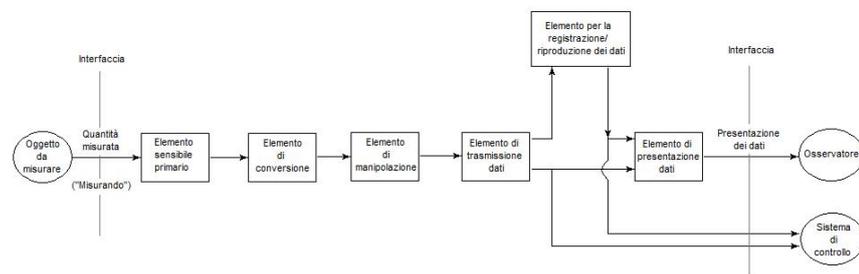


Fig. A.1: Elementi funzionali di un sistema di misura[28].

Senza far riferimento ad uno specifico strumento di misura è possibile darne una schematizzazione generale, con riferimento ad una possibile disposizione degli elementi funzionali che lo compongono, che includa tutte le funzioni di base considerate necessarie per la descrizione di qualsiasi strumento:

Elemento sensibile primario È l'elemento che per primo riceve energia dall'oggetto delle misure e produce un'uscita che dipende in qualche modo dalla quantità misurata ('misurando').

È importante notare che uno strumento sottrae sempre una parte di energia dal sistema oggetto delle misure. Per questo la quantità misurata viene sempre disturbata dall'atto della misurazione, e ciò rende una misura perfetta teoricamente impossibile. I buoni strumenti di misura sono progettati per minimizzare questo effetto di carico ('loading effect'), che in qualche modo è sempre presente.

Il segnale di uscita dell'elemento sensibile primario è una variabile fisica come uno spostamento o una tensione.

Elemento di conversione della variabile osservata Affinché lo strumento esegua la funzione desiderata, può essere necessario convertire questa variabile in un'altra, più adatta, che tuttavia conservi il contenuto di informazioni del segnale originale. L'elemento che esegue una tale funzione è chiamato elemento di conversione della variabile osservata.

Elemento di manipolazione della variabile osservata Nell'eseguire il compito che gli è stato assegnato, uno strumento può richiedere che il segnale, rappresentato da una variabile fisica, sia in qualche misura manipolato. Per 'manipolazione', intendiamo specificamente un cambio del valore numerico dovuto a qualche regola definita, ma nel contempo una conservazione della natura fisica della variabile. Ad esempio un amplificatore elettronico accetta un segnale in tensione in ingresso e produce un segnale in uscita che è ancora una tensione, pari all'ingresso moltiplicato per una costante.

Elemento di trasmissione dati Gli elementi di cui parliamo sono in generale elementi funzionali e non elementi fisici, questo vuol dire che una specifica parte hardware può eseguire, per esempio, diverse funzioni di base. Quando gli elementi funzionali di uno strumento sono effettivamente fisicamente separati, diviene necessario trasmettere i dati dall'uno all'altro. Un elemento che esegue tale funzione viene chiamato elemento di trasmissione dati. Può essere assai semplice come un albero montato su un cuscinetto o complesso come un sistema di telemetria per trasmettere segnali via radio dai satelliti alle apparecchiature di terra.

Elemento di presentazione dati Se l'informazione circa la quantità misurata deve essere comunicata a un essere umano per monitoraggio, controllo, o a fine di analisi, deve essere posta in forma riconoscibile

da uno dei sensi umani. La funzione di presentazione dati include la semplice indicazione di un puntatore che si muove lungo una scala e la registrazione di una penna che si muove su un foglio di carta.

Registrazione/Riproduzione dei dati Benché l'immagazzinamento dei dati nella forma di registrazione a penna/inchiostro sia spesso utilizzata, alcune applicazioni richiedono una funzione distinta di registrazione/riproduzione, che possa facilmente ricreare i dati memorizzati dietro comando. Un esempio classico di registratore/riproduttore è il nastro magnetico, tuttavia numerosi strumenti recenti digitalizzano segnali elettrici e li immagazzinano in una memoria digitale simile a quella del computer (RAM, hard drive, floppy disk, ecc.).

A.2 Sensori attivi e passivi

Una volta identificate tali funzioni di base comuni a tutti gli strumenti, si può eseguire una generalizzazione su come queste funzioni possono essere svolte. Una tale generalizzazione è legata a considerazioni di tipo energetico.

Nello svolgimento di una qualsiasi funzione, un componente fisico può comportarsi sia come sensore attivo, sia come sensore passivo. Un componente la cui energia in uscita sia completamente, o quasi completamente fornita dal segnale ricevuto in ingresso, viene comunemente definito sensore passivo. I segnali di ingresso e uscita possono coinvolgere energia della stessa forma (per esempio in entrambi i casi meccanica), o può esserci conversione di energia (per esempio da meccanica ad elettrica). In ambito strettamente metrologico, il termine sensore è riferito solamente al componente che fisicamente effettua la trasformazione della grandezza d'ingresso in un segnale in uscita. I dispositivi in commercio spesso integrano al loro interno anche alimentatori stabilizzati, amplificatori di segnale, dispositivi di comunicazione remota, ecc. In quest'ultimo caso si preferisce definirli trasduttori.

Un trasduttore attivo, d'altro canto, ha una sorgente ausiliare di energia che fornisce la gran parte della potenza in uscita, mentre il segnale di ingresso ne dà una porzione insignificante. Ancora una volta, può o non può esserci una conversione di energia da una forma ad un'altra.

A.3 Modalità di funzionamento analogiche e digitali

Un'ulteriore classificazione di come le funzioni di base possono essere eseguite, rivolgendo l'attenzione alla natura analogica o digitale dei segnali che rappresentano l'informazione.

Per i segnali analogici il preciso valore della quantità (tensione, angolo di rotazione, ecc.) che porta l'informazione è significativo. Invece i segnali digitali sono sostanzialmente di natura binaria (on/off) e le variazioni del valore numerico sono associate a variazioni nello stato logico ('vero o falso') di una qualche combinazione di 'interruttori'. In un tipico sistema digitale elettronico qualsiasi tensione compresa tra +2V e +5V dà origine allo stato 'on' (o alto), mentre i segnali tra 0V e 0.8V corrispondono allo stato 'off' (o basso).

La gran parte degli elementi sensibili primari sono di tipo analogico.

L'importanza degli strumenti digitali è in crescita, forse principalmente a causa dell'ampia diffusione dei computer digitali sia nei sistemi di elaborazione dati sia in quelli di controllo automatico. Dal momento che un computer digitale lavora soltanto con segnali digitali, qualsiasi informazione che gli venga fornita deve essere in formato digitale. Anche l'uscita dei computer è in formato digitale. Dunque qualsiasi forma di comunicazione con il computer sia in ingresso sia in uscita, deve essere sotto forma di segnale digitale. Dal momento che la gran parte degli apparati e controllo è di natura analogica, è necessario disporre sia di convertitori analogico-digitale (all'ingresso del computer) sia di convertitori digitali-analogici (all'uscita del computer). Questi oggetti servono da 'traduttori', permettendo al computer di comunicare con il mondo esterno, che è per la gran parte di natura analogica.

A.4 Relazione ingressi uscita degli strumenti e dei sistemi di misura

I principali ingressi di uno strumento di misura sono riconducibili a tre principali categorie:

1. ingressi desiderati
2. ingressi interferenti

3. ingressi modificanti

Gli ingressi desiderati rappresentano le quantità che lo strumento dovrebbe specificatamente misurare. Gli ingressi interferenti rappresentano le quantità alle quali lo strumento è involontariamente sensibile.

Sia gli ingressi desiderati che interferenti contribuiscono al segnale in uscita tramite una relazione ingresso-uscita definita da una costante o più in generale da una funzione.

L'ultimo tipo di ingressi descrive invece quantità che provocano variazioni della relazione ingresso-uscita sia per gli ingressi desiderati, sia per quelli interferenti .

In generale un sistema di misura può presentare più ingressi di ciascuno dei tre tipi.

A.5 Grandezza fisica misurata

I sensori comunemente vengono classificati in base al tipo di grandezza fisica che misurano, esempio:

sensori di luce : fotocellule, fotodiodi, fototransistor, tubi fotoelettrici, CCD, radiometri di Nichols, sensori di immagine, fotomoltiplicatori.

sensori di suono : microfoni, idrofoni.

sensori di accelerazione : accelerometri, sensori sismici.

sensori di temperatura : termometri, termocoppie, resistori sensibili alla temperatura, termistori, termometri bimetallici e termostati.

sensori di calore : bolometri, calorimetri.

sensori di radiazione : contatori Geiger, dosimetri.

sensori di particelle subatomiche : scintillometri, camere a nebbia, camere a bolle, camere di ionizzazione.

sensori di resistenza elettrica : ohmmetri, multimetri.

sensori di corrente elettrica : galvanometri, amperometri.

sensori di tensione elettrica : elettroscopi a foglia, voltmetri.

sensori di potenza elettrica : wattmetri.

sensori di magnetismo : bussole magnetiche, bussole flux gate, magnetometri.

sensori di pressione : barometri, barografi, misuratori di pressione, altimetri, variometri.

sensori di gas e flusso di liquidi : anemometri, flussimetri, gasometri, pluviometri, indicatori di velocità dell'aria.

sensori di movimento : radar, velocimetri, tachimetri, odometri.

sensori di orientamento : giroscopi, orizzonte artificiale, giroscopi laser,

sensori di posizione e rotazione : encoder (lineari o rotativi), resolver, ecc.

sensori di forza : celle di carico, estensimetri.

sensori di prossimità : interruttori, proximity ottici (un tipo di sensori di distanza che rilevano solo una prossimità specifica, sono realizzati da una combinazione di fotocellula e LED o con un laser).

sensori di distanza : sensori ottici (una combinazione di fotocellula e LED o un laser. Usati principalmente nelle macchine fotografiche con autofocus, nei binocoli sofisticati e nella robotica).

sensori biometrici : rilevano una caratteristica di una zona del corpo umano (conformazione della retina o i potenziali elettrici del polpastrello del dito della mano).

sensori chimici : es. biosensori che si basano su organismi o componenti d'organismi viventi (molti tipi di microorganismi, tessuti, ormoni, anticorpi, enzimi, ...).

A.6 Sonde sismiche per misure di accelerazione (accelerometri)

I sensori o trasduttori chiamati 'sismici' (basati su un sistema massa/molla) sono ampiamente utilizzati in misurazioni di eventi impulsivi o vibrazioni. Variabili vibratorie di interesse sono lo spostamento, la velocità e l'accelerazione di punti selezionati di una struttura. In applicazioni specifiche, una di queste variabili può risultare più significativa delle altre, per questo motivo si

possono trovare trasduttori di tipo sismico per tutte e tre queste grandezze. Anche il campo di frequenza delle vibrazioni influenza la scelta dello strumento, dal momento che vibrazioni ad alta frequenza sono caratterizzate da piccoli spostamenti (forse neppure misurabili) e da alte accelerazioni, mentre vibrazioni a bassa frequenza presentano ampi spostamenti e accelerazioni molto piccole.

In ogni modo la sonda più importante per rilevare le vibrazioni, gli urti e per misure di movimento assolute con finalità generali è l'accelerometro. Questo strumento si trova in commercio in svariate tipologie per soddisfare diverse richieste applicative.

Gli aspetti di base che caratterizzano gli accelerometri e ne decretano il grande successo sono:

1. La risposta in frequenza va da zero a un valore limite elevato. Possono essere misurate le accelerazioni statiche (tranne che nei tipi piezoelettrici).
2. Lo spostamento e la velocità possono essere ottenuti facilmente per integrazione elettrica, operazione di gran lunga preferibile alla derivazione.
3. Questi sensori sono più adatti a fornire misurazioni di urti (shock) rispetto alle sonde di spostamento o di velocità.
4. Le forze che provocano danni nelle strutture, nei macchinari ecc., sono legate all'accelerazione piuttosto che alle velocità o allo spostamento.

La configurazione di base di un accelerometro è mostrata nella figura A.2. Il principio di funzionamento è il seguente: Un trasduttore sismico caratterizzato dal sistema massa M - molla K - smorzatore C , da un contenitore protettivo e da un opportuno trasduttore del segnale in uscita.

Si suppone che la vibrazione abbia la direzione dell'asse y e che sia sinusoidale. Il trasduttore è rigidamente collegato all'elemento di macchina di cui si vuole misurare l'accelerazione. Quest'ultimo in base all'ipotesi fatta vibra con un spostamento rispetto ad un punto fisso esterno esprimibile nel seguente modo:

$$y_h = A \cdot \sin \omega t \quad (\text{A.1})$$

in cui y_h è lo spostamento del contenitore protettivo, e quindi dell'accelerometro nel suo complesso, rispetto ad un punto fisso esterno, A l'ampiezza

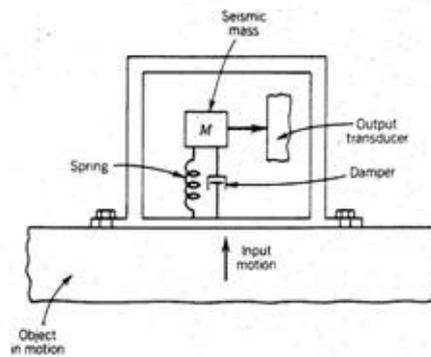


Fig. A.2: Sonda sismica.

e ω la pulsazione della forzante impressa. Se y_r è lo spostamento relativo della massa M si ha che lo spostamento assoluto y_m della massa M si può esprimere nel seguente modo:

$$y_m = y_h + y_r \quad (\text{A.2})$$

Se la massa M è molto grande e la vibrazione ha una bassa frequenza, lo spostamento y_r della massa M avrà un certo ritardo rispetto a quello del moto assoluto. Tale spostamento risulta:

$$y_r = y_{r,max} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad (\text{A.3})$$

in cui φ è lo sfasamento.

Se la frequenza di vibrazione aumenta molto, la massa tenderà a restare inerte e ciò sarà tanto più vero quanto più tale valore sarà grande rispetto alla frequenza propria del trasduttore, la cui pulsazione è pari a ω_n : il movimento della cassa rispetto alla massa è proprio quello rispetto ad un punto fisso che si andava cercando. In tal caso lo strumento si comporta come un vibrometro ($y_{r,max}$ circa uguale ad A), ossia misura l'ampiezza delle oscillazioni. Se invece la frequenza di lavoro, ovvero la frequenza di eccitazione, è inferiore alla frequenza propria del trasduttore lo spostamento relativo y_r risulta proporzionale all'accelerazione. Per trovare il segnale di uscita y_r rispetto a quello di ingresso y_h basta esplicitare il secondo principio della dinamica per il caso in esame:

$$M \frac{d^2 y_m}{dt^2} + C \frac{dy_r}{dt} + K y_r = 0 \quad (\text{A.4})$$

sostituendo la (A.2) si ha:

$$M \cdot \left(\frac{d^2 y_h}{dt^2} + \frac{d^2 y_r}{dt^2} \right) + C \cdot \frac{dy_r}{dt} + K \cdot y_r = 0 \quad (\text{A.5})$$

conoscendo l'espressione di y_h si determina la sua derivata seconda:

$$\frac{d^2 y_h}{dt^2} = -A\omega^2 \sin \omega t \quad (\text{A.6})$$

che sostituita nell'espressione del secondo principio della dinamica fornisce:

$$M \frac{d^2 y_r}{dt^2} + C \frac{dy_r}{dt} + K y_r = M A \omega^2 \sin \omega t \quad (\text{A.7})$$

La soluzione in regime stazionario di tale equazione differenziale del secondo ordine è la seguente:

$$\frac{y_{r,max}}{A} = \frac{(\omega/\omega_n)^2}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + 4\zeta^2 \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} \quad (\text{A.8})$$

con:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad \zeta = \frac{C}{2\sqrt{KM}} \quad (\text{A.9})$$

e l'angolo di sfasamento:

$$\varphi = \arctan \left[\frac{2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \right] \quad (\text{A.10})$$

Diagrammando tale soluzione (A.3) si ha che quando tende all'infinito ω/ω_n , $y_{r,max}/A$ tende ad 1 il che conferma quanto asserito precedentemente: quando la frequenza dello strumento è molto bassa rispetto a quella di eccitazione, la massa M sta praticamente ferma ed esso si comporta come un vibrometro (misura cioè l'ampiezza).

I vibrometri risultano pertanto strumenti intrinsecamente grandi e ciò è verificato tanto più, quanto più è bassa la frequenza che debbono misurare. Ciò significa che volendo misurare con un vibrometro le caratteristiche di vibrazione di un corpo piccolo e leggero, che vibra a bassa frequenza, l'errore di inserzione che ne risulta sarebbe tale da rendere improponibile la

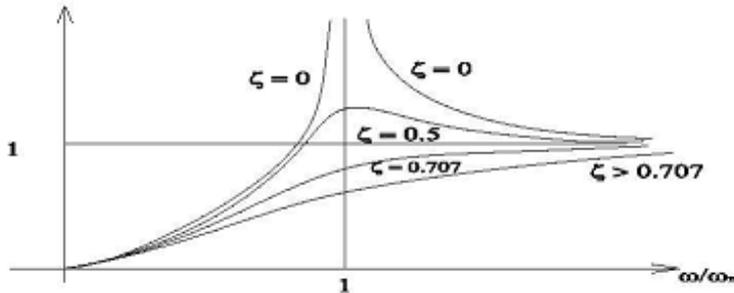


Fig. A.3

misura stessa. In questi casi, che poi in termini applicativi rappresentano la stragrande maggioranza, è dunque necessario ricorrere a sistemi alternativi, quali gli accelerometri elettrici, trasduttori cioè in grado di convertire l'accelerazione in ingresso in un segnale in uscita proporzionale all'accelerazione stessa. Tale segnale elettrico, generalmente in tensione, viene quindi trattato attraverso i sistemi di acquisizione ed elaborazione dati: una doppia integrazione dello stesso consentirà la determinazione degli spostamenti. Quando la frequenza da misurare è bassa, rispetto a quella propria dello strumento, si è in presenza ad un accelerometro; la massa M non è più ferma ma si muove con spostamenti che risultano proporzionali alle accelerazioni. Derivando due volte l'espressione dello spostamento sinusoidale dell'accelerometro rispetto ad un ipotetico punto fisso esterno si ricava:

$$\ddot{y}_h = -A\omega^2 \sin \omega t \quad (\text{A.11})$$

e di conseguenza a meno del seno:

$$A_{acc} = -A\omega^2 \quad (\text{A.12})$$

in cui A_{acc} è l'ampiezza della accelerazione (accelerazione massima). Ricavando A e sostituendola nella soluzione precedentemente scritta si ha:

$$\frac{y_{r,max}}{A_{acc}} = -\frac{1}{\omega_n^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + 4\zeta^2 \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} \quad (\text{A.13})$$

in cui risulta evidente il rapporto tra lo spostamento massimo della massa M rispetto alla cassa e la accelerazione massima della cassa stessa. Il secondo fattore a secondo membro è il fattore noto, tipico degli strumenti del secondo ordine. Esso è moltiplicato per l'inverso del quadrato della frequenza propria, costante per ogni strumento. Graficando la funzione ora si nota dalla figura A.4 che per ω/ω_n che tende a zero (ossia per frequenze di vibrazione molto piccole rispetto a quella propria dello strumento), il rapporto $y_{r,max}/A_{acc}$ tende all'unità, il che equivale a dire che lo spostamento massimo della massa rispetto alla cassa esterna è uguale all'ampiezza massima dell'accelerazione.

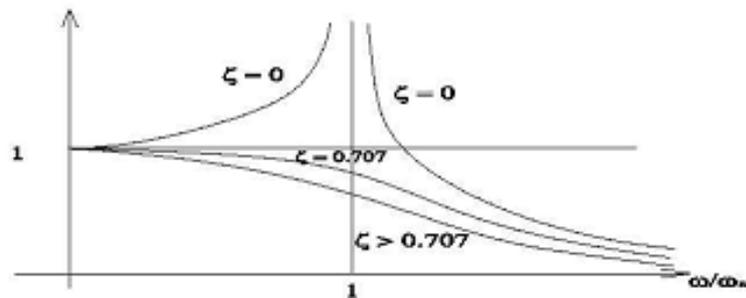


Fig. A.4

Il dominio delle frequenze in cui può essere usato l'accelerometro dipende dall'errore dinamico accettabile. A parità di accelerazione più è elevato ω_n e più piccolo è lo spostamento. Un accelerometro con una grande banda passante deve avere un valore alto della frequenza propria ω_n : ciò si ottiene diminuendo la sua massa M ed aumentando il valore della costante elastica K . Essendo K grande e M piccolo, lo spostamento risultante è piccolo e quindi lo strumento è caratterizzato dall'aver una bassa sensibilità. Realizzare inoltre un accelerometro con una grande banda passante è relativamente difficile in quanto, dovendo impiegare una massa molto piccola, non si riesce praticamente ad applicarvi il trasduttore. Il problema si risolve ricorrendo a trasduttori piezoelettrici: con essi è possibile realizzare accelerometri aventi bassa massa ed elevata rigidità.

Tornando al nostro schema generale, abbiamo visto quindi che in un accelerometro lo spostamento relativo della massa M rispetto alla carcassa esterna è proporzionale all'accelerazione di quest'ultima e del punto della struttura

a cui è rigidamente collegata.

Un trasduttore di spostamento relativo trasforma questo spostamento in un segnale elettrico acquisibile dai moderni sistemi di misura.

Una prima classificazione degli accelerometri si può così fare suddividendo questi strumenti a seconda del principio di funzionamento del trasduttore di posizione:

Accelerometro estensimetrico : L'accelerometro a ponte estensimetrico sfrutta come principio di rilevazione lo stesso delle celle di carico, cioè la variazione di resistenza di un estensimetro dovuta alla variazione della sua lunghezza.

In questi dispositivi una massa viene sospesa su dei sottili lamierini, su quest'ultimi sono fissati degli estensimetri collegati a ponte di Wheatstone.

In presenza di un'accelerazione la massa si sposta, flettendo i lamierini e conseguentemente gli estensimetri subiscono un allungamento. Con un voltmetro è possibile leggere una tensione di sbilanciamento del ponte di Wheatstone proporzionale all'accelerazione.

Accelerometro piezoresistivo : L'accelerometro a ponte piezoresistivo è una variante dell'accelerometro a ponte estensimetrico, dove al posto degli estensimetri sono utilizzati sensori piezoresistivi. Questi sensori si comportano in modo analogo agli estensimetri, ma permettono allungamenti e sensibilità superiori, pur avendo qualche problema di stabilità con la variazione di temperatura.

Spesso, in questi strumenti la massa viene sospesa su una membrana plastica, sulla quale sono stati attaccati gli elementi piezoresistivi.

Accelerometro LVDT : L'accelerometro LVDT sfrutta, come principio per la rilevazione dello spostamento della massa, un trasduttore LVDT integrato nella struttura dell'accelerometro stesso.

In questi dispositivi, la massa stessa costituisce il nucleo ferromagnetico del trasduttore LVDT, e scorre (sospesa su molle o altri elementi elastici) all'interno di un canale, attorno al quale sono avvolte le bobine destinate alla rilevazione della posizione della massa.

Un apposito circuito rileva la posizione del nucleo rispetto alle bobine e genera un segnale elettrico proporzionale allo spostamento rispetto alla posizione di riposo.

Accelerometro capacitivo : L'accelerometro capacitivo sfrutta, come principio per la rilevazione dello spostamento della massa, la variazione

della capacità elettrica di un condensatore al variare della distanza tra le sue armature.

In questi accelerometri, la massa (realizzata con materiale conduttivo) costituisce un'armatura, mentre l'altra è realizzata sulla struttura fissa del dispositivo, nell'immediata prossimità della massa. La massa viene sospesa su un elemento elastico relativamente rigido (tipicamente una membrana). Un apposito circuito rileva la capacità del condensatore così realizzato e genera un segnale elettrico proporzionale alla posizione della massa.

Accelerometro piezoelettrico : L'accelerometro piezoelettrico sfrutta, come principio per la rilevazione dello spostamento della massa, il segnale elettrico generato da un cristallo piezoelettrico quando è sottoposto ad una compressione.

In questi accelerometri la massa viene sospesa sul cristallo piezoelettrico, che, in questo caso, costituisce sia il sensore, che l'elemento elastico. In presenza di un'accelerazione la massa (che presenta una certa inerzia) comprime il cristallo, il quale genera un segnale elettrico proporzionale alla compressione.

Visto che l'elemento elastico è un cristallo, le caratteristiche di questi dispositivi sono peculiari:

presentano una sensibilità relativamente bassa;

possono rilevare accelerazioni elevatissime senza danneggiarsi (anche 1000 g);

non possono rilevare accelerazioni statiche.

Una considerazione di particolare rilievo sta nel fatto che i cristalli generalmente impiegati nella costruzione dell'elemento elastico hanno un elevatissimo valore della costante elastica, il che ha una profonda influenza sull'equazione differenziale che governa il fenomeno vibratorio che coinvolge il sistema strumento.

L'ultima caratteristica è da rimarcare: come detto, il cristallo genera un segnale elettrico proporzionale alla compressione, ma se la compressione sul cristallo permane, il segnale generato tende a dissiparsi dopo un breve periodo. In conseguenza di ciò questi accelerometri non sono in grado di rilevare un'accelerazione continua e statica: dopo qualche secondo dall'applicazione di una tale accelerazione, il segnale si dissipa e in uscita non sarà presente nessun segnale. Questi accelerometri trovano impiego in applicazioni dove si deve rilevare accelerazioni dinamiche come quelle che si generano nelle vibrazioni e nei

shock meccanici.

Accelerometro laser : L'accelerometro laser è un tipo particolare d'accelerometro (non rientrante nella categoria delle sonde sismiche), usato quando è necessario effettuare misure estremamente precise, non ottenibili con altri tipi di strumenti. Il principio di funzionamento è concettualmente differente rispetto a quelli sopra esposti, e si basa sul principio fisico che l'accelerazione è una derivata della velocità nel tempo.

In questo dispositivo un interferometro laser misura istante per istante lo spostamento dell'oggetto in moto, un computer ad esso collegato effettua la derivata seconda rispetto al tempo, ottenendo così direttamente il valore d'accelerazione.

I problemi di questi dispositivi è che sono costosi, piuttosto ingombranti, richiedono che l'interferometro sia montato a terra (o su un luogo da considerarsi fisso) e il laser deve essere costantemente puntato verso l'oggetto in moto.

A.7 Trasduttori di posizione angolare

I trasduttori di posizione angolare di tipo digitale sono dispositivi nei quali la posizione angolare è quantizzata, cioè l'angolo di rotazione dell'albero mobile ($0 + 360^\circ$) è suddiviso in un numero discreto di parti a ciascuna delle quali viene fatto corrispondere un segnale digitale. Esistono principalmente due tipi di trasduttori angolari con uscita digitale: l'encoder assoluto e l'encoder incrementale.

Encoder assoluto

In questo tipo di trasduttore l'uscita è rappresentata da una combinazione di livelli logici (0 e 1) quanti sono i bit che formano il segnale d'uscita. In Figura A.5 è illustrata la schematizzazione di un encoder assoluto. La parte mobile del dispositivo è costituita da un disco che può ruotare attorno ad un asse calettato sulla macchina di cui si vuole rilevare la rotazione angolare. Il disco è suddiviso in un numero di settori pari a $2n$ essendo n il numero di bit del segnale d'uscita (nell'esempio della figura i bit d'uscita sono $n = 4$, per cui i settori sono $2^4 = 16$). Evidentemente quanto maggiore è il numero

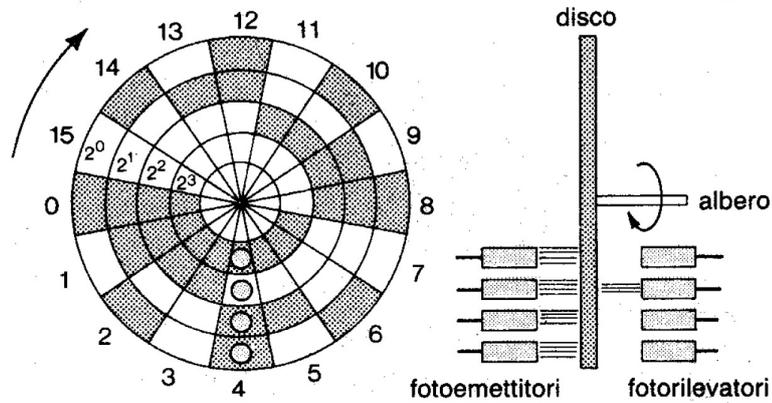


Fig. A.5: Encoder assoluto[29].

dei settori, tanto maggiore è la risoluzione nella misura dell'angolo. Il disco è ulteriormente suddiviso in n corone circolari. Nel reticolo determinato dalle intersezioni delle linee radiali e dei cerchi concentrici si diversificano opportunamente delle zone (scure e chiare in Figura A.5), che permettono la codifica binaria dell'angolo. La lettura può essere effettuata con mezzi ottici, in tal caso le zone scure sono rese opache e quelle chiare trasparenti. La parte fissa del dispositivo di lettura consiste in n sorgenti luminose, ognuna delle quali proietta sul disco un fascio di luce, e di un sistema di n rivelatori allineati con le sorgenti di luce e in posizione opposta al disco. A ciascuna corona circolare viene fatta corrispondere una potenza di 2, crescente dal bordo esterno verso il centro. Nel caso schematizzato nella Figura A.5 si hanno pertanto quattro diversi valori corrispondenti alle corone indicate: $2^0, 2^1, 2^2, 2^3$.

Fra i terminali di ogni fotorivelatore si preleva il livello logico 0 se il dispositivo non riceve luce e il livello 1 se la riceve: così, ad esempio, se tra i fotoemettitori e i fotorivelatori è interposto il settore 0, i livelli in uscita dai quattro fotodiodi risultano 0000; facendo ora ruotare il disco in senso orario, quando fra i fasci luminosi e il sistema fotosensibile è interposto il settore 1 la configurazione dei livelli d'uscita risulta 0001. Esiste pertanto una corrispondenza univoca fra il settore del disco, che si trova interposto fra le sorgenti di luce e il sistema rivelatore, e la configurazione dei livelli logici d'uscita. La lettura ottica permette dunque di codificare la posizione angolare in codice binario puro. In pratica però il codice binario puro

Binario	Gray
0000	0000
0001	0001
0010	0011
0011	0010
0100	0110
0101	0111
0110	0101
0111	0100
1000	1100
1001	1101
1010	1111
1011	1110
1100	1010
1101	1011
1110	1001
1111	1000

Tabella A.1: Codifica binaria e gray.

non è usato nei codificatori di precisione poiché può portare a degli errori di lettura, in quanto nel passaggio da un numero a quello immediatamente successivo si possono presentare variazioni simultanee di più bit. Ad esempio, i due numeri decimali contigui 7 e 8 hanno la rappresentazione binaria: 0111 e 1000. Un errore di allineamento del fascio potrebbe portare, nell'esempio indicato, alla lettura del numero 1111 rappresentativo del numero decimale 15. Il codice che viene usato per evitare questo tipo di errore, e sulla base del quale viene eseguita quindi la configurazione delle zone opache e trasparenti del disco, è tipicamente il codice Gray. Quest'ultimo è caratterizzato dal fatto che nel passaggio fra due numeri decimali consecutivi si ha sempre la variazione di un solo bit. La tabella A.1 riporta il codice Gray per un sistema a 4 bit. È possibile realizzare anche un sistema a lettura elettrica anziché ottica.

Questo tipo di lettura può essere ottenuto realizzando le parti grigie del disco con materiale isolante, quelle bianche con materiale conduttore. Mettendo in tensione le parti conduttrici del disco, un sistema costituito da tante spazzole quante sono le corone circolari può prelevare la tensione lungo le corone stesse.

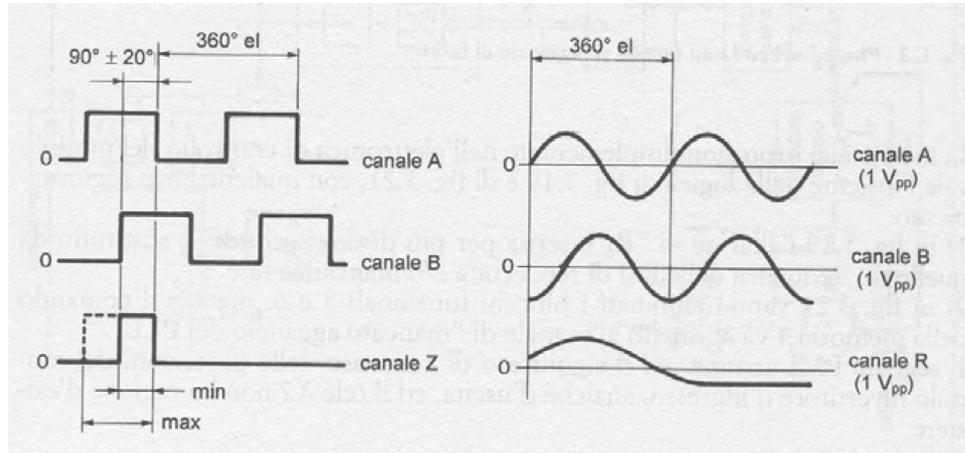


Fig. A.6: Segnale encoder incrementale[29].

Encoder incrementale

L'encoder incrementale è un trasduttore rotante che genera uno o due treni d'impulsi (versione mono o bidirezionale), sinusoidali o quadri, caratterizzati da un certo numero di impulsi per ogni angolo giro dell'albero (risoluzione dell'encoder). In aggiunta può generare per ogni giro un impulso supplementare, detto di zero o di riferimento. I segnali generati sono riportati in Figura A.6. In particolare, per abbinamento a convertitori per servomotori sincroni, gli encoder sinusoidali forniscono ulteriori due segnali seno-coseno (detti di commutazione e caratterizzati da un periodo al giro) per il rilevamento assoluto della posizione rotorica del motore all'atto dell'inserzione dell'alimentazione; dopo l'inserzione, l'elaborazione interessa i segnali incrementali, trattandoli con tecniche d'interpolazione per ottenere risoluzioni fino ad alcune decine di milioni di passi al giro. All'albero, cavo o sporgente, dell'encoder è solidamente fissato un disco di materiale trasparente sul quale sono fotoincise delle zone opache. Il principio di funzionamento è analogo a quello dell'encoder assoluto, solo che ora le zone opache si alternano a quelle trasparenti senza alcuna codifica. La superficie del disco è illuminata da fotodiodi, in modo che le zone opache in movimento intercettino a tratti il fascio luminoso della sorgente. Dalla parte opposta ai fotodiodi sono collocati i fototransistori di rilevazione; questi trasformano il segnale luminoso

modulato in segnale elettrico con forma d'onda quadra o sinusoidale. L'accoppiamento dell'albero encoder all'albero che lo conduce avviene per mezzo di un giunto elastico in senso assiale e radiale, rigido in senso torsionale. Per non guastare il disco ottico interno, sono rigorosamente da evitarsi urti dell'encoder e lavorazioni-pressioniflessioni del relativo alberino.

I dati caratteristici degli encoder con uscita ad onda quadra sono riassunti di seguito. In particolare gli encoder sinusoidali con segnali incrementali sono contraddistinti da:

- frequenza operativa: $\sim 500kHz$
- grado di protezione: IP20
- temperatura operativa: $-10^{\circ}C \div 120^{\circ}C$
- massima velocità di rotazione: 12000 giri/min
- stadio elettronico d'uscita: line driver
- albero: cavo.

E' da notare che l'estensione del range operativo di temperatura a $120^{\circ}C$ e particolarmente importante per i servomotori privi di ventilazione forzata. Per quanto riguarda il cavo di connessione all'encoder valgono le seguenti considerazioni:

- e di tipo schermato, con schermo normalmente connesso a terra dal lato opposto all'encoder;
- va posato in modo separato da cavi di potenza o d'alimentazione di carichi quali elettrovalvole, teleruttori, ecc;
- ha una sezione di $0,25mm^2$ per i conduttori di segnale e di almeno $0,5mm^2$ per quelli d'alimentazione (+ Vcc e 0V). Questo e specialmente importante per gli encoder a 5 V, dato che una sezione di $0,5mm^2$ crea una c.d.t. di circa 0,1 V ogni 10 metri con 100 mA di corrente ($\rho_{cu} = 17.21 * 10^{-9}\Omega m$): con un cavo di circa 30 metri la circuiteria dell'encoder (TTL) opera quasi alla minima tensione consentita (4,75 V).

Encoder incrementale Sinusoidale

Gli encoder incrementali sinusoidali si differenziano dai normali incrementali per il fatto che i segnali disponibili in uscita non sono ad onda quadra (digitali), ma sono sinusoidali (analogici).

Questi trasduttori sono particolarmente adatti per essere applicati su motori con funzione di 'sensore di retroazione'.

Essi garantiscono un miglioramento delle prestazioni dinamiche rispetto ai sistemi normali.

Al fine di assicurare buone prestazioni di pilotaggio del motore da parte del convertitore, la retroazione da encoder deve fornire un alto numero di impulsi in particolare quando la velocità di retroazione del motore è bassa.

L'utilizzo di encoder incrementali tradizionali con alti impulsi diventa problematico in particolare per la difficoltà di trasmettere e trattare il segnale digitale quando il motore ruota a velocità elevata, ad esempio 6000 giri/min, in questo caso infatti la larghezza di banda necessaria al servomotore per trattare i segnali di un encoder a 18000 impulsi/giro supererebbe di molto la soglia dei MHz.

L'impiego di segnali analogici sinusoidali permette invece di limitare notevolmente l'inconveniente sopra citato simulando efficacemente un encoder ad alti impulsi.

Ciò si realizza con il metodo dell'interpolazione dei segnali analogici di due sinusoidi sfasate fra di loro di 90° elettrici (seno e coseno) per il calcolo dell'angolo di rotazione.

Si ottengono facilmente moltiplicazioni elevate delle sinusoidi base ottenendo per esempio da un encoder sinusoidale con 1024 sinusoidi/giro più di 100000 impulsi/giro.

La larghezza di banda necessaria alla ricezione del segnale, ad esempio a 6000 giri, è sufficiente che sia di poco superiore ai 100 kHz.

I segnali forniti in uscita dall'encoder, sono formati da due sinusoidi sfasate tra di loro di 90° elettrici, chiamati comunemente seno e coseno, e da un segnale di zero centrato tra i due segnali sinusoidali.

Il segnale di zero, anch'esso analogico, ha una forma consimile ad un semiperiodo di sinusoidi e può essere facilmente squadrato per fornire un impulso di riferimento con angolo di apertura variabile in funzione del livello di 'trigger' impostato.

Negli encoder sinusoidali possono essere integrati anche due segnali sinusoidali con periodo di 360° meccanici = 1 sinusoidi al giro che svolgono la funzione di segnali di commutazione nel caso di applicazioni degli encoder

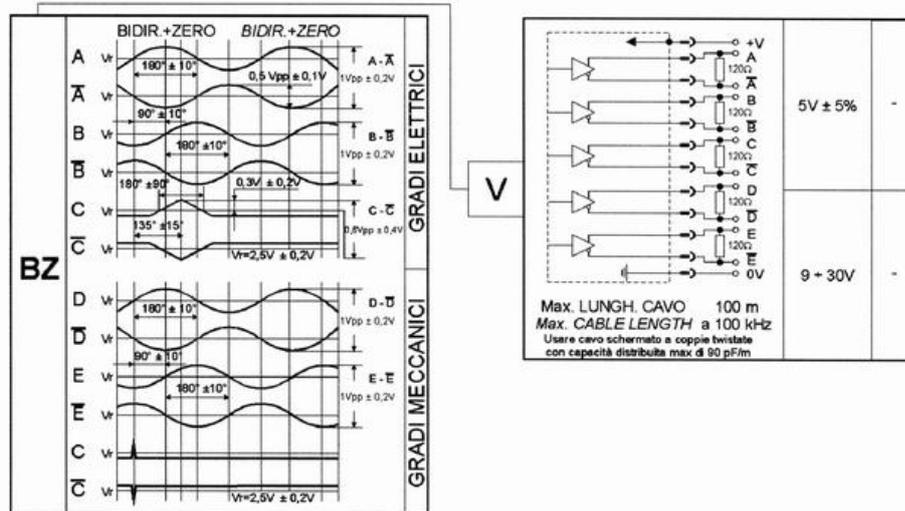


Fig. A.7: Forma d'onda di un encoder sinusoidale[29].

su motori brushless.

Le uscite con risoluzioni di 1 sinusoide/giro sono utili perché è possibile ricavare da esse la posizione angolare assoluta dell'encoder utilizzandolo come se fosse un resolver.

La precisione di questi encoder sinusoidali è data dalla bontà delle sinusoidi che devono avere un contenuto di armoniche più basso possibile (bassa distorsione) ed una buona linearità delle stesse su tutta la rotazione dell'encoder.

Altro fattore importante è la stabilità dell'ampiezza e l'assenza di offset delle sinusoidi al variare della velocità dell'encoder (giri/min) e al variare della temperatura e della tensione di alimentazione.

Ricordiamo che la frequenza del segnale encoder vale:

$$f_z[Hz] = \frac{\text{giri/minuto albero motore}}{60} * n^\circ \text{sinusoidi giro} \quad (\text{A.14})$$

La Figura A.7 illustra le forme d'onda di un encoder sinusoidale completo di sinusoidi sul giro.

Il resolver

Il resolver è un trasduttore rotante con due avvolgimenti statorici, sfasati tra loro di 90° elettrici, ed uno rotorico (Figura A.8). Eccitando l'avvolgimento

rotorico con una tensione alternata, in un avvolgimento statorico si induce una tensione d'ampiezza proporzionale al seno e nell'altro proporzionale al coseno dell'angolo di rotazione del rotore rispetto allo statore (Figura A.9). L'elaborazione elettronica di seno e coseno permette di ricavare l'angolo ro-

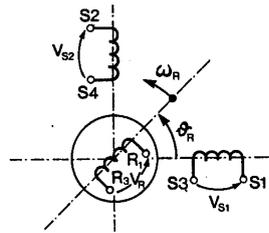


Fig. A.8: Schema resolver[29].

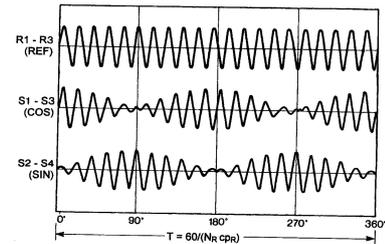


Fig. A.9: Segnale resolver[29].

torico istante per istante, e conseguentemente anche la velocità angolare del motore. Un errore nella determinazione di queste due grandezze, derivante dalla sconnessione di uno o più cavetti del resolver, si tradurrebbe in uno di commutazione delle fasi del motore: il convertitore di potenza incorpora pertanto un circuito di protezione che ne blocca immediatamente il funzionamento nel caso si verifichi la sconnessione.

Costruttivamente il resolver è disponibile sia con albero sporgente che cavo; in entrambi i casi le spazzole d'adduzione della corrente rotorica sono sostituite da un'addizionale coppia d'avvolgimenti di rapporto 1:1 (l'induttore è sullo statore e l'indotto sul rotore) denominata 'trasformatore' (Figura A.10); la versione universalmente usata sui motori brushless è quella ad albero cavo (pancake).

I segnali del resolver sono comunque alla frequenza di alimentazione degli avvolgimenti, ovvero attorno ai 10 kHz. È necessario dunque operare una demodulazione, per estrarre il segnale utile (modulante). Sono universalmente adottati speciali convertitori (RDC, Resolver-to-Digital converter) che operano la demodulazione e trasformano la posizione in un segnale digitale a 12, 14 o 16 bit già adatto per essere interfacciato con gli ingressi digitali di un microprocessore.

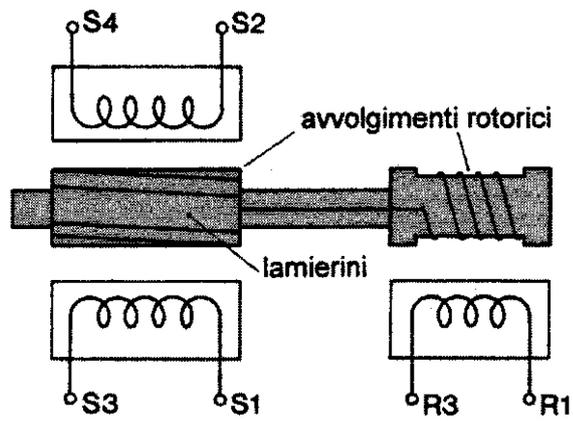


Fig. A.10: Schema resolver [29].

Appendice B

Sistemi di Controllo

Con i termini **controllo** e **regolazione** si intende in generale l'idea di intervenire su un dato sistema per ottenere le caratteristiche di comportamento desiderato rispetto ad un dato obiettivo.

Una prima importante suddivisione sui tipi di intervento di regolazione e controllo è tra:

- sistemi di controllo in *anello aperto*;
- sistemi di controllo in *anello chiuso*.

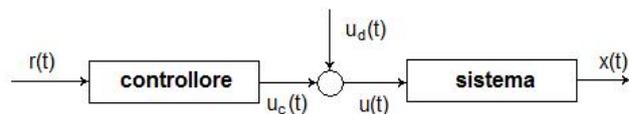


Fig. B.1: Sistema di controllo in anello aperto[30].

Nel primo caso l'ingresso di riferimento $r(t)$ che rappresenta l'obiettivo desiderato viene passato al controllore che in funzione di esso definisce una forza di controllo $u_c(t)$. Tale forza si combina con una eventuale forza di disturbo $u_d(t)$ a dare la forza totale $u(t)$ che agisce sul sistema.

La risposta del sistema alla forza complessiva $u(t)$ è la grandezza $x(t)$ che assume il ruolo di variabile controllata.

La regolazione in anello aperto implica che bisogna conoscere con accuratezza la dinamica del sistema o attraverso un modello matematico o attraverso misure sperimentali in modo da conoscere con precisione i legami tra ingresso e uscita.

In un tale sistema, la forza di controllo $u_c(t)$ non dipende dallo stato effettivo del sistema ma da quello stimato e per tanto, se cause esterne e incertezze sulla conoscenza del modello fanno sì che devii da quello desiderato, non c'è alcun modo di correggere tale comportamento.

Un sistema di controllo in anello chiuso è invece in grado di evitare tale in-

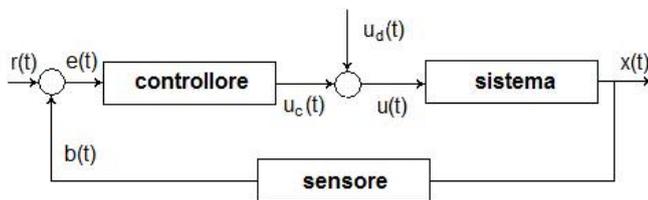


Fig. B.2: Sistema di controllo in anello chiuso[30].

conveniente. Esso infatti contiene un elemento addizionale, ossia un sensore o trasduttore. Il trasduttore misura la variabile controllata $x(t)$ ed invia la corrispondente informazione al controllore.

Il controllore riceve il segnale di riferimento (o lo genera) ed elabora il segnale errore generando il segnale di controllo che viene inviato all'attuatore che ha lo scopo di generare la forza di controllo $u_c(t)$.

Una seconda importante divisione è effettuata in funzione del numero di ingressi e di uscite del sistema. Si parla di sistema SISO (Singol Input Singol Output) per tutti quei sistemi che presentano con l'ambiente esterno un solo ingresso e una sola uscita. Si parla invece di sistemi MIMO (Multi Input Multi Output) in tutti i casi in cui ci sono più ingressi e più uscite. Lo studio di questi sistemi e in particolare la sintesi del controllo si presenta più complesso.

Obiettivo di ogni sistema di controllo è che la variabile controllata si discosti il meno possibile dall'andamento desiderato; la situazione ideale sarebbe che il sistema realizzasse una perfetta coincidenza tra valore desiderato e valore effettivo della variabile controllata $x(t)$.

Tale risultato, a causa dei fenomeni dinamici, di disturbi e incertezze presenti nel modello, è in pratica irrealizzabile. Per tale motivo più che l'errore sia nullo si richiede che l'errore risulti 'piccolo' in tutte le condizioni di funzionamento prevedibili.

Le caratteristiche fondamentali che un sistema di controllo deve possedere sono:

Requisiti dinamici :

- asintotica stabilità: Il controllo, applicando un'azione funzione dello stato del sistema (assimilabile ad una forza di campo), modifica la stabilità del sistema e pertanto diviene necessaria una verifica di stabilità;
- velocità di risposta adeguata: si richiede che la risposta del sistema tenda ad adeguarsi il più rapidamente possibile al valore dell'ingresso e che le sovraelongazioni siano contenute.

Requisiti statici :

- limitato errore a regime: nel caso in cui un sistema di controllo debba operare essenzialmente in condizioni di regime, ossia la durata dei transitori sia piccola rispetto alla durata del regime, si richiede al sistema di controllo che, una volta esauriti i transitori, l'errore $e(t) = x(t) - r(t)$ si mantenga entro i limiti accettabili.

B.1 Controllori PID

I regolatori PID sono i controllori lineari tempo invarianti più diffusi in ambito industriale. Il motivo di tale successo è dovuto essenzialmente ai seguenti motivi:

- Elevato rapporto efficacia/costo ottenuto grazie anche alla possibilità di disporre di una struttura standard;
- Si presta alla regolazione di un'ampia gamma di processi industriali;
- Implementabilità della loro legge di controllo praticamente su tutti i dispositivi di controllo;
- L'utilizzo del PID non necessita della conoscenza di un modello dettagliato del processo da controllare.

In Figura B.3 è mostrato lo schema classico di un regolatore PID, dove si distingue il blocco del controllore in serie alla funzione di trasferimento del sistema da controllare indicata con $G(s)$. Inoltre vengono indicate con

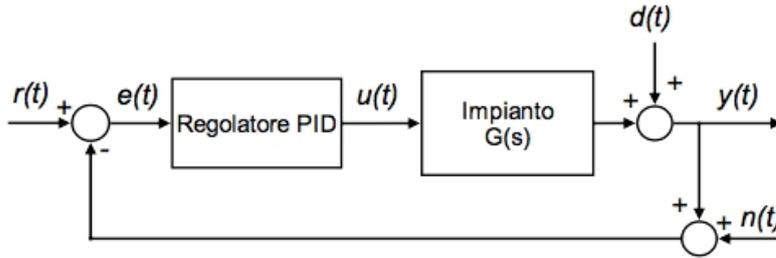


Fig. B.3

$r(t)$ l'ingresso di riferimento, con $y(t)$ la grandezza da controllare, con $e(t)$ l'errore tra il riferimento e la grandezza da controllare, con $u(t)$ la variabile di controllo ed in fine con $d(t)$ l'ingresso di disturbo e con $n(t)$ il rumore di misura.

L'azione di controllo (vedi Figura B.4) che si manifesta nella variabile $u(t)$ risulta dalla somma di tre contributi:

1. Un contributo proporzionale all'errore $e(t)$ tra riferimento e grandezza da controllare;
2. Un contributo proporzionale all'integrale dell'errore $e(t)$;
3. Un contributo proporzionale alla derivata di $e(t)$.

L'equazione che esprime la relazione tra variabile di controllo $u(t)$ ed errore $e(t)$ è dunque:

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (\text{B.1})$$

Dove con K_P, K_I e K_D sono indicati rispettivamente il guadagno proporzionale, integrale e derivativo che rappresentano essenzialmente il peso delle diverse azioni di controllo.

E' possibile anche una diversa rappresentazione di tale relazione che risulta anche maggiormente utilizzata:

$$u(t) = K_P \left(e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_D \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (\text{B.2})$$

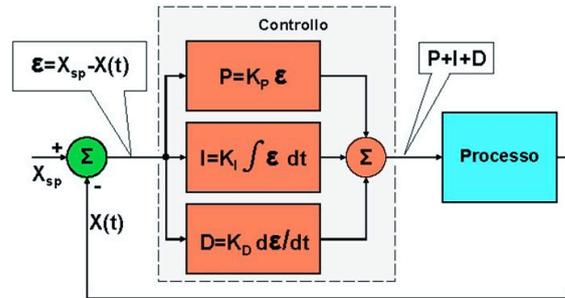


Fig. B.4

Dove $T_I = K_P/K_I$ è detto tempo integrale e $T_D = K_D/K_P$ è detto tempo derivativo.

Nel dominio di Laplace l'equazione precedente si trasforma in:

$$U(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) E(s) \quad (\text{B.3})$$

Analizziamo ora sinteticamente i tre contributi.

L'azione proporzionale non introduce sfasamento ma da sola non garantisce l'annullamento dell'errore a regime in presenza di riferimenti e disturbi costanti. Tale errore può essere ridotto aumentando il valore di guadagno ma valori eccessivi possono compromettere la stabilità del sistema e renderlo troppo sensibile al rumore.

Al contrario l'azione integrale permette di recuperare completamente l'errore a regime ma introducendo uno sfasamento in ritardo di 90° può creare problemi di stabilità del sistema ed inoltre causare una rapida saturazione dell'azione dell'attuatore.

L'azione derivativa invece introducendo uno sfasamento in anticipo di 90° , può essere utilizzata per migliorare i margini di stabilità del sistema a ciclo chiuso. Essa però si comporta come un filtro passa alto amplificando il rumore ad alta frequenza rischiando per questo di produrre azioni di controllo troppo elevate se non si provvede ad usare un filtro passa basso adeguato, inoltre non ha nessun effetto sul recupero dell'errore a regime.

Spesso il controllore può presentare solo due dei contributi sopra citati, nel qual caso si parla di controllore PD, ossia ad azione proporzionale-derivativa e PI, ossia ad azione proporzionale-integrale. Il controllore PD si comporta

come un filtro passa alto, amplificando i rumori ad alta frequenza. I vantaggi di un controllo proporzionale-derivativo sono un breve tempo d'arrivo e contenute sovraelongazioni, quindi un buon comportamento in transitorio. Il controllore proporzionale-integrativo garantisce a causa del guadagno infinito a frequenza nulla, un ottimo comportamento a regime (in termini di completo annullamento dell'errore a regime). Il controllo, essendo in pratica un filtro passa-basso, attenua le componenti ad alta frequenza rendendo il sistema da controllare meno sensibile ai disturbi. Aumentando però il guadagno dell'azione integrale, come già detto, si rende il sistema meno stabile.

Appendice C

Teorema del campionamento

Il processo di campionamento è di enorme importanza in tutte quelle applicazioni in cui è necessaria la trasmissione di un segnale analogico ad un dispositivo digitale. Il contenuto del segnale campionato risultante dipende dalla relazione fra la frequenza di campionamento impiegata e le componenti minime e massime di frequenza del segnale analogico in ingresso.

I segnali a tempo discreto spesso sono una versione campionata di segnali a tempo continuo; analogamente i segnali e dati numerici derivano da una quantizzazione di campioni. Ciò è dovuto al fatto che l'elaborazione di segnali analogici si può eseguire vantaggiosamente operando preventivamente una conversione analogica/numerica o, sinteticamente conversione A/D, sulle forme d'onda, elaborando poi numericamente le sequenze così ottenute ed effettuando infine, se necessario, una conversione numerico/analogica o sinteticamente conversione D/A.

Una forma d'onda è adeguatamente rappresentata dai suoi campioni solo se sussistono certe condizioni.

Il teorema di Shannon (o di Nyquist) fornisce la condizione necessaria affinché un segnale dopo il campionamento possa nuovamente essere ritrasformato in analogico, tramite un convertitore D/A riottenendo il segnale di partenza.

Tale teorema afferma che *la frequenza di campionamento di un segnale deve essere pari ad almeno il doppio della frequenza massima contenuta nel segnale:*

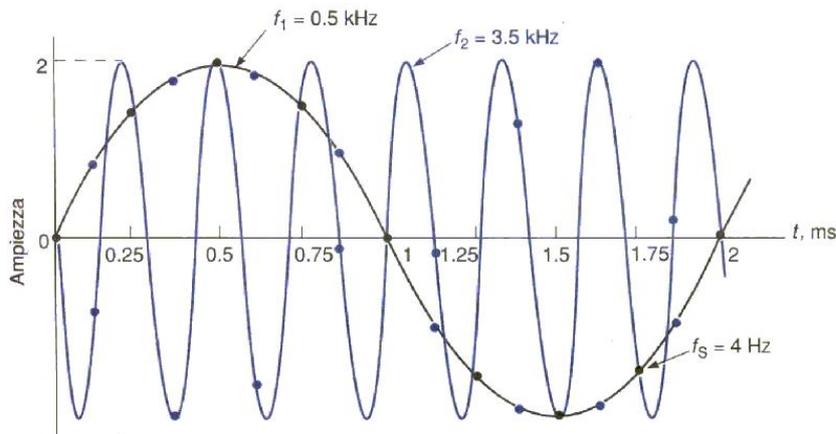
$$f_c \geq 2f_{max} \quad (C.1)$$

Se nel campionare non si rispetta questa condizione, le componenti a frequenza maggiore vengono sottocampionate e quindi ricompaiono nel segnale

campionato come elementi a componenti frequenziali più basse secondo la seguente relazione:

$$f_{aliasing} = f_{Nyquist} - (f_{vera} - f_{Nyquist}) = 2 \cdot f_{Nyquist} - f_{vera} \quad (C.2)$$

Per comprendere meglio in pratica il fenomeno, supponiamo di analizzare al



Esempio di aliasing. Le sinusoidi a 0.5 kHz (nera) e a 3.5 kHz (in colore) hanno la stessa ampiezza se queste forme d'onda vengono campionate ogni 0.25 ms (punti neri corrispondenti a una frequenza di campionamento di 4 kHz). Campionando invece ogni 0.125 ms (punti in colore corrispondenti a frequenza di campionamento di 8 kHz) si ottengono valori diversi per le ampiezze dei due segnali.

Fig. C.1: Fenomeno dell'aliasing[31].

computer lo spettro di un segnale con frequenza variabile in modo progressivo nel tempo, sottocampionato, si può vedere come lo spettro salga fino ad una determinata frequenza per poi tornare indietro come se rimbalzasse su di essa. Il fenomeno appena descritto è noto col nome di 'aliasing'. Diamo ora una spiegazione matematica di tale fenomeno.

In generale lo spettro di una sequenza ottenuta per campionamento si ricava come 'periodicizzazione' dello spettro del segnale analogico di partenza, con un periodo di ripetizione in frequenza pari alla frequenza di campionamento. Se però la frequenza di campionamento è tale che le varie repliche dello spettro centrate sui suoi multipli vengono a sovrapporsi, allora, interferiscono tra di loro sommandosi e generando l'errore di aliasing, e quindi la distorsione del segnale campionato. Se invece viene rispettata la condizione di Nyquist le diverse repliche dello spettro non si sovrappongono, consentendo di riprodurre il segnale senza distorsioni.

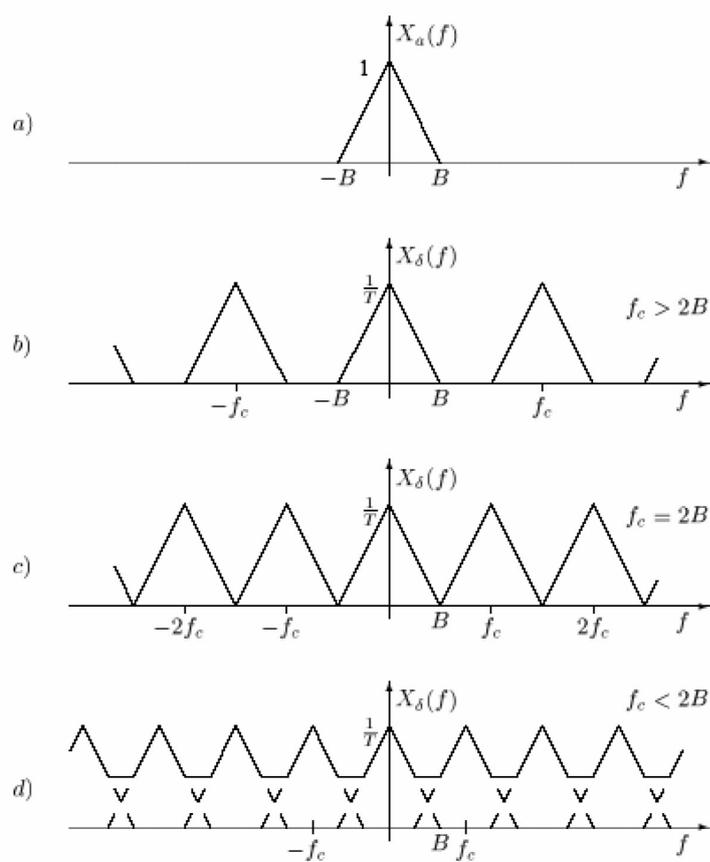


Fig. C.2: Campionamento nel dominio delle frequenze[31].

La Figura C.2 mostra graficamente quanto detto: In C.2a è rappresentato lo spettro di un segnale $x_a(t)$ con banda B ; la fig. C.2b rappresenta lo spettro del segnale campionato nel caso che le repliche di $X_a(f)$ non si sovrappongano (sovracampionamento), essendo soddisfatta la condizione di Nyquist; la fig. C.2c si riferisce invece al caso di campionamento a frequenza di Nyquist $f_c = 2B$, mentre la fig. C.2d è relativa al caso in cui tale condizione non sia soddisfatta (sottocampionamento).

La frequenza limite utilizzabile per evitare l'aliasing è quella di Nyquist:

$$f_N = \frac{f_c}{2} \quad (\text{C.3})$$

In conclusione, il teorema del campionamento impone che la frequenza utilizzata per il campionamento debba essere pari al doppio rispetto alla massima frequenza del segnale analogico da campionare $2f_{max}$, il che assicura la perfetta ricostruzione del segnale analogico a partire dai singoli campioni. La frequenza $2f_{max}$ è chiamata frequenza di Nyquist. È importante che la frequenza di campionamento abbia sempre un valore superiore rispetto alla frequenza di Nyquist in modo tale da evitare il noto problema dell'aliasing, ossia della sovrapposizione delle repliche dello spettro, che comporta una distorsione sul segnale campionato.

Quanto detto vale, in maniera rigorosa, nel caso, per la verità assai raro, di segnali a banda limitata; nella realtà il campionamento viene effettuato utilizzando una misura di banda efficace tale che l'errore di ricostruzione dai campioni (aliasing) sia trascurabile in quanto comparabile con le altre forme di errore di approssimazione (esempio: quantizzazione e codifica dei campioni con un numero finito di bit).

Ringraziamenti

Un sentito ringraziamento va al Prof. Domenico Guida che mi ha seguito in questo mio percorso di studio e di crescita avendo fiducia nelle mie capacità.

Un doveroso ringraziamento va al Prof. Michele Pappalardo per la sua disponibilità e per la fiducia accordatami.

Un ringraziamento particolare a mia moglie Raffaella per essermi stata sempre vicina e per aver condiviso con me questi anni di dottorato, confortandomi e sopportandomi nei miei momenti di sconforto e gioendo con me dei momenti di soddisfazione.

Un grazie di cuore anche ai miei genitori e a mia sorella per l'affetto e il sostegno, pratico e morale, che hanno saputo donarmi.

Bibliografia

- [1] National Instrument. <http://www.ni.com/it/> .
- [2] G. Diana, F. Cheli. *Dinamica e vibrazione di sistemi*. UTET Libreria.
- [3] B. G. Korenev, L. M. Reznikov. *Dynamic vibration absorbers, Theory and technical applications..* Wiley.
- [4] D. J. Ewins, S. G. Braun, S. S.Rao. *Encyclopedia of vibration*. Academic Press.
- [5] J. N. Juang, M. Q. Phan. *Identification and Control of Mechanical Systems*. Cambridge University Press.
- [6] M. Tibaldi. *Progetto di sistemi di controllo*. Pitagora editrice, Bologna.
- [7] W. D'Ambrogio, A. Sestieri. *A Unified Approach to Substructuring and Structural Modification Problems*. Shock and Vibration, August 2004, Volume 11.
- [8] D. Guida, F. Nilvetti, C. M. Pappalardo. *Experimental Investigation On a New Hybrid Mass Damper*. Programme and Proceedings of the 8th International Conference on Structural Dynamics (EURODYN 2011), Leuven, Belgium, 4-6 July 2011.
- [9] D. De Falco. *Dinamica Analitica - Un Nuovo Approccio*. EdiSES.
- [10] E. Viola. *Fondamenti di Dinamica e Vibrazione delle Strutture, Volume 1: Sistemi Continui*. Pitagora.
- [11] D. Guida, F. Nilvetti, C. M. Pappalardo. *Mass, Stiffness And Damping Identification Of a Two-Story Building Model*. Programme and

Proceedings of the 3rd ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering (COMPADYN 2011), Corfu, Greece, 25-28 May 2011.

- [12] D. Guida, F. Nilvetti, C. M. Pappalardo. *On Parameter Identification of Linear Mechanical Systems*. Proceeding of the 3rd International Conference on Applied Mathematics, Simulation, Modelling (ASM'09), Vouliagmeni Beach, Athens, Greece, 29-31 December 2009.
- [13] D. Guida, F. Nilvetti, C. M. Pappalardo. *Parameter Identification of a Two Degrees of Freedom Mechanical System*. International Journal of Mechanics, 2009, Volume 3, Issue 2.
- [14] J. N. Juang. *Applied System Identification*. Prentice Hall, (1994).
- [15] D. Guida, F. Nilvetti, C. M. Pappalardo. *Parameter Identification of a Full-Car Model for Active Suspension Design*. Proceedings of the 18th International Scientific Conference on Achievements in Mechanical and Materials Engineering (AMME'2010), Gliwice, Wieliczka, Zakopane, Poland, 13-16 June 2010.
- [16] D. Guida, F. Nilvetti, C. M. Pappalardo. *Parameter Identification of a Full-Car Model for Active Suspension Design*. Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering, June 2010, Volume 40, Issue 2.
- [17] M. De Angelis, H. Lus, R. Betti, R. W. Longman. *Extracting Physical Parameters of Mechanical Models From Identified State-Space Representations*. Journal of Applied Mechanics, ASME 2002, Volume 69, September 2002, Pages 617-625.
- [18] M. De Angelis, H. Lus, R. Betti, R. W. Longman. *Constructing Second-Order Models of Mechanical Systems from Identified State Space Realizations. Part I: Theoretical Discussions*. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, May 2003, Pages 477-488.
- [19] M. De Angelis, H. Lus, R. Betti, R. W. Longman. *Constructing Second-Order Models of Mechanical Systems from Identified State Space Realizations. Part II: Numerical Investigations*. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, May 2003, Pages 489-501.
- [20] F. Cheli, E. Pennestrì. *Cinematica e Dinamica dei Sistemi Multibody*. Casa Editrice Ambrosiana.

- [21] A. A. Shabana. *Dynamics of Multibody Systems (Third Edition)*. Cambridge University Press.
- [22] D. Guida, F. Nilvetti, C. M. Pappalardo. *Dry Friction of Bearings on Dynamics and Control of an Inverted Pendulum*. Proceeding of the 18th International Scientific Conference on Achievements in Mechanical and Materials Engineering (AMME'2010), Gliwice, Wieliczka, Zakopane, Poland, 13-16 June 2010.
- [23] D. Guida, F. Nilvetti, C. M. Pappalardo. *Dry Friction Influence on Cart Pendulum Dynamics*. International Journal of Mechanics, 2009, Volume 3, Issue 2.
- [24] D. Guida, F. Nilvetti, C. M. Pappalardo. *Dry Friction Influence on Inverted Pendulum Control*. Proceedings of the 3rd International Conference on Applied Mathematics, Simulation, Modelling (ASM'09), Vouliagmeni Beach, Athens, Greece, 29-31 December 2009.
- [25] D. Guida, F. Nilvetti, C. M. Pappalardo. *Dry Friction of Bearings on Dynamics and Control of an Inverted Pendulum*. Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering, January 2010, Volume 38, Issue 1.
- [26] D. Guida, F. Nilvetti, C. M. Pappalardo. *Friction Induced Vibrations of a Two Degrees of Freedom System*. Proceedings of the 10th WSEAS International Conference on Robotics, Control and Manufacturing Technology (ROCOM'10), Hangzhou, China, 11-13 April 2010.
- [27] D. Guida, F. Nilvetti, C. M. Pappalardo. *Instability Induced by Dry Friction*. 2009, International Journal of Mechanics, Volume 3, Issue 3.
- [28] E. O. Doebelin. *Strumenti e metodi di misura*. McGraw-Hill, Milano.
- [29] R. Petrella. [http://www.diegm.uniud.it/petrella/Azionamenti%20Elettrici%20I/Complementary%20stuff%20chapter%205%20\(d\)%20-%20Azionamenti%20con%20MSMP.pdf](http://www.diegm.uniud.it/petrella/Azionamenti%20Elettrici%20I/Complementary%20stuff%20chapter%205%20(d)%20-%20Azionamenti%20con%20MSMP.pdf).
- [30] G. Diana, F. Fossati, F. Resta. *Elementi di controllo di sistemi meccanici*. Spiegel, Milano.
- [31] A. Farina. <http://pcfarina.eng.unipr.it/dispense00/ferrari124578/ferrari124578.htm>.