

RINGRAZIAMENTI

A conclusione di questo ciclo di studi di Dottorato sento il dovere e il piacere di ringraziare tutti coloro che mi hanno sostenuto ed accompagnato, durante questo iter, con i loro consigli, la loro saggezza e il loro affetto.

In primis, ringrazio il mio tutor, Prof. Bruno Palazzo, per avermi dato la possibilità di approfondire molteplici tematiche dell'ingegneria strutturale comprendendo sempre meglio gli aspetti scientifici ed applicativi della materia. Grazie a lui, ho potuto condurre un percorso di studi e ricerca in questi anni accademici in prosecuzione degli anni di laurea. In molte occasioni è stato una guida ed un punto di riferimento per me.

Ringrazio di tutto cuore, per l'aiuto fondamentale offertomi, sia da un punto di vista scientifico che morale, il mio co-tutor ed amico, l'Ing. Massimiliano De Iuliis, dimostratosi persona unica e speciale in ogni occasione. Tantissimi sono stati i momenti trascorsi con lui, i confronti scientifici ed i suoi insegnamenti nell'ambito della ricerca e della vita.

Non posso dimenticare tutti i miei amici e colleghi che mi hanno accompagnato in questo percorso, ai quali va un caloroso ringraziamento. In particolare, un grazie di cuore e sincero è rivolto a Carmen, Annalisa, Bruno, Francesco e Jamil con cui ho condiviso diversi momenti in questi ultimi tre anni, dimostratisi sempre persone care, vere e sincere sia nei momenti felici che nelle difficoltà che ci hanno accumulati. Con immenso piacere, ricordo tutte le giornate, ricche di sorrisi, gioie ed emozioni, che abbiamo vissuto insieme. Grazie a loro un reciproco incoraggiamento non è mai mancato.

Con molta gioia, ringrazio mio cugino Stefano che mi è stato sempre vicino e che mi ha appoggiato in qualsiasi circostanza di vita e di studio.

Un grande e particolare grazie è per mio fratello-gemello Francesco, con cui ho sempre condiviso ogni aspetto della mia vita e che mi ha supportato in tutte le scelte da sempre.

Sentiti ringraziamenti sono per i miei genitori "Antonio e Maria" che mi hanno permesso di raggiungere questo traguardo dandomi sempre opportuni consigli e non facendomi mai mancare il loro supporto, unitamente a tutti i cugini e zii, in particolare, Raffaele e Giuseppina che, in non poche occasioni, hanno considerato me e mio fratello come altri due figli, in aggiunta a Stefano.

Infine, per i miei nonni, un affettuoso grazie per la loro continua fiducia e stima avuta nei miei confronti.

Grazie a tutti, perché grazie alle persone nominate ho avuto occasioni per crescere sul profilo scientifico, professionale ed anche umano.

PREMESSA

Le tecniche di controllo passivo della risposta dinamica dei sistemi strutturali sono generalmente impiegate nell'ambito di metodologie di miglioramento o adeguamento sismico di strutture esistenti. Gran parte della ricerca avanzata e delle applicazioni di controllo strutturale nell'ingegneria civile si è focalizzata sull'analisi di strutture esistenti integrate con dispositivi di controllo passivo, o ibrido o attivo, al fine di migliorarne le prestazioni strutturali in presenza di azioni straordinarie. Nella totalità dei casi, la struttura e il sistema di controllo sono dunque progettati separatamente e solo successivamente integrati seguendo logiche e principi di natura prestazionale. Un esempio per tutti è il caso del "Millennium Bridge" la cui funzionalità strutturale è stata ripristinata solo grazie all'impiego di dissipatori viscosi per ridurre i fenomeni di risonanza.

Una conseguenza di notevole interesse della ricerca relativa al controllo strutturale è la possibilità di sviluppare nuove forme e configurazioni strutturali, come, ad esempio, edifici snelli o ponti di maggiore luce, senza compromettere le prestazioni strutturali. Ciò può essere conseguito solo attraverso un processo coordinato che preveda la progettazione di struttura ed elementi di controllo in modalità integrata. Negli ultimi anni, un ramo dell'attività di ricerca si è focalizzato sulla progettazione "integrata" di elementi strutturali e sistemi di controllo tanto da essere riconosciuta, oggi, come una metodologia di progettazione avanzata nell'ambito delle applicazioni aerospaziali. Pochi sono, invece, allo stato, gli studi che hanno come riferimento opere di ingegneria civile.

In questo lavoro, con specifico riferimento ai dispositivi di dissipazione supplementare passiva di energia di natura viscosa o viscoelastica, si esamina la possibilità di conseguire obiettivi prestazionali di protezione sismica mediante l'integrazione ottimale delle risorse elastiche di rigidità laterale del sistema di controvento principale e di quelle viscoelastiche di un sistema di controvento dissipativo. L'aspetto innovativo, quindi, consiste nel considerare le risorse dissipative di smorzamento di natura viscoelastica come variabili di progetto per il controllo della risposta dinamica.

Si è così proposta e sviluppata una procedura di progettazione integrata di un sistema strutturale dotato di controventi dissipativi viscoelastici, nel rispetto di un prefissato target prestazionale nello spirito di un approccio agli spostamenti, considerando esplicitamente il comportamento dinamico sia del sistema principale che del sistema dissipativo. La scelta dell'ottimo progettuale è effettuata individuando la combinazione delle variabili di progetto che minimizza una funzione di costo parametrizzata rispetto al costo relativo delle risorse elastiche e di quelle dissipative viscoelastiche.

L'ottimizzazione strutturale, sviluppata nel presente lavoro, pertanto, ha consentito di ottenere, per fissata forma e topologia strutturale, nuove soluzioni ottimizzate del problema progettuale grazie all'impiego integrato delle risorse di smorzamento dei dispositivi dissipativi ottenendo, così, sistemi strutturali più snelli per i quali risultino essere garantite elevate prestazioni sismiche.

Tale metodologia rappresenta, infine, una risposta all'esigenza futuribile di garantire un'adeguata risposta sismica a soluzioni strutturali nelle quali si adottino materiali innovativi, caratterizzate da un'elevata snellezza.

Indice

Capitolo 1

IL CONTROLLO DELLA RISPOSTA DINAMICA DELLE STRUTTURE

1.1	TECNICHE DI CONTROLLO STRUTTURALE.....	1
1.2	SISTEMI DI DISSIPAZIONE PASSIVA DELL'ENERGIA	9

Capitolo 2

I DISPOSITIVI DI DISSIPAZIONE PASSIVA DI ENERGIA

2.1	DISPOSITIVI DI DISSIPAZIONE	23
2.2	DISSIPATORI METALLICI	24
2.2.1	MODELLAZIONE NUMERICA.....	28
2.2.2	MODELLAZIONE MACROSCOPICA.....	33
2.3	DISSIPATORI AD ATTRITO.....	35
2.3.1	COMPORAMENTO DEL DISSIPATORE E MODELLAZIONE MACROSCOPICA.....	39
2.4	DISSIPATORI VISCOELASTICI	48
2.5	DISSIPATORI FLUIDO VISCOSI	53
2.5.1	CONSIDERAZIONI PROGETTUALI PER L'IMPIEGO DEI SISTEMI VISCOSI DI DISSIPAZIONE PASSIVA DI ENERGIA.....	60
2.5.1.1	I FATTORI DI COMBINAZIONE DI CARICO CF1 E CF2 DEL FEMA 273	61
2.6	CONFRONTO TRA I DISPOSITIVI DI DISSIPAZIONE PASSIVA.....	64
2.7	INDICAZIONI PROGETTUALI: LINEE GUIDA.....	71

Capitolo 3

DINAMICA DEI SISTEMI DOTATI DI DISSIPATORI VISCOSI E VISCOELASTICI

3.1	ELEMENTI DI DINAMICA DI SISTEMI AD UN GRADO DI LIBERTA'	75
3.1.1	FATTORE DI SMORZAMENTO DI SISTEMI AD UN GRADO DI LIBERTA' CON DISSIPATORI FLUIDO VISCOSI LINEARI E VISCOELASTICI.....	82

3.1.2	FATTORE DI SMORZAMENTO DI SISTEMI AD UN GRADO DI LIBERTA' CON DISSIPATORI FLUIDO VISCOSI NON LINEARI.....	84
3.2	ELEMENTI DI DINAMICA DI SISTEMI A PIU' GRADI DI LIBERTA'	86
3.2.1	FATTORE DI SMORZAMENTO DI SISTEMI A PIU' GRADI DI LIBERTA' CON DISSIPATORI FLUIDO VISCOSI LINEARI E VISCOELASTICI.....	89
3.2.2	FATTORE DI SMORZAMENTO DI SISTEMI A PIU' GRADI DI LIBERTA' CON DISSIPATORI FLUIDO VISCOSI NON LINEARI.....	94
3.3	DINAMICA DEI SISTEMI LINEARI NELLO SPAZIO DEGLI STATI.....	95
3.4	LA RAPPRESENTAZIONE DI SISTEMI DINAMICI AD UN GRADO DI LIBERTA' NELLO SPAZIO DEGLI STATI	97
3.5	LA RAPPRESENTAZIONE DI SISTEMI DINAMICI A PIU' GRADI DI LIBERTA' NELLO SPAZIO DEGLI STATI	99
3.5.1	SOLUZIONE DEL PROBLEMA DELLE LIBERE OSCILLAZIONI.....	99
3.5.2	SOLUZIONE GENERALE DEL PROBLEMA.....	101

Capitolo 4

MODELLAZIONE DEI SISTEMI DISSIPATIVI DI CONTROVENTAMENTO VISCOELASTICI

4.1	PRINCIPI E MODELLI DI VISCOELASTICITA' LINEARE.....	103
4.2	MODELLAZIONE DEL SISTEMA DI CONTROVENTO VISCOELASTICO: BRACE ELASTICO E DAMPER VISCOELASTICO.....	108
4.3	MODELLAZIONE DEL SISTEMA DI CONTROVENTO VISCOELASTICO: BRACE ELASTICO E DAMPER VISCOSO.....	116

Capitolo 5

PROGETTAZIONE INTEGRATA DI SISTEMI STRUTTURALI DOTATI DI DISSIPATORI VISCOSI

5.1	APPROCCIO PRESTAZIONALE ALLA PROGETTAZIONE INTEGRATA	121
5.2	APPROCCIO PRESTAZIONALE AGLI SPOSTAMENTI: PERFORMANCE BASE DESIGN.....	123
5.3	PROGETTO INTEGRATO.....	126
5.4	METODOLOGIA DI PROGETTAZIONE INTEGRATA.....	129
5.5	REGISTRAZIONI ACCELEROMETRICHE SPETTRO-COMPATIBILI SELEZIONATE.....	132
5.6	OTTIMO PROGETTUALE.....	138

Capitolo 6

APPLICAZIONE DELLA METODOLOGIA DI PROGETTAZIONE OTTIMA

6.1	DESCRIZIONE DEL MODELLO STRUTTURALE ADOTTATO NELL'APPLICAZIONE.....	141
6.2	VALUTAZIONE DELLO SMORZAMENTO VISCOSO	143
6.3	APPLICAZIONE DELLA METODOLOGIA DI PROGETTO INTEGRATO DELLE GRANDEZZE VISCOELASTICHE	149
6.3.1	CONFIGURAZIONI GEOMETRICHE DEI DISSIPATORI.....	156
6.4	OTTIMO PROGETTUALE.....	158
6.5	CONFRONTI COSTO	183
6.6	VERIFICA DELL'EFFICACIA DELLA METODOLOGIA DI PROGETTO INTEGRATO SU UN SISTEMA AD UN GRADO DI LIBERTA'	225
6.7	VERIFICA DELL'EFFICACIA DELLA METODOLOGIA DI PROGETTO INTEGRATO SU UN SISTEMA A PIU' GRADI DI LIBERTA' CON RIGIDENZE UNIFORMI IN ELEVAZIONE	241
6.8	VERIFICA DELL'EFFICACIA DELLA METODOLOGIA DI PROGETTO INTEGRATO SU UN SISTEMA A PIU' GRADI DI LIBERTA' CON RIGIDENZE VARIABILI IN ELEVAZIONE.....	262
6.9	CONCLUSIONI.....	279
	BIBLIOGRAFIA.....	283

SOMMARIO

Nell'ambito del controllo strutturale si propone una metodologia di progettazione integrata del sistema strutturale principale e del sistema di controllo passivo di natura viscoelastica, basata su un approccio prestazionale. Come ampiamente discusso nel primo capitolo, infatti, le tecniche di controllo strutturale sono finalizzate alla riduzione della vulnerabilità delle strutture, esistenti o di nuova concezione, nelle zone di media ed alta pericolosità sismica. Diverse sono le applicazioni dei dispositivi di controllo passivo sviluppate negli ultimi due decenni, i relativi studi di letteratura hanno sempre evidenziato la loro efficacia nel ridurre la domanda sismica sulla struttura principale da proteggere con specifico riferimento alla valutazione di alcuni dei principali funzionali di danneggiamento sismico.

Nel secondo capitolo viene descritto per ognuno dei principali dispositivi di dissipazione supplementare passiva di energia, dispositivi metallici o isteretici, dispositivi attritivi, dispositivi viscoelastici e dispositivi viscosi (lineari e non lineari), il corrispondente comportamento fisico-meccanico, le principali applicazioni, i relativi vantaggi e svantaggi e, soprattutto i modelli matematici più adeguati, con particolare riferimento ai dispositivi viscosi e viscoelastici, oggetto della metodologia di progettazione integrata sviluppata nei successivi capitoli.

Nel terzo capitolo vengono forniti sinteticamente i principi fondamentali alla base della dinamica di sistemi lineari non smorzati e smorzati a uno o più gradi di libertà nel dominio del tempo sia secondo un approccio di meccanica classica che nello spazio degli stati. Viene in una prima fase descritta l'analisi della risposta dinamica di sistemi lineari semplici ad un grado di libertà nel dominio del tempo definendo le principali caratteristiche dinamiche del sistema e gli effetti dello smorzamento. Successivamente, viene descritto un metodo basato su un approccio energetico per la valutazione dello smorzamento in presenza di dispositivi viscosi e viscoelastici. Quanto analizzato per il sistema ad un grado di libertà, viene esteso a sistemi lineari a più gradi di libertà affrontando la problematica del disaccoppiamento modale e dello smorzamento proporzionale. Il tutto, poi, viene trattato nello spazio degli stati, essendo tale rappresentazione quella impiegata per le analisi svolte nel capitolo sesto.

Nel quarto capitolo viene illustrata la modellazione del comportamento dinamico dei sistemi dissipativi viscoelastici, tenendo in conto che, in una generica maglia strutturale, il dispositivo viscoso o viscoelastico è sempre collegato in serie ad una diagonale avente una propria rigidità, al fine di valutare la dipendenza dalla pulsazione.

A valle dei primi quattro capitoli, nel quinto capitolo viene descritta in modo puntuale la metodologia di progettazione integrata del sistema strutturale principale elastico e del sistema dissipativo viscoelastico nel rispetto di un generico target prestazionale espresso

in termini di spostamento. Vengono individuate le variabili di progetto che caratterizzano il problema progettuale, il loro campo di definizione e vengono illustrate e commentate in dettaglio le fasi della procedura proposta tenendo conto di quanto illustrato nei precedenti capitoli. Viene selezionato un set di sette registrazioni accelerometriche storiche non scalate da impiegare nelle analisi dinamiche da sviluppare su cui testare la metodologia di progettazione integrata proposta. Infine sulle variabili di progetto scelte viene definita una funzione di costo da minimizzare al fine di trovare l'ottimo progettuale in termini economici per ogni generica prestazione considerata.

Nel sesto ed ultimo capitolo viene descritta un'applicazione della metodologia della progettazione integrata proposta considerando il set di registrazioni accelerometriche selezionato nel precedente capitolo. A partire dalla valutazione dello spettro medio, viene applicata la metodologia presentata e, successivamente, viene valutato il minimo della funzione di costo, riferito ad ogni gruppo di rapporti di costo preso in esame, e, quindi, si ottengono i valori ottimali delle variabili di progetto. Segue, poi, un confronto economico tra le soluzioni progettuali di controventamento elastico senza dissipatori e le soluzioni integrate ottime, per ogni generica prestazione considerata. Viene, successivamente, effettuata una validazione della procedura proposta progettando un sistema "ottimo" ad un grado di libertà e verificandone il rispetto della prestazione scelta. Infine è sviluppata l'estensione della suddetta metodologia ad un sistema reale a più gradi di libertà sia nel caso di rigidità uniforme che variabile tra i vari livelli sulla base di specifiche ipotesi di equivalenza tra il sistema integrato ad un grado di libertà ed il corrispondente sistema strutturale integrato a più gradi di libertà evidenziando l'efficacia della metodologia di progettazione integrata proposta.

Capitolo 1

1. IL CONTROLLO DELLA RISPOSTA DINAMICA DELLE STRUTTURE

Nel presente capitolo vengono descritte le tecniche di controllo strutturale finalizzate alla riduzione della vulnerabilità delle strutture, esistenti o di nuova concezione, nelle zone di media ed alta pericolosità sismica. La descrizione è focalizzata sul controllo passivo ed, in particolare, sulle tecniche di dissipazione supplementare passiva di energia. Viene illustrata sinteticamente l'efficacia dei principali e più diffusi dispositivi di dissipazione, quali quelli isteretici e viscosi, evidenziando la forte riduzione di domanda sismica sulla struttura principale da proteggere attraverso la valutazione di alcuni dei principali funzionali di danneggiamento sismico.

1.1 TECNICHE DI CONTROLLO STRUTTURALE

In seguito ai numerosi terremoti a carattere distruttivo verificatisi negli ultimi anni nell'ambito, ad esempio, del territorio italiano (Friuli 1976, Campania e Basilicata 1980, Marche e Umbria 1997, L'Aquila 2009), si è di volta in volta evidenziata la necessità di ridefinire le strategie progettuali attraverso una più accurata determinazione dei requisiti delle strutture site in aree ad elevato rischio sismico. Le vittime dei terremoti, infatti, sono quasi sempre associate, come nel caso delle frane, a danni che subiscono le costruzioni, dighe, ponti ed altre opere umane. Sfortunatamente gli eventi sismici sono caratterizzati da una frequenza che risulta difficilmente prevedibile e quantificabile nello spazio e nel tempo a causa dell'aleatorietà di diversi fattori di natura sismologica. Una media di circa 200 eventi di notevole magnitudo accade ogni decade, di cui, il 10-20% avviene nella crosta oceanica senza causare problemi per gli insediamenti umani. Altri accadono in aree lontane dalle città e dagli insediamenti e similmente causano pochi problemi. I problemi maggiori si hanno, come ovvio, quando un terremoto colpisce aree densamente abitate. E' utile, a tal punto, introdurre il concetto di rischio. Il rischio è la minaccia a qualsiasi bene o attività presente sul territorio conseguente al verificarsi di un fenomeno di assegnata intensità, ovvero periodo di ritorno T_R . Esso può essere espresso come il prodotto di tre termini:

$$R = P \cdot V \cdot E \quad (1.1.1)$$

dove P è la probabilità di accadimento di un fenomeno caratterizzato da un certo periodo di ritorno (il periodo di ritorno è il numero medio di anni che intercorre tra due eventi successivi di ugual intensità), V rappresenta la vulnerabilità dei beni esposti e dipende principalmente dalla tipologia delle infrastrutture e servizi presenti sul territorio; infine E (esposizione) rappresenta il valore dei beni esposti. Il rischio si può in generale ridurre agendo su uno dei tre termini, tuttavia nel caso degli eventi sismici è evidente come non sia possibile agire sulla frequenza dell'accadimento, ovvero sulla pericolosità. La vulnerabilità è l'unico fattore che le normative, i criteri di progettazione e le strategie progettuali possono ridurre. I danni strutturali osservati durante diversi eventi sismici dimostrano chiaramente che la concezione strutturale di una costruzione è fondamentale nello stabilire il modo in cui essa risponde all'evento. Una struttura caratterizzata da una globale simmetria e regolarità sia in elevazione che in pianta presenta una più regolare distribuzione delle azioni sismiche a differenza dei sistemi irregolari nei quali si evidenziano incrementi della risposta dinamica in corrispondenza degli elementi perimetrali. Altre problematiche si possono avere ad esempio nelle strutture alte in quanto è possibile che l'azione sismica generi dei momenti ribaltanti notevoli, ovvero considerevoli incrementi di compressione e trazione negli elementi verticali portanti di bordo, e nelle strutture con notevole sviluppo in pianta la cui risposta sismica può essere influenzata dalla variabilità topografica e stratigrafica con la conseguenza di avere un input non sincronico nelle varie parti della struttura. Inoltre, a causa del moto del suolo, un'ulteriore problematica che potrebbe avere grande importanza è la torsione che nasce a causa dell'eccentricità della configurazione spaziale della struttura dovuta ad una non coincidenza tra il centro delle masse e quello delle rigidità.

A causa del forte livello di danneggiamento strutturale osservato nelle fasi post-sisma, si è andata sempre di più affermando la convinzione che non è possibile trascurare procedure di previsione e di capitalizzazione dei costi di manutenzione, restauro e consolidamento statico, ai quali è necessario far fronte in occasione di eventi disastrosi in funzione della vulnerabilità delle strutture. Un sisma, come detto, non costituisce unicamente un rischio per la perdita di vite umane, ma comporta sempre un danneggiamento più o meno grave del patrimonio edilizio della zona colpita, il cui recupero non è sempre agevole sia per quanto riguarda i costi da sostenere, sia per ciò che concerne i tempi connessi con i provvedimenti tecnici ed amministrativi. Le esperienze maturate in altri Paesi, come appunto il Giappone, hanno dimostrato che gli effetti indesiderati di cui sopra, possono essere facilmente evitati a patto di adoperare tecniche di progettazione adeguate e con un aggravio di spesa iniziale davvero irrisorio in rapporto ai costi eventuali di manutenzione straordinaria e consolidamento dovuti ai danneggiamenti provocati dai terremoti con elevato periodo di ritorno.

Sulla base di quanto detto si può affermare che, secondo i canoni tradizionali di protezione antisismica, le costruzioni ubicate in zone ad elevato rischio sismico devono possedere i seguenti requisiti essenziali:

a. gli elementi del sistema strutturale principale devono possedere caratteristiche di resistenza tali da superare senza danni gli eventi sismici di media intensità, che possono potenzialmente colpire la costruzione in oggetto per almeno una volta nell'arco della sua vita utile.

b. tutte le membrature dell'organismo strutturale (principali e secondarie) devono possedere caratteristiche di duttilità atte a dissipare, senza attingere meccanismi di collasso, l'energia in ingresso del sisma in occasione di eventi tellurici di forte intensità. Viene così garantita l'incolumità degli occupanti nel caso di eventi cui compete una minore probabilità di occorrenza e che, per essere superati senza deformazioni plastiche, richiederebbero un dimensionamento antieconomico della struttura. In questo caso viene accettato un danneggiamento agli elementi portanti ed a quelli complementari, necessario d'altro canto a consentire la formazione dei meccanismi dissipativi.

Queste prestazioni di resistenza e duttilità sono raggiungibili nelle strutture di moderna concezione, a patto che vengano osservate alcune regole fondamentali di progettazione e di esecuzione, che anche senza l'ausilio di dispositivi antisismici permettano un controllo in campo "plastico" della struttura.

D'altro canto, gli edifici di vecchia concezione, come costruzioni in muratura e monumentali, non posseggono elevate risorse di duttilità ed, in molti casi, neanche gli interventi di rinforzo tradizionali consentono di migliorare in modo significativo la duttilità in quanto sono finalizzati principalmente ad ottenere un incremento di resistenza in campo elastico. Inoltre va considerato che il livello di consolidamento solitamente adottato in questi casi non consente di raggiungere un adeguamento sismico rigoroso, sia per gli elevati costi necessari a tal scopo (legati alla necessità di sostanziali revisioni statiche), sia per il carattere fortemente perturbativo di alcuni sistemi tecnologici di consolidamento ai quali si dovrebbe necessariamente ricorrere (ad esempio le iniezioni di malta cementizia o di resina), la cui applicazione non dovrebbe essere consentita ad edifici con caratteristiche monumentali.

Al fine di superare questi problemi e raggiungere una risposta sismica soddisfacente, ovvero di ridurre la vulnerabilità di una struttura, o si sceglie di dissipare energia tramite la formazione di cerniere plastiche oppure si adottano tecniche di controllo strutturale. Le metodologie e le tecniche di controllo del comportamento strutturale sotto azioni dinamiche dovute al vento o al sisma hanno avuto nell'ultimo decennio un significativo sviluppo (Soong and Dargush 1997; Symans et al. 2008), in generale, il controllo strutturale può essere suddiviso in tre classi: controllo attivo, controllo semiattivo e controllo passivo. Le tecniche di controllo strutturale che prendono il nome di tecniche

di controllo attivo, ibrido e semiattivo possono essere considerate una evoluzione naturale delle tecnologie a controllo passivo (Soong and Spencer 2002).

L'uso possibile di sistemi di controllo attivo e combinazioni di sistemi attivi e passivi come un mezzo di protezione strutturale contro le azioni sismiche ha ricevuto una considerevole attenzione negli ultimi anni. I sistemi di controllo attivo, ibrido e semi attivo sono costituiti da dispositivi "force delivery" integrati con sensori e controllori di processo in real time nella struttura. Il controllo delle forze in un sistema di tipo attivo è tipicamente generato da attuatori elettroidraulici o elettromeccanici basati su informazioni di feedback della risposta misurata o su informazioni di feedforward dell'eccitazione esterna (Symans and Constantinou 1997). Le misure registrate della risposta e/o dell'eccitazione sono monitorate in un controller (computer) che, basandosi su un algoritmo di controllo predeterminato, determina l'appropriato segnale di controllo diretto agli attuatori. La generazione delle forze di controllo tramite gli attuatori elettroidraulici richiede notevoli risorse di potenza, che sono dell'ordine delle decine di kilowatts per piccole strutture e possono raggiungere molti megawatts per grandi strutture. Il primo effetto di alcuni sistemi di controllo sperimentalmente testati è stato quello di modificare il livello di smorzamento con una minore modifica della rigidità. Una panoramica sul controllo strutturale attivo è contenuta in diversi stati dell'arte nell'ambito della letteratura scientifica (Soong and Constantinou 1994; Fujino et al. 1996).

Un sistema di controllo semi attivo, infine, può essere definito come un sistema che tipicamente richiede una piccola risorsa di energia esterna per le operazioni. Esso utilizza il moto di una struttura per sviluppare forze di controllo, l'intensità delle quali può essere regolata dalla sorgente di energia esterna di natura, ad esempio, magnetoreologica o elettroreologica (Symans and Constantinou 1999). Le forze di controllo si basano su feedbacks che provengono da sensori che misurano l'eccitazione e/o la risposta della struttura. La retroazione dalla risposta strutturale può essere misurata in una locazione remota da quella del sistema di controllo semiattivo.

Il controllo passivo, a sua volta, può essere suddiviso in quattro categorie: tendon control, base isolation, passive aerodynamic control, passive damper control. A quest'ultima categoria appartengono i dispositivi fluido viscosi, viscoelastici, attritivi ed isteretici.

Tra le diverse categorie merita una citazione specifica l'isolamento alla base (base isolation), tecnica che consiste nell'inserire una sconnessione (piano di isolamento) tra la sovrastruttura e la fondazione tale da ottenere una conveniente variazione delle caratteristiche della risposta dinamica rispetto ad una struttura "a base fissa". Gli isolatori sono classificati in elastomerici, a rotolamento e a scorrimento.

Per ridurre considerevolmente gli stati di sollecitazione nella struttura, occorre ridurre al massimo le forze d'inerzia dovute al sisma. Essendo queste funzione della massa strutturale e dell'accelerazione assoluta indotta dal terreno, o si agisce con una riduzione della massa, o si agisce riducendo l'accelerazione subita dalla struttura. L'isolamento alla base agisce nella direzione di abbattere l'accelerazione subita attraverso una modificazione della risposta dinamica del sistema. Il disaccoppiamento del moto che ne consegue dall'interposizione tra le fondazioni e la sovrastruttura di elementi a elevata deformabilità orizzontale e elevata rigidità verticale, comporta generalmente il filtraggio delle frequenze a maggior contenuto di energia, lasciando passare quelle caratterizzate dai valori più bassi, solitamente a minor contenuto energetico. Così facendo, il primo modo di vibrare della struttura si configura (Figura 1.1.1) con una deformata simile a quella di un corpo rigido che si muove lentamente (traslazione) sopra i dispositivi deformabili, con accelerazioni assolute molto basse e deformazioni di interpiano assai modeste (assenza di danni). A questo modo è associata una massa eccitata generalmente superiore al 90% che identifica quindi in maniera quasi totale la risposta della struttura durante il terremoto. Il comportamento strutturale è assimilabile, quindi, a quello di un oscillatore semplice, con massa coincidente con quella totale e rigidità coincidente con quella del sistema d'isolamento. La partecipazione dei modi superiori risulta molto ridotta nella valutazione sia delle deformazioni interne che delle accelerazioni trasmesse. Se, per effetto dell'assenza quasi totale di deformazioni di interpiano, questa tecnologia praticamente annulla lesioni o danni anche agli elementi non strutturali (tamponature, tramezzi, infissi), per effetto del filtraggio delle frequenze più alte, consente altresì di evitare che il "contenuto" subisca forti accelerazioni, perseguendo in tal modo un'efficace protezione anche di questo. Ne segue che tutto dipende dall'affidabilità e dal buon funzionamento del piano di isolamento da certificare con opportuni controlli di qualità e da progettare con analisi dettagliate lineari o non lineari in funzione della tipologia degli isolatori scelti.

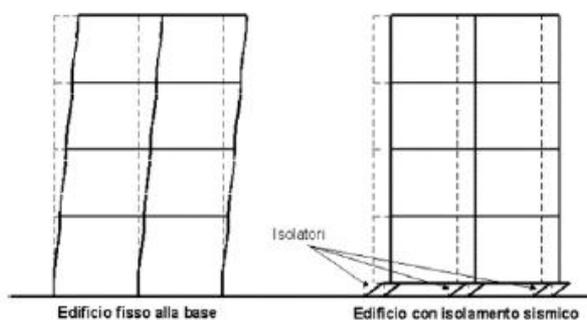


Figura 1.1.1 Deformata, sotto l'azione del terremoto, di un edificio tradizionale e di uno con isolamento sismico

Altra tecnica degna di nota per ottenere un'efficiente risposta sismica è l'installazione di dissipatori meccanici di energia, su di essa si concentra l'attenzione nel presente studio. Lo scopo del controllo passivo mediante l'impiego di meccanismi di dissipazione (supplementare) passiva di energia (PED, Passive Energy Dissipation) è di ridurre quanto più possibile il danno nel sistema strutturale portante dissipando la maggior quantità possibile di energia in ingresso (Soong and Dargush 1997; Symans et al. 2008; Soong and Constantinou 1994; ATC 1994; Constantinou et al. 1996) mediante l'impiego di specifici dispositivi, posizionati in parallelo alla struttura principale o in un sistema di isolamento sismico.

A seconda della loro conformazione, questi sistemi possono anche aumentare la rigidezza e la resistenza della struttura sulla quale sono installati. Un sistema di controllo passivo non richiede una fonte di potenza esterna per essere operativo, piuttosto, il moto della struttura è utilizzato per produrre un moto relativo tra le estremità a cui sono collegati i dispositivi di dissipazione. I sistemi di dissipazione supplementare di energia possono avere varie forme e dissipare energia attraverso vari meccanismi tra i quali lo snervamento dell'acciaio, la viscoelasticità di materiali come la gomma, la compressione di un fluido viscoso obbligato a passare tramite dei fori, e lo scorrimento ad attrito. Ne segue che ogni tipologia di dispositivi di dissipazione supplementare passiva di energia è basata su specifiche proprietà fisico-meccaniche che influenzano, in modo differente, la risposta dinamica del sistema strutturale principale.

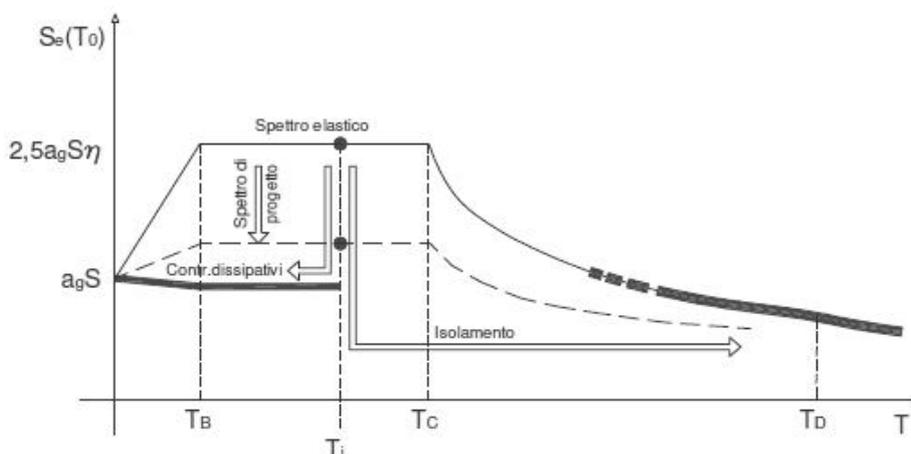


Figura 1.1.2 Gli effetti delle tecniche di protezione passiva

Essi assorbono l'energia del sisma riducendo gli effetti sugli elementi portanti della struttura. Dopo l'evento questi dissipatori, i quali non hanno funzione statica, vengono

sostituiti lasciando la struttura priva di danno. La differenza sostanziale tra il sistema di isolamento alla base e quello di dissipazione extrastrutturale, è facilmente comprensibile analizzando in che modo vanno a modificare la domanda sismica della struttura in cui vengono installati (Figura 1.1.2).

L'isolamento alla base deve la sua efficacia al fatto che lo spettro di progetto di normativa presenta picchi spettrali massimi per periodi bassi, tra 0,2 e 0,6 sec, mentre l'isolamento ha come effetto proprio quello di aumentare il periodo della struttura, portandolo fuori da questo intervallo di picco. La dissipazione invece sposta il periodo della struttura verso valori più bassi con la conseguenza di un incremento dell'azione sismica sulla struttura, ma, in virtù dei meccanismi dissipativi che si sviluppano, riesce a ridurne fortemente l'effetto in termini di spostamenti di interpiano e, quindi, di danno strutturale conseguente.

Le tre maggiori classi di sistemi di controllo finora descritte vengono a volte combinate per formare i cosiddetti sistemi di controllo ibrido. Nei seguenti grafici sono mostrati gli schemi di processo per le tre tipologie di controllo strutturale:

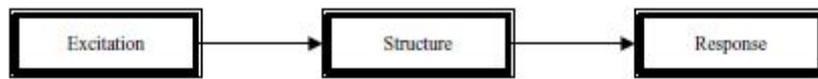


Figura 1.1.3 (a) Struttura convenzionale

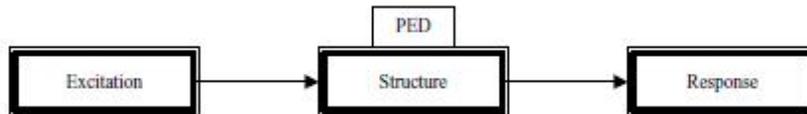


Figura 1.1.3 (b) Struttura con dispositivi di dissipazione passiva

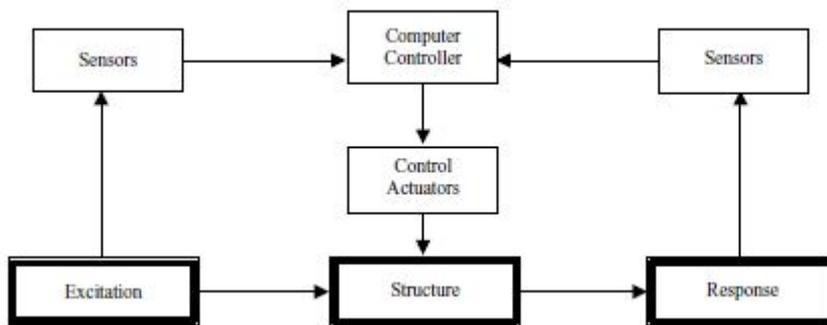


Figura 1.1.3 (c) Struttura con controllo attivo

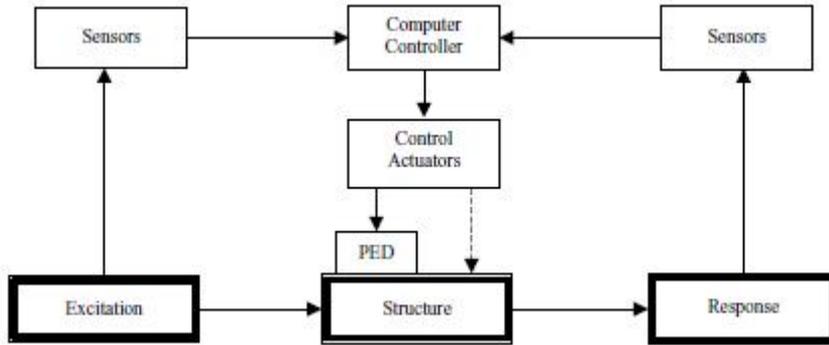


Figura 1.1.3 (d) Struttura con controllo ibrido

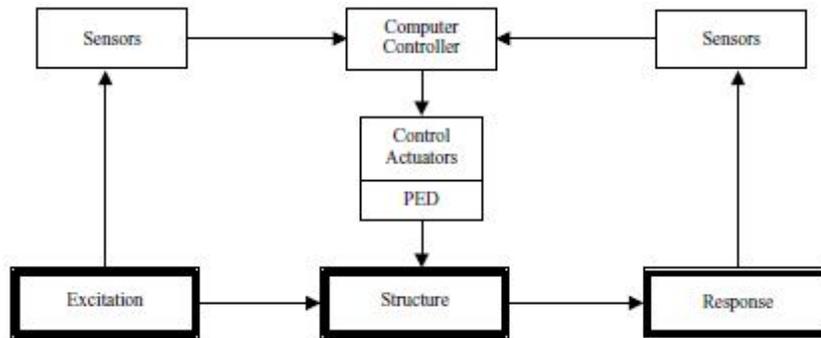


Figura 1.1.3 (e) Struttura con controllo semiattivo

In Figura 1.1.4 è possibile vedere le classi di interventi per la protezione sismica:

Seismic isolation	Passive energy dissipation	Active control
Elastomeric bearings	Metallic dampers Friction dampers	Active bracing systems Active mass dampers
Lead rubber bearings	Viscoelastic dampers Viscous fluid dampers	Variable stiffness or damping systems
Sliding friction pendulum	Tuned mass dampers Tuned liquid dampers	

Figura 1.1.4 Sistemi di protezione strutturale

1.2 SISTEMI DI DISSIPAZIONE PASSIVA DELL'ENERGIA

I sistemi di dissipazione passiva di energia per le applicazioni sismiche hanno avuto uno sviluppo teorico a partire dalla metà degli anni '80 con un rapido incremento nelle implementazioni a partire dalla metà degli anni '90. Un gran numero di dispositivi di controllo passivo è stato installato nelle strutture per il miglioramento delle performance sotto azioni sismiche. Nello specifico, in Nord America tali dispositivi sono stati implementati in numerose costruzioni e molti ponti, sia per l'adeguamento di costruzioni esistenti che in nuove costruzioni (Soong and Spencer 2002). La Figura 1.2.1 mostra una distribuzione di queste costruzioni in funzione dell'anno in cui il sistema è stato installato.

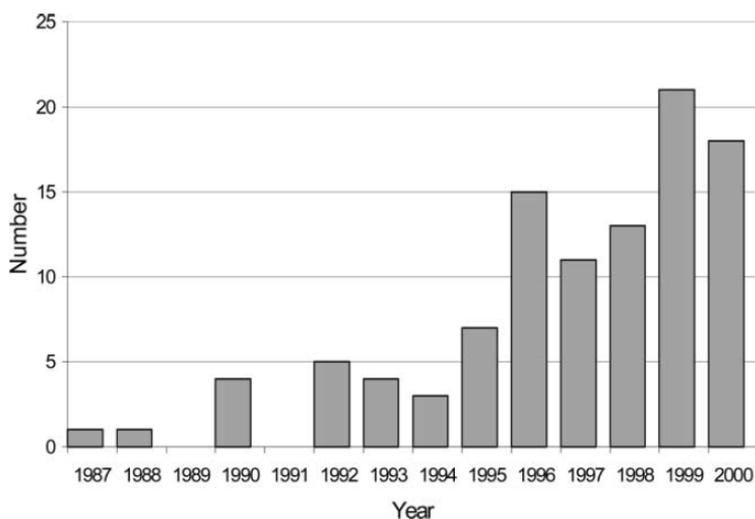


Figura 1.2.1 Implementazioni di dispositivi di dissipazione passiva in Nord America per applicazioni sismiche

La funzione principale di un sistema di dissipazione passiva di energia è di ridurre la domanda sismica sul sistema resistente di una struttura (Constantinou and Symans 1993b; Whittaker et al. 1993) con conseguente danno ridotto sul sistema principale. Un gran numero di dispositivi di dissipazione passiva sono disponibili in commercio o sono in via di sviluppo. I dispositivi utilizzati comunemente per la protezione sismica delle strutture sono i dissipatori fluido viscosi, dissipatori viscoelastici, dissipatori ad attrito e

dissipatori metallici. Altri dispositivi che possono essere classificati come dispositivi di dissipazione passiva di energia sono i dispositivi a massa accordata e a liquido accordato, questi ultimi principalmente utilizzati per il controllo delle vibrazioni da vento.

Come già affermato, la principale ragione per utilizzare i sistemi di dissipazione passiva in una struttura è quella di limitare le deformazioni nei componenti strutturali. La capacità con la quale un certo dispositivo è in grado di assolvere tale compito dipende dalle proprietà della struttura di base, dalle proprietà del dispositivo, dai suoi elementi di connessione, dalle caratteristiche del moto di base e dallo stato limite che si va a investigare. Data la notevole variabilità di ciascuno di questi parametri, è usualmente necessario eseguire estese analisi dinamiche non lineari della risposta per determinare quale particolare sistema di dissipazione meglio si adatta al caso.

Si consideri un sistema semplice ad un singolo grado di libertà SDOF (Single Degree Of Freedom) (Soong and Dargush 1999) (Figura 1.2.2) di massa m , con elementi aventi una rigidità elastica lineare totale k , e dotato di uno smorzatore di viscosità lineare c .

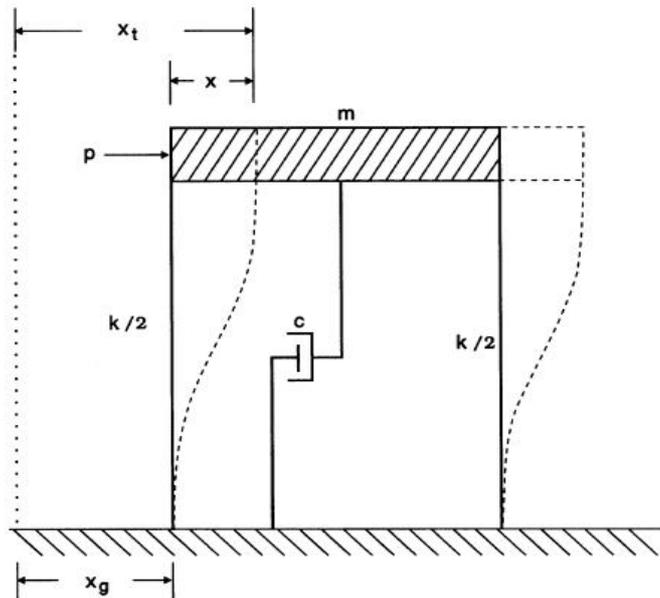


Figura 1.2.2 Modello SDOF

Tale sistema sia soggetto a una forzante esterna, $f(t)$. Il sistema presenta una risposta dinamica caratterizzata dallo spostamento laterale $x(t)$, in ragione della seguente equazione del moto:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (1.2.1)$$

dove $f(t)$ rappresenta un'arbitraria forzante rappresentativa, ad esempio, dell'azione del vento o del sisma. Nel caso di sisma, essa è rappresentativa della forza di inerzia che l'accelerazione del suolo induce sulla massa m , ovvero:

$$f(t) = -m\ddot{x}_g(t) \quad (1.2.2)$$

con $\ddot{x}_g(t)$ rappresenta l'accelerazione al suolo.

Consideriamo ora l'aggiunta di un elemento di controllo passivo nel modello SDOF, come indicato in Figura 1.2.3.

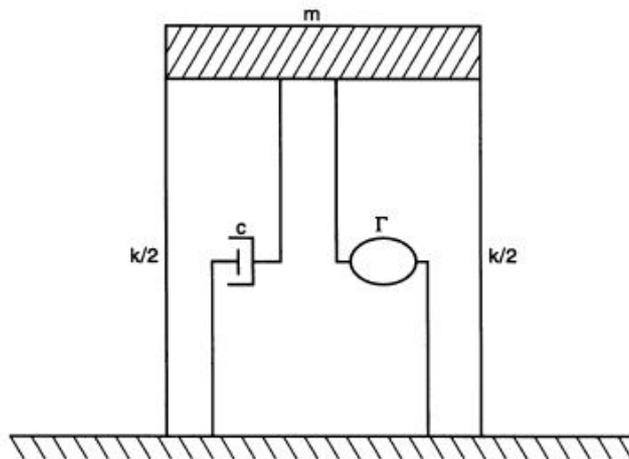


Figura 1.2.3 Modello SDOF con controllo passivo

La risposta del sistema è ora influenzata da questo elemento addizionale. Il simbolo Γ in Figura 1.2.3 rappresenta un generico operatore integro differenziale, tale che la forza corrispondente al dispositivo di controllo possa essere scritta semplicemente come Γx . Ciò permette di tener conto dei contributi dipendenti dallo spostamento, velocità o accelerazione. L'equazione del moto per un modello SDOF dotato di un elemento di controllo passivo diventa, nel caso di un'eccitazione sismica:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx + \Gamma x = -(m + \bar{m})\ddot{x}_g \quad (1.2.3)$$

dove \bar{m} rappresenta la massa dell'elemento di controllo.

La forma specifica del termine Γx deve essere indicata affinché l'equazione possa essere risolta ed è, come ovvio, dipendente dal tipo di dispositivo. Per sistemi di dissipazione passiva di energia, una possibile relazione forza-spostamento è mostrata in Figura 1.2.4, la quale modella un elemento elastico perfettamente plastico rate-independent, definito in termini di rigidità iniziale \bar{k} e forza di snervamento \bar{f}_y .

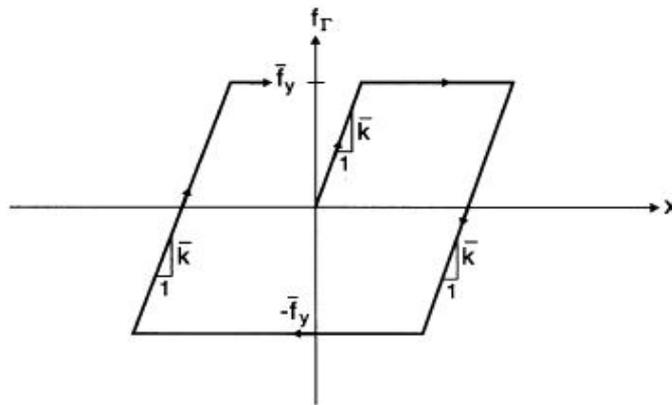


Figura 1.2.4 Modello forza spostamento per un elemento elastico perfettamente plastico

Considerata dunque, a fini puramente esplicativi, tale forma per l'operatore Γ , si analizza il comportamento dinamico del modello SDOF smorzato passivamente, soggetto ad un'eccitazione armonica, in condizioni di regime, ovvero dopo che il transitorio si sia esaurito.

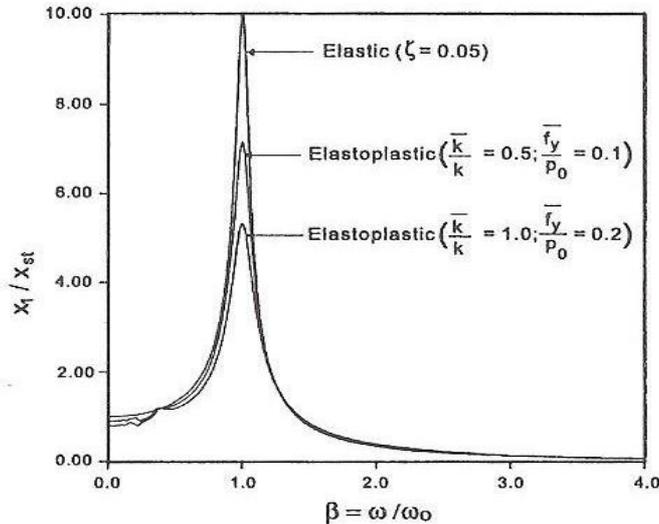


Figura 1.2.5 Fattori di amplificazione per un'eccitazione armonica con dissipatore passivo

In Figura 1.2.5 sono plottati l'ampiezza della risposta in termini di spostamento al variare della pulsazione della forzante. In modo da identificare chiaramente gli effetti del dissipatore passivo aggiunto, sono rappresentati i fattori di amplificazione, ovvero la risposta in termini di spostamento normalizzata rispetto alla risposta statica $x_{st} = p_0 / k$ della struttura di base, laddove anche la pulsazione della forzante è stata normalizzata rispetto alla pulsazione naturale di vibrazione $\omega_0 = (k / m)^{1/2}$ della struttura.

In tale figura la curva più in alto rappresenta la funzione di amplificazione per un fattore di smorzamento $\xi = 0.05$ nel caso di oscillatore smorzato forzato. Le rimanenti due curve illustrano l'effetto di un dispositivo passivo aggiunto al sistema. E' evidente che la risposta al picco, nei pressi della risonanza, è di molto ridotta a causa delle caratteristiche di dissipazione energetica del dispositivo.

Viene di seguito analizzata la risposta della struttura SDOF passivamente smorzata soggetta al moto di base del sisma di El Centro S00E del 1940 (Soong and Dargush 1997). La rigidità iniziale del dispositivo elasto-plastico è $\bar{k} = k$, mentre la forza di snervamento, \bar{f}_y , è uguale al 20% della forza massima applicata al suolo:

$$\bar{f}_y = 0,20 \max \left\{ m \left| \ddot{x}_g \right| \right\} \quad (1.2.4)$$

Gli spostamenti relativi risultanti e le accelerazioni assolute sono, rispettivamente, rappresentati in Figura 1.2.6 (a) e (b) per il sistema SDOF e in Figura 1.2.7 (a) e (b) per il medesimo sistema dotato di dissipatore passivo.

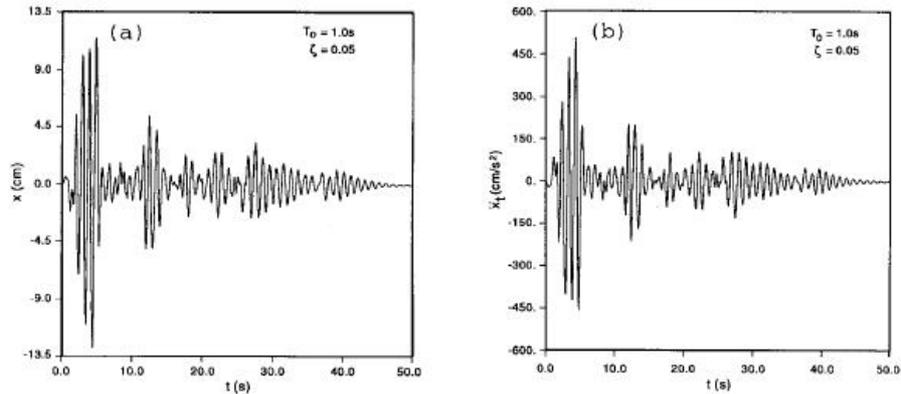


Figura 1.2.6 Risposta nel tempo al sisma di El Centro 1940 del modello SDOF a) Spostamenti; b) Accelerazioni

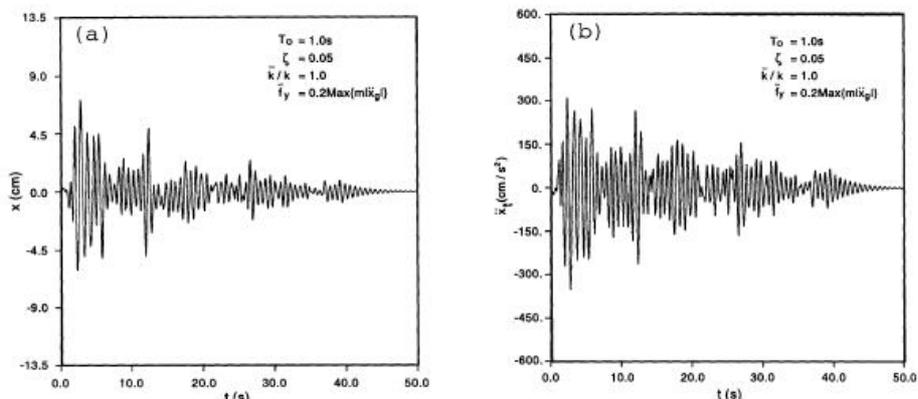


Figura 1.2.7 Risposta nel tempo al sisma di El Centro 1940 del modello SDOF con dissipatore passivo a) Spostamenti; b) Accelerazioni

L'analisi delle suddette figure evidenzia la significativa riduzione nella risposta dinamica comparata a quella della struttura di base senza il dissipatore passivo.

Analoga riduzione può essere raggiunta impiegando dispositivi viscosi (Soong and Dargush 1997), in Figura 1.2.8 (a) e (b) sono mostrati, rispettivamente, i tipici cicli forza-spostamento per lo smorzatore viscoso e isteretico.

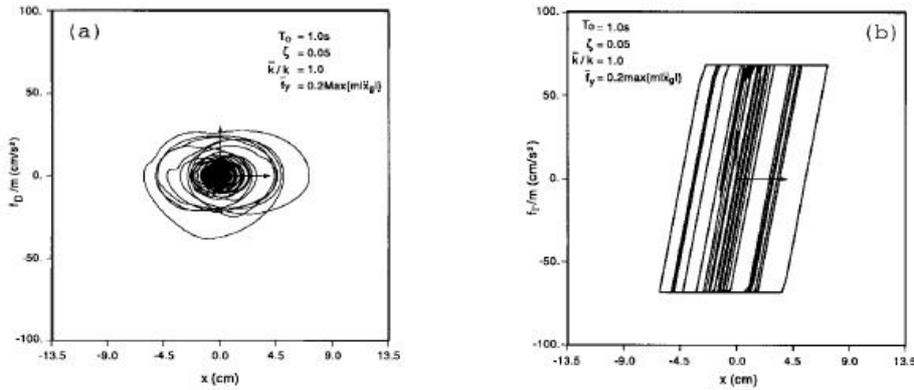


Figura 1.2.8 Risposta in termini di forza-spostamento al sisma di El Centro 1940 di un modello SDOF con elementi passivi a) Dissipatore viscoso; b) Dissipatore isteretico

In questo caso, la dimensione di questi cicli indica che una significativa porzione dell'energia viene dissipata nel dispositivo di dissipazione passiva. Ciò tende a ridurre le forze e gli spostamenti negli elementi strutturali primari.

Una rappresentazione di carattere energetico può essere ottenuta integrando nella variabile tempo i termini che rappresentano le forze singole nell'equazione del moto (1.2.3) sull'intera storia di spostamenti relativi. Si ottiene:

$$E_K + E_D + E_S + E_H + E_P = E_I \quad (1.2.5)$$

dove:

$$E_K = \int m\dot{x}dx = \frac{m\dot{x}^2}{2} \quad (1.2.6)$$

$$E_D = \int c\dot{x}dx = \int c\dot{x}^2 dt \quad (1.2.7)$$

$$E_S = \int kxdx = \frac{kx^2}{2} \quad (1.2.8)$$

$$E_I = -\int m\ddot{x}_g dx \quad (1.2.9)$$

$$E_P = \int \Gamma x dx \quad (1.2.10)$$

I contributi singoli al primo membro dell'equazione (1.2.5) rappresentano l'energia cinetica "relativa" della massa E_K , l'energia dissipata dovuta allo smorzamento della struttura di base E_D , l'energia di deformazione elastica E_S , l'energia isteretica cumulata dissipata dalle cerniere plastiche negli elementi strutturali E_H , e l'energia associata al

dispositivo esterno di dissipazione E_p . La somma di queste energie deve bilanciare l'energia in ingresso E_I dell'evento sismico. Si nota che ciascun termine è effettivamente funzione del tempo, e che il bilancio di energia si ottiene ad ogni istante durante tutta la durata del moto. Alla fine dell'evento ($t=t_f$), l'energia cinetica è nulla, l'energia di deformazione elastica è zero per un sistema elastico (è nulla o quasi nulla per un sistema anelastico), e l'energia isteretica cumulativa è uguale alla domanda di energia $E_H(t_f)=E_{Demand}$.

Una struttura progettata secondo le indicazioni normative attuali presenta una risposta in campo non lineare durante un evento sismico di notevole intensità. Ne consegue che la progettazione ingegneristica deve basarsi anche sulla duttilità intrinseca delle strutture per prevenire il collasso, accettando il fatto che possa aver luogo il danneggiamento. Se l'energia in ingresso dal sisma, infatti, eccede la capacità della struttura di immagazzinare e dissipare energia tramite il meccanismo della deformazione elastica, alcune parti della struttura subiscono un danno legato alle deformazioni di natura plastica. Ciò può essere impedito dall'impiego di dispositivi di dissipazione passiva nella progettazione delle strutture.

Come esempio significativo degli effetti di un dispositivo passivo sulla risposta energetica di una struttura, si illustrano i risultati di alcuni tests su una costruzione intelaiata in calcestruzzo armato di 3 piani in scala 1:3 condotti da Lobo et al. (1993). La Figura 1.2.9 (a) e (b) mostra la risposta misurata della struttura causata dal segnale normalizzato del sisma di Taft N21E del 1952 con PGA di 0,2g.

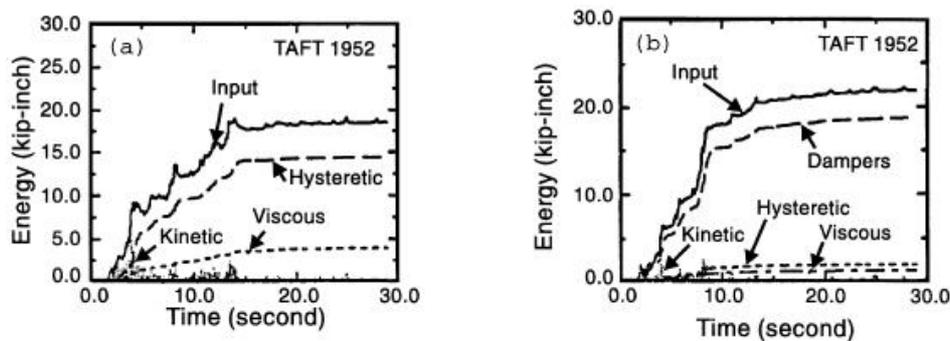


Figura 1.2.9 Risposta energetica di una struttura testata a) Senza dispositivi di dissipazione; b) Con dispositivi di dissipazione

Una considerevole porzione dell'energia in ingresso viene dissipata tramite meccanismi isteretici, che tendono a danneggiare la struttura primaria attraverso la fessurazione e la formazione di cerniere plastiche. Si osserva come tale danno sia minimo con l'aggiunta di un set di dissipatori viscoelastici. Si nota che, nonostante l'energia in ingresso sia

leggermente aumentata, i dissipatori consumano una significativa porzione del totale, proteggendo così la struttura primaria.

Un altro esempio esaustivo di struttura dotata di dissipatori passivi è stato proposto da Symans et al. (2008), con riferimento al moto di base del sisma di El Centro S00E del 1940 (Figura 1.2.10).

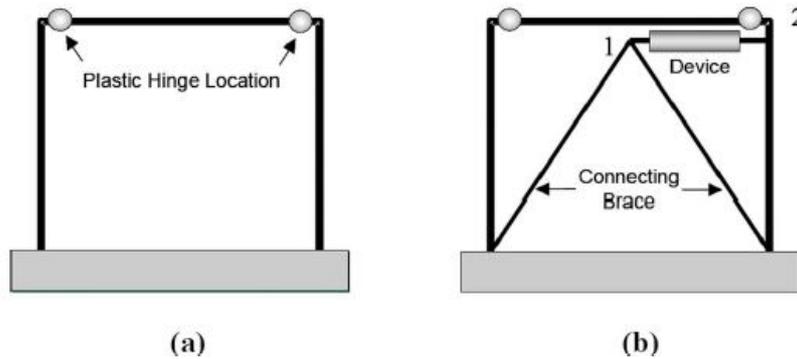


Figura 1.2.10 Telaio con e senza dispositivo di dissipazione energetica

Sebbene una completa analisi ingegneristica di una struttura reale potrebbe richiedere più analisi tridimensionali rispetto a quella descritta in questo esempio semplificato, l'esempio è utile come mezzo per illustrare i principi base dei sistemi di dissipazione energetica per le applicazioni sismiche. La struttura ideale consiste in un telaio a una campata e un piano con peso W_0 , massa M_0 , rigidezza laterale K_0 , e resistenza laterale Y_0 . La rigidezza laterale del telaio è 20% di quella verticale, e la rigidezza post-snervamento è uguale al 2% della rigidezza iniziale. Il periodo naturale di vibrazione, T_0 , è 0,535 sec e il suo smorzamento (in assenza di dispositivi di dissipazione) è assunto essere il 5% di quello critico. I risultati dell'analisi della risposta non lineare del telaio originario, quando esso è soggetto alla componente orizzontale di un moto sismico, rivelano che le cerniere plastiche si formano agli estremi della trave, il massimo spostamento è l'1,03% dell'altezza della struttura, e la corrispondente duttilità richiesta in termini di spostamento è 3,08. Alla fine del sisma, la struttura ha uno spostamento residuo dello 0,12% della altezza del piano. Il danno nel telaio può essere quantificato tramite una misura del danno (DM) (Park 1984; Park et al. 1985; Park et al. 1987) che è data da:

$$DM = \frac{\mu_{Demand}}{\mu_{Capacity}} + 4\rho \frac{E_{Demand}}{E_{Capacity}} \quad (1.2.11)$$

dove

- μ_{Demand} e E_{Demand} sono, rispettivamente, la massima duttilità domandata in termini di spostamento e la domanda di energia isteretica cumulativa del sistema o di una componente;
- μ_{Capacity} e E_{Capacity} sono, rispettivamente, la capacità duttile e la capacità in termini di energia isteretica per un intero ciclo di deformazione anelastica del sistema o di una componente;
- ρ è un fattore di calibrazione.

Il fattore di calibrazione (settato a 0.15 per questo esempio) dipende dal materiale, ed è scelto in modo da avere un valore della misura del danno pari a 0.0 quando la struttura non è danneggiata, e pari a 1.0 quando la struttura è molto danneggiata (collasso incipiente). Valori della misura del danno che superano 0.4 sono generalmente considerati inaccettabili. Per il telaio originario di Figura 1.2.10 (a), il valore di danno misurato è 0.955 e ne segue che il telaio risulta severamente danneggiato. Si nota che un valore del danno misurato vicino a 1.0 può essere ottenuto da una domanda di deformazione singola monotona eguagliata alla capacità di deformazione, oppure, più comunemente per numerosi cicli di deformazione che sono significativamente minori della capacità di deformazione.

La misura del danno dell'equazione (1.2.11) indica che il danno della struttura può essere ridotto diminuendo la domanda di duttilità o di energia isteretica o aumentando la capacità di duttilità o di energia isteretica. Assumendo che non sia economicamente fattibile aumentare la capacità di duttilità o di energia isteretica della struttura, la prestazione può essere migliorata solo riducendo la domanda di duttilità o di energia di dissipazione isteretica. Se viene utilizzato un dispositivo di dissipazione passiva nella forma di uno smorzatore fluido viscoso, si può avere una riduzione della domanda di duttilità conseguenziale ad un aumento di smorzamento. Se viene utilizzato un dispositivo metallico, si consegue la riduzione nella domanda di duttilità tramite ridotti spostamenti che derivano da un aumento di rigidità del sistema e dalla dissipazione isteretica di energia all'interno del dispositivo. Nelle strutture che impiegano dispositivi di dissipazione passiva, la domanda di energia isteretica sulle parti critiche della struttura può essere ridotta trasferendo la domanda ai dispositivi extra strutturali. Per i sistemi che incorporano sistemi passivi di energia, è utile rivedere i termini di energia viscosa e di energia isteretica come segue:

$$E_D = E_{D,structure} + E_{D,devices} \quad (1.2.12)$$

$$E_H = E_{H,structure} + E_{H,devices} \quad (1.2.13)$$

dove $E_{D,devices}$ e $E_{H,devices}$ sono contenuti nel termine E_p dell'equazione (1.2.5). Nell'equazione (1.2.12), l'energia viscosa è scomposta nello smorzamento intrinseco della struttura e nello smorzamento aggiunto del dispositivo di dissipazione.

Nell'equazione (1.2.13), il termine E_H rappresenta la parte di energia isteretica dissipata dai principali elementi strutturali e non strutturali, e la seconda parte è quella dissipata dai dispositivi di dissipazione aggiuntivi.

Per dimostrare ciò che è stato detto, la struttura di Figura 1.2.10 (a) è stata integrata con un dispositivo di dissipazione passiva, connesso al telaio attraverso delle diagonali rigide come mostrato in Figura 1.2.10 (b). Un estremo del dispositivo è connesso alla parte alta della diagonale e l'altro estremo è connesso alla struttura. La rigidezza laterale della diagonale, che è progettata per rimanere in campo elastico, è approssimativamente quattro volte la rigidezza laterale del telaio iniziale senza la diagonale. La struttura ha in tal modo due gradi di libertà; lo spostamento laterale dell'estremo della diagonale (brace) collegata al dispositivo e lo spostamento laterale della telaio (numerati rispettivamente 1 e 2 in Figura 1.2.10 (b)). Il dispositivo si attiva grazie al moto relativo (spostamento e/o velocità) tra questi due punti. Due tipi differenti di dispositivi vengono considerati di seguito: uno metallico (isteretico) ed uno fluido viscoso. Il primo si riferisce a un dispositivo *rate independent*, mentre il secondo è classificato come un dispositivo *rate dependent*. Il dispositivo metallico è *rate-independent* poiché la forza resistente che si sviluppa è funzione solo dello spostamento relativo (ovvero la differenza di spostamento tra DOF 1 e 2). Il dispositivo viscoso è *rate-dependent* poiché la forza resistente dipende in parte o in tutto dalla velocità relativa (ovvero la differenza di velocità tra DOF 1 e 2).

Sette differenti implementazioni del dispositivo metallico sono considerate, dove l'elemento ha una resistenza di 0.167, 0.333, 0.500, 0.667, 0.833, 1.0, 100 volte quella del telaio iniziale. Il valore di 100 rappresenta una connessione rigida tra la diagonale e la struttura. La rigidezza elastica del dispositivo aumenta con la sua resistenza poiché lo spostamento al limite elastico è assunto costante. Il dissipatore viscoso è un dispositivo fluido viscoso lineare che è implementato in modo che lo smorzamento totale addizionato è il 10, 15, 20, 25, 30, e 50% di quello critico. In tutte le analisi lo smorzamento della struttura è assunto essere il 5% di quello critico.

Y_A/Y_O	T/T_O	Δ_{max}	ΔR_{max}	V_B/W_O	$\mu_{Demand}/\mu_{Capacity}$	$E_{Demand}/E_{Capacity}$	DM
0	1.000	0.01027	0.00117	0.223	0.513	0.736	0.955
0.167	0.869	0.01033	0.00097	0.261	0.517	0.520	0.829
0.333	0.796	0.00867	0.00182	0.296	0.433	0.327	0.629
0.500	0.751	0.00747	0.00141	0.319	0.373	0.213	0.501
0.667	0.720	0.00645	0.00253	0.349	0.323	0.143	0.409
0.833	0.695	0.00707	0.00269	0.384	0.353	0.099	0.413
1.000	0.679	0.00707	0.00189	0.424	0.353	0.076	0.399
100	0.523	0.00364	0.00013	0.685	0.182	0.017	0.192

Figura 1.2.11 Effetto di un dispositivo metallico sulle prestazioni di una struttura

Le prestazioni della struttura con i dissipatori metallici sono mostrate in Figura 1.2.11. Come mostrato, il periodo di vibrazione della struttura, T , decresce con ogni incremento di resistenza del dispositivo, Y_A , e, quindi, della rigidità elastica. A seconda delle caratteristiche del moto di base scelto per le analisi, questa diminuzione del periodo può essere responsabile di un aumento del taglio alla base nella struttura. Nonostante il rapporto di spostamento, Δ_{\max} , diminuisca significativamente con l'aumentare della capacità del dispositivo, la deformazione residua della struttura, ΔR_{\max} , aumenta in molti casi a causa della deformazione plastica residua nel dispositivo metallico. La deformazione residua non è necessariamente di interesse poiché i dispositivi possono essere sostituiti dopo l'evento. La domanda di taglio alla base aumenta significativamente all'aumentare della capacità del dispositivo, ed è quasi raddoppiata quando la resistenza del dispositivo è uguale alla resistenza della struttura originaria. L'aumento di taglio alla base deve essere considerato nel progetto della struttura e delle sue fondazioni. Le domande di duttilità e di energia, e la corrispondente misura del danno, diminuiscono significativamente all'aumentare della capacità del dispositivo. Quando la resistenza del dispositivo è uguale alla resistenza della struttura di partenza, la misura di danno viene ridotta a 0.399, che è il limite superiore di accettabilità. Nonostante la misura del danno venga ridotta a 0.192 quando la diagonale è rigidamente connessa alla struttura (senza il dispositivo), il taglio alla base è aumentato di un fattore maggiore di 3, che potrebbe essere non accettabile.

Le prestazioni della struttura con l'aggiunta di un dissipatore fluido viscoso lineare sono mostrate in Figura 1.2.12.

ξ	T/T_0	Δ_{\max}	ΔR_{\max}	V_B/W_0	$\mu_{\text{Demand}}/\mu_{\text{Capacity}}$	$E_{\text{Demand}}/E_{\text{Capacity}}$	DM
0.05	1.00	0.01027	0.00117	0.223	0.513	0.736	0.955
0.10	1.00	0.00940	0.00175	0.264	0.470	0.494	0.767
0.15	1.00	0.00847	0.00187	0.293	0.423	0.350	0.633
0.20	1.00	0.00767	0.00177	0.312	0.383	0.250	0.534
0.25	1.00	0.00700	0.00052	0.324	0.350	0.185	0.461
0.30	1.00	0.00635	0.00001	0.333	0.317	0.139	0.401
0.50	1.00	0.00517	0.00118	0.351	0.259	0.049	0.288

Figura 1.2.12 Effetto di un dissipatore fluido viscoso sulle prestazioni di una struttura

Come mostrato, il periodo di vibrazione della struttura, T , non cambia aggiungendo il dissipatore viscoso. Ciò perché i dispositivi di questo tipo hanno una rigidità nulla o trascurabile per risposte a bassa frequenza. I rapporti di spostamento decrescono di circa il 50% quando il coefficiente di smorzamento aumenta dal 5% al 50% (45% di smorzamento aggiunto). La deformazione residua è affetta da modifiche a causa

dell'implementazione del dispositivo, ma non c'è un vero e proprio trend. La domanda di taglio alla base aumenta significativamente con l'aumento dello smorzamento. Ciò è dovuto al fatto che la struttura si comporta anelasticamente e la forza viscosa aumenta linearmente sia con il coefficiente di smorzamento che con la velocità e, per questa particolare struttura, il coefficiente di smorzamento aumenta più velocemente rispetto al decremento della velocità. Sadek et al. (2000) hanno mostrato che un modesto aumento nel taglio alla base può anche aver luogo in strutture elastiche, in particolare in quelle che hanno alti periodi naturali di vibrazione. Infine si nota che la misura del danno, DM, è diminuita da 0.955 per la struttura senza i dissipatori, a 0.4 per la struttura con coefficiente di smorzamento totale del 30%. Nonostante la misura del danno diminuisca ulteriormente per sistemi con smorzamento del 50%, può essere impraticabile raggiungere tale smorzamento aggiuntivo a costi ragionevoli. E' importante notare che, anche con uno smorzamento del 50%, il sistema principale va in campo post-elastico. L'esperienza mostra che per eventi di notevole intensità e costruzioni usuali, è difficile aggiungere uno smorzamento tale da evitare completamente la plasticizzazione (e quindi il danneggiamento) nel sistema intelaiato (Uriz and Whittaker 2001; Oesterle 2003). Riassumendo, sia i dispositivi metallici che quelli a fluido viscoso sono molto efficienti nel ridurre il danno nella struttura senza, però, soprattutto con riferimento ai dispositivi metallici, trascurare un significativo aumento del taglio alla base e dei maggiori costi di realizzazione delle fondazioni.

Capitolo 2

2. I DISPOSITIVI DI DISSIPAZIONE PASSIVA DI ENERGIA

Nel presente capitolo i principali dispositivi di dissipazione supplementare passiva di energia, dispositivi metallici o isteretici, dispositivi attritivi, dispositivi viscoelastici e dispositivi viscosi (lineari e non lineari), sviluppati e studiati negli anni, vengono sommariamente descritti.

Ogni tipologia di dispositivo è analizzata dal punto di vista fisico, meccanico e tecnologico descrivendone il funzionamento e le principali applicazioni con i relativi vantaggi e svantaggi. Per ognuno di essi sono ampiamente descritti i modelli matematici più adeguati a rappresentare il relativo comportamento fisico con particolare riferimento ai viscosi e viscoelastici.

Infine viene effettuato un confronto fra tutte le tipologie dei dispositivi trattati e vengono fornite le principali indicazioni presenti nelle normative internazionali con specifico riferimento ai viscosi e viscoelastici.

2.1 DISPOSITIVI DI DISSIPAZIONE

Diversi dispositivi di dissipazione passiva dell'energia sono disponibili e sono stati implementati a livello mondiale per la protezione sismica di strutture.

I dispositivi di dissipazione passiva di energia possono essere classificati in tre categorie:

- 1) dispositivi rate-dipendent;
- 2) dispositivi rate-indipendent;
- 3) altri.

I dispositivi rate-dipendent sono i dissipatori la cui risposta meccanica dipende dalla velocità relativa tra le estremità del dispositivo. Il comportamento di questi dissipatori è comunemente descritto utilizzando diversi modelli di viscoelasticità lineare. Esempi di tali dissipatori comprendono dissipatori viscosi o viscoelastici fluidi e dissipatori solidi viscoelastici.

I dissipatori fluidi viscoelastici, in genere, presentano un comportamento dinamico caratterizzato da bassi valori di rigidità su una gamma di frequenze che spesso include la frequenza naturale fondamentale di edifici o ponti. Quindi, tali dissipatori generalmente hanno un'influenza minima sulla frequenza fondamentale naturale e, pertanto, sono spesso considerati semplicemente come dissipatori fluido viscosi.

I dissipatori viscoelastici solidi, invece, hanno una rigidità che influenza le frequenze naturali di vibrazione della struttura.

I sistemi rate-independent sono i dissipatori la cui risposta meccanica dipende dallo spostamento tra le estremità del dispositivo e dal segno della velocità (vale a dire, dalla direzione del movimento). Il comportamento di questi dissipatori viene comunemente descritto utilizzando vari modelli non lineari isteretici come sarà più chiaro in seguito. Esempi tipici includono dissipatori metallici e dissipatori ad attrito. I dissipatori metallici mostrano un buon comportamento isteretico associato allo snervamento dell'acciaio dolce mentre dissipatori ad attrito presentano essenzialmente un comportamento isteretico bilineare con un'elevatissima rigidità iniziale.

Nel seguito si discuteranno i dissipatori isteretici (metallici), ad attrito, fluido-viscosi e viscoelastici.

2.2 DISSIPATORI METALLICI

Uno dei meccanismi più efficienti disponibili per la dissipazione di energia immessa in una struttura durante un sisma, è quello che sfrutta la deformazione anelastica di elementi metallici (Soong and Dargush 1997).

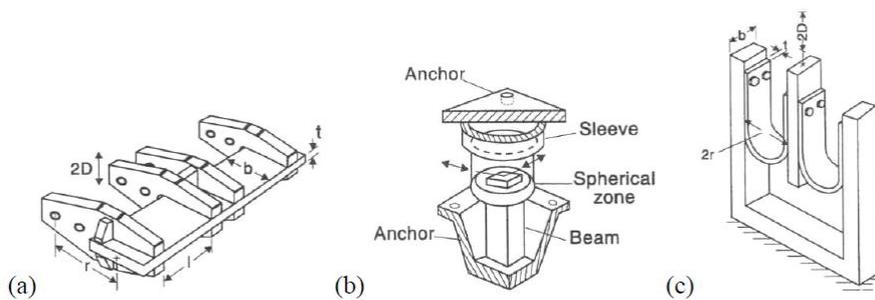


Figura 2.2.1 Geometrie dei dissipatori metallici a) Dissipatore torsionale; b) Dissipatore flessionale; c) Dissipatore a forma di U

L'idea di utilizzare l'isteresi dei dissipatori metallici in una struttura fu originariamente formulata nei lavori teorici e sperimentali di Kelly et al. (1972) e Skinner et al. (1975). Molti dei dispositivi considerati da questi ricercatori includevano dissipatori torsionali, dissipatori flessionali e dissipatori a forma di U mostrati schematicamente in Figura 2.2.1.

Altra tipologia di dissipatore è la diagonale a controllo di instabilità (buckling restrained brace, BRB), inventata da A. Wada nel 1980 (Wada et al. 1998), mostrata in Figura 2.2.2.

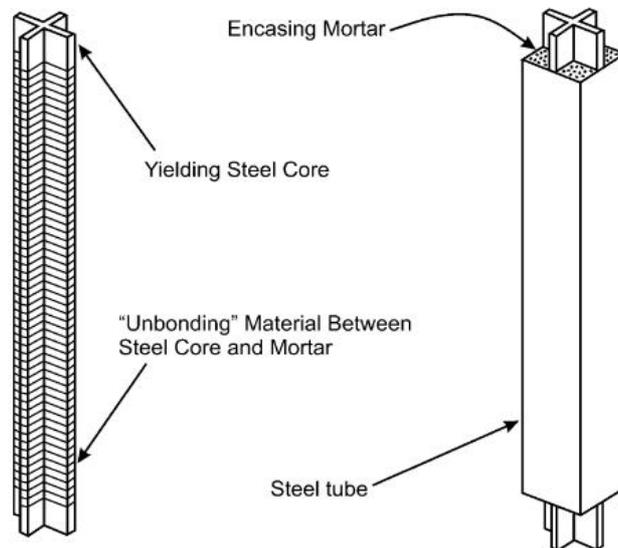


Figura 2.2.2 Buckling restrained brace

Un dissipatore BRB consiste in una diagonale di acciaio (che usualmente ha una bassa resistenza di snervamento) con una sezione cruciforme circondata da un tubo rigido in acciaio (Symans et al. 2008). Lo spazio tra il tubo e la diagonale è riempito con materiale tipo calcestruzzo e un rivestimento speciale viene applicato sulla diagonale per prevenire l'adesione tra il calcestruzzo e la diagonale. In questo modo la diagonale può scorrere rispetto al tubo riempito di calcestruzzo. Il confinamento offerto dal tubo permette alla diagonale di essere soggetta a carichi di compressione senza instabilizzarsi (il dissipatore può snervarsi in compressione e in trazione con i carichi di compressione

e trazione portati interamente dalla diagonale di acciaio). Poichè si previene l'instabilità, si ha una significativa dissipazione di energia durante i vari cicli di carico. In molti casi, il dissipatore BRB è installato in una configurazione a V, in tal modo, se soggetto a carichi laterali, un dissipatore è in compressione e l'altro è in trazione, quindi nessun carico verticale è applicato al punto di intersezione tra i dissipatori e la trave superiore ovvero il sistema è in equilibrio. Al riguardo il sistema con l'inclusione del dissipatore è migliore del convenzionale controvento dove ci si aspetta che l'elemento compresso si instabilizzi elasticamente lasciando una componente della forza verticale non bilanciata nell'elemento in trazione e a sua volta nella trave superiore. Durante la risposta elastica iniziale del BRB, il dispositivo determina solo un aumento di rigidezza. Quando esso si snerva, la rigidezza si riduce e si ha la dissipazione di energia a causa della risposta isteretica. Un esempio di modello matematico che riproduce il comportamento isteretico del dissipatore BRB è il modello Bouc-Wen (Wen 1976) che è descritto da Black et al. (2004). Il modello è definito come:

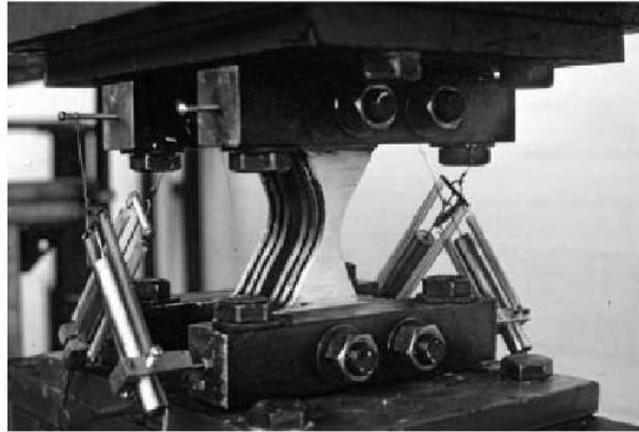
$$P(t) = \beta Ku(t) + (1 - \beta)Ku_y Z(t) \quad (2.2.1)$$

dove β è il rapporto tra la rigidezza post e pre snervamento, K è la rigidezza prima dello snervamento; u_y spostamento in corrispondenza dello snervamento; e $Z(t)$ è una variabile evolutiva definita da:

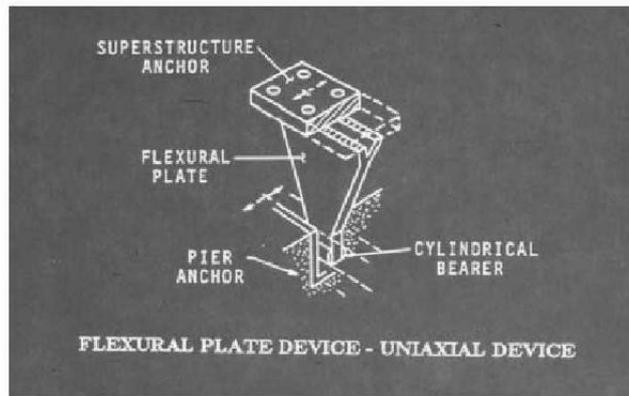
$$u_y \dot{Z}(t) + \gamma |\dot{u}(t)| \|Z(t)\| |Z(t)|^{\delta-1} + \eta \dot{u}(t) |Z(t)|^\delta - \dot{u}(t) = 0 \quad (2.2.2)$$

dove γ , δ e η sono parametri adimensionali che definiscono la forma del ciclo di isteresi. Ad esempio, per grandi valori di δ , la transizione tra comportamento elastico e plastico è netta e il ciclo di isteresi è associato a un modello bilineare.

Al fine di includere effettivamente questi dispositivi nel progetto di una struttura reale, bisogna essere capaci di caratterizzare il loro comportamento forza-spostamento sotto carichi arbitrari ciclici. Ozdemir (1976) fu il primo a considerare questo problema di modellazione. Egli utilizzò analogie con le teorie costitutive esistenti della elasto-plasticità e della visco-plasticità per sviluppare appropriate relazioni forza-spostamento. Negli anni seguenti, considerevoli progressi sono stati fatti nello sviluppo dei dissipatori metallici. Ad esempio molte nuove tipologie sono state proposte, tra esse si ricordano i dissipatori a piastre triangolari e a forma di X noti come ADAS (added damping and stiffness) come mostrato in Figura 2.2.3.



a)



b)

Figura 2.2.3 Configurazioni geometriche degli ADAS

I dissipatori metallici ADAS (Whittaker et al. 1991; Xia and Hanson 1992; Fierro and Perry 1993) sono costituiti da una serie di piastre in acciaio in cui la base delle piastre è fissata alla testa di un sistema di diagonali a K e la parte superiore delle piastre è collegata al livello di piano al di sopra della controventatura. Come il livello di piano si sposta lateralmente compatibilmente con il sistema di diagonali a K, le piastre di acciaio sono sottoposte ad una forza di taglio. Le forze di taglio inducono momenti flettenti sulle piastre, che producono una curvatura intorno all'asse debole della sezione trasversale della piastra. La configurazione geometrica dei piatti è tale che i momenti flettenti producano una distribuzione uniforme delle tensioni a flessione su tutta l'altezza

delle piastre. In questo modo, la tensione anelastica si manifesta in modo uniforme su tutta l'altezza delle piastre. Ad esempio, nel caso in cui i piatti sono incastrati-incernierati, la geometria è triangolare; nel caso in cui i piatti sono incastrati-incastrati, la geometria presenta la forma di clessidra, come mostrato in Figura 2.2.3. Al fine di garantire che la deformazione relativa del dispositivo ADAS sia approssimativamente uguale a quella del piano in cui è installato, il sistema di diagonalì a K deve essere molto rigido.

Materiali alternativi, come il piombo e le leghe a memoria di forma sono stati presi in considerazione. Numerose ricerche sperimentali sono state condotte per determinare le caratteristiche prestazionali dei dispositivi singoli; test di laboratorio su strutture integrate con tali dispositivi sono stati condotti al fine di evidenziare i vantaggi e gli svantaggi di natura applicativa. Come risultato di questo programma di ricerca, molti prodotti commerciali sono stati sviluppati e implementati sia nelle nuove strutture che in quelle da rinforzare. In particolare diverse strutture esistenti in Nuova Zelanda, Messico, Giappone, Italia e Stati Uniti ora includono dissipatori metallici come mezzo per ottenere un miglioramento delle prestazioni sismiche.

2.2.1 MODELLAZIONE NUMERICA

Per la progettazione dei dissipatori isteretici e per lo sviluppo di analisi globali di strutture dotate di tali dissipatori il primo passo da compiere è definire il modello costitutivo del metallo impiegato.

Consideriamo innanzitutto il comportamento di un'asta cilindrica di metallo, con lunghezza iniziale L_0 e sezione trasversale A_0 , soggetta a una tensione uniassiale come mostrato in Figura 2.2.1.1.

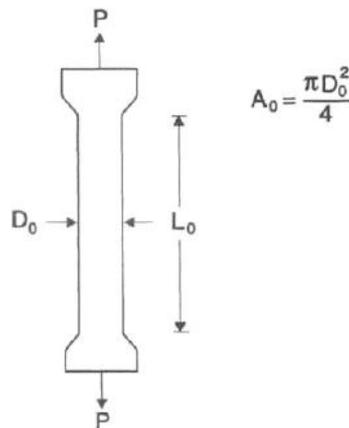


Figura 2.2.1.1 Asta cilindrica soggetta ad una tensione uniassiale

Si assume che il carico P viene incrementato lentamente in modo da assicurare la validità dell'approssimazione quasi statica. Tipiche curve tensione-deformazione sono mostrate in Figura 2.2.1.2.

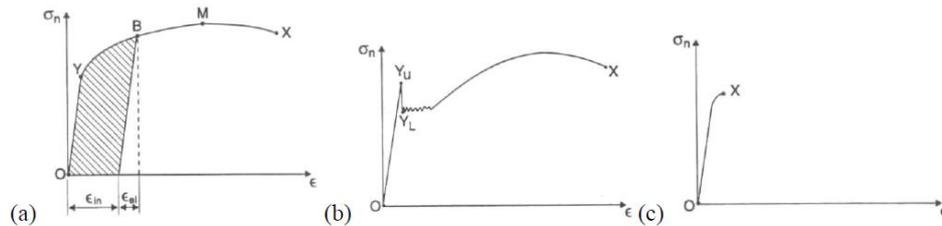


Figura 2.2.1.2 Diagrammi tensione-deformazione

In questi diagrammi, l'ascissa rappresenta la deformazione convenzionale ε , mentre la tensione nominale σ_n è plottata sull'asse delle ordinate. Si ha che:

$$\varepsilon = \frac{L - L_0}{L_0} \quad (2.2.1.1)$$

$$\sigma_n = \frac{P}{A_0} \quad (2.2.1.2)$$

La curva in Figura 2.1.1.2 (a) è caratteristica di molti metalli. Per carichi corrispondenti a tensioni nominali minori della tensione di snervamento σ_y , la risposta del campione è del tutto elastica con σ_n proporzionale a ε . In questo range, lo stato iniziale O è pienamente recuperabile con la rimozione del carico applicato, e non c'è dissipazione di energia. Dall'altro lato, quando la tensione nominale supera la tensione di snervamento (dopo il punto Y sulla curva), vi è una deformazione plastica irreversibile e conseguentemente la dissipazione di energia. Considerando lo stato descritto dal punto B , è utile suddividere la deformazione totale nei contributi elastico (ε_{el}) ed anelastico (ε_{in}) come indicato nel diagramma. Quindi:

$$\varepsilon = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{in} \quad (2.2.1.3)$$

nella quale:

$$\varepsilon_{el} = \frac{\sigma}{E} \quad (2.2.1.4)$$

dove E rappresenta il modulo elastico. L'energia o più precisamente la densità di energia, viene misurata dall'area sottesa dalla curva dal punto O al punto B . La minima

parte di questa energia è recuperabile, in quanto il resto, associato alla deformazione anelastica e identificato dalla porzione ombrata, è l'energia dissipata. Una significativa porzione di quest'energia viene convertita in calore. Nel regime di deformazione hardening, successivi incrementi di tensione producono notevoli incrementi di deformazione, fino al raggiungimento del punto M associato al massimo carico che il campione può sopportare. Superato M il campione diviene instabile. Iniziano fenomeni localizzati con l'apparire di regioni nelle quali stati tridimensionali di tensione sono presenti. Il collasso ultimo avviene nel punto X.

Molti metalli dolci e alcune leghe si comportano come mostrato in Figura 2.2.1.2 (b). In questo caso, la risposta è simile a quella precedentemente discussa, eccetto nella regione successiva al primo snervamento Y_U . In questi materiali, c'è una brusca caduta di tensione dal punto Y_U al punto Y_L , corrispondente al limite di tensione di snervamento superiore e inferiore. Questo fenomeno e il seguente plateau è causato dalla formazione e dalla propagazione delle bande di deformazione in zone di concentrazione degli sforzi dette bande di Luders, o anche *linee di Hartmann*. Allorché le bande di Luders hanno interessato l'intero provino, la curva riprende a salire nella maniera usuale; qui ha termine l'allungamento per snervamento.

La curva finale mostrata in Figura 2.2.1.2 (c), è tipica dei metalli fragili come la ghisa. Ovviamente, questo tipo di materiale non è un buon candidato per l'uso nei dissipatori metallici, poiché vi è una limitata dissipazione di energia prima della rottura. Le definizioni impiegate nelle equazioni (2.2.1.1) e (2.2.1.2) sono perfettamente adeguate quando la lunghezza e l'area del campione non cambiano significativamente rispetto al valore iniziale. Comunque, per livelli deformativi elevati, la deformazione naturale “ e ” e la tensione reale “ σ ” sono misure più appropriate, dove:

$$e = \ln\left(\frac{L}{L_0}\right) \quad (2.2.1.5)$$

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (2.2.1.6)$$

Riplottando in queste coordinate si ha la curva mostrata in Figura 2.2.1.3:

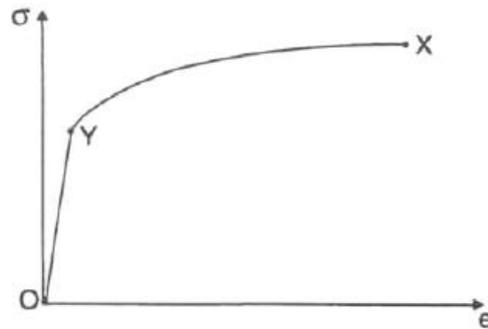


Figura 2.2.1.3 Diagramma tensione reale-deformazione naturale

Si nota che ora la tensione reale aumenta con la deformazione naturale fino a rottura. Più importante, se si testa il campione in compressione, ne risulterà una curva $\sigma - \epsilon$ molto simile. Dall'altro lato, plottando la tensione nominale con la deformazione in compressione non si avrà lo stesso comportamento oltre la tensione di snervamento. Durante gli anni, numerosi modelli matematici sono stati introdotti per idealizzare le curve tensione deformazione, tra i quali il modello elastico perfettamente plastico, il modello elastico lineare di deformazione hardening, e il modello di Ramberg-Osgood mostrati in Figura 2.2.1.4.

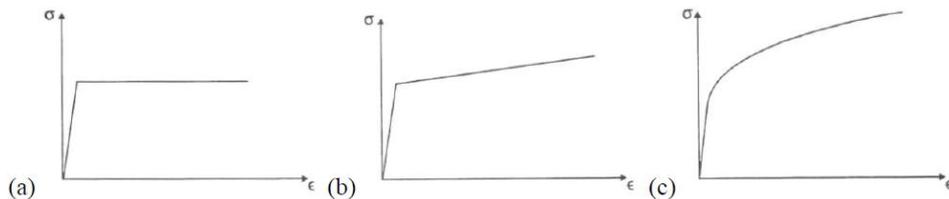


Figura 2.2.1.4 Modelli matematici tensione-deformazione a) Elastico perfettamente plastico; b) Elastico lineare con incrudimento; c) Ramberg-Osgood

L'ultimo dei modelli può essere scritto come:

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + k \left(\frac{\sigma}{E} \right)^n \quad (2.2.1.7)$$

con le costanti del materiale E, k ed n. Tale modello stabilisce essenzialmente una legge esponenziale tra tensione e deformazione anelastica, una condizione che è soddisfatta approssimativamente durante esperimenti con carico monotono su una varietà di metalli. Comunque l'equazione (2.2.1.7) non è adeguata per descrivere la risposta sotto un carico ciclico arbitrario nel quale lo stato tensionale dipende non solo dalla

deformazione corrente ma dall'intera storia deformativa. Di conseguenza, per sviluppare modelli per i dissipatori metallici, si deve estendere la discussione al comportamento sotto carichi reversibili che coinvolgono escursioni in campo anelastico. In questi casi, la risposta dipende dal percorso di carico. Si consideri il campione cilindrico prima caricato in trazione superando il punto di snervamento Y fino al punto B nel range hardening, e poi gradualmente scaricato come indicato in Figura 2.2.1.5:

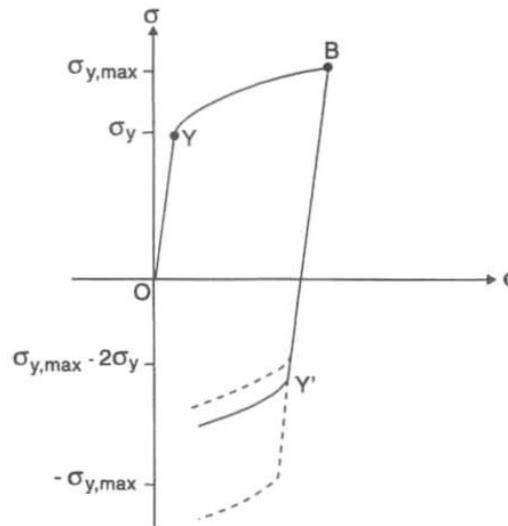


Figura 2.2.1.5 Risposta ciclica in termini tensione-deformazione

Il ramo di scarico della curva è parallelo al ramo iniziale di carico, indicando una risposta puramente elastica. Comunque se lo scarico continua sufficientemente nel range a compressione, si avrà nuovamente lo snervamento al punto Y', la tensione σ_y dipende dal precedente ammontare di deformazione hardening. Ciò è conosciuto come effetto Bauschinger. I modelli sopra illustrati associano lo stato di tensione allo stato di deformazione senza tenere conto della dipendenza dal tempo. La teoria della viscoplasticità consente di superare questa limitazione esprimendo le equazioni di legame sotto forma di sistemi di equazioni differenziali. Nel caso di elevate temperature e tassi di deformazione elevati si hanno fenomeni di rilassamento e di creep. Il creep è caratterizzato da un aumento di deformazione nel tempo a tensione costante, mentre il rilassamento è una continua riduzione di tensione nel tempo a deformazione costante. Un volume redatto da Miller (1987) provvede a un'introduzione ai modelli che tengono in conto contemporaneamente dei due effetti. In particolare, Ozdemir (1976) propose un modello uniassiale per lo studio del comportamento dei metalli da usare nei dissipatori.

Le teorie della plasticità e della viscoplasticità sono capaci di descrivere il comportamento dei metalli nel campo plastico durante carichi ciclici, ma non includono la nozione di collasso. Sappiamo, tuttavia, che i metalli soggetti a carichi ciclici spesso collassano per fatica. Di particolare interesse per lo studio dei dissipatori metallici è il fenomeno di fatica a basso numero di cicli, che risulta da un numero limitato di escursioni in campo plastico. Il fenomeno reale vede l'accrescersi di microfratture e la loro interconnessione che infine porta la rottura a livello macroscopico. Poichè il processo è molto difficile da descrivere, viene adottato un approccio fenomenologico basato sul concetto di danno. L'approccio tradizionale per le analisi a fatica a numero basso di cicli utilizza i risultati di test uni-assiali a vari livelli di deformazione ciclica (Hertzberg 1983) e fa riferimento alla regola del danno cumulato di Palmgren-Minor.

2.2.2 MODELLAZIONE MACROSCOPICA

Avendo discusso il comportamento meccanico dei metalli a livello costitutivo, ora si caratterizzerà la risposta globale dei dissipatori metallici. Nello sviluppo di modelli forza-spostamento utilizzabili, esistono in letteratura un paio di differenti approcci che possono essere impiegati. Il primo coinvolge l'uso diretto di dati sperimentali ottenuti dai test su componenti del dissipatore. Il secondo approccio si basa sulla costruzione di un modello che invece viene ricavato da una appropriata legge costitutiva per il metallo dolce applicando i principi della meccanica. Come esempio di questo tipo di approccio consideriamo l'applicazione di esso a un dissipatore a piastre metalliche triangolari (TADAS). Questo dispositivo, che consiste in N piastre di metallo triangolari identiche posizionate in parallelo, viene tipicamente installato in un telaio tra le diagonali a V e la sovrastante trave. La base di ogni piastra è saldata ad una piastra rigida di base in modo da approssimare le condizioni di vincolo ad un incastro, mentre all'apice è impiegata una connessione che lasci libero lo spostamento relativo in direzione verticale. Il dissipatore resiste a una forza orizzontale P , associata a uno spostamento interpiano D , tramite la deformazione flessionale delle singole piastre. Perciò è appropriato esaminare la singola piastra a mensola di spessore h , lunghezza L , e larghezza di base w_0 , soggetta al carico P/N applicato al suo estremo libero come è mostrato in Figura 2.2.2.1.

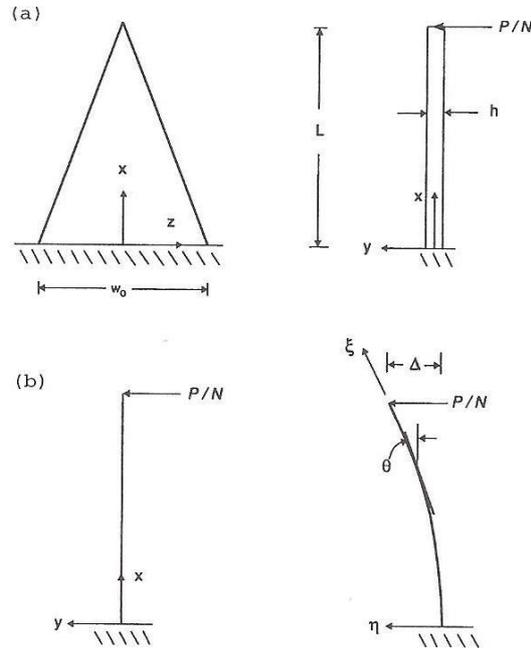


Figura 2.2.2.1 Modello matematico per il dispositivo a piastre triangolari
a) Definizione geometrica; b) Idealizzazione della trave

La relazione forza-spostamento per il dissipatore può essere facilmente stabilita per una risposta elastica infinitesima. In questo caso è valida la teoria di Eulero-Bernoulli. In ogni sezione trasversale l'equazione di equilibrio alla rotazione può essere scritta come:

$$\frac{P}{N}(L-x) = \frac{w_0(L-x)}{L} \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma y dy \quad (2.2.2.1)$$

E' evidente che la tensione è indipendente dalla posizione lungo l'asse della mensola. Applicando il legame costitutivo unidirezionale:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (2.2.2.2)$$

e la condizione di congruenza:

$$\varepsilon = ky \quad (2.2.2.3)$$

si ha che la curvatura k è costante lungo la lunghezza della piastra con:

$$k = \frac{2\Delta}{L^2} \quad (2.2.2.4)$$

Sostituendo si ha il seguente modello forza spostamento:

$$P = \left(\frac{NEw_0 h^3}{6L^3}\right)\Delta \quad (2.2.2.5)$$

Il modello è valido in caso di risposta elastica del dissipatore, poco si può desumere sulle caratteristiche di dissipazione del dispositivo. E' necessario esaminare la risposta anelastica mantenendo le equazioni (2.2.2.3) e (2.2.2.4) e sostituendo l'equazione (2.2.2.2) con un modello costitutivo anelastico. Sotto alcune condizioni (sismi più intensi), lo spostamento di interpiano può diventare comparabile in grandezza alla lunghezza della piastra. In queste situazioni gli effetti di deformazione finita (secondo ordine) sul dissipatore non possono essere ignorati. Per tenerne in conto si scrive l'equazione di equilibrio nella configurazione deformata. Con gli effetti del secondo ordine la curvatura non è più costante lungo la lunghezza della piastra, di conseguenza ad ogni istante di tempo deve essere risolto un problema di valori al contorno non lineare per determinare la funzione di curvatura.

2.3 DISSIPATORI AD ATTRITO

I dissipatori ad attrito sfruttano i fenomeni di contatto che si sviluppano tra due corpi solidi che scorrono, uno relativamente all'altro, per avere la dissipazione di energia (Soong and Dargush 1997). Processi di questo tipo sono numerosi in natura e sono stati impiegati in molti sistemi ingegnerizzati. Ad esempio, l'attrito solido gioca un ruolo importante nel controllo globale dei movimenti tettonici e nella nascita dei sismi. In scala più piccola, l'attrito è utilizzato nei freni di sistemi meccanici come mezzo per dissipare l'energia cinetica del moto. Pall et al. (1980) iniziarono lo sviluppo dei dissipatori passivi ad attrito per migliorare la risposta sismica delle strutture con l'obiettivo di rallentare il moto: "braking rather than breaking" (Pall and Marsch 1982). I dissipatori ad attrito esibiscono un comportamento isteretico simile a quello mostrato dai dispositivi metallici. Essi si basano sulla resistenza sviluppata tra due interfacce in movimento per dissipare una quantità di energia in ingresso sottoforma di calore. Durante le eccitazioni sismiche, il dispositivo scorre per un carico predeterminato, fornendo la desiderata dissipazione di energia. I dissipatori ad attrito non sono

suscettibili di effetti termici, hanno prestazioni affidabili e possiedono un comportamento isteretico stabile. C'è stato un notevole progresso negli anni ed è stato sviluppato un gran numero di dispositivi. Alcuni tipi sono mostrati in Figura 2.3.1.

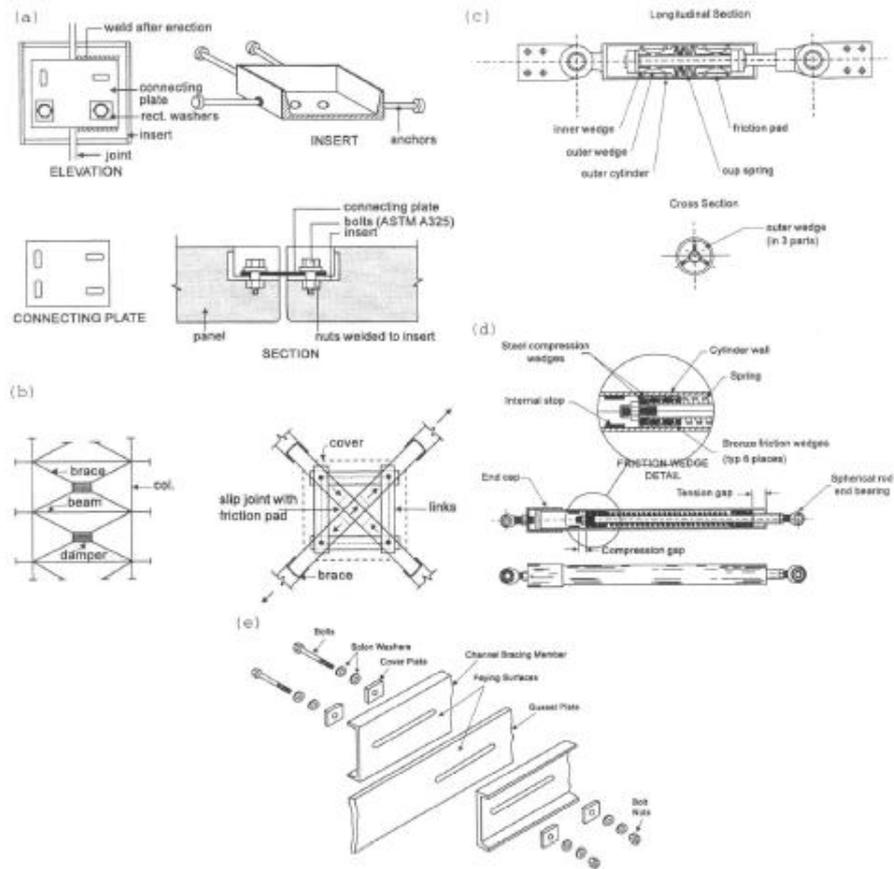


Figura 2.3.1 Dissipatori ad attrito a) Giunto a scorrimento limitato; b) Dissipatore con diagonali ad incrocio; c) Dissipatore Sumitomo; d) Dissipatore EDR; e) Connessione bullonata

Il giunto bullonato a scorrimento limitato LSB, creato da Pall et al. (1980) e mostrato in Figura 2.3.1 (a), è utilizzato per strutture a pannelli di dimensioni notevoli. Esso include delle pastiglie di ferodo tra le piastre di acciaio. La Figura 2.3.1 (b) mostra un design alternativo proposto da Pall and Marsh (1982) per l'applicazione in unione con

diagonali a incrocio in strutture intelaiate, che ancora una volta include pastiglie di ferro tra le due superfici di scorrimento. Versioni moderne di questi dispositivi sono state implementate in numerose strutture in Canada, tuttavia, esse non ebbero molto successo a causa del troppo rumore prodotto nelle strutture flessibili dalle vibrazioni indotte dal vento. Due più recenti dispositivi ad attrito sono mostrati in Figura 2.3.1 (c) e (d), il primo di essi è il dissipatore Sumitomo che ha trovato applicazione in Giappone (Aiken and Kelly 1990). Le pastiglie in lega di rame scorrono lungo la superficie interna del contenitore cilindrico in acciaio. La forza normale richiesta è fornita attraverso l'azione della molla contro il cuneo interno ed esterno. Il dispositivo può essere installato nelle diagonali dei controventi oppure in parallelo alle travi di piano tra la connessione al piano e la configurazione delle diagonali a V. In generale gli spostamenti vengono ridotti rispetto alla configurazione originaria del telaio, i tagli alla base e le accelerazioni vengono poco modificati, e in alcuni casi accresciuti a causa dell'aumento di rigidità della nuova configurazione. La Figura 2.3.1 (d) mostra un dissipatore di energia (EDR) descritto in Nims et al. (1993). In questo modello, la dissipazione si ha sull'interfaccia tra i cunei di bronzo e la superficie cilindrica di acciaio. La combinazione tra cunei, fermi e la molla interna produce una forza d'attrito proporzionale allo spostamento relativo tra le estremità del dispositivo.

La Figura 2.3.1 (e) mostra una tipica connessione bullonata SBC, la quale fornisce una prestazione soddisfacente come elemento di dissipazione di energia ed anche sotto ripetuti cicli di spostamento non presenta decadimento della resistenza, problemi di stabilità e riduzione della capacità di dissipazione (Butterworth and Clifton 2000). Fattori importanti che influenzano la prestazione dell'SBC sono:

- mantenimento della pressione di contatto tra le superfici di scorrimento;
- mantenimento di un coefficiente di attrito più o meno costante tra le superfici;
- evitare la rottura fragile di ogni componente del giunto quando esso raggiunge il limite del range di scorrimento;
- realizzazione e manutenzione semplice ed economica;

Il dispositivo pensato da FitzGerald et al. (1989) impiega componenti di acciaio mentre quello di Grigorian et al. (1993) include piastre in ottone.

I controventi concentrici sono tra i sistemi più efficienti ad assorbire le azioni laterali, combinando resistenza, rigidità, basso peso e semplicità di realizzazione. Sfortunatamente l'utilizzo di diagonali a trazione conduce a scarse prestazioni con potenziali collassi di piano soffice a causa della plasticizzazione irrecuperabile. Una miglior alternativa vede l'utilizzo di giunti scorrevoli per proteggere le diagonali dal

danneggiamento. Gli SBC sono comunemente usati in un telaio controventato posizionandoli a un estremo di ciascuna diagonale e progettati in modo da scorrere prima dello snervamento o dell'instabilità della diagonale. Sono stati anche utilizzati in una singola diagonale ma il bisogno di capacità in compressione dell'SBC conduce a sezioni maggiori.

Una configurazione a K richiede ancora diagonali capaci di resistere a compressione, ma saranno più corte e leggere rispetto a un controvento standard come mostrato in Figura 2.3.2.

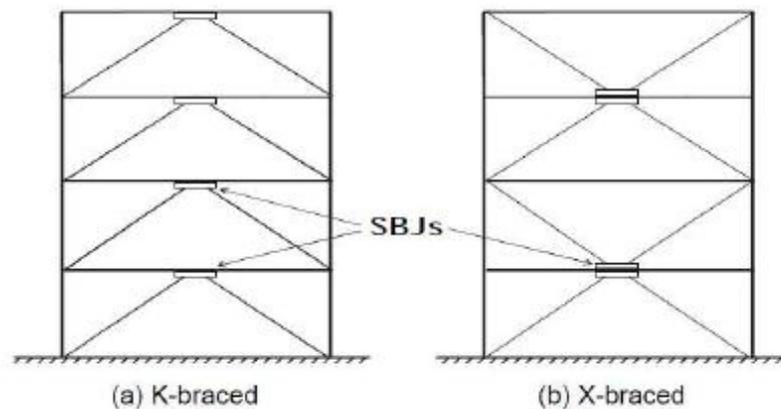


Figura 2.3.2 Configurazioni a K e a X

Lo studio scientifico dell'attrito asciutto (le superfici a contatto rimangono asciutte durante il processo perché si vuole massimizzare la dissipazione, non c'è bisogno di lubrificanti), ha una lunga storia segnata dagli illustri lavori di da Vinci, Amontons e Coulomb. La teoria di base si fonda sulle seguenti ipotesi, che sono state inizialmente desunte da esperimenti fisici con blocchi rettangolari che scorrono su superfici piane:

1. La forza totale attritiva che può svilupparsi è indipendente dall'area della superficie di contatto.
2. La forza totale attritiva che può svilupparsi è proporzionale alla forza normale che agisce sull'interfaccia.
3. Nel caso di scorrimento a basse velocità relative, la forza d'attrito è indipendente dalla velocità.

Come risulta da questa assunzione, all'istante dell'imminente scorrimento e durante lo scorrimento stesso, si può scrivere:

$$F = \mu N \quad (2.3.1)$$

dove F e N rappresentano la forza d'attrito e la forza normale, e μ è il coefficiente d'attrito. Poichè si è osservato che il coefficiente d'attrito è più alto quando lo scorrimento è imminente piuttosto che durante lo scorrimento, spesso si introducono un coefficiente d'attrito statico μ_s e un coefficiente d'attrito dinamico μ_d . In entrambi i casi la forza d'attrito F agisce in modo tangenziale alla superficie di contatto e si oppone al moto.

Per poter estendere la teoria a condizioni più generali, che includono distribuzioni non uniformi di sforzi o superfici non planari, le forze sono sostituite da tensione e la generalizzazione dell'equazione (2.3.1) diviene:

$$\tau_t = \mu \tau_n \quad (2.3.2)$$

in termini di tensioni tangenziali e normali. Nella pratica la teoria di Coulomb è solo approssimativamente vera. Inoltre, il coefficiente d'attrito non sempre rimane costante per una coppia di materiali a contatto. Il valore di μ ad ogni istante dipende non solo dai materiali selezionati, ma anche dalle condizioni attuali dell'interfaccia di scorrimento. Poichè le superfici sono spesso il luogo di numerosi processi fisici e chimici, il coefficiente d'attrito associato può variare considerevolmente nel tempo.

2.3.1 COMPORTAMENTO DEL DISSIPATORE E MODELLAZIONE MACROSCOPICA

E' chiaro che lo sviluppo di modelli per dissipatori ad attrito dipende in maniera considerevole dai risultati di test fisici. La Figura 2.3.1.1 descrive il comportamento isteretico di alcune pastiglie di ferozo soggette a un carico ciclico di ampiezza costante con una procedura a spostamento controllato.

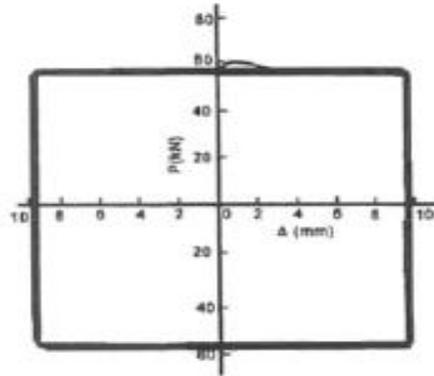


Figura 2.3.1.1 Ciclo di isteresi di un giunto a scorrimento limitato con pastiglie di ferro

Dal comportamento ottenuto da Pall et al. (1980), la caratterizzazione del sistema attritivo con pastiglie di ferro in termini di un modello analitico elastico perfettamente plastico può ritenersi appropriata. Il modello impiegato per simulare il comportamento del giunto bullonato a scorrimento limitato LSB è mostrato in Figura 2.3.1.2 (a) e (b).

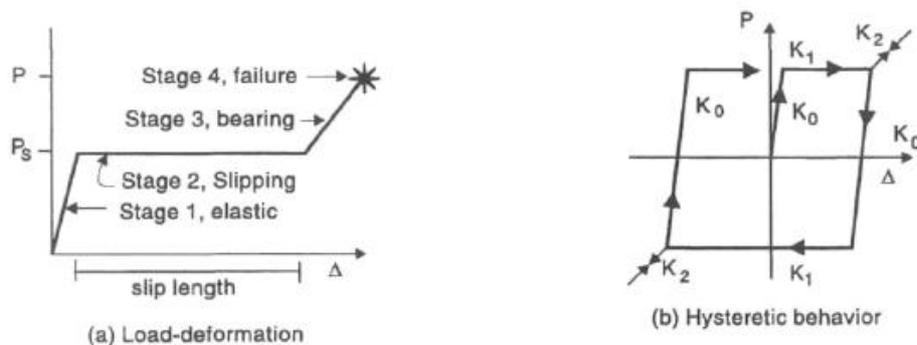


Figura 2.3.1.2 Modello macroscopico per il giunto a scorrimento limitato

Si nota che vi è un primo stato elastico di rigidezza K_0 , superato il carico di scorrimento P_s vi è un secondo stato di scorrimento caratterizzato da una certa duttilità, infine vi è un terzo stato con un aumento di rigidezza relativo al contributo dei bulloni con rigidezza K_2 e poi la rottura definitiva. Δ_b rappresenta lo spostamento in corrispondenza della

fine del tratto di scorrimento. Il modello che assume rigidezza nulla durante lo scorrimento è mostrato di seguito in forma di algoritmo:

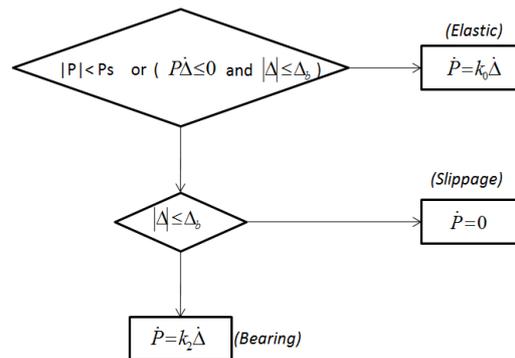


Figura 2.3.1.3 Modello di isteresi

Pall and Marsh (1982) proposero un sistema nel quale le diagonali in un telaio includevano sistemi ad attrito. Tali sistemi utilizzano gli stessi dispositivi a pastiglie di ferodo di cui si è discusso. In una tipica controventatura a X, le diagonali sono progettate per instabilizzarsi per un carico di compressione relativamente basso, quindi le diagonali contribuiscono solo se soggette a trazione. Ne consegue che installando elementi attritivi uniassiali in ciascuna diagonale, lo scorrimento si avrà solo nella direzione di trazione e verrà dissipata una piccola aliquota di energia durante il carico ciclico. Si evidenzia anche che il meccanismo mostrato in Figura 2.3.1.4, durante i cicli di carico, tende a raddrizzare le diagonali instabilizzate e impone lo scorrimento sia in direzione di compressione che di trazione.

Inizialmente Pall e Marsh usarono un semplice modello elasto-plastico per rappresentare il comportamento del sistema dissipatore-controvento. Filiatrault and Cherry (1987) dimostrarono che esso è valido solo se il dispositivo scorre in ogni ciclo, e se lo scorrimento è sempre sufficiente a raddrizzare completamente ogni diagonale instabilizzata. Diversamente il modello di Pall e Marsh sovrastima l'energia dissipata. Per rimediare a questa situazione Filiatrault e Cherry (1989, 1990) proposero un modello macroscopico più dettagliato per il dispositivo nel quale ogni componente del sistema controvento-dissipatore è rappresentato da elementi che riflettono le sue caratteristiche individuali assiali e flettenti. In tal modo, le diagonali strutturali si snervano in trazione e si instabilizzano in compressione, al collegamento (2) viene permesso di snervarsi sia in trazione che in compressione, mentre le pastiglie a freno

sono rappresentate da un modello isteretico corrispondente ai risultati sperimentali ottenuti da Pall et al. (1980). Il modello di Filiatrault e Cherry è mostrato in Figura 2.3.1.4.

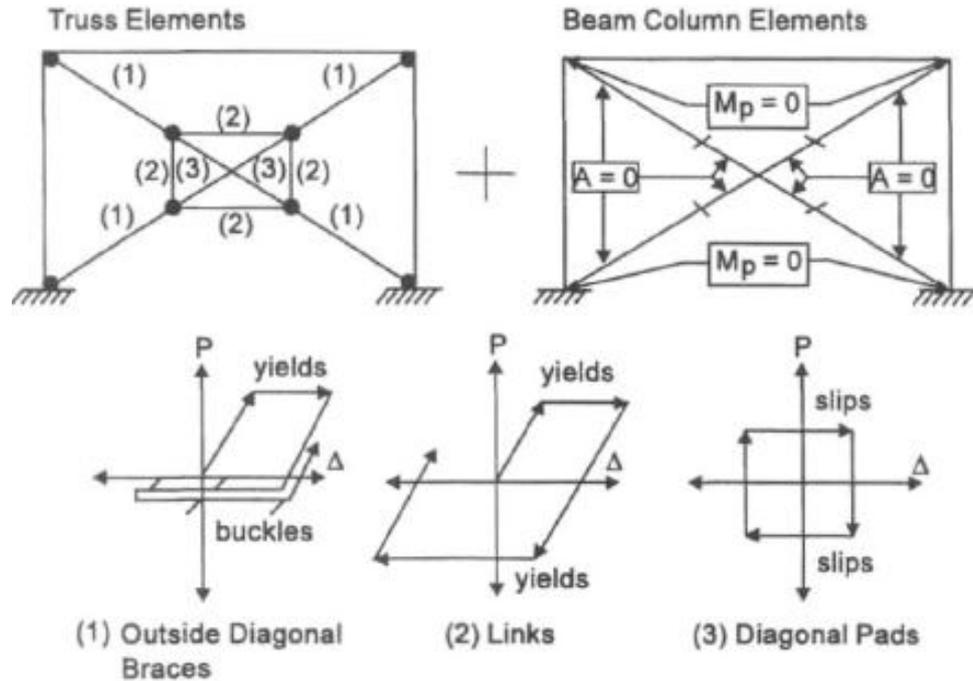


Figura 2.3.1.4 Modello rifinito per dissipatore ad attrito in diagonali a X

Altro dispositivo, già visto in Figura 2.3.1 (e), ovvero la connessione bullonata SBC, è stato investigato da FitzGerald et al. (1989). La Figura 2.3.1.5 mostra i risultati sperimentali ottenuti sotto carichi a spostamento controllato; si vede che nello stato di deformazione 1 la piastra nodale di rinforzo scorre rispetto alle piastre del sistema controventato, mentre nello stato di deformazione 2 c'è anche scorrimento tra le piastre del sistema controventato e le piastre di copertura.

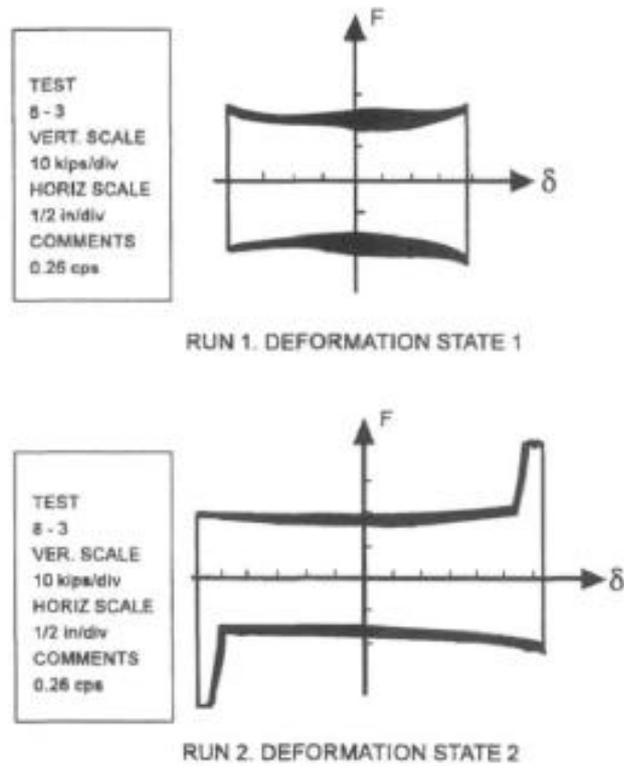


Figura 2.3.1.5 Tipico diagramma deformazione-carico per connessioni bullonate

Si nota che il salto della risposta sperimentale, mostrata in Figura 2.3.1.5, è stato attribuito dagli autori alla presenza delle rondelle a molla Belleville. Dall'altro lato, Grigorian et al. (1993) impiegarono rondelle Belleville nel design di un SBC, ma ottennero un comportamento irregolare come indicato in Figura 2.3.1.6.

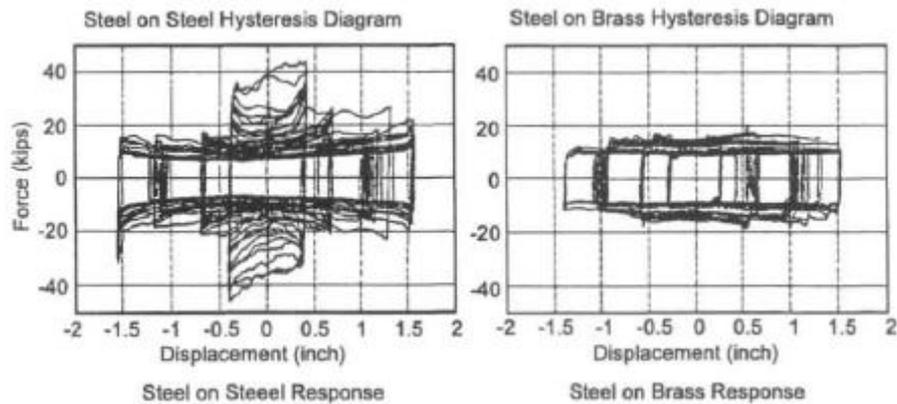


Figura 2.3.1.6 Risposta ciclica di una connessione bullonata

Chiaramente questo tipo di risposta da parte di un componente strutturale critico deve essere ritenuta inaccettabile.

Il dispositivo uniassiale prodotto dalla Sumitomo Metal Industries Ltd. e mostrato in Figura 2.3.1 (c) utilizza un criterio di funzionamento leggermente più complicato. La molla interna precompressa esercita una forza che viene convertita attraverso l'azione dei cunei interno ed esterno in una forza normale sulle pastiglie. Queste pastiglie di lega di rame contengono grafite che provvede a mantenere asciutta la superficie, ciò aiuta a mantenere un consistente coefficiente d'attrito tra le pastiglie e la superficie interna del contenitore d'acciaio. Aiken and Kelly (1990) indicano che la risposta di questi dissipatori è estremamente regolare e ripetibile in cicli di isteresi rettangolari. Inoltre l'effetto della frequenza di carico e l'ampiezza, il numero di cicli, o la temperatura dell'ambiente sono insignificanti sulla risposta del dissipatore. Nonostante non ci siano dati da test sperimentali disponibili in letteratura, sembra che il modello elastico perfettamente plastico definito in Figura 2.3.1.3 sia appropriato per l'analisi strutturale di sistemi che includano tale dispositivo.

L'ultimo dispositivo ad attrito preso in esame è il dissipatore di energia EDR prodotto da Fluor Daniel Inc. e descritto in Figura 2.3.1 (d). La concezione è simile a quella Sumitomo, poiché il dispositivo include una molla interna e cunei racchiusi in un cilindro metallico. Comunque ci sono molti nuovi aspetti che si combinano per produrre caratteristiche di risposta molto differenti. Come indicato in Figura 2.3.1 (d), l'EDR utilizza cunei d'acciaio a compressione e cunei di bronzo ad attrito per trasformare la

forza elastica assiale nella molla in una pressione normale agente esternamente sulle pareti del cilindro. In tal modo la superficie d'attrito è formata dall'interfaccia tra i cunei di bronzo e il cilindro d'acciaio. Il dispositivo è dotato di fermi interni al cilindro in modo da creare un gap in compressione e trazione. Conseguentemente, diversamente dal dispositivo Sumitomo, la lunghezza della molla interna può essere variata durante le operazioni, fornendo una forza di scorrimento frizionale variabile. Il comportamento isteretico è mostrato in Figura 2.3.1.7 per tre differenti configurazioni, la prima rappresenta la risposta ottenuta imponendo nessun gap iniziale e nessun precarico alla molla, la forma triangolare del ciclo d'isteresi indica una forza di scorrimento proporzionale allo spostamento del dispositivo. Con un precarico della molla e gap molto elevati il dispositivo si comporta come un dissipatore standard alla Coulomb. Il modello presentato in Figura 2.3.1.3 è ovviamente applicabile a questo secondo caso. Infine, con un precarico diverso da zero ma nessun gap iniziale si ottiene un ciclo d'isteresi con delle ali.

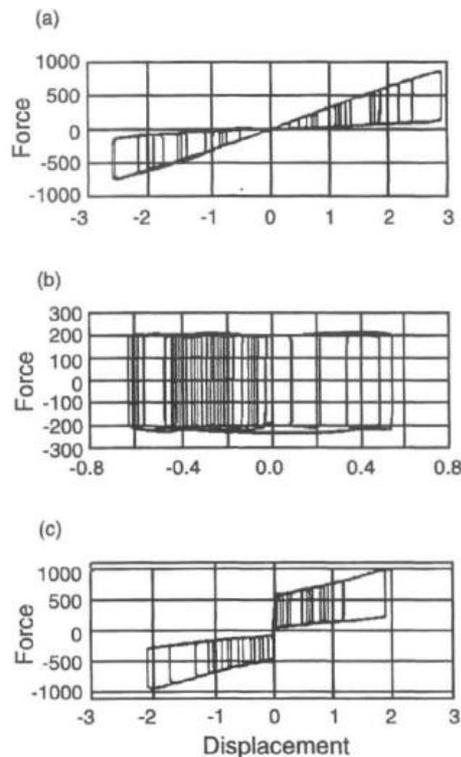


Figura 2.3.1.7 Dati sperimentali per EDR

Consideriamo il caso con gap nulli e nessun precarico, in questo stato iniziale, a causa della mancanza di sforzo nella molla interna, non c'è una pressione normale agente tra i cunei e il contenitore. Comunque, se una forza P viene applicata o in trazione o compressione, la molla di rigidezza K_s , è compressa e ne risulta una resistenza attritiva. Lo spostamento globale del dispositivo può essere espresso come somma dello spostamento della molla Δ_s più quello della connessione e dell'asta Δ_r .

$$\Delta = \Delta_s + \Delta_r \quad (2.3.1.1)$$

Se la rigidezza dell'asta e della connessione è pari a K_3 , si ha

$$P = K_3 \Delta_r = K_1 \Delta \quad (2.3.1.2)$$

dove K_1 è l'effettiva rigidezza totale del dispositivo durante il carico iniziale. La forza nell'elastico diviene:

$$P_s = K_s \Delta_s \quad (2.3.1.3)$$

e la corrispondente resistenza attritiva durante lo scorrimento può essere espressa come:

$$P_f = \alpha K_s \Delta_s \quad (2.3.1.4)$$

Il fattore positivo α , che è minore dell'unità per le applicazioni progettuali, include gli effetti geometrici e attritivi di Coulomb che si hanno nella trasformazione dell'azione dalla forza della molla attraverso i cunei in una resistenza attritiva. Per lo scorrimento durante il carico, l'equilibrio richiede che:

$$P = P_s + P_f \quad (2.3.1.5)$$

Dalle equazioni (2.3.1.1) a (2.3.1.5) si ottiene la seguente espressione per l'effettiva rigidezza:

$$K_1 = \frac{(1 + \alpha) K_s K_3}{(1 + \alpha) K_s + K_3} \quad (2.3.1.6)$$

Quella espressa è semplicemente la rigidezza di un sistema caratterizzato da una combinazione in parallelo di una molla interna e elementi attritivi, $(1 + \alpha) K_s$, in serie con la connessione K_3 . Al momento del seguente scarico del dispositivo, la forza attritiva si riduce immediatamente e si evita un ulteriore scorrimento. Quindi, nella fase iniziale di scarico, lo spostamento della molla rimane costante, la rigidezza del dispositivo è uguale semplicemente alla rigidezza della connessione K_3 . Alla fine, non appena viene ridotta la forza applicata P , si raggiunge un livello nel quale lo

scorrimento si ha nella direzione di scarico. In questo regime, la forza attrittiva si oppone all'azione della molla interna. Risulta che l'effettiva rigidità del dispositivo diviene:

$$K_2 = \frac{(1-\alpha)K_s K_3}{(1-\alpha)K_s + K_3} \quad (2.3.1.7)$$

Il dispositivo EDR è auto-ricentrante, in assenza di forza esterna, la molla interna ritornerà al suo stato di precarico iniziale. Un'adeguata descrizione del modello isteretico per il dispositivo è presentata in Figura 2.3.1.8 e i risultati ottenuti dal modello per carichi ciclici a spostamento controllato sono mostrati in Figura 2.3.1.9.

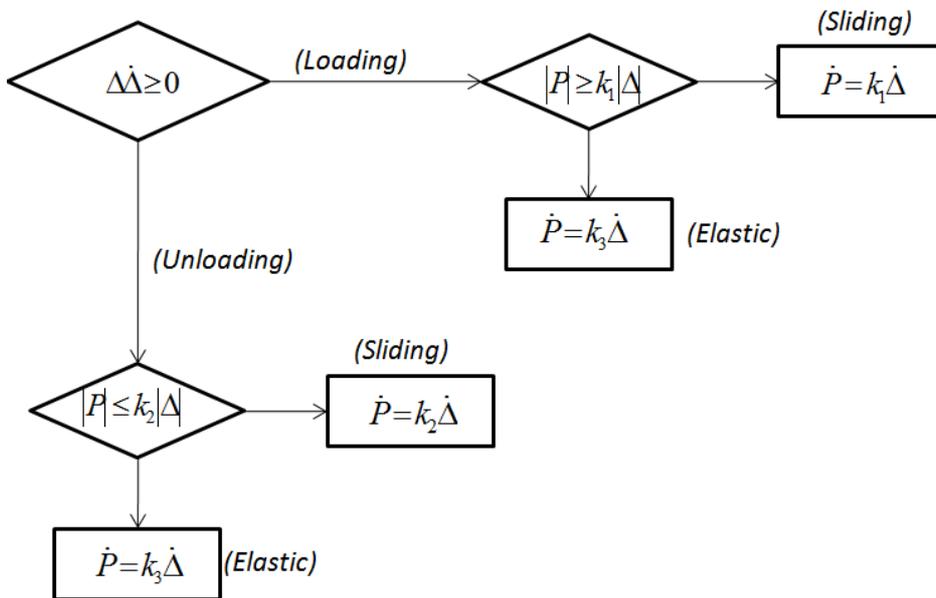


Figura 2.3.1.8 Modello isteretico per EDR con precarico nullo e gap nulli

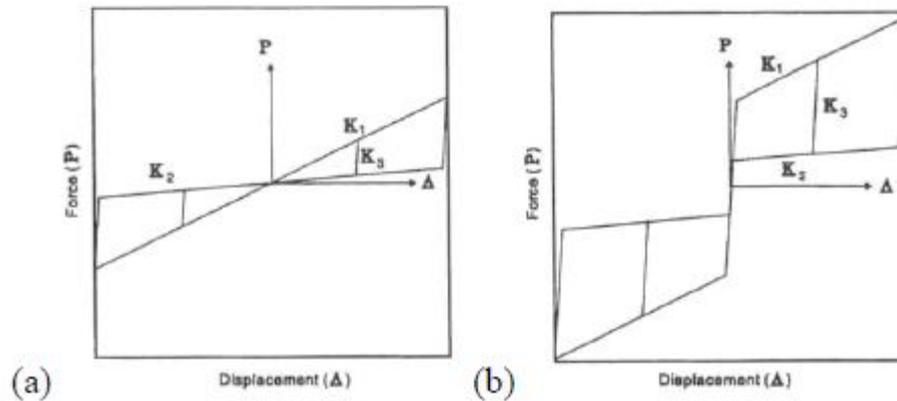


Figura 2.3.1.9 Modello isteretico per EDR a) Nessun gap, precarico nullo; b) Nessun gap, precarico finito

2.4 DISSIPATORI VISCOELASTICI

Le applicazioni dei materiali viscoelastici al controllo delle vibrazioni risale agli anni '50 quando furono per la prima volta utilizzati sugli aerei come mezzo di controllo delle vibrazioni indotte da fatica su cellule aeree (Ross et al. 1959). Da quel momento, tali materiali sono stati usati ampiamente nelle strutture aeree e aerospaziali per la riduzione delle vibrazioni. Le loro applicazioni nelle strutture di ingegneria civile si fanno risalire al 1969 quando 10000 dissipatori viscoelastici furono installati in ciascuna delle Twin Towers del World Trade Center a New York per limitare gli effetti del vento. Le applicazioni sismiche dei dissipatori viscoelastici hanno invece una origine più recente. Nelle applicazioni sismiche, è richiesta una dissipazione maggiore rispetto a quella richiesta per la mitigazione delle vibrazioni indotte da vento, inoltre l'input energetico è usualmente diffuso su un ampio range di frequenze, su cui è richiesto il funzionamento dei materiali viscoelastici.

I materiali viscoelastici usati nelle applicazioni strutturali sono tipicamente copolimeri o sostanze vetrose che dissipano energia se soggette a deformazione di taglio. Un tipico dissipatore viscoelastico e la sua integrazione in una maglia strutturale sono mostrati in Figura 2.4.1, esso consiste in strati viscoelastici vincolati da piastre di acciaio.

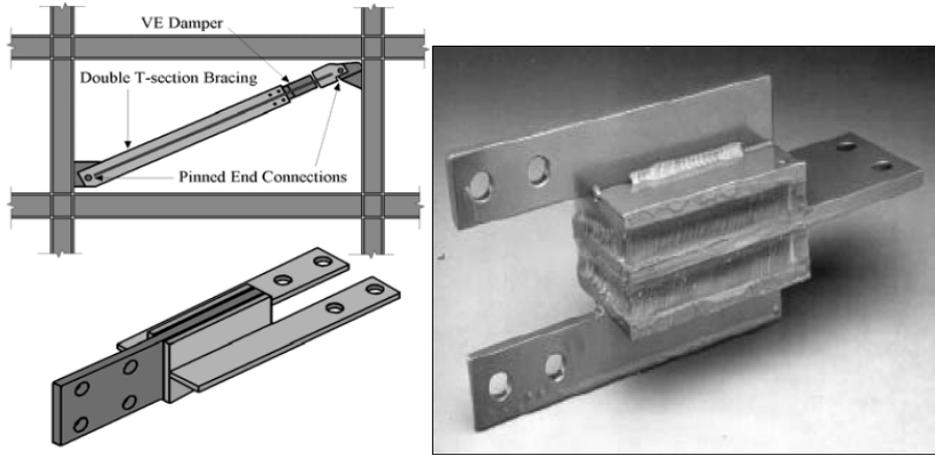


Figura 2.4.1 Tipico dissipatore viscoelastico

Quando le vibrazioni strutturali inducono un moto relativo tra le flange d'acciaio esterne e la piastra centrale si ha deformazione di taglio e dissipazione di energia.

In questa tipologia di dispositivi lo sforzo di taglio può essere scritto come:

$$\tau(t) = \gamma_0 [G'(\omega) \sin \omega t + G''(\omega) \cos \omega t] \quad (2.4.1)$$

dove

$$G'(\omega) = \frac{\tau_0}{\gamma_0} \cos \delta \quad (2.4.2)$$

$$G''(\omega) = \frac{\tau_0}{\gamma_0} \sin \delta \quad (2.4.3)$$

in cui γ_0 e τ_0 sono, rispettivamente, la tensione e la deformazione di taglio di picco (Figura 2.4.2) e δ è l'angolo di fase. La Figura 2.4.2 rappresenta la risposta del dissipatore viscoelastico nel piano tensione-deformazione, l'area interna alla curva di isteresi fornisce l'energia dissipata dal materiale viscoelastico per unità di volume e per ciclo di oscillazione. Essa è data da:

$$E_D = \int_0^{2\pi} \tau(t) \dot{\gamma}(t) dt = \pi \gamma_0^2 G''(\omega) \quad (2.4.4)$$

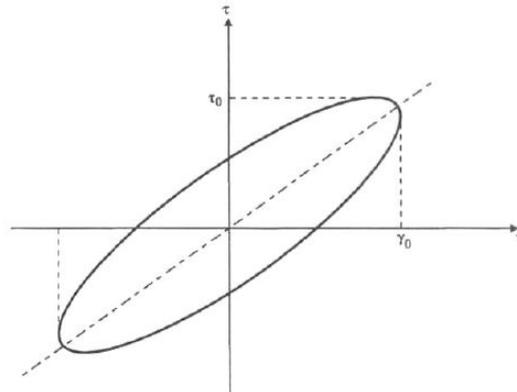


Figura 2.4.2 Diagramma tensione e deformazione

Si è visto che i due moduli G' e G'' determinano il comportamento dinamico del materiale viscoelastico lineare soggetto a un'eccitazione armonica. Questi moduli sono generalmente funzione della pulsazione dell'eccitazione (ω), della temperatura dell'ambiente (T), della deformazione di taglio (γ), e della temperatura del materiale (θ). Un espediente per stimare la dipendenza da questi parametri è eseguire esperimenti su campioni viscoelastici facendoli variare in un range ritenuto rappresentativo delle condizioni del sistema reale. In una serie di questi test (Chang et al. 1993), sono stati usati tre tipi di dissipatori viscoelastici (A, B e C) con configurazioni distinte per dimensioni e tipo di materiale viscoelastico utilizzato. Il tipo C è fatto di un materiale differente da quello che costituisce le altre due configurazioni. In Figura 2.4.3 sono mostrate le caratteristiche geometriche dei dissipatori quali area, spessore e volume.

Type	Area(in ²)	Thickness (in)	Volume (in ³)
A	$1.0 \times 1.5 = 1.50$	0.20	0.30
B	$2.0 \times 1.5 = 3.00$	0.30	0.90
C	$6.0 \times 3.0 = 18.0$	0.15	2.70

Figura 2.4.3 Dimensioni dei dissipatori viscoelastici

I dissipatori sono stati testati a differenti temperature, frequenze e range deformativi. Dalle curve forza-spostamento dei dissipatori soggetti a eccitazioni sinusoidali con frequenza di 3.5 Hz e deformazione del 5% a due temperature, come mostrato in Figura 2.4.4, si nota che tutti i cicli di isteresi hanno una forma abbastanza regolare con una buona dissipazione di energia.

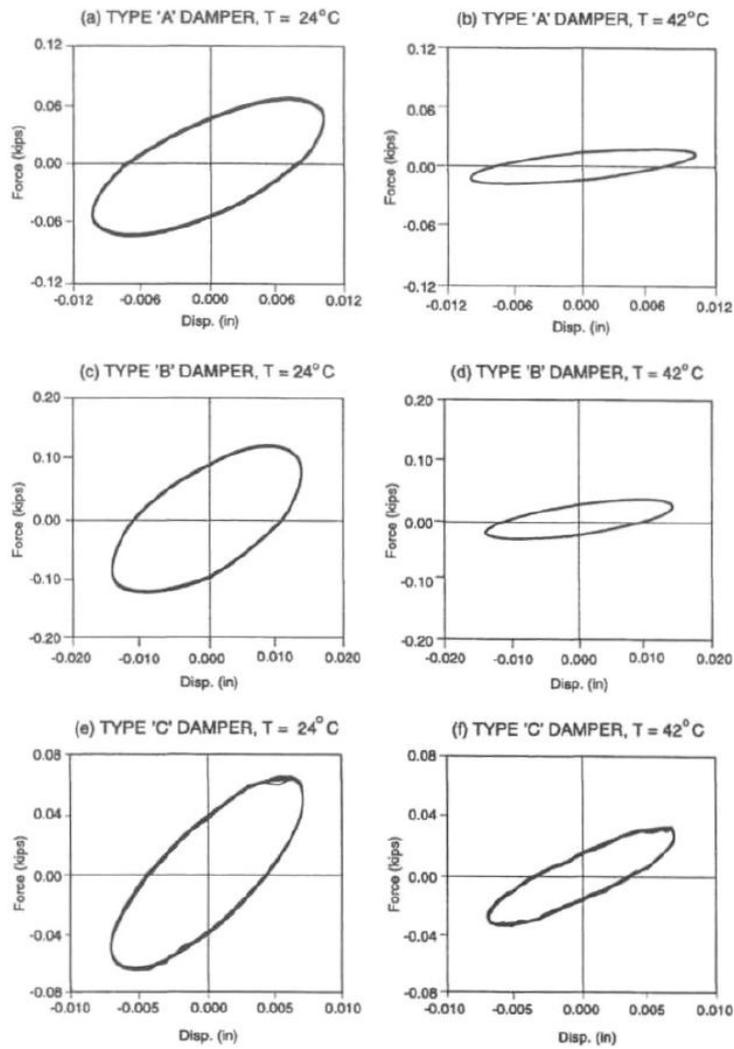


Figura 2.4.4 Raffronto delle tre relazioni forza-spostamento (5% di deformazione, 3.5 Hz)

Si nota dalla Figura 2.4.4 che la rigidità del dissipatore e la quantità di energia dissipata in un ciclo diminuiscono all'aumentare della temperatura dell'ambiente per tutti i tipi di dissipatori. Quindi sia il modulo elastico che il modulo di dissipazione diminuiscono al crescere della temperatura, mentre aumentano al crescere della frequenza come mostrato in Figura 2.4.5.

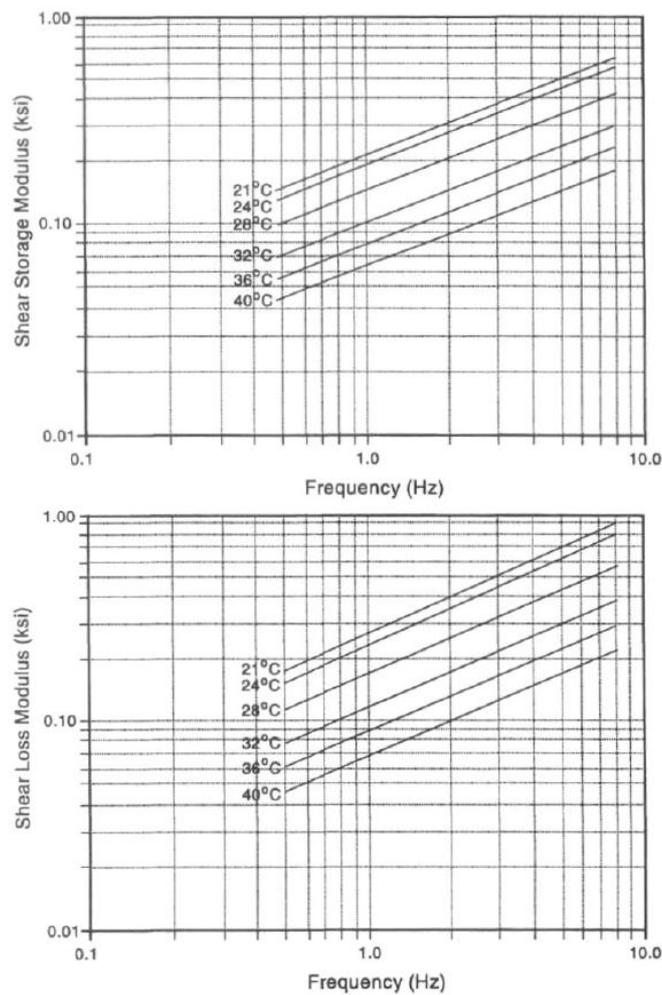


Figura 2.4.5 Dipendenza dello shear storage modulus e dello shear loss modulus dalla frequenza e dalla temperatura

Osservazioni di campo e esperimenti di laboratorio hanno mostrato che durante ciascun ciclo di carico sismico la temperatura all'interno del materiale aumenta tipicamente meno di 10°C ed ha un effetto trascurabile sulle prestazioni del dissipatore viscoelastico.

Dalla Figura 2.4.5 si nota che ad una data temperatura dell'ambiente e per deformazioni moderate, la tensione in un materiale viscoelastico è relazionata linearmente alla deformazione e alla velocità di deformazione se soggetto ad un moto armonico. Test sperimentali (Bergman and Hanson 1993; Lobo et al. 1993; Chang et al. 1995) hanno mostrato che il comportamento del dissipatore viscoelastico può essere modellato usando il modello di Kelvin della viscoelasticità.

2.5 DISSIPATORI FLUIDO VISCOSI

Il dissipatore fluido viscoso VF, ampiamente utilizzato in campo militare e nell'industria aerospaziale, per molti anni, è stato recentemente adattato per applicazioni strutturali nel settore dell'ingegneria civile. Infatti una delle principali ragioni del ritmo relativamente rapido di realizzazione di dissipatori fluido viscosi è la loro lunga storia di successo delle applicazioni in campo militare. Poco dopo la guerra fredda terminata nel 1990, la tecnologia alla base del tipo di dissipatori fluido viscosi che è più comunemente usata oggi (cioè, dissipatori con orifizi per il controllo fluidico) è stata resa disponibile per uso civile (Lee and Taylor 2001). L'applicazione della tecnologia di smorzamento liquido alle strutture civili si è sviluppata dopo che i primi progetti di ricerca sono stati completati con l'applicazione dei dissipatori fluidi su un edificio intelaiato in acciaio (Constantinou and Symans 1993a) e su una struttura di un ponte isolato (Tsopelas et al. 1994).

Un dissipatore VF consiste generalmente in un pistone alloggiato all'interno di un dispositivo riempito con un composto di silicone liquido o un tipo simile di olio, e il pistone è costituito da piccoli fori attraverso i quali il fluido può passare da una parte all'altra del pistone (Constantinou and Symans 1993a). Infatti quando l'asta del pistone e la testa del pistone sono in moto relativo rispetto alla struttura di sostegno, il fluido è costretto a fluire attraverso aperture presenti sia intorno che sulla la testa del pistone.

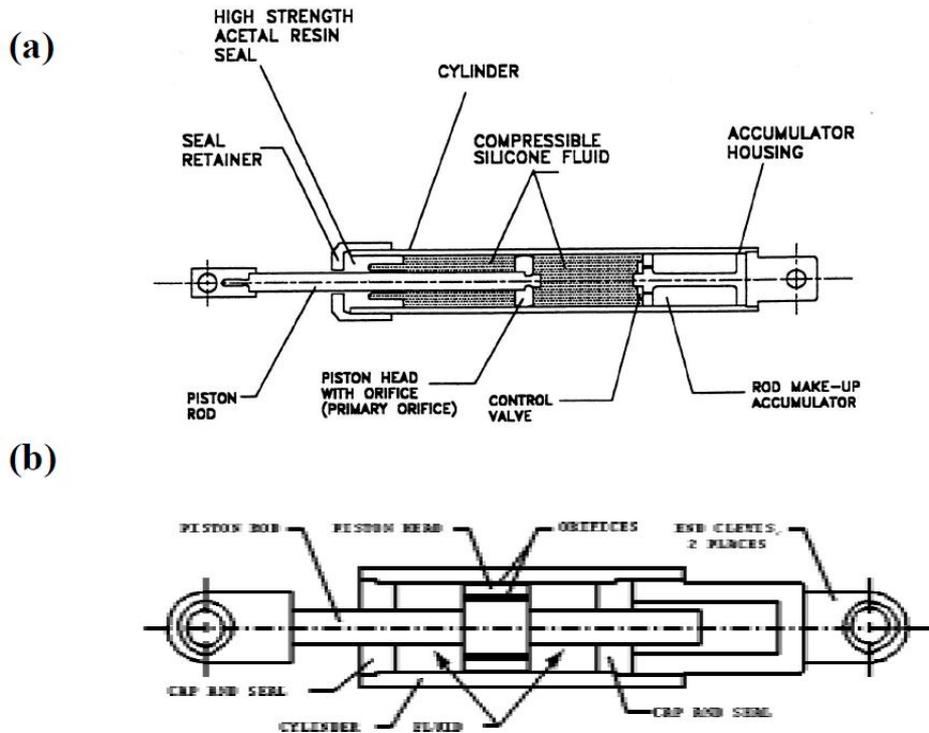


Figura 2.5.1 Sezioni longitudinali di un dissipatore fluido viscoso

Il differenziale risultante di pressione (pressioni molto elevate sul lato a monte e la pressione molto bassa sul lato a valle) può produrre forze molto grandi che si oppongono al movimento relativo del dissipatore (Lee and Taylor 2001). Il fluido scorre ad alte velocità, con conseguente sviluppo di attrito tra le particelle del fluido e la testa del pistone. Le forze di attrito danno luogo a dissipazione di energia sotto forma di calore. Così, i dissipatori VF dissipano energia attraverso il movimento di un pistone in un fluido viscoso basato sul concetto di “fluid orificing”. La Figura 2.5.1 contiene due tipiche sezioni longitudinali di dissipatori fluido viscosi.

Se il comportamento è puramente viscoso, la forza di dissipazione e la velocità dovrebbero rimanere in fase. Tuttavia, per una configurazione dello smorzatore mostrato in Figura 2.5.1 (a), il volume per immagazzinare il fluido subisce delle variazioni mentre il pistone comincia a muoversi. Ne consegue che si sviluppa una forza elastica in fase con lo spostamento piuttosto che con la velocità. L'introduzione di un

accumulatore è usata per risolvere tale problema. Tuttavia, per i movimenti ad alta frequenza, la valvola dell'accumulatore può operare in modo impreciso e, di conseguenza, la forza elastica può comunque svilupparsi.

Anche per tali dissipatori l'aumento associato di temperatura può essere significativo, in particolare, quando il dispositivo è sottoposto a movimenti di lunga durata o di grande ampiezza (Makris 1998; Makris et al. 1998). Sono disponibili meccanismi per compensare l'aumento di temperatura in modo tale che l'influenza sul comportamento del dispositivo sia minima (Soong and Dargush 1997). Tuttavia, l'aumento di temperatura può essere preoccupante a causa del potenziale danno indotto dal calore alle guarnizioni del dispositivo. In questo caso, la temperatura può essere ridotta, riducendo il differenziale di pressione su tutta la testa del pistone (ad esempio, utilizzando un dissipatore con la testa del pistone più grande) (Makris et al. 1998). È interessante notare che, sebbene il dispositivo è chiamato dissipatore viscoso fluido, il fluido ha in genere una viscosità relativamente bassa (ad esempio olio di silicone, aventi viscosità cinematica dell'ordine di $0.001 \text{ m}^2/\text{s}$ a 20° C). Il termine dissipatore a fluido viscoso è associato al comportamento macroscopico del dispositivo che è essenzialmente lo stesso di quello di un ideale dashpot viscoso lineare o non lineare (vale a dire, la resistenza è direttamente o indirettamente correlata alla velocità).

La Figura 2.5.2 (a) mostra il ciclo di isteresi di un comportamento puramente viscoso lineare. Il ciclo è una perfetta ellisse. L'assenza di rigidità non fa variare la frequenza naturale di una struttura integrata con il dispositivo. Questo vantaggio semplifica la procedura per la progettazione di una struttura con annessi dispositivi viscosi.

Tuttavia, se il dissipatore sviluppa forze elastiche, il ciclo varia dalla geometria della Figura 2.5.2 (a) a quella della Figura 2.5.2 (b). In altre parole, si trasforma da un comportamento viscoso ad un comportamento viscoelastico.

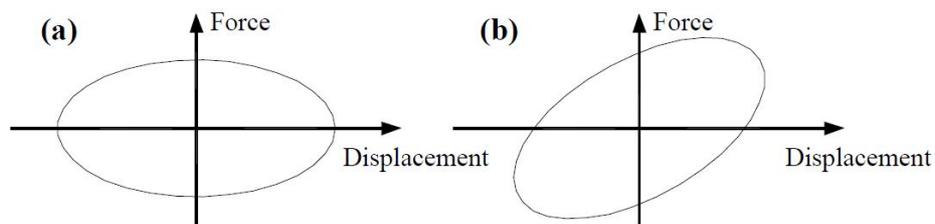


Figura 2.5.2 Cicli di isteresi di dissipatori con comportamento puramente viscoso e viscoelastico

Analisi dei dati sperimentali (Seleemah and Constantinou 1997) hanno dimostrato che un adeguato modello matematico per descrivere il comportamento di dissipatori fluido viscosi lineari e non lineari è dato dalla seguente relazione forza-velocità:

$$F_d(t) = c \cdot (\dot{u}_d(t))^\alpha = c \cdot |\dot{u}_d(t)|^\alpha \operatorname{sgn}[\dot{u}_d(t)] \quad (2.5.1)$$

in cui $F_d(t)$ è la forza sviluppata dal dissipatore; $u_d(t)$ è lo spostamento del dispositivo, “c” è il coefficiente di smorzamento; α è l’esponente il cui valore è determinato dalla geometria della testa del pistone; $\operatorname{sgn}[\cdot]$ è la funzione signum, e il puntino indica la derivata prima rispetto al tempo, t. Il modello fisico, corrispondente all’equazione (2.5.1) è un dashpot non lineare viscoso. Per le applicazioni di protezione sismica, l’esponente ha in genere un valore compreso tra circa 0.3 a 1.0. Per α pari all’unità, il dissipatore può essere descritto come un ideale dashpot lineare viscoso. Il dissipatore con $\alpha = 1$ è chiamato smorzatore viscoso lineare in quanto la forza dissipatrice è proporzionale alla velocità relativa. I dissipatori con α maggiore di 1 non sono molto diffusi in applicazioni pratiche. Il dissipatore con α inferiore a 1 è chiamato smorzatore viscoso non lineare, che è efficace nel ridurre al minimo gli shock ad alta velocità.

La Figura 2.5.3 mostra la forza rapportata alla velocità per i tre diversi tipi di dissipatori viscosi. Questa figura dimostra l’efficienza dei dissipatori non lineari nel ridurre al minimo gli shock ad alta velocità.

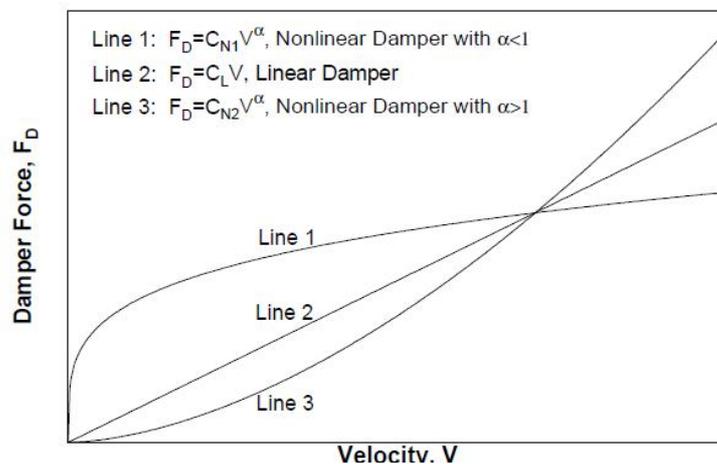


Figura 2.5.3 Relazione forza-velocità di dissipatori viscosi

Per una velocità relativamente piccola, i dissipatori con un valore di α inferiore a 1 possono fornire una forza di smorzamento maggiore rispetto agli altri due tipi di dissipatori. Considerando un moto armonico, di pulsazione ω , l'espressione dell'energia dissipata per ciclo, ottenuta integrando l'equazione (2.5.1), è la seguente (Symans and Constantinou 1998):

$$E_D = 4F_{d,0}u_{d,0}2^\alpha \left(\frac{\Gamma^2(1+\alpha/2)}{\Gamma(2+\alpha)} \right) = \lambda F_{d,0}u_{d,0} \quad (2.5.2)$$

dove $F_{d,0}$ = forza massima sviluppata dallo smorzatore; $u_{d,0}$ = picco di spostamento nel dissipatore; Γ = funzione gamma; λ = parametro il cui valore dipende esclusivamente dall'esponente della velocità. Per una data forza e ampiezza di spostamento, l'energia dissipata per ogni ciclo da un dissipatore non lineare fluido è più grande, di un fattore λ/π , del caso lineare e aumenta monotonamente al ridursi dell'esponente della velocità (fino ad un limite teorico di $4/\pi=1.27$ che corrisponde ad un esponente della velocità pari a zero) (Figura 2.5.4). Per una determinata frequenza di movimento ed ampiezza di spostamento $u_{d,0}$, per dissipare la stessa quantità di energia per ciclo, il coefficiente di smorzamento dello smorzatore non lineare, c_{NL} , deve essere maggiore di quello del dissipatore lineare, c_L , come indicato da:

$$c_{NL} = c_L \frac{\pi}{\lambda} (\omega u_{d,0})^{1-\alpha} \quad (2.5.3)$$

Per fare un esempio, per una frequenza di 1.0 Hz e ampiezza di spostamento di 5 cm (circa il 2% di spostamento di piano, se i dissipatori sono installati orizzontalmente all'interno di una configurazione chevron brace), il coefficiente di smorzamento di un dissipatore non lineare con esponente della velocità di 0.5 deve essere circa tre volte superiore a quella di uno smorzatore lineare per dissipare la stessa quantità di energia per ciclo.

Quindi i dissipatori non lineari possono essere utilizzati per limitare il taglio alla base a patto di accettare una riduzione della capacità di dissipazione di energia rispetto al caso di dissipatori lineari nel caso di non piccole velocità.

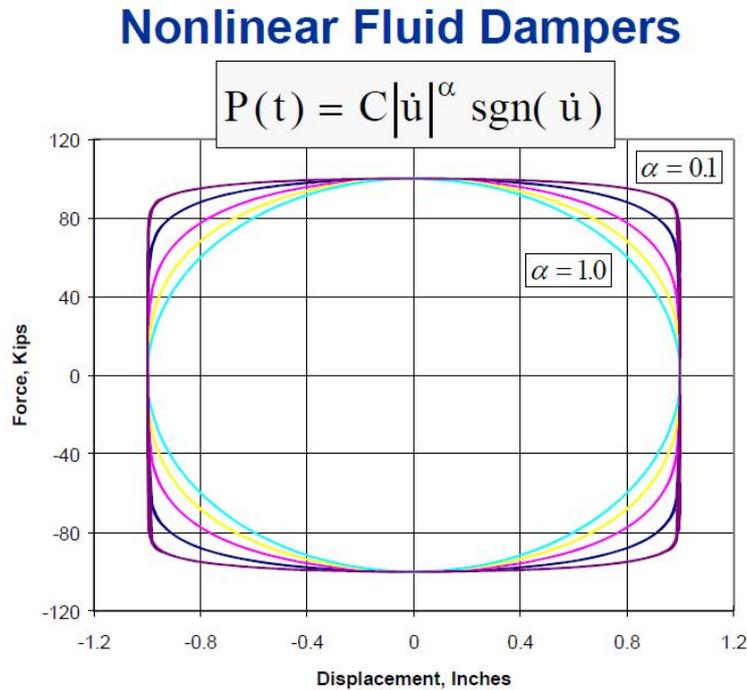


Figura 2.5.4 Diagramma forza spostamento per dissipatori viscosi lineari e non lineari

Si noti che un'espressione equivalente all'equazione (2.5.3) è stata derivata da Filiatrault et al. (2001) in cui si spiega che, dopo aver individuato idonei coefficienti di smorzamento lineare per soddisfare alcuni criteri di progettazione, l'equazione può essere utilizzata per stimare i valori iniziali dei coefficienti di smorzamento non lineare.

I dispositivi fluido viscosi (VF) sviluppati di recente comprendono anche pareti viscosi (Soong and Spencer 2002). La parete viscosa, sviluppata da Sumitomo Construction Company, è costituita da un piatto che si sposta in un rivestimento sottile di acciaio riempito con un fluido altamente viscoso.

Si ricorda che, in molte applicazioni, tali dissipatori sono stati utilizzati in combinazione con i sistemi di isolamento sismico per evitare al sistema una deformazione di grandi dimensioni (Symans et al. 2008; Hwang and Huang 2003). Ad esempio, nel 1995, dissipatori VF sono stati inseriti in un sistema con isolamento alla base per i cinque edifici del San Bernardino Country Medical Center, situato nei pressi di due linee di faglia. I cinque edifici hanno richiesto un totale di 233 ammortizzatori, ciascuno con

una resistenza di 320 000 lb e capace di generare un livello di dissipazione di energia di 2206 kw ad una velocità di 1.5 m/s. Un'immagine del sistema assemblato damper-isolation è mostrata in Figura 2.5.5 e la Figura 2.5.6 indica le dimensioni dei dissipatori viscosi impiegati.

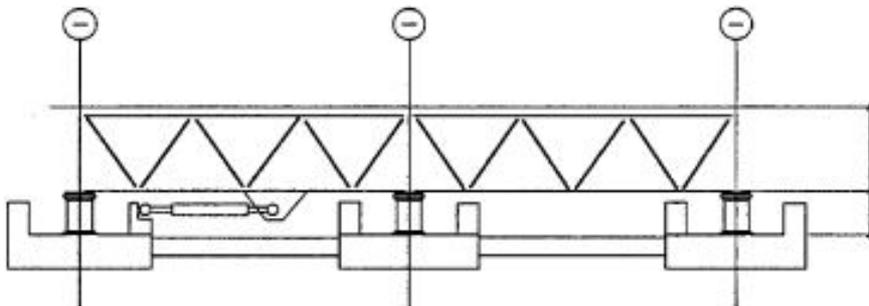


Figura 2.5.5 Assemblaggio di isolamento alla base e dissipatori del Centro medico di San Bernardino

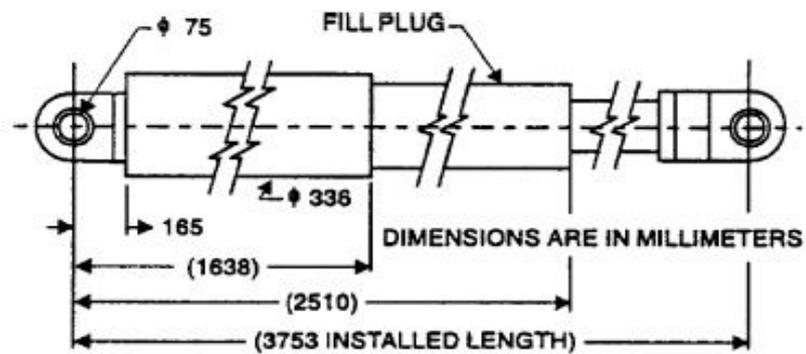


Figura 2.5.6 Dimensioni dei dissipatori viscosi del Centro medico di San Bernardino

Quando i dissipatori fluido viscosi sono inclusi in un sistema resistente di una struttura migliorano la risposta ai carichi laterali aumentando il fattore di smorzamento dal 2-5%, tipico delle costruzioni, al 20-30% di quello critico, ciò riduce molto le accelerazioni e gli spostamenti della struttura.

Infine come alternativa al dissipatore fluido viscoso sono stati sviluppati dissipatori fluidi viscoelastici, che sono intenzionalmente progettati per fornire rigidità in aggiunta allo smorzamento, e recentemente sono disponibili anche per applicazioni strutturali (Miyamoto et al. 2003). Questi dissipatori forniscono le forze di smorzamento attraverso il fluid-orificing e le forze elastiche attraverso la compressione di un elastomero. Così, più precisamente, i dissipatori possono essere indicati come dissipatori viscoelastici fluidi o solidi.

2.5.1 CONSIDERAZIONI PROGETTUALI PER L'IMPIEGO DEI SISTEMI VISCOSI DI DISSIPAZIONE PASSIVA DI ENERGIA

Le applicazioni dei sistemi dissipativi come tecniche di adeguamento sismico sono state utilizzate per limitare la domanda anelastica nelle connessioni delle strutture sia in acciaio che in calcestruzzo (Symans et al. 2008). I miglioramenti che si possono ottenere da questo tipo di adeguamento possono essere molto competitivi dal punto di vista dei costi se comparati al tradizionale approccio riabilitativo. Assumendo una controventatura di supporto e una connessione perfettamente rigide e assumendo una risposta elastica, i dissipatori fluido viscosi lineari producono forze (componente proporzionale alla velocità) su un dato piano che sono fuori fase di 90° rispetto alle forze agenti nello stesso piano. Perciò la massima forza viscosa si ha quando gli altri sforzi sono nulli. Questa è una caratteristica sfruttabile specialmente nel caso di strutture esistenti che potrebbero non avere abbastanza capacità di sopportare le forze esercitate dai dissipatori. Nel caso in cui lo smorzamento è distribuito proporzionalmente e considerando solo la risposta del modo fondamentale, l'impatto delle forze viscosi sulla struttura di fondazione esistente può essere minimo, e perciò le fondazioni, che sono costose e complicate da rinforzare, richiedono un minimo rinforzo se non nullo. Una disposizione sfalsata dei dissipatori su più livelli può incrementare lo sforzo assiale nelle colonne e ridurre quindi la loro capacità di sopportare le sollecitazioni flettenti rendendole più vulnerabili. Una disposizione più razionale che vede una continuità nella trasmissione dello sforzo sino alle fondazioni può eliminare tale effetto.

In realtà esiste anche una componente proporzionale agli spostamenti che è in fase con gli spostamenti e quindi con gli sforzi massimi della struttura a causa della flessibilità della controventatura di supporto e della connessione (Constantinou et al. 1998; Fu and Kasai 1998).

Le forze elastiche e quella viscosa possono presentare uno sfasamento minore, a causa della flessibilità della controventura di supporto e della connessione (Constantinou et al. 1998; Fu and Kasai 1998), degli effetti dovuti a modi superiori, e degli effetti dovuti a uno smorzamento non proporzionale.

È importante sottolineare che per violenti sismi, una gran parte delle strutture che impiegano dissipatori viscosi mostra una risposta anelastica, in tal caso le forze viscosi e anelastici si possono sommare causando significativi aumenti nel taglio alla base. Integrando una struttura con dispositivi di dissipazione passiva si introduce un nuovo requisito importante nel quale le deformazioni lungo il percorso di carico attraverso tutti i dissipatori e gli elementi del sistema principale devono essere incluse nell'analisi (non possono essere assunti azioni da diaframma rigido). Collapsi dovuti a tali deformazioni possono ridurre l'efficacia dei dissipatori al punto da non avere alcuna riduzione della risposta (Fu and Kasai 1998; Lin and Chopra 2003; Charney and Menamara 2002, 2008).

2.5.1.1 I FATTORI DI COMBINAZIONE DI CARICO CF1 E CF2 DEL FEMA 273

Per una struttura lineare elastica con un dissipatore viscoso, in generale non lineare, sotto una vibrazione armonica con pulsazione naturale, ω , lo spostamento e la velocità a regime possono essere espresse come (Hwang and Huang 2003; Hwang et al. 2008; Hwang 2005):

$$\begin{aligned} u &= u_0 \cos \omega t \\ \dot{u} &= -\omega u_0 \sin \omega t \end{aligned} \quad (2.5.1.1.1)$$

L'azione resistente totale è pari a:

$$F = ku + c|\dot{u}|^\alpha \operatorname{sgn}(\dot{u}) \quad (2.5.1.1.2)$$

dove k è la rigidezza del sistema ed è uguale a $m\omega^2$. La Figura 2.5.1.1.1 mostra questo rapporto forza spostamento.

Nel caso di dispositivi lineari, per descrivere un comportamento di risposta complessivo viscoelastico, si può scrivere:

$$F = F_0 \cos(\omega t + \delta) \quad (2.5.1.1.3)$$

dove F è la forza di risposta del sistema; F_0 è l'ampiezza della forza; δ è l'angolo di fase.

Dal momento che la forza dei dissipatori viscosi e la risposta in termini di spostamento del telaio sono fuori fase, è difficile determinare la forza interna di ciascun membro della struttura attraverso la procedura statica. Pertanto le linee guida FEMA 273 (ATC 1997b) suggeriscono di verificare le azioni sui componenti degli edifici nelle seguenti tre fasi di deformazione, e la massima azione risultante dovrebbe essere utilizzata per la progettazione.

1. Fase di spostamento massimo: che è rappresentata dal punto A della Figura 2.5.1.1.1.
2. Fase di velocità massima e spostamento nullo: che è rappresentata dal punto B della Figura 2.5.1.1.1.
3. Fase di accelerazione di piano massima: che è rappresentata dal punto C della Figura 2.5.1.1.1.

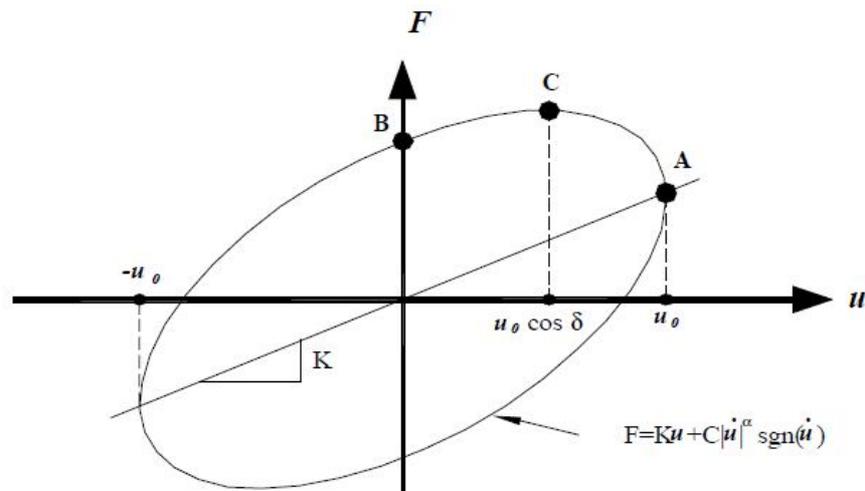


Figura 2.5.1.1.1 Relazione forza-spostamento di una struttura con dissipatori viscosi

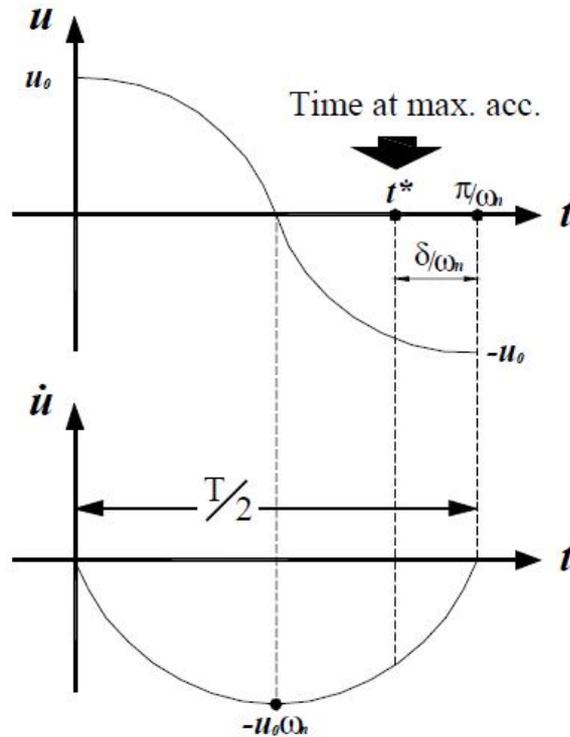


Figura 2.5.1.1.2 Moto armonico di una struttura con dissipatori viscosi

In Figura 2.5.1.1.2 è rappresentato un esempio dell'andamento temporale delle due grandezze, spostamento e velocità, e gli istanti in cui si hanno i massimi dello spostamento, della velocità e dell'accelerazione.

Inoltre, le linee guida FEMA 273 (ATC 1997b) consigliano una procedura per calcolare la forza dell'elemento nel momento dell'accelerazione massima. La procedura indica che le azioni di progetto dei componenti devono essere determinate come la somma delle "azioni determinate nella fase di spostamento massimo" per CF_1 e delle "azioni determinate nella fase di massima velocità" per CF_2 , dove

$$\begin{aligned} CF_1 &= \cos(\tan^{-1}(2\xi)) \\ CF_2 &= \sin(\tan^{-1}(2\xi)) \end{aligned} \quad (2.5.1.1.4)$$

in cui ξ è lo smorzamento complessivo del sistema, pari alla somma dello smorzamento proprio della struttura ζ_s e quello prodotto dai dissipatori ζ_d :

$$\xi = \zeta_s + \zeta_d \quad (2.5.1.1.5)$$

Per il caso di dissipatori lineari ($\alpha = 1$), è valida la relazione seguente:

$$\delta = \tan^{-1}(2\xi_d) \quad (2.5.1.1.6)$$

valore che viene adottato dalle linee guida FEMA 273 (ATC 1997b) per i dissipatori lineari.

Tuttavia, i fattori delle due combinazioni di carico nella stesura originaria risultarono inappropriati per strutture con smorzatori viscosi non lineari. Le formule sono state così riviste da Ramirez et al. (2001) e adottate nelle linee guida NEHRP (BSSC 2004). Pertanto, i fattori delle combinazione di carico, rivisti per i dissipatori viscosi non lineari, risultano:

$$\begin{aligned} CF_1 &= \cos \delta \\ CF_2 &= \sin^\alpha \delta \end{aligned} \quad (2.5.1.1.7)$$

2.6 CONFRONTO TRA I DISPOSITIVI DI DISSIPAZIONE PASSIVA

Una sintesi dei dispositivi di dissipazione passiva di più diffuso utilizzo è presentata in Figura 2.6.1, nella quale sono mostrati lo schema del dispositivo reale, le caratteristiche costruttive, la risposta isteretica ideale, il modello fisico associato e i principali vantaggi e svantaggi.

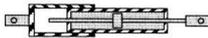
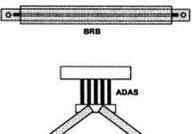
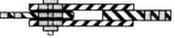
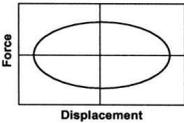
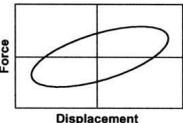
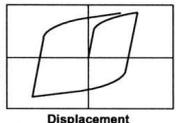
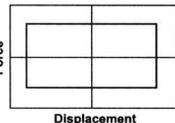
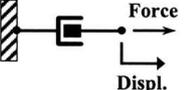
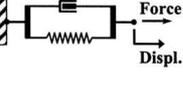
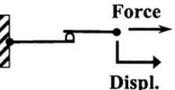
	Viscous Fluid Damper	Viscoelastic Solid Damper	Metallic Damper	Friction Damper
Basic Construction				
Idealized Hysteretic Behavior				
Idealized Physical Model			Idealized Model Not Available	
Advantages	<ul style="list-style-type: none"> - Activated at low displacements - Minimal restoring force - For linear damper, modeling of damper is simplified. - Properties largely frequency and temperature-independent - Proven record of performance in military applications 	<ul style="list-style-type: none"> - Activated at low displacements - Provides restoring force - Linear behavior, therefore simplified modeling of damper 	<ul style="list-style-type: none"> - Stable hysteretic behavior - Long-term reliability - Insensitivity to ambient temperature - Materials and behavior familiar to practicing engineers 	<ul style="list-style-type: none"> - Large energy dissipation per cycle - Insensitivity to ambient temperature
Disadvantages	<ul style="list-style-type: none"> - Possible fluid seal leakage (reliability concern) 	<ul style="list-style-type: none"> - Limited deformation capacity - Properties are frequency and temperature-dependent - Possible debonding and tearing of VE material (reliability concern) 	<ul style="list-style-type: none"> - Device damaged after earthquake; may require replacement - Nonlinear behavior; may require nonlinear analysis 	<ul style="list-style-type: none"> - Sliding interface conditions may change with time (reliability concern) - Strongly nonlinear behavior; may excite higher modes and require nonlinear analysis - Permanent displacements if no restoring force mechanism provided

Figura 2.6.1 Sintesi delle caratteristiche di costruzione, comportamento isteretico, modello fisico, vantaggi e svantaggi dei dispositivi di dissipazione passiva per applicazioni di protezione sismica

I dissipatori ad attrito sono caratterizzati da elevata capacità dissipativa e insensibilità a variazioni di temperatura, ma hanno un comportamento fortemente non lineare e lo studio richiede analisi non lineari. Le condizioni dell'interfaccia sono molto variabili nel tempo e tali dispositivi subiscono spostamenti permanenti a causa della mancanza di una forza di ricentramento. Anche i dispositivi metallici hanno un comportamento non lineare ma caratterizzato da isteresi stabile. Non sono sensibili a variazioni di condizioni ambientali e devono essere sostituiti a causa del danneggiamento al termine di un evento. Per quanto riguarda i dissipatori viscoelastici essi sono ricentranti e hanno un comportamento lineare facilmente modellabile, ma hanno proprietà dipendenti dalla frequenza dell'eccitazione e dalla temperatura. Inoltre hanno limitate capacità deformative. Tra i vantaggi dei dispositivi viscosi ricordiamo l'attivazione a basse soglie di spostamento, possiedono una forza ricentrante e hanno proprietà meccaniche indipendenti dalla frequenza e dalla temperatura. Per tali dissipatori lineari la modellazione può essere, in una prima fase, semplificata nell'ipotesi di non considerare la flessibilità del sistema di controventamento e delle connessioni.

Per illustrare le differenze nell'efficienza d'uso di tali dispositivi si riporta sinteticamente uno studio (Tehrani and Maalek 2006), nel quale sono stati implementati numericamente differenti metodi di riabilitazione per migliorare le prestazioni sismiche di una struttura esistente utilizzando analisi dinamiche non lineari. La struttura oggetto di studio è una costruzione di acciaio di nove livelli situata in Tehran (Iran). In Figura 2.6.2 è presentata la pianta della struttura, per maggiori dettagli si rimanda a (Tehrani and Maalek 2006).

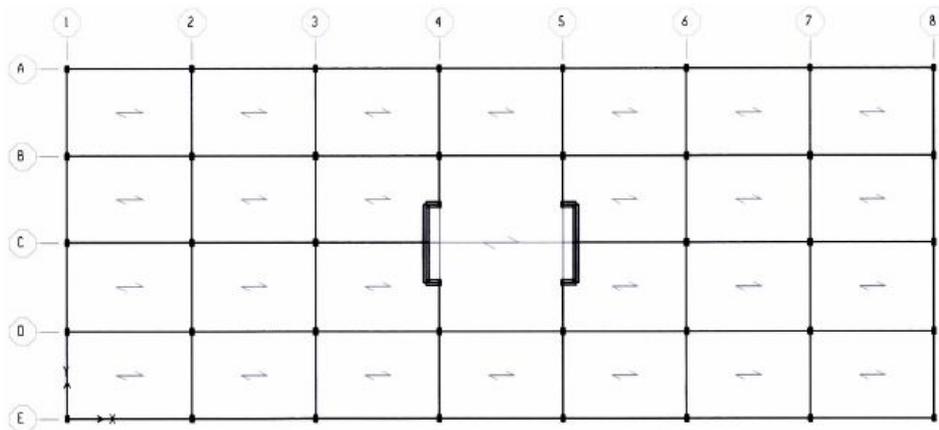


Figura 2.6.2 Pianta del piano tipo della struttura esistente

La controventatura della struttura è mostrata in Figura 2.6.3.

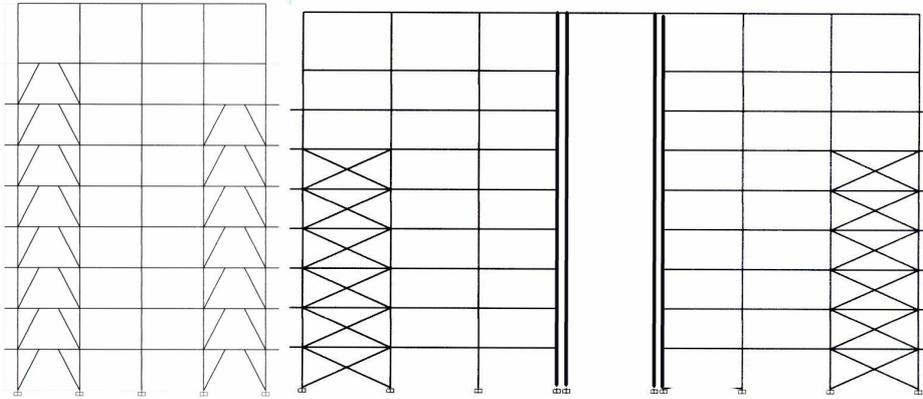


Figura 2.6.3 Controventatura della struttura in direzione X e in direzione Y

Numerose analisi non lineari sono state condotte sul modello 3-D della struttura, esse mostrano che le cerniere plastiche si formano nelle travi e evidenziano la rottura lato calcestruzzo delle pareti in direzione y. La notevole perdita di resistenza è visibile nella curva di capacità con conseguente aumento dello spostamento target della struttura. Gli spettri di domanda per i livelli di performance LS e CP insieme alla curva capacità sono mostrati nelle Figure 2.6.4 e 2.6.5.

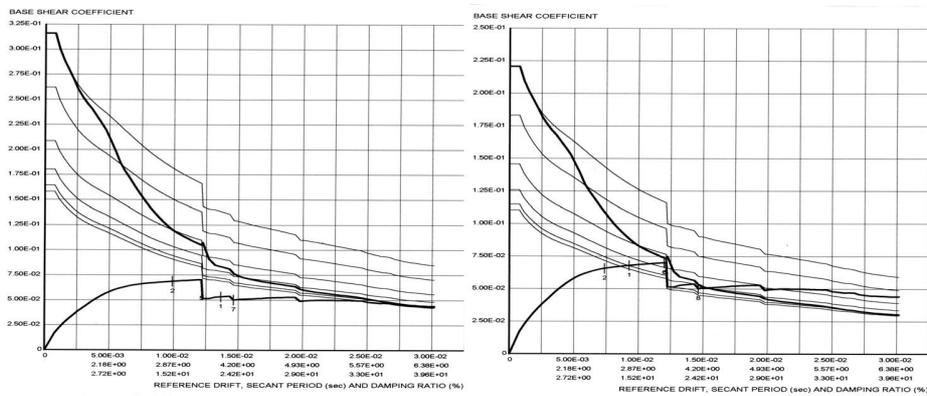


Figura 2.6.4 Spettro di capacità-domanda della struttura esistente in direzione Y per i livelli di performance CP e LS

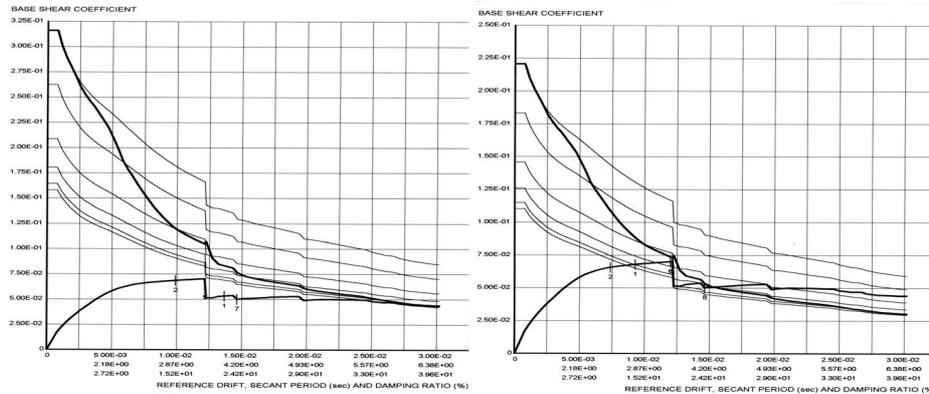


Figura 2.6.5 Spettri di capacità- domanda per la struttura esistente in direzione X per i livelli di performance CP e LS

Lo spostamento target è molto lontano dagli spostamenti ammissibili e le deformazioni plastiche di molte connessioni eccedono i limiti di accettabilità prescritti nel codice FEMA 356 (ATC 2000). La struttura, in accordo con le linee guida FEMA 356 (ATC 2000), è non verificata ed ha bisogno di essere adeguata. Per conseguire tale obiettivo due gruppi di metodi di rinforzo sono stati considerati: il primo gruppo è relativo ai metodi moderni basati su dispositivi di controllo passivo che includono dissipatori metallici, ad attrito, viscosi e viscoelastici. Di contro sono stati investigati i metodi convenzionali di rinforzo come la controventatura e le pareti resistenti a taglio. Per ciascuno schema di rinforzo della struttura sono state condotte numerose analisi dinamiche non lineari sui modelli, usando sette registrazioni di sismi abbinata allo spettro considerato: Naghan (Iran 1977), Tabas (Iran 1978), Abhar (Iran 1991), Elcentro (1940), Parkfield (1966), Taft (Kern County 1952), e San Fernando (1971). Nei diagrammi delle Figure 2.6.6 e 2.6.7 vengono presentati i tagli alla base della struttura a seconda dell'uso dei vari dispositivi.

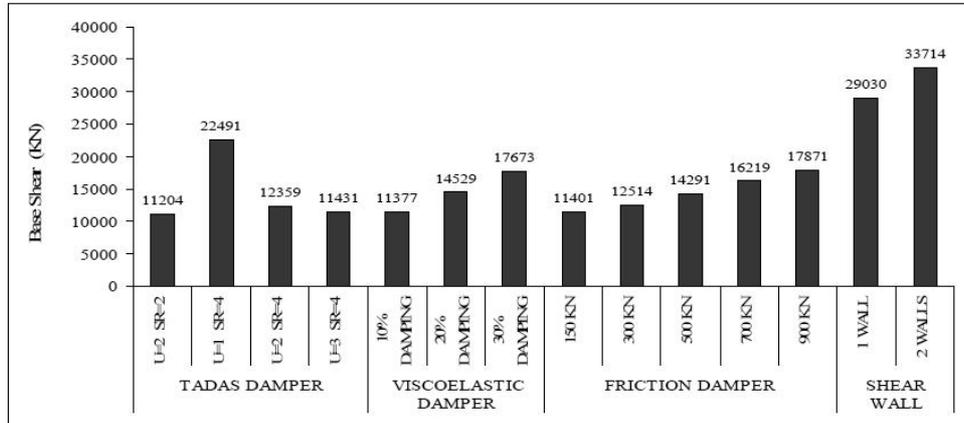


Figura 2.6.6 Raffronto tra i tagli massimi alla base in funzione dell'impiego dei vari dispositivi o dei metodi convenzionali di rinforzo (direzione X)

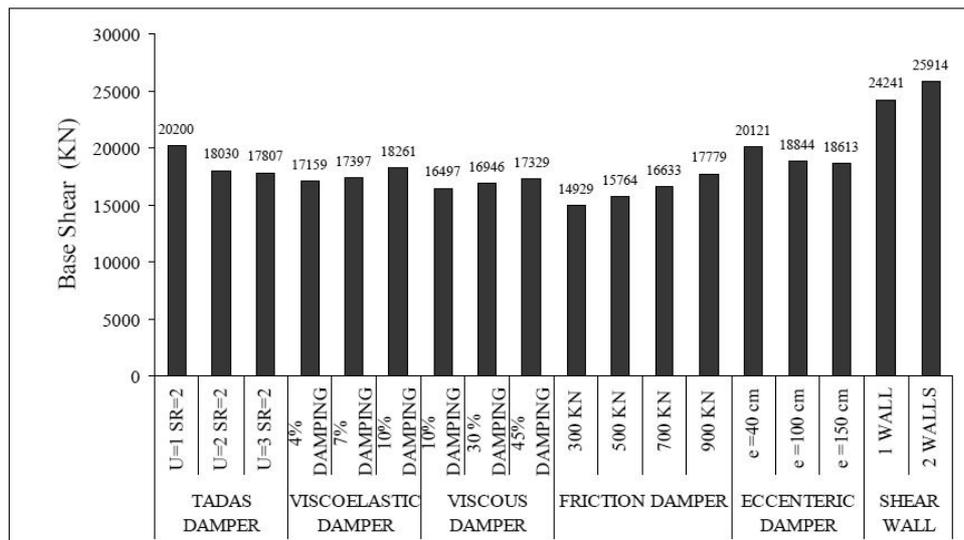


Figura 2.6.7 Raffronto tra i tagli massimi alla base in funzione dell'impiego dei vari dispositivi o dei metodi convenzionali di rinforzo (direzione Y)

Per quanto riguarda i dispositivi TADAS (added damping and stiffness) sono state fatte variare alcune caratteristiche come i parametri SR ed U che rappresentano rispettivamente la resistenza relativa e la rigidezza del dissipatore. I dissipatori viscosi e viscoelastici sono stati investigati con differenti percentuali di smorzamento mentre

quelli ad attrito con differenti carichi di scorrimento (carico per il quale il dispositivo inizia a scorrere). Per quanto riguarda i sistemi tradizionali è stato ipotizzato l'uso di una o due pareti e diverse eccentricità per i controventi. Comparando i risultati dei grafici si scopre che la variazione degli sforzi di taglio alla base è più elevata in direzione x che in direzione y, ciò a causa dell'esistenza delle pareti rigide in questa direzione che diminuiscono l'effetto dei dissipatori nel ridurre il taglio alla base della struttura. Comunque si nota che con l'applicazione dei dissipatori passivi il taglio alla base è ridotto particolarmente in direzione x. I grafici delle Figure 2.6.8 e 2.6.9 mostrano la percentuale media di energia dissipata negli elementi strutturali in risposta alle sette registrazioni.

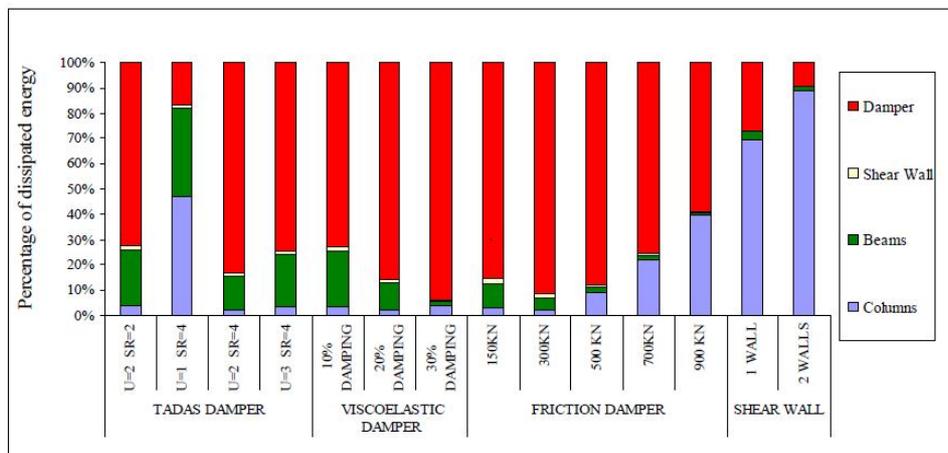


Figura 2.6.8 Energia media dissipata in ciascun elemento in funzione dell'impiego dei vari dispositivi o dei metodi convenzionali di rinforzo (direzione X)

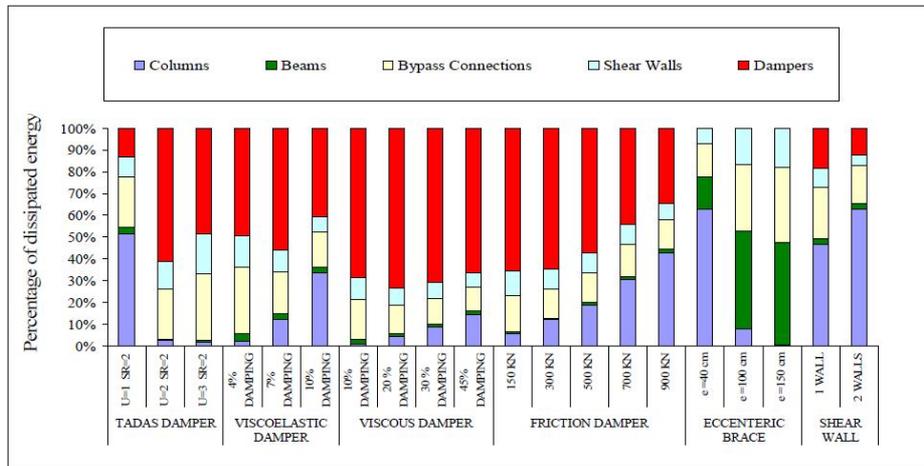


Figura 2.6.9 Energia media dissipata in ciascun elemento in funzione dell'impiego dei vari dispositivi o dei metodi convenzionali di rinforzo (direzione Y)

E' evidente che la quantità di energia dissipata dai dissipatori viscoelastici con il 30% di smorzamento è massima in direzione x, mentre gli elementi strutturali rimangono in campo elastico e soprattutto le colonne subiscono un danno minimo. In aggiunta l'utilizzo di dispositivi ad attrito con carico di scorrimento di 300 KN conduce agli stessi risultati.

In direzione y invece il massimo livello di energia dissipata è raggiunto nei dissipatori viscosi con smorzamento pari al 20% di quello critico. Il danno nelle colonne e nelle connessioni è minimo, ciò a causa del fatto che i dissipatori viscosi esercitano il loro massimo sforzo fuori fase rispetto allo spostamento, in tal modo quando la struttura subisce la sua massima deformazione, nessuna forza viene esercitata dal dissipatore viscoso sulla struttura. Questa è una caratteristica favorevole sfruttabile specialmente nel caso di strutture esistenti che potrebbero non avere abbastanza capacità di sopportare le forze esercitate dai dissipatori.

2.7 INDICAZIONI PROGETTUALI: LINEE GUIDA

Le prime Linee guida per l'attuazione della dissipazione di energia o dei dispositivi di smorzamento nei nuovi edifici sono state proposte dall'Associazione degli Ingegneri Strutturisti della California del Nord (SEAOC 1999) per fornire le opportune indicazioni agli strutturisti e alle imprese al fine di installare tali dispositivi nelle

strutture (Whittaker et al. 1993; Symans et al. 2008). A metà degli anni 1990, la Federal Emergency Management Agenzia (FEMA) ha finanziato lo sviluppo delle linee guida per l'adeguamento sismico degli edifici (Kircher 1999) proponendo quattro metodi di analisi sismica (NEHRP (*Linee guida per la riabilitazione sismica degli edifici*), FEMA 273 e 274 (ATC 1997a, b)):

- (1) procedura lineare statica;
- (2) Procedura lineare dinamica;
- (3) procedura non lineare statica;
- (4) procedura non lineare dinamica.

Per quanto riguarda le strutture che incorporano dispositivi passivi per la dissipazione di energia, i principi base da seguire inclusi nelle linee guida (ATC 1996, 1997a, b) per strutture reali tridimensionali sono:

- (1) distribuzione spaziale dei dissipatori (su ogni piano e su ogni lato della struttura);
- (2) ridondanza dei dissipatori (almeno due dispositivi lungo la stessa linea di azione);
- (3) per il terremoto più intenso in esame, i dissipatori e le loro connessioni devono essere progettati in modo da non collassare (ovvero non devono essere l'anello debole del sistema);
- (4) gli elementi che trasmettono le forze dai dissipatori alle fondazioni devono essere progettati per rimanere in campo elastico.

Inoltre sono generalmente accettate le seguenti ipotesi (NEHRP (*Linee guida di riabilitazione*), ASCE/SIE7-05 Standard intitolata "Carichi di Progetto Minimi per Edifici e altre Strutture" (ASCE 2005), Codice Internazionale dell'Edilizia 2006 (ICC 2006) e Codice delle Opere edilizie e della sicurezza (NFPA 2006)):

- (1) il meccanismo di collasso per la costruzione è un meccanismo ad un singolo grado di libertà in modo che la distribuzione degli spostamenti su tutta l'altezza dell'edificio può essere ragionevolmente stimata utilizzando sia la prima forma modale o un altro profilo, come un triangolo rovesciato;
- (2) l'edificio deve essere analizzato in ogni direzione principale con un grado di libertà per ogni livello;
- (3) la risposta non lineare della struttura può essere rappresentata da una relazione di elastoplasticità;

(4) la resistenza della struttura può essere stimata con una semplice analisi plastica o mediante il minimo taglio sismico alla base e mediante valori di modifica della risposta (R), la riserva di resistenza del sistema (W_0), e fattori di amplificazione di deflessione (C_d) presentati in NEHRP *Disposizioni Raccomandate*.

Si precisa che le suddette normative sono state redatte in accordo con studi che non considerano gli effetti near-fault. Tuttavia, come dimostrato da Pavlou and Constantinou (2004), i metodi di analisi semplificati, contenuti nelle NEHRP 2000, per i sistemi ad un singolo grado di libertà per le previsioni della risposta di picco delle strutture con sistemi di dissipazione sono generalmente accurati o conservativi per il caso di eccitazione sismica near-fault (con un fattore correttivo necessario per la previsione della velocità di picco).

Un impiego ingegneristico dei dissipatori passivi implica che le dimensioni e la collocazione degli stessi devono essere determinati in modo che le prestazioni prefissate e normate siano soddisfatte. Una procedura tradizionale per determinare la dimensione e la posizione dei dissipatori supplementari di energia parte dalla scelta dei valori di prova sulla base della competenza dell'ingegnere. Poi deve essere effettuata un'analisi dinamica o statica per verificare se l'obiettivo di rendimento è soddisfatto. A tal fine ATC-40 (ATC 1996) e FEMA-273 (ATC 1997a), poi sviluppato in FEMA-356 (ATC 2000), forniscono procedure di analisi statica non lineare che incorporano dispositivi di dissipazione di energia. Se il risultato dell'analisi non è soddisfacente, la struttura viene analizzata di nuovo dopo aver cambiato la quantità o la posizione dei dispositivi. Questo processo per tentativi ed errori si ripete fino a che il numero ottimale di dissipatori supplementari per soddisfare le prestazioni è finalmente raggiunto. Tuttavia, questa prassi generale di effettuare una serie di prove e di processi di errore può essere un compito laborioso a meno che l'ingegnere abbia una grande esperienza in progettazione antisismica utilizzando dispositivi di dissipazione supplementare di energia. Diversi sono i contributi in letteratura relativi alla formulazione di procedure più o meno semplificate di progettazione di sistemi strutturali dotati di dispositivi di dissipazione passiva basati su un performance base design con l'impiego del metodo dello spettro di capacità oppure utilizzando lo spettro di risposta in termini di accelerazione-spostamento (ADRS) oppure attraverso l'impiego dello spettro di risposta in termini di spostamento e la curva di capacità della struttura (Sullivan et al. 2003; Kim et al. 2003; Kim and Seo 2004; Lin et al. 2003; Kim and Choi 2006; ATC-40 1996; ATC 1997b; Freeman 1998; SEAOC 1999).

Capitolo 3

3. DINAMICA DEI SISTEMI DOTATI DI DISSIPATORI VISCOSI E VISCOELASTICI

Nel presente capitolo vengono forniti sinteticamente gli elementi fondamentali alla base della dinamica di sistemi lineari non smorzati e smorzati a uno o più gradi di libertà nel dominio del tempo sia secondo un approccio di meccanica classica che nello spazio degli stati.

Viene in una prima fase descritta l'analisi della risposta dinamica di sistemi lineari semplici ad un grado di libertà nel dominio del tempo definendo le principali caratteristiche dinamiche del sistema e valutando l'effetto dello smorzamento sulla pulsazione del sistema e, poi, sulla risposta attraverso l'impiego delle funzioni di amplificazione. Poi, viene descritto un metodo basato su un approccio energetico per la valutazione dello smorzamento in presenza di dispositivi viscosi e viscoelastici. Successivamente quanto analizzato per il sistema ad un grado di libertà, viene esteso ai sistemi lineari a più gradi di libertà affrontando la problematica del disaccoppiamento modale e dello smorzamento proporzionale. Anche per tali sistemi è valutato l'effetto dello smorzamento, assunto proporzionale, sulle forme modali ed è stato illustrato il metodo dell'energia di deformazione modale con riferimento ai dispositivi viscosi e viscoelastici.

Affrontata la suddetta trattazione, segue una descrizione sulla definizione di stato di un sistema, sulla definizione dello spazio degli stati e sulle proprietà che esso gode.

Infine con riferimento sia ai sistemi ad un grado di libertà che ai sistemi a più gradi di libertà viene illustrata la rappresentazione della loro risposta dinamica nello spazio degli stati.

3.1 ELEMENTI DI DINAMICA DI SISTEMI AD UN GRADO DI LIBERTÀ'

Gli aspetti relativi alla progettazione sismica si sono modificati in maniera radicale con i passi avanti compiuti dalla moderna tecnologia. Oggi progettare una qualsiasi struttura pensandola come un elemento statico, rappresenterebbe una schematizzazione assolutamente inadeguata, l'analisi del comportamento dinamico, infatti, assume ad un ruolo di primaria importanza in considerazione della necessità di rispondere a precisi

obiettivi prestazionali rispetto alla risposta sismica, e in particolare nel caso in cui si adottino strategie di protezione innovative, quale, appunto, l'introduzione di elementi di dissipazione energetica nell'ambito del sistema strutturale. E' questo il motivo per il quale, si intendono presentare di seguito gli elementi fondamentali del comportamento meccanico di un sistema semplice ad un grado di libertà (SDOF) con riferimento specifico all'effetto dello smorzamento sulla risposta dinamica.

E' opportuno sottolineare come tale semplice modello, se da un lato si presenta come il candidato ideale per mostrare i principi della dissipazione energetica, dall'altro non è in grado di modellare adeguatamente strutture reali, per le quali bisogna introdurre modelli più complessi, sulla cui analisi dinamica si forniranno rilevanti cenni (Housner 1959; Newmark and Rosenblueth 1971; Soong and Dargush 1999).

Si consideri, dunque, il moto orizzontale del modello SDOF lineare, costituito da una massa "m", da una rigidità laterale lineare "k" e da uno smorzatore con viscosità lineare "c". Si supponga che esso sia soggetto ad un'eccitazione sismica in ingresso che determini spostamenti al suolo descritti analiticamente dalla legge $x_g(t)$. Il sistema risponderà dinamicamente con spostamenti laterali relativi al suolo $x(t)$, in maniera tale che lo spostamento complessivo assoluto risulti pari a:

$$x_{ass}(t) = x(t) + x_g(t) \quad (3.1.1)$$

Essendo, inoltre, sia le proprietà di rigidità che di smorzamento lineari, l'equazione dinamica del sistema si scrive come di seguito riportato:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = -m\ddot{x}_g(t) \quad (3.1.2)$$

dove la massa è la massa complessiva del sistema ovvero comprensiva anche del dispositivo viscoso lineare.

Adimensionalizzando la (3.1.2) rispetto alla massa si ha:

$$\ddot{x}(t) + 2\xi\omega\dot{x}(t) + \omega^2 x(t) = -\ddot{x}_g(t) \quad (3.1.3)$$

in cui la pulsazione naturale propria di vibrazione (non smorzata) del sistema è definita come:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.1.4)$$

e ζ è il rapporto adimensionale di smorzamento o fattore di smorzamento:

$$\zeta = \frac{c}{2m\omega} \quad (3.1.5)$$

La risposta del sistema nel caso di smorzamento diverso da zero, situazione nella quale le oscillazioni libere si presentano attraverso la seguente equazione:

$$x(t) = x_0 e^{-\zeta\omega t} \left[\cos(\omega_D t) + \frac{\zeta\omega}{\omega_D} \sin(\omega_D t) \right] \quad (3.1.6)$$

dove ω_D rappresenta la frequenza naturale smorzata del sistema definita come segue:

$$\omega_D = \omega\sqrt{1-\zeta^2} \quad (3.1.7)$$

Si noti come la (3.1.7) coincida con la (3.1.4) nel caso in cui $\zeta = 0$, cioè lo smorzamento sia nullo, inoltre la (3.1.7) risulta valida solo nel caso di smorzamento proprio, cioè quando risulta $\zeta < 1$. D'altronde tutte le strutture reali relative al campo dell'ingegneria sismica risultano essere propriamente smorzate.

La risposta dinamica indicata nella (3.1.6), è rappresentata nella Figura 3.1.1, evidenziando l'effetto sostanziale che l'incremento di smorzamento ha sulla risposta del sistema SDOF. Si noti, come nel caso di $\zeta = 0.01$, il sistema debba effettuare circa 37 oscillazioni prima di ridurre la sua ampiezza ad un decimo di quella iniziale, mentre per $\zeta = 0.20$, lo stesso numero di oscillazioni si riduce a 2.

In ogni caso, comunque, indipendentemente dal valore dello smorzamento adimensionale, il sistema asintoticamente ritorna nella sua configurazione indeformata, in quanto tutta l'energia potenziale elastica presente all'istante $t = 0$ si è dissipata attraverso un meccanismo di natura puramente viscosa.

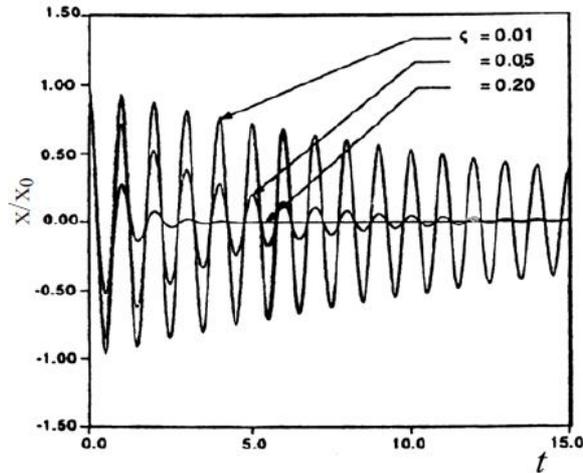


Figura 3.1.1 Risposta libera di un sistema SDOF propriamente smorzato

E' opportuno precisare che, nelle strutture dotate di dispositivi di dissipazione passiva supplementare di energia, come ad esempio quelli di natura viscosa, è bene suddividere lo smorzamento in due aliquote:

$$\zeta = \zeta_s + \zeta_d \quad (3.1.8)$$

in cui ζ_s è lo smorzamento intrinseco proprio del sistema strutturale principale e ζ_d è quello aggiuntivo prodotto da tali dispositivi.

Si esamina ora il problema delle oscillazioni forzate relative al medesimo sistema. Si supponga, infatti, che il sistema sia soggetto ad una azione, rappresentata attraverso notazione esponenziale complessa, di ampiezza F_0 e di frequenza ω_n :

$$p(t) = F_0 e^{i\omega_n t} \quad (3.1.9)$$

in cui la i rappresenta l'unità immaginaria. L'equazione dinamica del sistema risulta essere rappresentata, dunque, dalla seguente equazione:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F_0 e^{i\omega_n t} \quad (3.1.10)$$

La soluzione di tale equazione differenziale risulta essere la somma tra la soluzione dell'omogenea associata, rappresentativa delle oscillazioni libere del sistema, ed una soluzione particolare.

La soluzione dell'equazione omogenea può essere scritta in notazione esponenziale complessa, generalizzando la (3.1.6) come:

$$x_{om}(t) = x_{AD} e^{-\zeta \omega t} e^{i(\omega_D t + \phi_D)} \quad (3.1.11)$$

dove x_{AD} e ϕ_D sono costanti dipendenti dalle condizioni iniziali di moto.

Relativamente alla soluzione particolare, data la forma matematica della forzante applicata, essa assume un'espressione del tipo:

$$x(t) = x_0 e^{i\omega_n t} \quad (3.1.12)$$

dove con x_0 si è rappresentata l'ampiezza del moto. Sostituendo la (3.1.12) nell'equazione di moto (3.1.2) si ottiene la seguente espressione:

$$x_0 = \frac{F_0}{(-m\omega_n^2 + ic\omega_n + k)} \quad (3.1.13)$$

Il numero complesso al denominatore della (3.1.13), può essere rappresentato in forma esponenziale attraverso la relazione:

$$k - m\omega_n^2 + ic\omega_n = r e^{i\phi_H} \quad (3.1.14)$$

in cui, adimensionalizzandola rispetto alla massa, ed adoperando le definizioni fornite nella (3.1.5), i termini r e ϕ_H possono esprimersi come:

$$r = k \sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2} \quad (3.1.15)$$

$$\phi_H = \arctg\left(\frac{2\zeta\beta}{1 - \beta^2}\right)$$

Nelle ultime relazioni si è introdotto il parametro β rappresentativo del rapporto tra la frequenza della forzante applicata ω_n e quella propria del sistema ω :

$$\beta = \frac{\omega_n}{\omega} \quad (3.1.16)$$

La (3.1.12) può essere così espressa mediante la seguente espressione:

$$x_p = x_{st} \frac{e^{-i\phi_H} e^{i\omega_n t}}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2}} \quad (3.1.17)$$

nella quale è possibile introdurre una funzione della frequenza di eccitazione ω_n , espressa come:

$$H(\omega_n) = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2}} \quad (3.1.18)$$

rappresentativa dell'amplificazione dinamica della risposta del sistema in base alle caratteristiche della forzante in ingresso. Per questo motivo a tale funzione si fa riferimento spesso con il termine di “funzione di amplificazione dinamica”, già introdotta al punto 1.2. In forma compatta, dunque, la (3.1.17) può essere indicata come:

$$x_p = x_{st} e^{-i\phi_H} e^{i\omega_n t} H(\omega_n) \quad (3.1.19)$$

Quindi la soluzione complessiva del problema di moto è esprimibile mediante la formula:

$$x(t) = x_{AD} e^{-\zeta\omega t} e^{i(\omega_D t + \phi_D)} + x_{st} e^{-i\phi_H} e^{i\omega_n t} H(\omega_n) \quad (3.1.20)$$

al solito le costanti arbitrarie x_{AD} e ϕ_D vanno determinate in base alle condizioni iniziali di moto.

Osservando la (3.1.20) è possibile comprendere come il primo addendo sia caratterizzato da un andamento ad “esaurimento” (Figura 3.1.1), per cui esso è significativo solo nelle fasi iniziali di moto (fase transitoria), mentre dopo un certo intervallo di tempo, il moto sia praticamente individuato dal solo secondo addendo, che rappresenta fisicamente la parte stazionaria dello stesso.

Si comprende, quindi, come nella maggior parte delle applicazioni, solo la parte stazionaria della risposta dinamica (3.1.20) risulta essere di interesse pratico. A caratterizzare tale termine dinamico sono essenzialmente due quantità:

- la funzione di amplificazione dinamica $H(\omega_n)$: la variazione di tale funzione con il parametro β e con lo smorzamento ζ è rappresentata in Figura 3.1.2. Per valori della frequenza ω_n piccoli rispetto alla frequenza propria del sistema ($\omega_n / \omega \approx 0$), l'amplificazione dinamica è prossima ad 1, infatti, la risposta risulta essere praticamente statica poiché il moto non è rapido al punto di determinare effetti inerziali significativi. Per valori bassi dello smorzamento, all'aumentare del parametro β , la funzione di amplificazione cresce rapidamente, fino a raggiungere il valore di picco per valori di β prossimi all'unità. In tale situazione, la rigidezza del sistema è interamente impegnata per resistere alle azioni inerziali, lasciando alle sole azioni di smorzamento il compito di reagire alla forzante esterna. Si noti, infatti, come il valore massimo della funzione di amplificazione diminuisca al crescere dello smorzamento considerato. A tale condizione si ci riferisce con il termine di *risonanza*.

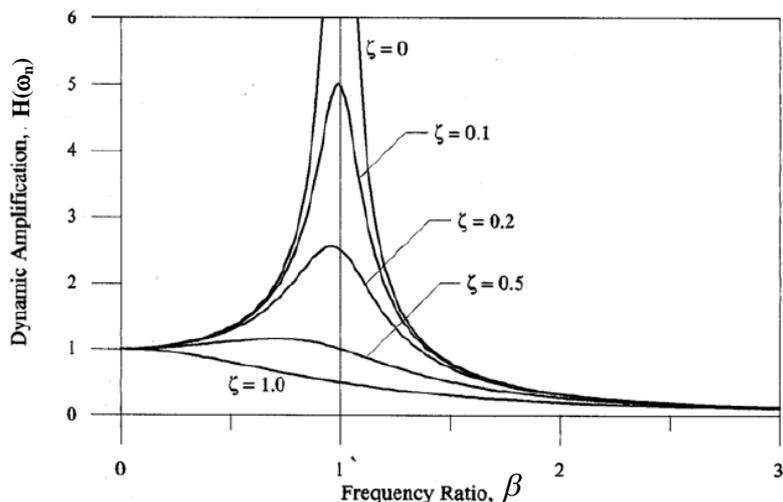


Figura 3.1.2 Andamento della funzione di amplificazione dinamica al variare dei parametri dinamici fondamentali

Per valori di β maggiori di 1, la funzione $H(\omega_n)$ diminuisce asintoticamente il suo valore, fino a tendere a zero per $\omega_n \rightarrow \infty$. In tali condizioni, infatti, l'inerzia propria del sistema non permette allo stesso di rispondere con una rapidità tale da seguire l'azione esterna.

- l'angolo di fase ϕ_H : l'angolo di fase rappresenta una misura del ritardo con il quale la risposta stazionaria del sistema si manifesta rispetto all'azione sollecitante, ed è dovuto alla presenza di smorzamento nell'ambito del sistema stesso. La variazione dell'angolo di fase al variare del parametro β è rappresentata in Figura 3.1.3, al variare dello smorzamento del sistema.

Per sistemi privi di smorzamento, l'angolo di fase risulta pari a 0 nel caso sia $\beta < 1$, e π per $\beta > 1$, il che equivale a dire che la risposta è in fase con la forzante esterna nel primo caso, mentre è in opposizione di fase nel secondo caso.

Per strutture che presentino bassi valori dello smorzamento proprio, l'angolo di fase aumenta nell'intervallo $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ per $\beta < 1$, fino a raggiungere un valore pari a $\frac{\pi}{2}$ in condizioni di risonanza. Superato tale punto l'angolo di fase continua ad aumentare fino a raggiungere asintoticamente il valore π , si noti come fissato il valore della frequenza

di eccitazione, superiore a quella di risonanza, il valore dell'angolo di fase sia tanto minore quanto maggiore è lo smorzamento del sistema.

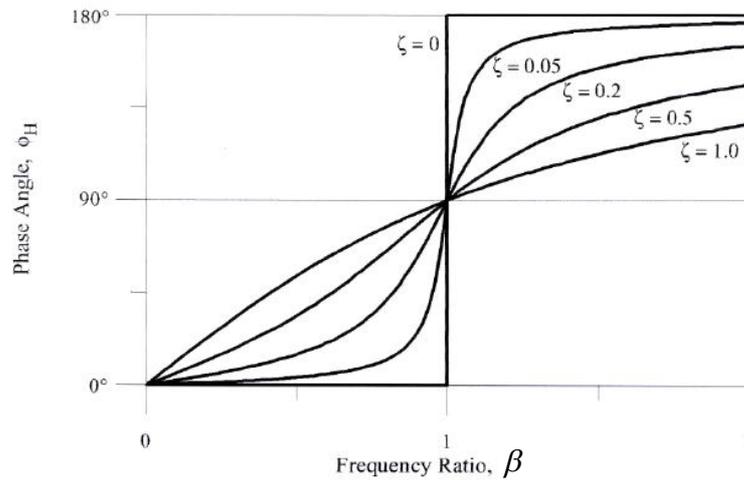


Figura 3.1.3 Andamento dell'angolo di fase della risposta stazionaria rispetto ai parametri dinamici principali

3.1.1 FATTORE DI SMORZAMENTO DI SISTEMI AD UN GRADO DI LIBERTA' CON DISSIPATORI FLUIDO VISCOSI LINEARI E VISCOELASTICI

Per la valutazione del rapporto adimensionale di smorzamento prodotto dai dispositivi viscosi e/o viscoelastici è possibile far riferimento alla valutazione dell'energia dissipata nei cicli di isteresi dai dispositivi.

Considerando un sistema ad un singolo grado di libertà dotato di uno smorzatore viscoso lineare sotto una storia temporale di spostamento sinusoidale (Hwang and Huang 2003; Hwang et al. 2008; Hwang 2005):

$$u = u_0 \sin \omega_n t \quad (3.1.1.1)$$

dove u è lo spostamento del sistema e del dissipatore; u_0 è l'ampiezza dello spostamento; ω_n è la pulsazione. La forza di risposta misurata è:

$$F = F_0 \sin(\omega_n t + \delta) \quad (3.1.1.2)$$

dove F è la forza di risposta del sistema; F_0 è l'ampiezza della forza; δ è l'angolo di fase.

L'energia dissipata dal dispositivo, W_D , è pari a:

$$W_D = \oint F_d du \quad (3.1.1.3)$$

dove F_d è la forza dello smorzatore che equivale a $c\dot{u}$, dove c è il coefficiente di smorzamento dello smorzatore; \dot{u} è la velocità relativa del sistema ed anche del dissipatore. Pertanto, si ha:

$$W_D = \oint c\dot{u}du = \int_0^{2\pi/\omega_n} c\dot{u}^2 dt = cu_0^2 \omega_n^2 \int_0^{2\pi} \cos^2 \omega_n t d(\omega_n t) = \pi cu_0^2 \omega_n \quad (3.1.1.4)$$

Sapendo che il fattore di smorzamento dovuto al dissipatore può essere espresso come $\zeta_d = c/c_{cr}$, si ottiene:

$$\begin{aligned} W_D &= \pi cu_0^2 \omega_n = \pi c_{cr} \zeta_d u_0^2 \omega_n = 2\pi \zeta_d \sqrt{km} \omega_n u_0^2 = \\ &= 2\pi \zeta_d u_0^2 k \frac{\omega_n}{\omega} = 2\pi \zeta_d W_s \frac{\omega_n}{\omega} \end{aligned} \quad (3.1.1.5)$$

dove c_{cr} , K , m , ω e W_s sono rispettivamente il coefficiente di smorzamento critico, rigidità, massa, pulsazione naturale e l'energia di deformazione elastica del sistema. Il fattore di smorzamento attribuito al dissipatore può, quindi, essere espresso come

$$\zeta_d = \frac{W_D}{2\pi W_s} \frac{\omega_n}{\omega} \quad (3.1.1.6)$$

L'energia dissipata dal dispositivo W_D e l'energia di deformazione elastica del sistema W_s sono illustrati nella Figura 3.1.1.1.

Sotto eccitazioni sismiche, ω_n è essenzialmente uguale a ω , ovvero la risposta del sistema è caratterizzata da un andamento dinamico avente energia concentrata sulla propria pulsazione (tale concetto sarà ripreso anche successivamente nei capitoli 4, 5 e 6), e quindi si ha:

$$\zeta_d = \frac{W_D}{2\pi W_s} \quad (3.1.1.7)$$

Nel caso di dispositivo viscoelastico l'approccio è del tutto analogo a patto di far riferimento alla coefficiente di viscosità del dispositivo viscoelastico, come definito dall'equazione (4.2.6), e nel calcolo dell'energia elastica, ovvero nella rigidità del sistema di tener conto della rigidità del dispositivo.

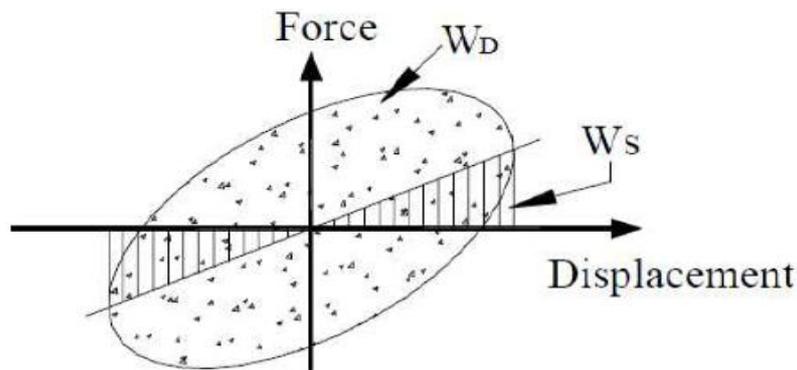


Figura 3.1.1.1 Definizione dell'energia dissipata W_D in un ciclo di moto armonico e massima energia elastica W_S di un sistema con dissipatori viscosi

E' fondamentale precisare che, a causa della flessibilità della diagonale posta tipicamente in serie al dispositivo, il coefficiente di viscosità del dispositivo viscoso e la rigidità della diagonale, come illustrato nel capitolo 4, sono dipendenti dalla pulsazione ω , e quindi, i corrispettivi coefficienti dinamici devono essere impiegati nella valutazione delle due energie sopra descritte. Analogamente anche il coefficiente di viscosità e la rigidità del dispositivo viscoelastico sono dipendenti dalla pulsazione ω , e quindi, come descritto nel capitolo 4, devono essere impiegati i corrispettivi termini dinamici. Tale dipendenza è ancora più marcata nel considerare il dissipatore viscoelastico in serie alla diagonale (capitolo 4).

3.1.2 FATTORE DI SMORZAMENTO DI SISTEMI AD UN GRADO DI LIBERTA' CON DISSIPATORI FLUIDO VISCOSI NON LINEARI

Considerando un sistema lineare con un dissipatore viscoso non lineare (Hwang and Huang 2003; Hwang et al. 2008; Hwang 2005) sotto una storia di spostamento sinusoidale, la velocità del sistema, a meno del segno, è data da:

$$\dot{u} = \omega_n u_0 \sin \omega_n t \quad (3.1.2.1)$$

Sapendo che $F_d = c\dot{u}^\alpha$, l'energia dissipata dal dissipatore non lineare in un ciclo di movimento sinusoidale può essere espressa come

$$W_D = \oint F_d du = \int_0^{2\pi/\omega_n} F_d \dot{u} dt = \int_0^{2\pi/\omega_n} c \dot{u}^{1+\alpha} dt = c(u_0 \omega_n)^{1+\alpha} \int_0^{2\pi/\omega_n} |\sin^{1+\alpha} \omega_n t| dt \quad (3.1.2.2)$$

ponendo $\omega t = 2\theta$ e quindi $dt = 2/\omega d\theta$ e sfruttando l'integrale notevole di Eulero-Mascheroni, l'energia dissipata si scrive come:

$$\begin{aligned} W_D &= c(u_0 \omega_n)^{1+\alpha} \frac{2}{\omega_n} \int_0^\pi |\sin^{1+\alpha} 2\theta| d\theta = \\ &= 2^{2+\alpha} c \omega_n^\alpha u_0^{1+\alpha} \int_0^{\pi/2} 2 \sin^{1+\alpha} \theta \cos^{1+\alpha} \theta d\theta = \\ &= 2^{2+\alpha} c \omega_n^\alpha u_0^{1+\alpha} \frac{\Gamma^2(1+\alpha/2)}{\Gamma(2+\alpha)} \end{aligned} \quad (3.1.2.3)$$

dove Γ è la funzione Gamma.

Seguendo una procedura analoga a quella del sistema SDOF con dissipatori lineari, il fattore di smorzamento del sistema SDOF considerando i dissipatori non lineari può essere ottenuto come:

$$\zeta_d = \frac{\lambda c \omega_n^{\alpha-2} u_0^{\alpha-1}}{2\pi m} \quad (3.1.2.4)$$

in cui

$$\lambda = 2^{2+\alpha} \frac{\Gamma^2(1+\alpha/2)}{\Gamma(2+\alpha)} \quad (3.1.2.5)$$

Per comodità nelle applicazioni pratiche, i valori di λ sono tabulati nelle linee guida FEMA 273 (ATC 1997b). È degno di nota che il rapporto di smorzamento così determinato è dipendente dall'ampiezza di spostamento u_0 .

E' fondamentale precisare che, anche in questo caso, i coefficienti di viscosità del dispositivo, che definiscono il rapporto adimensionale di smorzamento viscoso, sono dipendenti dalla pulsazione come illustrato nel capitolo 4.

3.2 ELEMENTI DI DINAMICA DI SISTEMI A PIU' GRADI DI LIBERTA'

I sistemi strutturali reali, a differenza del sistema SDOF fin qui analizzato, possono presentare un numero elevato "N" di parametri cinematici, che possono essere considerati come le componenti di un vettore di spostamenti relativi generalizzati $\mathbf{x}(t)$ di dimensione N. Così facendo, in perfetta analogia con l'equazione (3.1.2), le N equazioni di moto del sistema a più gradi di libertà (MDOF) con comportamento lineare, dotato di dispositivi viscosi lineari e soggetto ad un'eccitazione sismica alla base, possono essere scritte in forma compatta come (Smith et al. 1992):

$$(\mathbf{M} + \overline{\mathbf{M}})\ddot{\mathbf{x}}(t) + (\mathbf{C} + \overline{\mathbf{C}})\dot{\mathbf{x}}(t) + (\mathbf{K} + \overline{\mathbf{K}})\mathbf{x}(t) = -(\mathbf{M} + \overline{\mathbf{M}})\ddot{\mathbf{x}}_g(t) \quad (3.2.1)$$

dove \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} rappresentano rispettivamente le matrici delle masse, di smorzamento e di rigidezza del sistema principale e $\overline{\mathbf{M}}$, $\overline{\mathbf{C}}$ e $\overline{\mathbf{K}}$ rappresentano rispettivamente le matrici delle masse, di smorzamento e di rigidezza del sistema di diagonali e dissipatori viscosi lineari o viscoelastici.

Inoltre, il vettore $\ddot{\mathbf{x}}_g(t)$ rappresenta il contributo dello scuotimento sismico relativamente ai singoli gradi di libertà.

Definendo le seguenti matrici:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{M}} &= \mathbf{M} + \overline{\mathbf{M}} \\ \hat{\mathbf{C}} &= \mathbf{C} + \overline{\mathbf{C}} \\ \hat{\mathbf{K}} &= \mathbf{K} + \overline{\mathbf{K}} \end{aligned} \quad (3.2.2)$$

l'equazione dinamica del sistema può essere riscritta nella forma:

$$\hat{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \hat{\mathbf{C}}\dot{\mathbf{x}}(t) + \hat{\mathbf{K}}\mathbf{x}(t) = -\hat{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{x}}_g(t) \quad (3.2.3)$$

L'equazione dinamica (3.2.3) è scritta nella forma classica dell'analisi strutturale dinamica matriciale, la quale nel caso più semplice, quello che analizzeremo, presenta matrici costanti rispetto al tempo. Di conseguenza essa rappresenta un sistema di N equazioni differenziali del secondo ordine a coefficienti costanti, nel quale, in generale, le equazioni risultano accoppiate, condizione che complica in maniera considerevole la risoluzione del problema a meno che le equazioni non siano disaccoppiabili mediante una trasformazione, o in altri termini se $\hat{\mathbf{M}}$, $\hat{\mathbf{C}}$ e $\hat{\mathbf{K}}$ possano essere diagonalizzate

dalla medesima base di vettori. Tale condizioni non si verifica per valori arbitrari delle matrici coinvolte, ma può essere ottenuta facendo delle ipotesi particolari relativamente alla matrice degli smorzamenti, ipotesi di cui si discuterà più avanti.

Usando la tecnica del disaccoppiamento modale, è necessario risolvere il problema degli autovalori generalizzato nel caso di sistemi a più gradi di libertà (MDOF) privi di smorzamento e soggetti a vibrazioni libere:

$$(\hat{\mathbf{K}} - \omega^2 \hat{\mathbf{M}})\boldsymbol{\phi} = \mathbf{0} \quad (3.2.4)$$

in cui ω rappresenta una frequenza naturale di oscillazione della struttura inclusi gli elementi passivi ed in assenza di smorzamento, e $\boldsymbol{\phi}$ il vettore della forma modale ad essa associato. Dalla risoluzione del problema si evince che il sistema presenta N frequenze naturale e forme modali, che indicheremo con ω_i e ϕ_i per $i = 1, \dots, N$, a partire da quella avente frequenza minore (ω_1), a cui si ci riferirà con il termine di frequenza fondamentale. Le forme modali individuate presentano delle proprietà interessanti di ortogonalità rispetto alle matrici di massa e rigidezza:

$$\begin{aligned} \phi_i^T \hat{\mathbf{M}} \phi_j &= \begin{cases} 1 & \text{per } i = j \\ 0 & \text{per } i \neq j \end{cases} \\ \phi_i^T \hat{\mathbf{K}} \phi_j &= \begin{cases} \omega_i^2 & \text{per } i = j \\ 0 & \text{per } i \neq j \end{cases} \end{aligned} \quad (3.2.5)$$

oltre a rappresentare un insieme di vettori di base dello spazio \mathfrak{R}^n .

Per convenienza notazionale, le frequenze naturali vengono indicate sulla diagonale di una matrice che indicheremo con $\boldsymbol{\Omega}^2$, mentre le corrispondenti forme modali verranno ordinate per colonna in una matrice quadrata che indicheremo con $\boldsymbol{\Phi}$, la quale ha il significato geometrico di una matrice di cambiamento di base. Ogni vettore di spostamenti relativi \mathbf{x} può essere rappresentato, dunque, come:

$$\mathbf{x} = \boldsymbol{\Phi} \mathbf{y} \quad (3.2.6)$$

dove \mathbf{y} è il vettore delle coordinate modali, dette anche coordinate principali di moto. Sostituendo l'espressione (3.2.6) nell'equazione (3.2.3), si arriva, mediante semplici operazioni matematiche, alla seguente equazione di moto espressa in termini di coordinate principali:

$$\ddot{\mathbf{y}} + \boldsymbol{\Phi}^T \hat{\mathbf{C}} \boldsymbol{\Phi} \dot{\mathbf{y}} + \boldsymbol{\Omega}^2 \mathbf{y} = -\ddot{\mathbf{y}}_g \quad (3.2.7)$$

in cui si è indicato con $\ddot{\mathbf{y}}_g$ la seguente quantità:

$$\ddot{\mathbf{y}}_g = \mathbf{\Phi}^T \hat{\mathbf{M}} \ddot{\mathbf{x}}_g \quad (3.2.8)$$

In generale l'equazione (3.2.8) rappresenta ancora un sistema di equazioni differenziali accoppiato, il sistema, infatti, risulta disaccoppiabile solo se la matrice $\mathbf{\Phi}^T \mathbf{C} \mathbf{\Phi}$ risulta essere diagonale. Ciò accade, per esempio, nel caso di smorzamento proporzionale, o alla Rayleigh, nel quale è possibile individuare due costanti α_0 ed α_1 tali che la matrice di smorzamento possa scriversi:

$$\hat{\mathbf{C}} = \alpha_0 \hat{\mathbf{M}} + \alpha_1 \hat{\mathbf{K}} \quad (3.2.9)$$

il che sfruttando le proprietà di ortogonalità delle forme modali conduce a:

$$\mathbf{\Phi}^T \hat{\mathbf{C}} \mathbf{\Phi} = \alpha_0 \mathbf{I} + \alpha_1 \mathbf{\Omega}^2 \quad (3.2.10)$$

che risulta essere una matrice diagonale.

Nel caso la matrice di smorzamento non fosse proporzionale, l'approccio mostrato può essere generalizzato attraverso l'uso della seguente serie di Caughey (Caughey and Ma 1993):

$$\hat{\mathbf{C}} = \hat{\mathbf{M}} \sum_{j=0}^{N-1} \alpha_j [\hat{\mathbf{M}}^{-1} \hat{\mathbf{K}}]_j \quad (3.2.11)$$

che consente di effettuare anche nel caso generale la diagonalizzazione.

E' possibile, inoltre, definire lo smorzamento corrispondente al modo i -esimo ζ_i , definendo una matrice diagonale ζ i cui elementi siano appunto ζ_i , e tale da soddisfare la relazione:

$$\mathbf{\Phi}^T \hat{\mathbf{C}} \mathbf{\Phi} = 2\zeta \mathbf{\Omega} \quad (3.2.12)$$

Sostituendo la (3.2.12) nell'equazione dinamica generale (3.2.7) si ottiene:

$$\ddot{\mathbf{y}} + 2\zeta \mathbf{\Omega} \dot{\mathbf{y}} + \mathbf{\Omega}^2 \mathbf{y} = -\ddot{\mathbf{y}}_g \quad (3.2.13)$$

che rappresenta un insieme di N equazioni differenziali disaccoppiate. In particolare l' i -esima equazione del sistema assume la forma:

$$\ddot{y}_i + 2\zeta_i \omega_i \dot{y}_i + \omega_i^2 y_i = -\ddot{y}_{g,i} \quad (3.2.14)$$

cioè esattamente quella dell'equazione dinamica relativa ad un sistema SDOF.

Ecco, dunque, come tutte le considerazioni fatte in relazione al sistema ad un grado di libertà possono essere applicate relativamente alla singola componente modale di un sistema MDOF. Come noto, infatti, la risposta di un sistema MDOF può essere vista come la combinazione delle singole risposte degli "N" sistemi SDOF corrispondenti alle "N" forme modali. Per ritornare al vettore degli spostamenti effettivi del sistema, basterà note le funzioni $y_i(t)$ applicare la relazione (3.2.6).

In tutto il processo presentato, il maggiore sforzo computazionale è relativo al calcolo delle forme modali e delle frequenze di vibrazione proprie del sistema. In tale ambito, però, la considerazione relativa al fatto che generalmente solo poche forme modali contribuiscono significativamente al moto del sistema, semplifica l'analisi in quanto solo alcuni dei possibili modi devono essere identificati.

L'approccio modale risulta risolvere un problema di natura complessa in maniera particolarmente semplice, il che è da imputare alle ipotesi semplificative effettuate, con particolare riferimento a due di esse:

- le matrici coinvolte nell'analisi sono a coefficienti costanti, il che non consente di cogliere le variazioni in termini di rigidità, massa e smorzamento legate all'effetto del carico dinamico;
- la matrice di smorzamento deve essere diagonalizzabile, il che impone un forte vincolo sulla distribuzione e sul valore dei coefficienti di smorzamento di eventuali dispositivi viscosi.

Tali ipotesi risultano essere talvolta troppo restrittive, ecco il motivo per il quale più avanti verranno mostrati i principi della rappresentazione nello "spazio degli stati" dei sistemi dinamici, ma soprattutto perché tale rappresentazione permette di descrivere la risposta libera del sistema attraverso un approccio modale relativo all'intero stato del sistema, il che consente di avere una rappresentazione del vettore velocità relativa al singolo grado di libertà.

3.2.1 FATTORE DI SMORZAMENTO DI SISTEMI A PIU' GRADI DI LIBERTA' CON DISSIPATORI FLUIDO VISCOSI LINEARI E VISCOELASTICI

Nel caso di dispositivi di dissipazione passiva viscosi o viscoelastici le equazioni del moto per gli spostamenti modali restano, come già detto, sempre disaccoppiate nel caso di smorzamento proporzionale o alla Rayleigh. Le modifiche allo smorzamento modale

e alla rigidità a causa dell'aggiunta del dissipatore viscoso o viscoelastico e del controvento possono essere ottenute seguendo il metodo dell'energia di deformazione modale che nel seguito si presenta con riferimento alla possibilità di impiego di dispositivi di carattere viscoso e/o viscoelastico (Ungar and Kerwin 1962; Johnson and Kienholz 1982; Soong and Lai 1991).

Il fattore di smorzamento per la forma modale i -esima a causa dell'aggiunta dei dissipatori viscoelastici può essere calcolato come (Soong and Dargush 1997):

$$\zeta_{d,i} = \bar{\zeta}_i = \frac{\eta(\omega'_i) E_v}{2E_i} \quad (3.2.1.1)$$

dove ω'_i è la pulsazione dell' i -esima forma modale della struttura senza dispositivi e diagonali, $\eta(\omega'_i)$ è il fattore di perdita del materiale viscoelastico in funzione della pulsazione modale della struttura originaria (come illustrato nel capitolo 4) correlato ai termini della matrice di smorzamento $\bar{\mathbf{C}}$, E_i è l'energia di deformazione relativa all' i -esima forma modale del sistema con i dissipatori e E_v è l'energia immagazzinata nei dissipatori viscoelastici. Queste energie sono calcolate come:

$$E_v = \phi_i^T \bar{\mathbf{K}} \phi_i \quad (3.2.1.2)$$

$$E_i = \phi_i^T (\mathbf{K} + \bar{\mathbf{K}}) \phi_i \quad (3.2.1.3)$$

dove ϕ_i è il vettore di forma associato dell' i -esima forma modale associato ad ω'_i , \mathbf{K} è la matrice delle rigidità della struttura originaria, e $\bar{\mathbf{K}}$, in accordo a quanto detto nel precedente paragrafo, è la matrice delle rigidità attribuita ai dissipatori.

L'equazione (3.2.1.1) può essere scritta come

$$\zeta_{d,i} = \bar{\zeta}_i = \frac{\eta(\omega'_i)}{2} \left[\frac{\phi_i^T \bar{\mathbf{K}} \phi_i}{\phi_i^T (\mathbf{K} + \bar{\mathbf{K}}) \phi_i} \right] = \frac{\eta(\omega'_i)}{2} \left[1 - \frac{\phi_i^T \mathbf{K} \phi_i}{\phi_i^T (\mathbf{K} + \bar{\mathbf{K}}) \phi_i} \right] \quad (3.2.1.4)$$

La pulsazione dell' i -esima forma modale della struttura con di dissipatori viscoelastici e diagonali, essendo ragionevolmente valida l'approssimazione $\mathbf{M} \approx \hat{\mathbf{M}} = \mathbf{M} + \bar{\mathbf{M}}$, è:

$$\omega_i = \left[\frac{\phi_i^T (\mathbf{K} + \bar{\mathbf{K}}) \phi_i}{\phi_i^T \mathbf{M} \phi_i} \right] \quad (3.2.1.5)$$

dove \mathbf{M} è la matrice delle masse della struttura. L'equazione (3.2.1.4) quindi può essere così semplificata:

$$\zeta_{d,i} = \bar{\zeta}_i = \frac{\eta(\omega'_i)}{2} \left[1 - \frac{\phi_i^T \mathbf{K} \phi_i}{\phi_i^T (\mathbf{K} + \bar{\mathbf{K}}) \phi_i} \frac{\phi_i^T \mathbf{M} \phi_i}{\phi_i^T \mathbf{M} \phi_i} \right] = \frac{\eta(\omega'_i)}{2} \left(1 - \frac{\omega_i'^2}{\omega_i^2} \right) \quad (3.2.1.6)$$

Nelle strutture munite di dissipatori viscoelastici, il parametro di progetto più importante è il coefficiente di smorzamento.

Pertanto valutare le frequenze modali e rapporti di smorzamento è una procedura iterativa. Nella situazione in cui il modulo del materiale in corrispondenza della pulsazione ω_i risulti sostanzialmente diverso da quello relativo a $\bar{\omega}_i$, c'è bisogno che i passaggi precedenti siano ripetuti per una stima migliore delle quantità modali. Tuttavia, si è evidenziato che il processo di iterazione è normalmente breve (Soong and Constantinou 1994; Soong and Dargush 1997).

Analoga trattazione può essere condotta con riferimento ad un sistema MDOF dotato di dispositivi viscosi, così come mostrato nella Figura 3.2.1.1.

Considerando un sistema MDOF (Hwang and Huang 2003; Hwang et al. 2008; Hwang 2005) dotato di dispositivi viscosi, il fattore dello smorzamento effettivo totale del sistema, ξ , è definito come

$$\xi = \zeta_s + \zeta_d \quad (3.2.1.7)$$

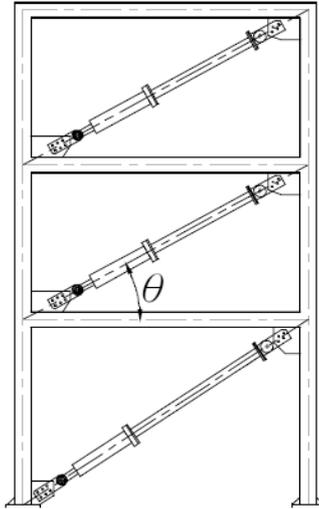


Figura 3.2.1.1 Un modello MDOF di una struttura con dissipatori viscosi

dove ξ_s è il fattore intrinseco di smorzamento del sistema MDOF senza dissipatori, e ξ_d è il fattore di smorzamento viscoso attribuito ai dispositivi aggiunti. Volendo estendere la trattazione del sistema SDOF effettuata, si prende in considerazione l'equazione illustrata di seguito utilizzata dalle linee guida FEMA273 (ATC 1997b) per rappresentare ξ_d :

$$\zeta_d = \frac{\sum W_j}{2\pi W_k} \quad (3.2.1.8)$$

dove $\sum W_j$ è la somma dell'energia dissipata dal j-esimo dissipatore del sistema in un ciclo, e W_k è l'energia di deformazione elastica del sistema strutturale. W_k risulta uguale a $\sum F_i \Delta_i$ dove F_i è il taglio di piano e Δ_i è lo spostamento di piano dello i-esimo livello. Ora, l'energia dissipata dai dissipatori viscosi può essere espressa come

$$\sum_j W_j = \sum_j \pi c_j u_j^2 \omega = \frac{2\pi^2}{T} \sum_j c_j u_j^2 \quad (3.2.1.9)$$

dove u_j è lo spostamento relativo assiale del j-esimo dissipatore tra le due estremità.

Prove sperimentali hanno dimostrato (Hwang and Huang 2003; Hwang et al. 2008; Hwang 2005) che se il fattore di smorzamento di una struttura aumenta le risposte dei

modi superiori della struttura sono sopresse. Si considera così un'approssimazione accettabile quella di far riferimento solo al primo modo di un sistema MDOF nell'ambito delle pratiche applicazioni. Utilizzando il metodo dell'energia di deformazione modale, l'energia dissipata dai dissipatori e l'energia di deformazione elastica fornita dalla struttura principale possono essere riscritte come

$$\sum_j W_j = \frac{2\pi^2}{T_1} \sum_j c_j \phi_{dj}^2 \cos^2 \vartheta_j$$

and

(3.2.1.10)

$$W_k = \Phi_1^T \mathbf{K} \Phi_1 = \Phi_1^T \omega_1^2 \mathbf{M} \Phi_1 = \sum_i \omega_1^2 m_i \phi_i^2 = \frac{4\pi^2}{T_1^2} \sum_i m_i \phi_i^2$$

dove \mathbf{K} , \mathbf{M} , Φ_1 sono rispettivamente la matrice di rigidità, la matrice di massa concentrata e la forma del primo modo del sistema; ϕ_{dj} è lo spostamento relativo orizzontale del dissipatore j-esimo corrispondente alla prima forma modale; ϕ_i è lo spostamento del primo modo al piano i-esimo; m_i è la massa del livello i-esimo; e θ_j è l'angolo d'inclinazione del dissipatore j-esimo.

Sostituendo le equazioni (3.2.1.8)-(3.2.1.10) nella (3.2.1.7), lo smorzamento di una struttura lineare con dissipatori viscosi si scrive come:

$$\zeta = \zeta_s + \frac{\frac{2\pi^2}{T_1} \sum_j c_j \phi_{dj}^2 \cos^2 \vartheta_j}{2\pi \frac{4\pi^2}{T_1^2} \sum_i m_i \phi_i^2} = \zeta_s + \frac{T_1 \sum_j c_j \phi_{dj}^2 \cos^2 \vartheta_j}{4\pi \sum_i m_i \phi_i^2} \quad (3.2.1.11)$$

Fissato un valore desiderato del rapporto di smorzamento aggiunto, non esiste una procedura sostanziale suggerita da codici di progettazione per la distribuzione dei valori di "c" su tutto l'edificio. Nel progettare i dissipatori, può essere conveniente distribuire i valori di "c" in modo uguale per ogni piano. Comunque, molti risultati sperimentali hanno mostrato che l'efficacia di dissipatori sui piani superiori è inferiore a quella dei piani inferiori per edifici aventi caratteristiche meccaniche uniformi in elevazione (Pekcan et al. 1999).

Deve essere precisato che, in un'analisi più completa, il contributo da parte del sistema dissipativo viscoelastico sia in termini di smorzamento che in termini di la rigidità corrispondenti ad ogni forma modale dipende dalla pulsazione della relativa forma modale. Nel capitolo successivo è trattata la dinamica sia del "viscoelastic damper-brace

component” che del “viscous damper-brace component” per tener conto della presenza della rigidità della diagonale. Ne segue che nelle matrici $\bar{\mathbf{k}}(\omega)$ e $\bar{\mathbf{C}}(\omega)$ e nella valutazione delle energie devono essere considerati i termini dinamici riferiti alla rigidità e viscosità del singolo dispositivo viscoelastico o solo alla viscosità del singolo dispositivo viscoso e alla rigidità della singola diagonale posta in serie.

Inoltre è bene anche osservare che nel caso di alti smorzamenti bisogna tener conto dell’effetto che lo smorzamento ha sulla corrispondente forma modale:

$$\omega_{D,i} = \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2} \quad (3.2.1.12)$$

Con riferimento a tale problematica, seguendo l’approccio del metodo dell’energia di deformazione modale, è stata proposta, infatti, una versione modificata nello spazio complesso delle frequenze nel caso di rapporto adimensionale di smorzamento superiore al 20% (Tsai and Chang 2000, 2001).

3.2.2 FATTORE DI SMORZAMENTO DI SISTEMI A PIU’ GRADI DI LIBERTA’ CON DISSIPATORI FLUIDO VISCOSI NON LINEARI

Per un sistema MDOF il fattore di smorzamento equivalente (Hwang and Huang 2003; Hwang et al. 2008; Hwang 2005) si ottiene come segue. Considerando solo il primo modo, l’energia di deformazione elastica è:

$$W_k = \omega_1^2 \sum_i m_i u_i^2 \quad (3.2.2.1)$$

Partendo dal presupposto che la totalità dei dissipatori abbia la stessa α e sostituendo le equazioni (3.1.2.4), (3.1.2.5) e (3.2.2.1) nella (3.1.1.7), il fattore di smorzamento dovuto ai dissipatori si ottiene come:

$$\zeta_d = \frac{\sum_j \lambda c_j u_{dj}^{1+\alpha} \cos^{1+\alpha} \vartheta_j}{2\pi\omega^{2-\alpha} \sum_i m_i u_i^2} \quad (3.2.2.2)$$

dove u_{dj} è lo spostamento relativo tra le estremità del dissipatore j-esimo in direzione orizzontale. Poiché solo il primo modo è considerato, la risposta in termini di spostamento può essere espresso come:

$$u_i = A\phi_i \quad (3.2.2.3)$$

dove ϕ_i è lo spostamento del primo modo dello i -esimo grado di libertà e A è l'ampiezza.

Infine, sostituendo le equazioni (3.2.2.2) e (3.2.2.3) nella (3.2.1.7), il rapporto di smorzamento efficace della struttura con dissipatori non lineari risulta:

$$\zeta = \zeta_s + \frac{\sum_j \lambda c_j \phi_{dj}^{1+\alpha} \cos^{1+\alpha} \vartheta_j}{2\pi A^{1-\alpha} \omega^{2-\alpha} \sum_i m_i \phi_i^2} \quad (3.2.2.4)$$

Anche in questo caso non si dovrebbe trascurare la presenza delle diagonali e , di conseguenza, i termini dinamici della viscosità di ogni dispositivo viscoso non lineare e della rigidità di ogni diagonale dovrebbero essere impiegati.

3.3 DINAMICA DEI SISTEMI LINEARI NELLO SPAZIO DEGLI STATI

I sistemi dinamici lineari possono essere studiati nel dominio del tempo o delle frequenze. La prima rappresentazione consente di ottenere la risposta nel tempo di un sistema di fissate caratteristiche dinamiche, viceversa, la seconda rappresentazione permette di valutare la risposta di una moltitudine di sistemi con differenti caratteristiche dinamiche.

Una funzione molto importante e spesso impiegata nelle rappresentazioni sopra descritte è la funzione di trasferimento, definita come segue:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + \dots + a_1 s + a_0} \quad (3.3.1)$$

Gli zeri dei polinomi $Y(s)$ e $X(s)$ si chiamano, rispettivamente, zeri e poli della funzione di trasferimento (o del sistema). Di seguito, si riporta una tipica rappresentazione grafica di un sistema dinamico SISO (Single Input Single Output) attraverso la funzione di trasferimento:

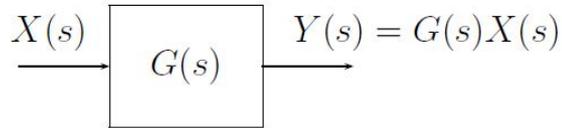


Figura 3.3.1 Rappresentazione grafica del sistema dinamico SISO

La funzione di trasferimento $G(s)$ è in corrispondenza biunivoca con la seguente equazione differenziale che lega tra di loro la funzione di ingresso $x(t)$ e la funzione di uscita $y(t)$:

$$y^{(n)}(t) + \dots + a_1 \dot{y}(t) + a_0 y(t) = b_m x^{(m)}(t) + \dots + b_1 \dot{x}(t) + b_0 x(t) \quad (3.3.2)$$

Con $y^{(n)}(t)$ si è indicata la derivata n -esima della funzione temporale $y(t)$. Si precisa che le funzioni di trasferimento $G(s)$ si utilizzano solamente per i sistemi lineari, a coefficienti costanti e tempo invarianti.

La biunivocità è legata al fatto che in qualunque momento deve essere possibile passare dall'equazione differenziale alle funzione di trasferimento e viceversa, nell'ipotesi usuale che le condizioni iniziali siano tutte identicamente nulle.

Un modo di rappresentare i sistemi dinamici lineari è quello di utilizzare una descrizione nello spazio degli stati. In questo caso, per descrivere il sistema dinamico si utilizza un numero di variabili (tipicamente variabili interne) pari alla dimensione dinamica del sistema. L'insieme di queste variabili definisce lo stato del sistema. I valori assunti dalle variabili di stato in un generico istante di tempo contengono, nel loro complesso, tutta l'informazione sulla storia passata del sistema necessaria per valutare l'andamento futuro sia delle stesse variabili di stato che di quelle di uscita, una volta noto l'andamento degli ingressi per tempi successivi all'istante considerato.

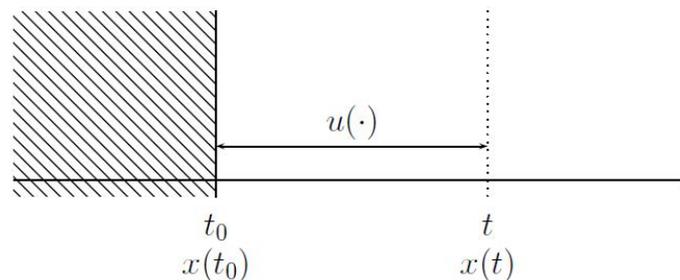


Figura 3.3.2 Significato fisico delle variabili di stato

Per determinare lo stato $x(t)$ all'istante t è necessario conoscere lo stato $x(t_0)$ all'istante t_0 e la funzione di ingresso $u(\cdot)$ nell'intervallo di tempo $[t_0, t]$ (Figura 3.3.2).

$$x(t) = \psi(t, t_0, x_0, u(\cdot)) \quad (3.3.3)$$

Il concetto di stato permette di non prendere in considerazione la storia passata del sistema prima dell'istante t_0 .

Un sistema lineare tempo invariante viene descritto nello spazio degli stati nel modo seguente:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(\mathbf{t}) = \mathbf{A}\mathbf{x}(\mathbf{t}) + \mathbf{B}\mathbf{u}(\mathbf{t}) \\ \mathbf{y}(\mathbf{t}) = \mathbf{C}\mathbf{x}(\mathbf{t}) + \mathbf{D}\mathbf{u}(\mathbf{t}) \end{cases} \quad (3.3.4)$$

dove con $\mathbf{x}(t) = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathfrak{R}^n$ si è indicato il vettore di stato, con $\mathbf{u}(t) \in \mathfrak{R}^m$ il vettore degli ingressi, con $\mathbf{y}(t) \in \mathfrak{R}^p$ il vettore delle uscite e con $\mathbf{A} \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B} \in \mathfrak{R}^{n \times m}$, $\mathbf{C} \in \mathfrak{R}^{p \times n}$, $\mathbf{D} \in \mathfrak{R}^{p \times m}$ matrici di dimensioni opportune.

3.4 LA RAPPRESENTAZIONE DI SISTEMI DINAMICI AD UN GRADO DI LIBERTA' NELLO SPAZIO DEGLI STATI

Nei precedenti paragrafi si è descritto il problema dinamico di sistemi SDOF e MDOF, evidenziando come la soluzione di quest'ultimo fosse legata alla risoluzione di un sistema di equazioni differenziali del secondo ordine a coefficienti costanti. L'approccio presentato è stato quello classico del "disaccoppiamento modale".

Un approccio alternativo alla descrizione e risoluzione del problema del moto è quello di descrivere il fenomeno dinamico nell'ambito dello spazio degli stati.

Per descrivere tale tecnica si consideri, inizialmente, l'equazione dinamica (3.1.2) relativa ad un sistema SDOF. L'integrazione di tale equazione, una volta fissate le condizioni iniziali di moto, conduce alla determinazione della velocità e dello spostamento per ogni istante di tempo.

Ciò che è interessante notare, è come, note tali due funzioni, sia possibile risalire attraverso la medesima equazione (3.1.2) all'accelerazione del sistema e, quindi, alla valutazione di tutte le azioni dinamiche sul sistema. In altri termini le due grandezze

citare sono sufficienti alla descrizione completa del sistema e ne rappresentano, dunque, “lo stato dinamico”.

Ecco allora che piuttosto che descrivere il fenomeno mediante un’equazione differenziale del secondo ordine, conviene trasformare la (3.1.2) in un sistema di due equazioni differenziali del primo ordine che contengano come incognite le variabili di stato spostamento, $x(t)$, e velocità, $\dot{x}(t)$. La nuova forma del problema sarà la seguente:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \dot{x} \\ \frac{d\dot{x}}{dt} = \left(-\frac{c}{m}\right)\dot{x} + \left(-\frac{k}{m}\right)x - \ddot{u}_g \end{cases} \quad (3.4.1)$$

Questa forma è denominata “rappresentazione nello spazio degli stati”, e trova la principale ragione di essere nella ridotta complessità relativa alla ricerca di soluzioni analitiche e numeriche del problema.

Da un punto di vista formale è conveniente descrivere il sistema di equazioni (3.4.1) mediante una notazione di carattere matriciale. Si definisce allora il vettore di stato \mathbf{z} , avente come componenti le grandezze che rappresentano lo stato del sistema:

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} \quad (3.4.2)$$

in maniera tale che le (3.4.1) possano essere rappresentate attraverso la seguente equazione matriciale:

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{b}\ddot{u}_g(t) \quad (3.4.3)$$

nella quale:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k/m & -c/m \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.4.4)$$

la matrice \mathbf{A} viene generalmente definita con il termine di “matrice di stato”. La matrice \mathbf{A} ed il vettore \mathbf{b} , introducendo, sulla base delle equazioni (3.1.4) e (3.1.5), le grandezze pulsazione ω e fattore di smorzamento ζ , si possono scrivere:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & -2\zeta\omega \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.4.5)$$

3.5 LA RAPPRESENTAZIONE DI SISTEMI DINAMICI A PIU' GRADI DI LIBERTA' NELLO SPAZIO DEGLI STATI

Con riferimento a sistemi MDOF, è possibile effettuare il medesimo sviluppo con riferimento all'equazione matriciale (3.2.1). Lo stato del sistema sarà rappresentato da un vettore contenente le grandezze spostamento e velocità relativamente ad ognuno degli N gradi di libertà, per cui presenterà dimensione $2N$:

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}(t) \\ \dot{\mathbf{u}}(t) \end{bmatrix} \quad (3.5.1)$$

mentre la matrice \mathbf{A} e il vettore \mathbf{b} assumeranno la seguente forma:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N \times N} & \mathbf{I}_{N \times N} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N \times 1} \\ \mathbf{i} \end{bmatrix} \quad (3.5.2)$$

in cui i termini $\mathbf{0}_{N \times N}$, $\mathbf{0}_{N \times 1}$, $\mathbf{I}_{N \times N}$ e \mathbf{i} rappresentano rispettivamente, la matrice nulla di dimensione $N \times N$, il vettore colonna nullo di dimensione N , la matrice identità di dimensione $N \times N$ ed il vettore d'influenza rappresentativo dell'effetto dell'azione sismica sulla struttura in oggetto. Per semplicità di simbologia le matrici \mathbf{M} , \mathbf{K} e \mathbf{C} contengono la somma dei termini relativi al sistema principale e al sistema dissipativo.

L'equazione (3.4.3), dunque, per una struttura ad N gradi di libertà rappresenta matematicamente un sistema di $2N$ equazioni differenziali del primo ordine. La soluzione di tale equazione differenziale matriciale riguarda il problema sismico della struttura, e cioè quello in cui essa risulta caricata da un'azione inerziale variabile nel tempo. Di seguito prima di fornire la soluzione di tale problema si intende dare alcune indicazioni relative al problema delle libere oscillazioni del sistema.

3.5.1 SOLUZIONE DEL PROBLEMA DELLE LIBERE OSCILLAZIONI

Nell'ottica della tecnica del disaccoppiamento modale, una possibile soluzione del problema delle oscillazioni libere del sistema può essere ricercata attraverso la seguente relazione:

$$\mathbf{z} = \mathbf{v}e^{\lambda t} \quad (3.5.1.1)$$

in cui \mathbf{v} è un generico vettore di dimensione $2N$ e λ è uno scalare.

Sostituendo la (3.5.1.1) nella (3.4.3), si ottiene la seguente equazione caratteristica:

$$(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}_{2N \times 2N}) \mathbf{v} = \mathbf{0}_{2N \times 2N} \quad (3.5.1.2)$$

in cui con $\mathbf{I}_{2N \times 2N}$ e $\mathbf{0}_{2N \times 2N}$ si sono indicate rispettivamente la matrice identità e la matrice nulla di dimensione $2N \times 2N$.

Perchè la (3.5.1.2) presenti soluzioni non banali deve essere:

$$\det(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}_{2N \times 2N}) = \det \begin{bmatrix} -\lambda \mathbf{I}_{N \times N} & \mathbf{I}_{N \times N} \\ -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} - \lambda \mathbf{I}_{N \times N} \end{bmatrix} = 0 \quad (3.5.1.3)$$

che sintetizza un'equazione algebrica di grado $2N$ nella variabile λ , e rappresenta matematicamente il problema della ricerca degli autovalori della matrice di stato. Essendo, in genere, i sistemi strutturali nel campo dell'ingegneria civile, sistemi propriamente smorzati, l'equazione (3.5.1.3) presenterà soluzioni immaginarie e coniugate rappresentative delle frequenze proprie di vibrazione degli N modi di vibrare della struttura.

Si indicherà, dunque, con " λ_i " l'autovalore corrispondente all' i -esimo modo di vibrare, e con $\tilde{\lambda}_i$ il suo coniugato.

Le coordinate principali corrispondenti ad ognuno degli autovalori si determinano sostituendo questi ultimi nella (3.5.1.2). Appare evidente come in corrispondenza di autovalori complessi e coniugati si ottengano vettori forma con elementi complessi e coniugati. Si indicherà così con \mathbf{v}_i il generico vettore forma e con $\tilde{\mathbf{v}}_i$ il suo coniugato.

Si noti come i vettori forma siano caratterizzati da un numero di componenti pari a $2N$, essi, infatti, sono rappresentativi dell'aspetto delle forme modali relativamente al vettore di stato, quindi sia in termini di spostamento che di velocità.

La soluzione del problema omogeneo associato può così esprimersi attraverso la formula:

$$\mathbf{z}_{om} = \sum_{i=1}^N \left(C_i e^{\lambda_i t} \mathbf{v}_i + C'_i e^{\tilde{\lambda}_i t} \tilde{\mathbf{v}}_i \right) \quad (3.5.1.4)$$

nella quale C_i e C'_i possono scriversi come segue:

$$C_i = \frac{1}{2}(C_R^i + iC_I^i) \quad (3.5.1.5)$$

$$C_i' = \tilde{C}_i$$

e C_R^i, C_I^i per $i = 1, \dots, N$ rappresentano $2N$ costanti reali arbitrarie da definire in base alle condizioni iniziali di moto.

Ciò che si intende puntualizzare è che per effettuare il disaccoppiamento modale nell'ambito dello spazio degli stati non è necessario imporre forme particolari alla matrice di smorzamento C , il che consente di descrivere in maniera formalmente corretta anche situazioni di distribuzione generica delle risorse dissipative.

3.5.2 SOLUZIONE GENERALE DEL PROBLEMA

Nel caso di carico arbitrario agente sul sistema ci si limiterà a fornire una possibile soluzione che sfrutta l'integrale di convoluzione di Duhamel ed esprime la soluzione del problema relativo alle libere oscillazioni in una forma particolare.

Si consideri, dunque, la seguente equazione differenziale scalare del primo ordine:

$$\dot{y}(t) = ay(t) + g(t) \quad (3.5.2.1)$$

la soluzione completa di tale problema può esprimersi nella seguente forma:

$$y(t) = e^{a(t-t_0)} y_0 + \int_{t_0}^t e^{a(t-\tau)} g(\tau) d\tau \quad (3.5.2.2)$$

in cui y_0 rappresenta il valore della variabile y in corrispondenza dell'istante iniziale t_0 .

Con riferimento al problema in esame espresso dalla (3.4.3), è possibile ottenere una soluzione che presenti una forma analoga. Relativamente alla soluzione dell'omogenea associata è possibile dimostrare, infatti, come la (3.5.1.4) possa scriversi in forma compatta nella seguente maniera:

$$\mathbf{z}_{om}(t) = e^{At} \mathbf{z}_0 \quad (3.5.2.3)$$

nella quale e^{At} , denominata con il termine di "matrice di transizione", rappresenta una matrice definita dalla seguente serie:

$$e^{\mathbf{A}t} = \mathbf{I} + \mathbf{A}t + \frac{1}{2}\mathbf{A}\mathbf{A}t^2 + \dots + \frac{1}{n!}\mathbf{A}^n t^n + \dots \quad (3.5.2.4)$$

La proprietà fondamentale di tale matrice è quella di presentare una derivata temporale del tutto simile a quella della corrispondente funzione scalare:

$$\frac{de^{\mathbf{A}t}}{dt} = \mathbf{A}e^{\mathbf{A}t} \quad (3.5.2.5)$$

Adoperando la (3.5.2.3) e l'integrale di Duhamel è possibile fornire un'espressione generale alla soluzione della (3.4.3):

$$\mathbf{z}(t) = e^{\mathbf{A}(t-t_0)}\mathbf{z}_0 + \int_{t_0}^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)}\mathbf{b}\dot{u}_g(\tau)d\tau \quad (3.5.2.6)$$

La (3.5.2.6), per la forma che assume, risulta particolarmente utile da un punto di vista numerico in quanto consente con relativa facilità l'integrazione numerica del problema attraverso la discretizzazione della variabile tempo.

Nel presente capitolo si sono forniti gli elementi principali relativi all'analisi dei sistemi dotati di smorzamento viscoso. Gli aspetti trattati, lungi dal rappresentare una trattazione completa del problema, hanno l'obiettivo di fissare i principali concetti relativi ai sistemi dotati di smorzamento fondamentali per la comprensione degli aspetti proposti nel presente lavoro.

L'analisi dinamica nello spazio degli stati consente una valutazione della risposta della struttura che non sia vincolata da ipotesi particolarmente restrittive, ma soprattutto descrive la risposta libera del sistema attraverso un approccio modale relativo all'intero stato del sistema, il che consente di avere una rappresentazione del vettore velocità relativa al singolo grado di libertà.

Capitolo 4

4. MODELLAZIONE DEI SISTEMI DISSIPATIVI DI CONTROVENTAMENTO VISCOELASTICI

Nel presente capitolo è descritta la teoria della viscoelasticità e i relativi modelli al discreto come, ad esempio, i modelli di Kelvin e di Maxwell. La finalità del presente capitolo è quella di valutare il comportamento dinamico dei sistemi dissipativi viscoelastici tenendo in conto della presenza della diagonale.

Infatti il dispositivo viscoelastico è modellabile come un corpo di Kelvin, il cui comportamento è dipendente, già di per sé, dalla pulsazione; tale dispositivo in serie ad una diagonale è studiabile attraverso il modello di Poynting-Thomson in cui si evidenzia ancora di più la dipendenza dalla pulsazione.

Analogamente il dispositivo puramente viscoso (lineare o non lineare) in serie ad una diagonale è modellabile attraverso il modello di Maxwell, che presenta una risposta dinamica dipendente dalla pulsazione.

In entrambi i casi la dipendenza dalla pulsazione ha come conseguenza che, in campo dinamico, alle grandezze viscoelastiche statiche dei controventi dissipativi corrispondono grandezze dinamiche “ridotte” ovvero tra il comportamento statico e dinamico sussiste una riduzione dell’efficacia del sistema dissipativo viscoelastico.

4.1 PRINCIPI E MODELLI DI VISCOELASTICITA’ LINEARE

La teoria della viscoelasticità lineare è spesso utilizzata perchè consente di modellare e predire la risposta di molteplici sistemi meccanici. Applicazioni della teoria della viscoelasticità lineare sono così presenti anche nell’ingegneria strutturale con riferimento allo studio della dinamica di sistemi strutturali dotati di elementi dissipativi.

Viscoelastici sono quei materiali con caratteristiche sia elastiche (di Hooke) in fase con lo spostamento che viscoso (Newtoniano) in fase con la velocità del moto. Questi possono considerarsi due casi estremi di un ampio spettro di comportamenti.

Fenomeni viscoelastici caratteristici sono, ad esempio, il rilassamento (tensione a deformazione costante) che si ha quando un corpo è rapidamente deformato e la deformazione si mantiene costante mentre la tensione indotta nel corpo decresce nel

tempo; il creep (deformazione a carico costante) che si ha quando un corpo è rapidamente posto in tensione e la tensione è mantenuta costante mentre il corpo continua a deformarsi; l'isteresi in un corpo sottoposto ad un carico ciclico, avviene quando la relazione tensione-deformazione per carichi crescenti è, in certa misura, diversa da quella per carichi decrescenti.

La formulazione più generale sotto l'assunzione di linearità tra la causa e l'effetto è dovuta a Boltzman (Fung 1965).

Nel caso monodimensionale, possiamo considerare una semplice barra soggetta alla forza $F(t)$ ed all'elongazione $u(t)$. L'elongazione $u(t)$ è causata da tutta la storia di carico fino all'istante t .

Se la funzione $F(t)$ è continua e differenziabile, allora in un breve intervallo $d\tau$ all'istante τ l'incremento di carico risulta essere:

$$\left(\frac{dF}{d\tau}\right)d\tau \quad (4.1.1)$$

Tale incremento continua ad agire sulla barra e contribuisce con un incremento $du(t)$ all'elongazione al tempo $t > \tau$. In termini di proporzionalità e di dipendenza dall'intervallo $(t - \tau)$, possiamo scrivere:

$$du(t) = c(t - \tau) \left(\frac{dF}{d\tau}\right) d\tau \quad (4.1.2)$$

dove $c(t)$ è la funzione di creep, cioè la storia di elongazione in risposta ad un gradino unitario di variazione di forza.

Se l'origine dei tempi è presa all'inizio del moto e del carico, allora, sommando i contributi di tutta la storia di carico risulta:

$$u(t) = \int_0^t c(t - \tau) \left(\frac{dF}{d\tau}\right) d\tau \quad (4.1.3)$$

Ragionando in maniera simile con i ruoli di F ed u invertiti, si ha:

$$F(t) = \int_0^t k(t - \tau) \left(\frac{du(\tau)}{d\tau}\right) d\tau \quad (4.1.4)$$

dove $k(t)$ è la funzione rilassamento.

La suddetta equazione in forma di operatori differenziali, facendo riferimento ai termini specifici, può essere scritta come segue (Fung 1965):

$$\sum_{m=0}^M a_m \frac{d^m \sigma}{dt^m} = \sum_{n=0}^N b_n \frac{d^n \varepsilon}{dt^n} \quad (4.1.5)$$

dove a_m e b_n sono costanti e gli esponenti delle derivate indicano l'ordine della derivata, le quali possono essere derivate intere o frazionali.

La (4.1.5) può essere, in modo equivalente, scritta in forma integrale (Bagley and Torvik 1983):

$$\frac{d^\alpha f(t)}{dt^\alpha} \equiv \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dt} \left[\int_0^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^\alpha} d\tau \right] \quad (4.1.6)$$

dove $0 < \alpha < 1$ e $\Gamma(\cdot)$ è la funzione Gamma.

Il comportamento viscoelastico lineare, tuttavia, è spesso descritto mediante modelli meccanici discreti, composti da combinazioni di due elementi: "molla elastica lineare" (Hookean solido) (priva di massa) con costante elastica k e "dashpot viscoso" (Fluido newtoniano) con coefficiente di viscosità c (Figura 4.1.1).

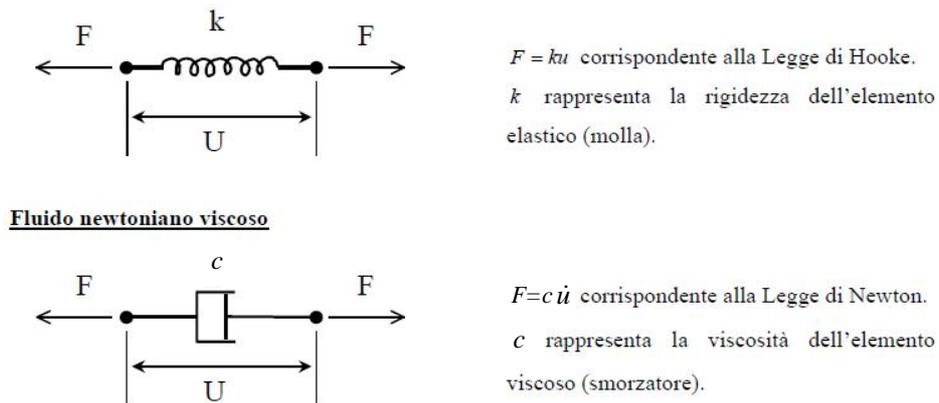


Figura 4.1.1 Componenti di base

Dalla combinazione dei due elementi base si possono ottenere differenti modelli, ampiamente descritti in letteratura, al fine di cogliere le peculiarità del reale comportamento meccanico delle differenti tipologie di materiali o di diversi sistemi ingegneristici. Tra essi si citano, per l'importanza applicativa che hanno, il modello di Maxwell, costituito da una rigidità in serie ad un dashpot lineare (Newtoniano) ed il modello di Voigt-Kelvin che presenta la rigidità in parallelo al dashpot.

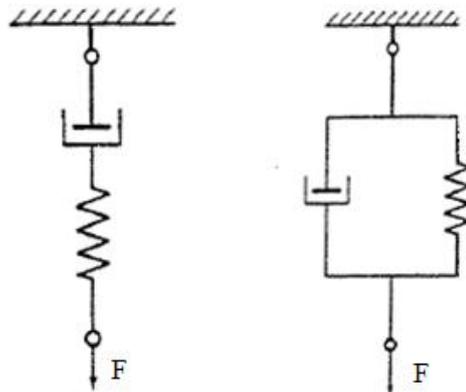


Figura 4.1.2 Modello di Maxwell e modello di Kelvin-Voigt

Combinazioni più complesse, ma non meno utili, sono ad esempio i modelli a tre parametri: modello solido a tre parametri (o solido lineare standard SLS) di Poynting-Thomson e modello solido a tre parametri di Jeffreys.

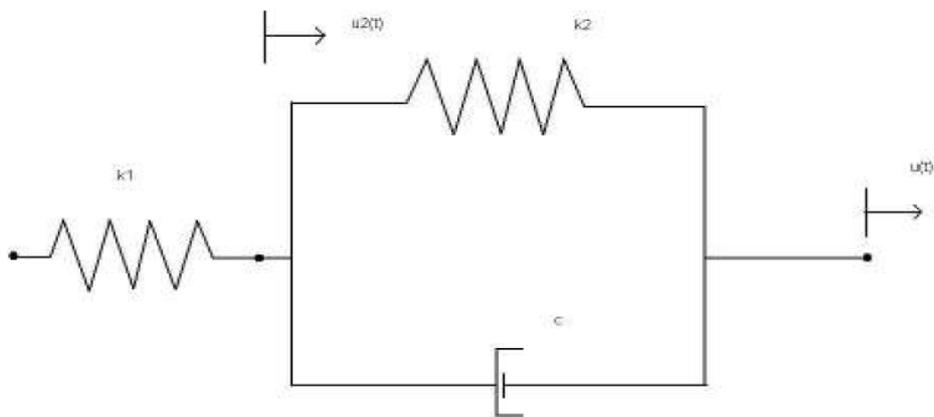


Figura 4.1.3 Modello di Poynting-Thomson

CAPITOLO 4: MODELLAZIONE DEI SISTEMI DISSIPATIVI DI CONTROVENTAMENTO
VISCOELASTICI

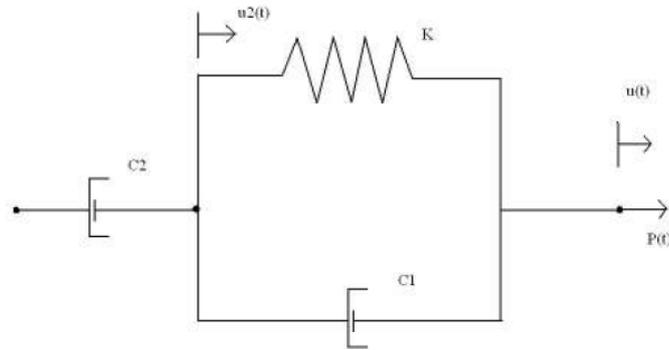


Figura 4.1.4 Modello di Jeffreys

Modelli più generali, ossia di ordine maggiore rispetto a quelli sopra descritti, possono essere costruiti combinando più elementi (in serie o in parallelo) ed ottenendo o il modello di Kelvin generalizzato di ordine N o il modello di Maxwell generalizzato di ordine N .

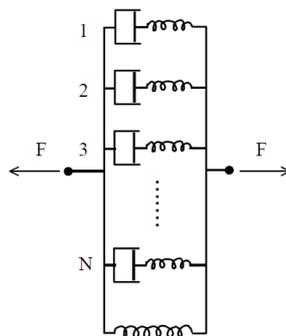


Figura 4.1.5 Modello di kelvin generalizzato di ordine N

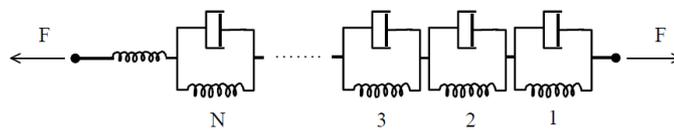


Figura 4.1.6 Modello di Maxwell generalizzato di ordine N

Quindi i modelli di Maxwell, Voigt e Kelvin, con le loro generalizzazioni, sono il corrispondente della teoria al continuo di Boltzman nel caso di considerare valori discreti della variabile tempo.

I modelli della visco-elasticità lineare possono essere studiati nel dominio del tempo, delle frequenze e in quello di Laplace attraverso un approccio di meccanica classica (standard mechanical model), attraverso l'uso delle derivate frazionarie (fractional derivate model) o mediante una rappresentazione in potenza (modified power law representations), (Park 2001).

Inoltre si precisa che esistono altrettanti modelli per studiare i comportamenti viscosi non lineari, il cui elemento base è un dashpot non lineare (fractional dashpot) e che il modello che lo contiene assume la denominazione di fractional model. Esiste, ad esempio, il modello "fractional Maxwell", formato da una rigidità in serie ad un "fractional dashpot", questa classe di modelli viene studiata attraverso un approccio alle derivate frazionarie.

4.2 MODELLAZIONE DEL SISTEMA DI CONTROVENTO VISCOELASTICO: BRACE ELASTICO E DAMPER VISCOELASTICO

Per l'analisi del "viscoelastic damper-brace component", si è utilizzato il modello solido a tre parametri (o solido lineare standard SLS) di Poynting-Thomson, costituito da una rigidità in serie ad un modello di Kelvin (Figura 4.2.1).

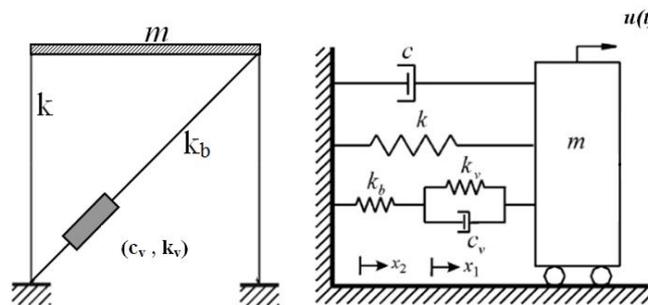


Figura 4.2.1 Viscoelastic damper-brace component

In una prima fase è necessario analizzare il comportamento del modello di Kelvin rappresentativo solo del damper viscoelastico. Il modello è un parallelo tra una

rigidezza ed uno smorzamento, e ne deriva che la forza nel dissipatore viscoelastico, risulta essere:

$$F_v(t) = k_v u_v(t) + c_v \dot{u}_v(t) \quad (4.2.1)$$

E' opportuno cercare una caratterizzazione meccanica dei termini di rigidezza e smorzamento. In particolare, considerando una funzione di spostamento relativo armonica di pulsazione " ω_D " applicata alle due estremità del dispositivo:

$$u_v(t) = u_0 \sin \omega_D t \quad (4.2.2)$$

la corrispondente funzione di scorrimento angolare (deformazione a taglio $\gamma(t)$) armonica di pulsazione " ω_D " risulta essere:

$$\gamma(t) = \frac{u_0}{h} \sin \omega_D t = \gamma_0 \sin \omega_D t \quad (4.2.3)$$

dove h è lo spessore del dispositivo viscoelastico.

La forza del modello di Kelvin, con riferimento all'equazione (4.2.1), risulta:

$$\begin{aligned} F_v(t) &= AG'(\omega_{ve})\gamma(t) + A \frac{G''(\omega_{ve})}{\omega_{ve}} \dot{\gamma}(t) = \\ &= AG'(\omega_{ve}) \frac{u_0}{h} \sin \omega_D(t) + A \frac{G''(\omega_{ve})}{\omega_{ve}} \frac{u_0}{h} \omega_D \cos \omega_D(t) \end{aligned} \quad (4.2.4)$$

in cui A è l'area trasversale del dispositivo, G' e G'' sono rispettivamente il modulo elastico ed il modulo di dissipazione del materiale. Questi due moduli descrivono il comportamento dinamico tangenziale del materiale e che dipendono dalla pulsazione ω_{ve} del dispositivo viscoelastico, come introdotto al capitolo 2.

Si considera, da qui in poi, $\omega_{ve} = \omega_D$ essendo la risposta del dissipatore caratterizzata da un andamento dinamico avente energia concentrata sulla propria pulsazione.

La quantità $G''(\omega_{ve})/\omega_{ve}$ è il coefficiente di smorzamento del materiale del dispositivo.

Introducendo le seguenti definizioni:

shear storage modulus:

$$k_v(\omega_{ve}) = \frac{AG'(\omega_{ve})}{h} \quad (4.2.5)$$

shear loss modulus:

$$c_v(\omega_{ve}) = \frac{AG''(\omega_{ve})}{\omega_{ve}h} \quad (4.2.6)$$

e il loss factor:

$$\eta(\omega_{ve}) = \frac{G''(\omega_{ve})}{G'(\omega_{ve})} \quad (4.2.7)$$

ne deriva che, sfruttando le equazioni (4.2.5)-(4.2.7), lo shear storage modulus possa scriversi come:

$$k_v(\omega_{ve}) = \frac{AG'(\omega_{ve})}{h} = \frac{G'(\omega_{ve})}{G''(\omega_{ve})} \omega_{ve} c_v(\omega_{ve}) = \frac{\omega_{ve}}{\eta(\omega_{ve})} c_v(\omega_{ve}) \quad (4.2.8)$$

La forza nel dispositivo impiegando le equazioni (4.2.5) e (4.2.6) è allora pari a:

$$F_v(t) = k_v(\omega_{ve})u_v(t) + c_v(\omega_{ve})\dot{u}_v(t) \quad (4.2.9)$$

in cui si nota come la rigidezza e la costante di viscosità del materiale viscoelastico dipendano dalla pulsazione del dispositivo viscoelastico ω_{ve} .

In generale la deformazione a taglio $\gamma(t)$ e la tensione tangenziale $\tau(t)$, valutata dividendo la forza per l'area A, oscillano con la stessa pulsazione ma fuori fase in quanto la tensione tangenziale è funzione anche dall'aliquota viscosa correlata alla velocità di deformazione relativa. Ciò può essere espresso dalle relazioni:

$$\gamma(t) = \gamma_0 \sin \omega_D t \quad (4.2.10)$$

$$\tau(t) = \tau_0 \sin(\omega_D t + \delta) \quad (4.2.11)$$

dove, come mostrato in Figura 4.2.2, γ_0 e τ_0 sono rispettivamente la deformazione a taglio di picco e lo sforzo tangenziale di picco, e δ è l'angolo di sfasamento, che è pari a $\delta = \omega_{ve}t$. Ne segue che lo sfasamento temporale risulta essere δ / ω_{ve} .

Per una data γ_0 , sia τ_0 che δ sono funzione di ω_{ve} .

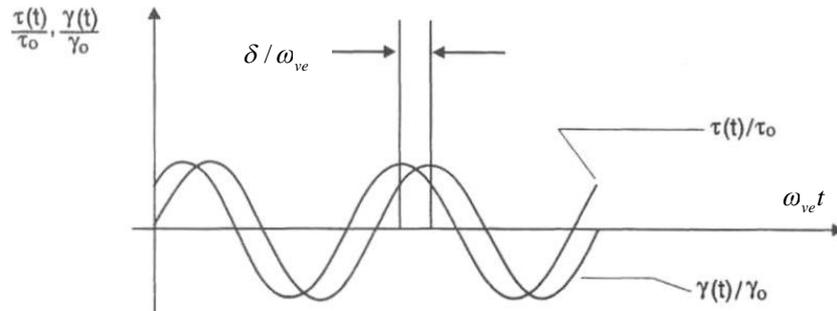


Figura 4.2.2 Tensione e deformazione sotto un carico sinusoidale

Quando $\omega_{ev} t = \pi / 2$, sfruttando le equazioni (4.2.4) e (4.2.11), si ha:

$$\begin{aligned} \tau(t) &= \tau_0 \sin(\pi / 2 + \delta) = \\ &= \tau_0 \cos \delta = \gamma_0 G'(\omega_{ve}) \sin(\pi / 2) \Rightarrow \frac{\tau_0}{\gamma_0} \cos \delta = G'(\omega_{ve}) \end{aligned} \quad (4.2.12)$$

Quando $\omega_{ev} t = 0$, considerando $\omega_{ev} = \omega_D$ e sfruttando le equazioni (4.2.4) e (4.2.11), si ha:

$$\tau(t) = \tau_0 \sin(\delta) = \gamma_0 G''(\omega_{ve}) \cos(\pi / 2) \Rightarrow \frac{\tau_0}{\gamma_0} \sin \delta = G''(\omega_{ve}) \quad (4.2.13)$$

Ne segue che lo sforzo di taglio può essere scritto, analogamente, sfruttando le equazioni (4.2.12) e (4.2.13), come:

$$\tau(t) = \gamma_0 [G'(\omega_D) \sin \omega_D t + G''(\omega_D) \cos \omega_D t] \quad (4.2.14)$$

La quantità $\gamma_0 \sin \omega_D t$ può essere sostituita da $\gamma(t)$ e si ha:

$$\cos \omega_D t = \frac{1}{\gamma_0 G''(\omega_{ve})} [\tau(t) - G'(\omega_{ve}) \gamma(t)] \quad (4.2.15)$$

Sfruttando l'equazione (4.2.14) e usando l'identità $\sin^2 \omega_D t + \cos^2 \omega_D t = 1$, si ottiene la seguente relazione tensione deformazione:

$$\tau(t) = G'(\omega_{ve})\gamma(t) \pm G''(\omega_{ve})\left[\gamma_0^2 - \gamma^2(t)\right]^{1/2} \quad (4.2.16)$$

che definisce un'ellisse mostrata in Figura 4.2.3, la cui area fornisce l'energia dissipata dal materiale viscoelastico per unità di volume e per ciclo di oscillazione. Essa è data da:

$$E_H = \int_0^{2\pi} \tau(t)\dot{\gamma}(t)dt = \pi\gamma_0^2 G''(\omega_{ve}) \quad (4.2.17)$$

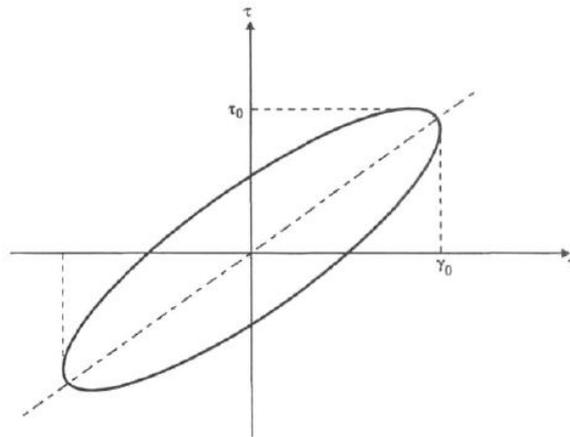


Figura 4.2.3 Diagramma tensione e deformazione

Come è possibile vedere dall'equazione (4.2.16) il primo termine della tensione tangenziale è la porzione in fase e il secondo termine è la parte fuori fase che rappresenta la componente di energia dissipata. Ciò è maggiormente visibile se si riscrive la (4.2.14) nella forma:

$$\tau(t) = G'(\omega_{ve})\gamma(t) + \frac{G''(\omega_{ve})}{\omega_{ve}}\dot{\gamma}(t) \quad (4.2.18)$$

Il fattore di smorzamento equivalente ovvero il valore dello smorzamento che caratterizzerebbe un dispositivo viscoso equivalente a parità di energia dissipata è pari:

$$\begin{aligned}
 \zeta &= \frac{c_v(\omega_{ve})}{2\omega m} = \frac{G''(\omega_{ve})}{\omega_{ve}} \frac{A}{h} \frac{1}{2\omega_{ve} m} = \frac{G''(\omega_{ve})}{\omega_{ve}} \frac{A}{h} \frac{1}{2\sqrt{k_v(\omega_{ve})m}} = \\
 &= \frac{G''(\omega_{ve})}{\omega_{ve}} \frac{A}{h} \frac{1}{2\sqrt{\frac{AG'(\omega_{ve})}{h}m}} = \\
 &= \frac{G''(\omega_{ve})}{\omega_{ve}} \frac{A}{h} \frac{1}{2\sqrt{\frac{AG'(\omega_{ve})}{h}m}} \frac{\sqrt{G'(\omega_{ve})}}{\sqrt{G'(\omega_{ve})}} = \tag{4.2.19} \\
 &= \frac{G''(\omega_{ve})}{2G'(\omega_{ve})\omega_{ve}} \sqrt{\frac{AG'(\omega_{ve})}{hm}} = \frac{G''(\omega_{ve})}{2G'(\omega_{ve})\omega_{ve}} \sqrt{\frac{k_v(\omega_{ve})}{m}} = \\
 &= \frac{G''(\omega_{ve})}{\omega_{ve}} \left(\frac{\omega_{ve}}{2G'(\omega_{ve})} \right) = \frac{G''(\omega_{ve})}{2G'(\omega_{ve})}
 \end{aligned}$$

Sfruttando la relazione (4.2.7) il fattore di smorzamento diviene:

$$\zeta = \frac{\eta}{2} \tag{4.2.20}$$

Ricordando che $G'(\omega_D)$ è definito *modulo elastico* del materiale viscoelastico ed è una misura dell'energia immagazzinata e recuperata per ciclo, e che $G''(\omega_D)$ è definito *modulo di dissipazione* e fornisce una misura dell'energia dissipata per ciclo, il fattore di perdita η può essere anche definito, sfruttando le equazioni (4.2.12) e (4.2.13), come:

$$\eta = \frac{G''(\omega_{ve})}{G'(\omega_{ve})} = \tan \delta \tag{4.2.21}$$

che è spesso usato come misura della capacità di dissipazione energetica del materiale viscoelastico come espresso nella relazione (4.2.20).

Avendo l'obiettivo di modellare il dispositivo viscoelastico in serie ad un'asta elastica ovvero di valutare la dipendenza dalla pulsazione dei coefficienti del modello di Poynting-Thomson, che risulterà più marcata rispetto a quella analizzata su fattore di perdita del singolo dispositivo (Soong and Constantinou 1994; Soong and Dargush 1997), è possibile in tale modello, trattandosi di una serie, correlare lo spostamento relativo e la velocità relativa tra le estremità del dispositivo viscoelastico, rispettivamente, allo spostamento relativo e velocità relativa tra le estremità del

“viscoelastic damper-brace component” e, quindi, ottenere l’equazione differenziale che regola il comportamento dinamico di tale sistema (modello di Poynting-Thomson), nel dominio del tempo, seguendo un approccio di meccanica classica (Park 2001). Tale equazione risulta essere:

$$F_{vb}(t) + \frac{c_v}{k_b + k_v} \dot{F}_{vb}(t) = k_{vb} \left[u_{vb}(t) + \frac{c_v}{k_v} \dot{u}_{vb}(t) \right] \quad (4.2.22)$$

(si precisa che per semplicità di scrittura la dipendenza di c_v e k_v da ω_{ve} è sottintesa)

in cui k_{vb} è la rigidezza del “viscoelastic damper-brace component” ovvero la serie

delle due rigidezze $k_{vb} = \frac{k_v k_b}{k_v + k_b}$, c_v è la costante di viscosità del dispositivo

viscoelastico, k_b è la rigidezza assiale della diagonale (brace), k_v è la rigidezza del dispositivo viscoelastico, $F_{vb}(t)$ è la forza che si sviluppa nel “viscoelastic damper-brace component”, $\dot{F}_{vb}(t)$ è la sua derivata rispetto al tempo t , $u_{vb}(t)$ è lo spostamento relativo tra le estremità del “viscoelastic damper-brace component” ed $\dot{u}_{vb}(t)$ è la sua derivata rispetto al tempo.

Considerando una funzione di spostamento armonica (smorzata) di pulsazione ω_D ed ampiezza u_0 , a meno del transitorio rappresentato dall’integrale dell’omogenea associata, la forza nel “viscoelastic damper-brace component”, ovvero l’integrale particolare rappresentativo della condizione a regime stazionaria, può essere espressa come:

$$\begin{aligned} F_{vb}(t) &= \left[k_{vb} + \tilde{\tau} \omega_D \left(\frac{k_{vb} c_v \omega_D - \tilde{\tau} \omega_D k_v k_{vb}}{(1 + \tilde{\tau}^2 \omega_D^2) k_v} \right) \right] u_{vb}(t) + \left[\frac{k_{vb} c_v - \tilde{\tau} k_v k_{vb}}{(1 + \tilde{\tau}^2 \omega_D^2) k_v} \right] \dot{u}_{vb}(t) = \\ &= k'(\omega_D) [u_0 \sin(\omega_D t)] + c'(\omega_D) \omega_D [u_0 \cos(\omega_D t)] \end{aligned} \quad (4.2.23)$$

in cui $\tilde{\tau} = \frac{c_v}{k_v + k_b}$; $k'(\omega_D)$ e $c'(\omega_D)$ sono i moduli dinamici “frequency dependent”

del “viscoelastic damper-brace component”, denominati anche, rispettivamente, “apparent stiffness” e “apparent damping”. Dopo semplici passaggi matematici, questi ultimi sono definiti dalle seguenti relazioni (4.2.24) e (4.2.25):

$$k_{vb}(\omega_D) = k'(\omega_D) = \frac{k_b k_v^2 + k_b^2 k_v + k_b c_v^2 \omega_D^2}{(k_b + k_v)^2 + c_v^2 \omega_D^2} \quad (4.2.24)$$

$$c_{vb}(\omega_D) = c'(\omega_D) = \frac{k_b^2 c_v}{(k_b + k_v)^2 + c_v^2 \omega_D^2} \quad (4.2.25)$$

Passando nel dominio delle frequenze attraverso la trasformata di Fourier ed usando la teoria complessa della viscoelasticità lineare (Clough and Penzien 1993; Ou et al. 2007), i termini definiti dalle (4.2.24) e (4.2.25) possono essere interpretati come moduli di accumulo e perdita. Nelle equazioni (4.2.26) e (4.2.27) sono così definiti lo “storage modulus” ed il “loss modulus”.

$$k'_{vb}(\omega_D) = k'(\omega_D) = \frac{k_b k_v^2 + k_b^2 k_v + k_b c_v^2 \omega_D^2}{(k_b + k_v)^2 + c_v^2 \omega_D^2} \quad (4.2.26)$$

$$k''_{vb}(\omega_D) = c'(\omega_D) = \frac{k_b^2 c_v \omega_D}{(k_b + k_v)^2 + c_v^2 \omega_D^2} \quad (4.2.27)$$

Nell’ambito di tale approccio, si definisce “loss factor” del sistema viscoelastico la quantità:

$$\eta_{vb}(\omega_D) = \frac{k''_{vb}(\omega_D)}{k'_{vb}(\omega_D)} = \frac{\tau \omega_D}{\frac{k_v^2}{k_b^2} + \frac{k_v}{k_b} + \tau^2 \omega_D^2} \quad (4.2.28)$$

in cui $\tau = \frac{c_v}{k_b}$ è noto come tempo di rilassamento.

Analogamente, definendo $k'_v(\omega_D) = k_v$ e $k''_v(\omega_D) = c_v \omega_D$, il “loss factor” del viscoelastic damper risulta:

$$\eta_v(\omega_D) = \frac{k''_v(\omega_D)}{k'_v(\omega_D)} \quad (4.2.29)$$

I coefficienti di riduzione del “damping” e della rigidezza (stiffness) sono, in conclusione, definiti come:

$$\beta_{vc} = \frac{k''_{vb}(\omega_D)}{k''_v(\omega_D)} = \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{\eta_v \eta_{vb}}\right)^2 + \frac{1}{\eta_{vb}^2}} \quad (4.2.30)$$

$$\beta_{vk} = \frac{k'_{vb}(\omega_D)}{k'_v(\omega_D)} = \frac{\eta_{vb} \left(\frac{1}{\eta_v} + \eta_v + \eta_{vb} \right)}{\eta_{vb}^2 + 2\eta_{vb} \frac{1}{\eta_v} + \frac{1}{\eta_v^2} + 1} \quad (4.2.31)$$

Attraverso tali ultime relazioni è possibile evidenziare il ruolo giocato dalla rigidezza della diagonale nell'ambito della risposta dinamica del sistema dissipativo "viscoelastic damper-brace component". Di conseguenza l'uso invalso di considerare tale valore infinito, rappresenta una forte approssimazione nelle analisi della risposta sismica di strutture dotate di dispositivi viscoelastici (Ou et al. 2007).

4.3 MODELLAZIONE DEL SISTEMA DI CONTROVENTO VISCOELASTICO: BRACE ELASTICO E DAMPER VISCOSO

La forza che si sviluppa nel dispositivo puramente viscoso lineare, nel rispetto dell'equazione (2.5.1), è pari:

$$F_d(t) = c\dot{u}_d(t) \quad (4.3.1)$$

dove $\dot{u}_d(t)$ è la velocità relativa tra le estremità del dispositivo.

Avendo l'obiettivo di modellare il dispositivo viscoso in serie ad un'asta elastica ovvero di studiare la dipendenza dalla pulsazione del "viscous damper-brace component", si è utilizzato il modello classico di Maxwell, costituito da una rigidezza in serie ad un dashpot lineare (Newtoniano) (Figura 4.3.1 e Figura 4.3.2).

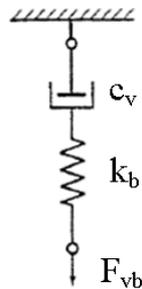


Figura 4.3.1 Modello di Maxwell

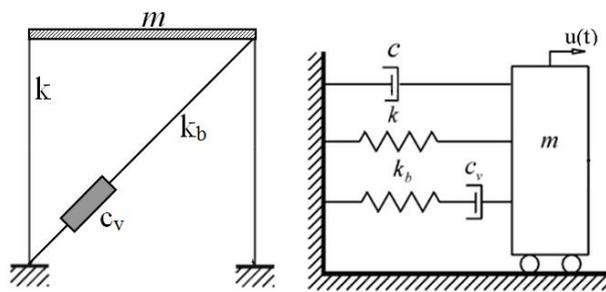


Figura 4.3.2 Viscous damper-brace component

E' possibile, anche, nel modello di Maxwell, trattandosi di una serie, correlare lo spostamento relativo e la velocità relativa tra le estremità del dispositivo, rispettivamente, allo spostamento relativo e velocità relativa tra le estremità del “viscous damper-brace component” e, quindi, ottenere l'equazione differenziale che regola il comportamento dinamico dell'asta dotata di dissipatore puramente viscoso lineare (modello di Maxwell), nel dominio del tempo, seguendo un approccio di meccanica classica (Park 2001), che risulta:

$$F_{vb}(t) + \frac{c_v}{k_b} \dot{F}_{vb}(t) = c_v \dot{u}_{vb}(t) \quad (4.3.2)$$

dove c_v è la costante di viscosità del dispositivo fluido viscoso, k_b è la rigidezza assiale della diagonale (brace), il rapporto $\tau = c_v / k_b$ è definito tempo di rilassamento, $F_{vb}(t)$ è la forza che si sviluppa nel “viscous damper-brace component” (modello di

Maxwell), $\dot{F}_{vb}(t)$ è la sua derivata rispetto al tempo t , $u_{vb}(t)$ è lo spostamento relativo tra le estremità del “viscous damper-brace component” (modello di Maxwell) ed $\dot{u}_{vb}(t)$ è la sua derivata rispetto al tempo.

Considerando una funzione di spostamento armonica (smorzata) di pulsazione ω_D ed ampiezza u_0 , a meno del transitorio rappresentato dall'integrale dell'omogenea associata, la forza nel “viscous damper-brace component” (modello di Maxwell), ovvero l'integrale particolare rappresentativo della condizione a regime stazionaria, può essere espressa come:

$$F_{vb}(t) = k_b \frac{\tau^2 \omega_D^2}{1 + \tau^2 \omega_D^2} u_{vb}(t) + c_v \frac{1}{1 + \tau^2 \omega_D^2} \dot{u}_{vb}(t) = \quad (4.3.3)$$

$$= k'(\omega_D)[u_0 \sin(\omega_D t)] + c'(\omega_D) \omega_D [u_0 \cos(\omega_D t)]$$

in cui i moduli dinamici “frequency dependent” $k'(\omega_D)$ e $c'(\omega_D)$ del “viscous damper-brace component” (modello di Maxwell), denominati anche, rispettivamente, “apparent stiffness” e “apparent damping” sono definiti dalle seguenti relazioni (4.3.4) e (4.3.5):

$$k_{vb}(\omega_D) = k'(\omega_D) = k_b \frac{\tau^2 \omega_D^2}{1 + \tau^2 \omega_D^2} \quad (4.3.4)$$

$$c_{vb}(\omega_D) = c'(\omega_D) = c_v \frac{1}{1 + \tau^2 \omega_D^2} \quad (4.3.5)$$

Passando nel dominio delle frequenze attraverso la trasformata di Fourier ed usando la teoria complessa della viscoelasticità lineare (Clough and Penzien 1993; Ou et al. 2007), i termini definiti dalle (4.3.4) e (4.3.5) possono essere interpretati come moduli di accumulo e perdita. Nelle equazioni (4.3.6) e (4.3.7) sono rispettivamente definiti lo “storage modulus” ed il “loss modulus”.

$$k'_{vb}(\omega_D) = k_b \frac{\tau^2 \omega_D^2}{1 + \tau^2 \omega_D^2} \quad (4.3.6)$$

$$k''_{vb}(\omega_D) = c_v \frac{1}{1 + \tau^2 \omega_D^2} \omega_D \quad (4.3.7)$$

Nell'ambito di tale approccio, si definisce “loss factor” il rapporto:

$$\eta_{vb}(\omega_D) = \frac{k''_{vb}(\omega_D)}{k'_{vb}(\omega_D)} = \frac{k_b}{c_v \omega_D} = \frac{1}{\tau \omega_D} \quad (4.3.8)$$

I coefficienti di riduzione del “damping” e della rigidezza (stiffness) sono, quindi, definiti come:

$$\beta_{vc}(\omega_D) = \frac{c_{vb}(\omega_D)}{c_v} = \frac{c'(\omega_D)}{c_v} \quad (4.3.9)$$

$$\beta_{vk}(\omega_D) = \frac{k_{vb}(\omega_D)}{k_b} = \frac{k'(\omega_D)}{k_b} \quad (4.3.10)$$

In Figura 4.3.3 sono rappresentati i coefficienti di riduzione della costante di smorzamento (damping) e della rigidezza (stiffness) del sistema viscoelastico dissipativo al variare del prodotto $\tau \omega_D$.

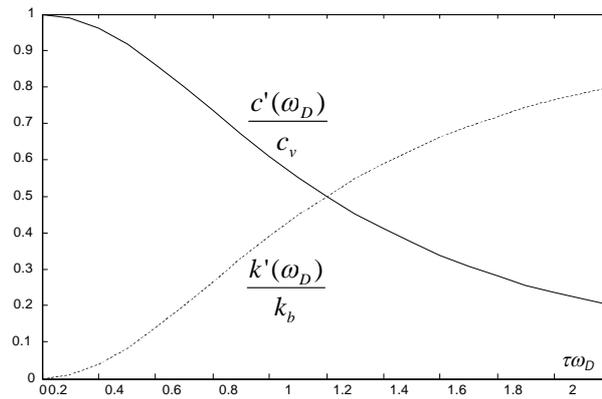


Figura 4.3.3 Coefficienti di riduzione della costante di smorzamento (damping) e della rigidezza (stiffness) del sistema dissipativo viscoelastico al variare del prodotto $\tau \omega_D$.

I valori delle due funzioni a zero e al limite ad infinito sono:

$$\lim_{\tau\omega \rightarrow 0} \frac{c'(\omega_D)}{c_v} = 1 \quad (4.3.11)$$

$$\lim_{\tau\omega \rightarrow +\infty} \frac{c'(\omega_D)}{c_v} = 0 \quad (4.3.12)$$

$$\lim_{\tau\omega \rightarrow 0} \frac{k'(\omega_D)}{k_b} = 0 \quad (4.3.13)$$

$$\lim_{\tau\omega \rightarrow +\infty} \frac{k'(\omega_D)}{k_b} = 1 \quad (4.3.14)$$

Dalla Figura 4.3.3 si evidenzia il ruolo giocato dalla rigidità della diagonale nell'ambito della risposta dinamica del sistema "viscous damper-brace component". L'uso invalso di considerare tale valore infinito, rappresenta, come anche evidenziato nel caso dei dispositivi viscoelastici in serie ad un'asta elastica, una forte approssimazione nelle analisi della risposta sismica di strutture dotate di dispositivi viscosi (Ou et al. 2007).

Nell'ambito delle analisi sviluppate ed illustrate nei successivi capitoli si è impiegato il modello di Maxwell.

Capitolo 5

5. PROGETTAZIONE INTEGRATA DI SISTEMI STRUTTURALI DOTATI DI DISSIPATORI VISCOSI

Nel presente capitolo viene descritta la progettazione integrata del sistema strutturale principale elastico e del sistema dissipativo viscoelastico nel rispetto di un generico target prestazionale espresso in termini di spostamento. Vengono individuate le variabili di progetto che caratterizzano il problema progettuale, il loro campo di definizione e vengono illustrate e commentate in dettaglio le fasi della procedura proposta tenendo conto di quanto illustrato nei precedenti capitoli.

Viene selezionato un set di sette registrazioni accelerometriche storiche non scalate da impiegare nelle analisi dinamiche da sviluppare su cui testare la metodologia di progettazione integrata proposta.

Infine viene definita una funzione di costo con specifici rapporti, definiti sulle variabili di progetto scelte, da minimizzare nello spazio definito dalle stesse variabili di progetto al fine di trovare l'ottimo progettuale in termini economici ovvero la combinazione economicamente ottimale delle variabili di progetto per ogni generica prestazione considerata.

5.1 APPROCCIO PRESTAZIONALE ALLA PROGETTAZIONE INTEGRATA

Negli ultimi anni, sta prendendo piede l'idea innovativa in base alla quale la progettazione del sistema di controllo non vada considerata come una fase separata dalla progettazione del sistema strutturale principale da proteggere.

Nello specifico, l'idea è che la possibilità di impiegare le risorse viscoelastiche vada considerata fin dall'inizio nella progettazione del sistema di controvento integrato. In tale ottica le principali grandezze caratterizzanti il comportamento dinamico dei due sistemi vanno investigate contestualmente come variabili da ottimizzare nell'ambito del medesimo problema progettuale, il cosiddetto "progetto integrato" (Cimellaro et al. 2009; Soong and Cimellaro 2009).

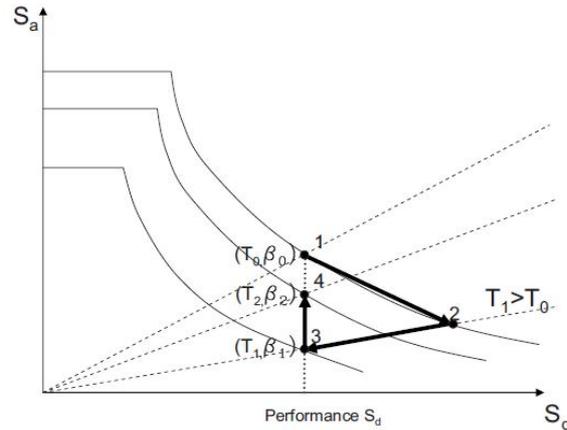


Figura 5.1.1 Progetto integrato nel piano ADRS

Nello spirito di tale nuova filosofia progettuale, lo studio condotto propone una metodologia semplificata, basata su un approccio prestazionale, mirata all'ottimizzazione economica per il dimensionamento dei due sistemi di controventamento integrati: controventamento elastico e controventamento viscoelastico. In altri termini si intende esplorare la possibilità di affidare il controllo delle vibrazioni, tradizionalmente affidate alle sole risorse elastiche di rigidezza laterale del sistema di controvento, anche alle risorse viscoelastiche di un sistema di controvento dissipativo.

Nell'ipotesi che il comportamento dinamico di un sistema ad "n" gradi di libertà sia governato dalla prima forma modale, la metodologia di progetto integrato è condotta su un sistema strutturale equivalente ad un singolo grado di libertà. In tale contesto, si sono considerate come variabili di progetto la rigidezza laterale della struttura, rappresentativa del suo comportamento lineare in campo dinamico, la rigidezza della diagonale (brace) e la costante di viscosità del dispositivo viscoso, posto in serie al brace. Queste ultime due grandezze identificano il comportamento dinamico non lineare del "viscous damper-brace component", il cui effetto sulla risposta dinamica del sistema è stato esplicitamente esaminato.

La ricerca della combinazione ottimale delle variabili di progetto è condotta mediante analisi dinamiche al passo su un sistema ad un singolo grado di libertà (SDOF) considerando un set di sette registrazioni accelerometriche storiche non scalate. Tali registrazioni sono state scelte in maniera tale che risultino compatibili (CEN 2005), in

termini di valor medio, con lo spettro elastico relativo allo SLV ($\zeta = 5\%$) fornito dalle NTC08 (NTC 2008) per uno specifico sito in Italia.

L'ottimo progettuale, riferito al sistema strutturale equivalente e relativo ad una prefissata prestazione, è rappresentato dai valori delle grandezze di progetto, valutate sulla media delle domande relative alle registrazioni accelerometriche, che minimizzano una funzione di costo del sistema.

5.2 APPROCCIO PRESTAZIONALE AGLI SPOSTAMENTI: PERFORMANCE BASE DESIGN

La nuova filosofia di progettazione antisismica alla base delle normative di moderna concezione è basata sul rispetto di prestazioni che dipendono dalla funzione che una struttura andrà a svolgere sul territorio. Infatti quanto più alta è la funzione strategica di una struttura minore è il livello di danno che si desidera anche in seguito ad eventi sismici con elevato periodo di ritorno T_R ovvero caratterizzati da un'elevata intensità sismica. Una sintesi di tale nuova filosofia progettuale denominata "performance base design" è illustrata nella cosiddetta matrice prestazionale (Figura 5.2.1), in cui per una generica struttura è possibile fissare il rispetto di un livello di performance (noto anche come stato limite sismico) in funzione dei vari livelli di intensità sismica attesa.



Figura 5.2.1 Matrice degli obiettivi sismici prestazionali di progetto (PDOM)

La selezione dell'obiettivo di performance rappresenta il punto cardine della progettazione, tutto il processo, infatti, dovrà essere ispirato al conseguimento degli obiettivi fissati. Tali obiettivi sono in generale legati a valori limite di parametri misurabili della risposta strutturale, quali lo spostamento interpiano, la domanda di duttilità, l'energia dissipata, o più in generale, indici di danno che rappresentino l'effetto combinato di questi fattori. Una volta che l'obiettivo di performance è stato indicato, il rispetto di tali valori limite diventa il criterio di verifica da utilizzare nella fase avanzata del progetto per eventualmente apportare modifiche allo stesso. L'individuazione di tali valori limite rappresenta a tutt'oggi un argomento di discussione in ambito scientifico e diverse sono le opinioni in merito alla definizione di indici di danno che rappresentino in maniera conforme il comportamento complessivo di una struttura.

La valutazione del comportamento di una struttura sotto l'azione sismica può essere condotta mediante analisi statiche lineari o non lineari o analisi dinamiche lineari o non lineari. Tutti e quattro i metodi si basano sullo spostamento o su grandezze collegate direttamente o indirettamente ad esso per effettuare valutazioni di controllo (come le procedure FEMA 273 e 274 (ATC 1997a, b) che presentano un notevole cambiamento nella pratica della progettazione antisismica in quanto il focus delle analisi, progettazione e valutazione è spostato dalle forze alle deformazioni). Le azioni sugli elementi di una costruzione sono state classificate o come azioni a deformazione controllata (a controllo di spostamento) per meccanismi duttili come la flessione nelle travi, o come azioni a forza controllata (a controllo di forza) per meccanismi fragili come il taglio nelle colonne. Limiti sulle rotazioni per le azioni "a deformazione controllata" sono stati presentati nei capitoli dei materiali del FEMA 273 (ATC 1997b) per controllare le richieste di rotazione stimate utilizzando i metodi di analisi basati su un approccio agli spostamenti.

Il progetto basato su un approccio agli spostamenti DBD (Displacement Base Design), che considera lo spostamento come parametro chiave del design, è considerato un metodo efficace per l'implementazione del progetto sismico basato sulle prestazioni utilizzando le capacità di deformazione e la duttilità. Infatti diversi sono i contributi in letteratura relativi alla formulazione di procedure più o meno semplificate di progettazione di sistemi strutturali dotati di dispositivi di dissipazione passiva basati su un performance base design con l'impiego del metodo dello spettro di capacità oppure utilizzando lo spettro di risposta in termini di accelerazione-spostamento (ADRS) oppure attraverso l'impiego dello spettro di risposta in termini di spostamento e la curva di capacità della struttura (Sullivan et al. 2003; Kim et al. 2003; Kim and Seo 2004; Lin et al. 2003; Kim and Choi 2006; ATC-40 (ATC 1996); FEMA-356 (ATC 2000); FEMA-273 (ATC 1997b); Freeman 1998; SEAOC 1999).

*CAPITOLO 5: PROGETTAZIONE INTEGRATA DI SISTEMI STRUTTURALI DOTATI DI
DISSIPATORI VISCOSI*

Nella metodologia di progettazione integrata proposta, che sarà presentata nei paragrafi successivi, relativa a sistemi strutturali lineari dotati di dispositivi viscosi, si è fatto riferimento ad un approccio di progettazione basato sugli spostamenti (DBD) mediante l'impiego di spettri in termini di spostamento.

Nell'ambito di tale progettazione basata sugli spostamenti (DBD) si riportano in Figura 5.2.2, ad esempio, i limiti di spostamento di interpiano correlati ai livelli prestazionali corrispondenti a specifici livelli di intensità sismica fissati dall'ATC-40 (ATC 1996).

<i>Spostamento di interpiano</i>	<i>Livelli di performance</i>			
	<i>Occupazione Immediata</i>	<i>Controllo del Danno</i>	<i>Sicurezza della Vita</i>	<i>Stabilità strutturale</i>
<i>Spostamento totale massimo/Altezza d'interpiano</i>	0.01	0,01÷0,02	0,02	$0,33V_i/P_i$
<i>Spostamento inelastico massimo/Altezza d'interpiano</i>	0,005	0,005÷0,015	nessun limite	nessun limite

Figura 5.2.2 I limiti di spostamento nell'ATC-40

in cui V_i e P_i sono, rispettivamente, la forza di taglio totale e il valore dei carichi gravitazionali (permanent + aliquota degli accidentali) al piano i -esimo.

Altri esempi di limiti presenti in letteratura (Ferraioli et al. 2005; Ghobarah 2001) sono riportati in Figura 5.2.3, in cui (IDI: interstory drift index) l'indice di danno in termini di spostamento relativo di interpiano è correlato ai livelli prestazionali corrispondenti a specifici livelli di intensità sismica.

LIVELLI DI PRESTAZIONE SISMICA	Periodo di Ritorno (T_R)	Danno strutturale		Danno non strutturale	
		Indice di danno locale	Probabilità di eccedenza	Indice IDI	Probabilità di eccedenza
<i>Full Operational</i>	30	0.20	0.20	0.003	0.30
<i>Operational</i>	75	0.40	0.20	0.006	0.30
<i>Life Safety</i>	475	0.60	0.10	0.015	0.20
<i>Collapse Prevention</i>	970	0.80	0.10	0.020	0.20

Figura 5.2.3 Indice di danno in termini di spostamento

Nella filosofia della suddetta progettazione basata sugli spostamenti (DBD), la progettazione integrata proposta è stata sviluppata considerando come target prestazionale di sistemi elastici il parametro di spostamento relativo del top della struttura rispetto al suolo, scelto variabile da 1 mm a 10 cm.

5.3 PROGETTO INTEGRATO

L'approccio generalmente utilizzato per la progettazione di dispositivi di controllo passivo è quello che prevede l'integrazione di quest'ultimo nell'ambito di un sistema strutturale esistente di caratteristiche dinamiche note, come tecnica di miglioramento sismico. Tale approccio trova piena giustificazione applicativa solo nel miglioramento sismico di costruzioni monumentali e storiche, laddove non è possibile, per ovvii motivi, intervenire sulla struttura primaria.

Esso si presenta intrinsecamente limitativo, in quanto non prevede la possibilità di una progettazione integrata tra struttura e sistema di controllo che tenga esplicitamente in conto dell'interazione in termini prestazionali tra le due componenti del sistema in campo dinamico. Nella letteratura scientifica del controllo strutturale passivo non esiste una ben delineata linea di ricerca sull'ottimizzazione della progettazione integrata tra le due suddette componenti del sistema e che tenga, esplicitamente, conto del comportamento dinamico delle stesse.

Si propone, pertanto, una metodologia di progetto integrato di sistemi strutturali dotati di dispositivi viscosi lineari affinché la risposta dinamica del sistema strutturale integrato rispetti un prefissato target prestazionale. La metodologia proposta è tesa, in particolare, all'individuazione dell'ottimo progettuale, in termini economici, tra tutte le soluzioni ottenibili da una progettazione integrata di sistemi strutturali lineari ad un singolo grado di libertà (SDOF) dotati di dispositivi lineari di dissipazione viscosa, che presentino una risposta dinamica compatibile con un prefissato target prestazionale.

L'equazione dinamica del sistema equivalente SDOF nello spazio degli stati assume, come già visto, la forma:

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{b}\ddot{u}_g(t) \quad (5.3.1)$$

dove

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} u(t) \\ \dot{u}(t) \end{bmatrix} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & -2\xi\omega \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.3.2)$$

in cui $u(t)$ rappresenta sia lo spostamento relativo del sistema strutturale SDOF rispetto al suolo, indicato con $x(t)$ nel capitolo 3, che lo spostamento relativo, a meno del $\cos \vartheta$, tra le estremità del “viscous damper-brace component”, indicato con u_{vb} nel capitolo 4; analogamente $\dot{u}(t)$ è la velocità relativa sia tra il top del sistema strutturale principale che tra l’estremità superiore del “viscous damper-brace component” ed il suolo; ω è la pulsazione naturale (non smorzata) del sistema strutturale integrato, in cui “ $k = k_{lateraletotale}$ ” è la somma della rigidezza laterale della struttura principale, $k_{lateralestruttura}$, e della rigidezza dinamica del sistema dissipativo, $k'(\omega_D)$; ζ è lo smorzamento viscoso visto come somma (equazione (5.3.3)) dello smorzamento viscoso intrinseco della struttura principale assunto pari al $\zeta_s = 2\%$ e del contributo ζ_d della costante di viscosità dinamica del sistema dissipativo, $c'(\omega_D)$; ω_D è la pulsazione smorzata della risposta del sistema strutturale integrato.

$$\zeta = \zeta_s + \zeta_d \quad (5.3.3)$$

Pertanto, per assegnata prestazione “u” e fissato periodo proprio naturale di vibrazione “T”, le grandezze che influenzano la risposta e che, quindi, sono da considerarsi variabili di progetto sono: la rigidezza laterale del sistema strutturale portante $k_{lateralestruttura}$, la rigidezza statica k_b e la costante di smorzamento statico c_v del sistema dissipativo viscoelastico lineare. Il comportamento dinamico del “viscous damper-brace component” è esplicitamente considerato nell’ambito delle analisi svolte. In Figura 5.3.1 sono rappresentati il modello fisico ed analitico considerati nelle analisi.

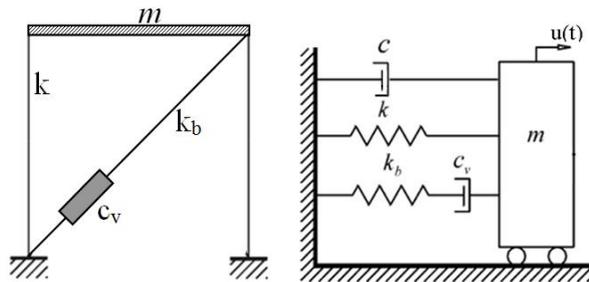


Figura 5.3.1 Modello analitico della struttura con dispositivo viscoso

CAPITOLO 5: PROGETTAZIONE INTEGRATA DI SISTEMI STRUTTURALI DOTATI DI
DISSIPATORI VISCOSI

La rigidezza laterale del sistema portante viene considerata variabile tra il 20% ed il 100% di quella laterale totale e, assegnata tale variabile, il suo complementare a 100 è pari alla rigidezza dinamica del sistema di controllo passivo posto in parallelo. Il valore del 20% è stato scelto forfettariamente come valore minimo “ k_{min} ” al fine di garantire al sistema principale la resistenza necessaria al trasferimento dei carichi verticali, valore indicato in diversi studi scientifici (Cimellaro et al. 2009; Soong and Cimellaro 2009; Symans et al. 2008).

Un altro vincolo è stato considerato, in una seconda fase, anche sul valore massimo che può assumere lo smorzamento adimensionale assunto pari al 40%.

L’analisi parametrica condotta ha preso in considerazione sistemi strutturali con periodo variabile da 0 sec a 3 sec ottenendo così una rappresentazione spettrale dei risultati. In tal modo la progettazione integrata può essere condotta sia considerando il periodo di vibrazione naturale non smorzato fisso che considerando quest’ultimo una variabile di progetto. La suddetta variabilità può, ad esempio, oscillare in un range i cui estremi possono essere rappresentati dai valori del periodo relativi a sistemi privi di controvento e sistemi dotati di controventi: diverse sono le formulazioni in letteratura per stimare il periodo di un sistema strutturale con o senza controventi ed in funzione del materiale (Tremblay 2005; Chrysanthakopoulos et al. 2006; Jalali and Milani 2004; Crowley and Pinho 2009). Ne segue che la procedura risulta applicabile sia al caso di sistemi strutturali esistenti che di nuova realizzazione.

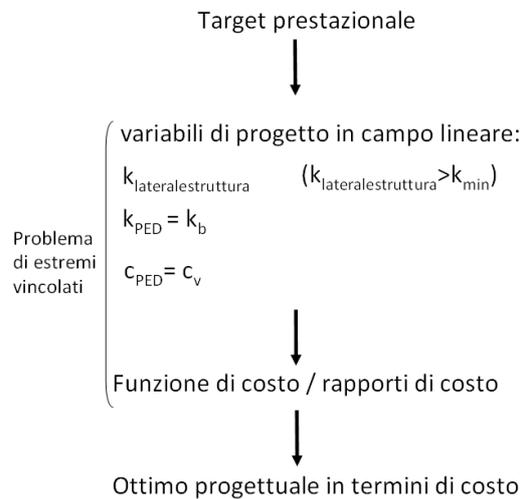


Figura 5.3.2 Progettazione integrata: problema di estremi vincolati

In tale ottica il target prestazionale (approccio prestazionale) in termini di spostamento relativo rispetto al suolo è stato scelto variabile in un range altrettanto ampio a partire da 1mm fino a 10 cm.

La variazione del periodo così ampia è giustificata dall'eventualità che il sistema ad un singolo grado di libertà (SDOF) possa essere rappresentativo del comportamento dinamico di sistemi a più livelli (MODF) regolari in pianta ed elevazione e, quindi, aventi un comportamento dinamico governato dalla prima forma modale. In tal caso l'obiettivo è quello di avere un ottimo progettuale delle grandezze di rigidezza e viscosità e dei loro rapporti relativi da estendere, poi, in elevazione ad ogni maglia strutturale del corrispondente sistema a più gradi di libertà.

Il problema progettuale in esame può essere, quindi, considerato un problema di estremi vincolati, il cui ottimo progettuale risulta essere la combinazione delle tre variabili di progetto che consente di minimizzare un'opportuna funzione di costo del sistema. Quindi per fissata prestazione, per fissato periodo del sistema strutturale semplice equivalente ad un singolo grado di libertà e per fissati rapporti di costo, si ottengono i valori economicamente ottimi della costante di viscosità e della rigidezza da assegnare al sistema di controventamento dissipativo viscoelastico corrispondenti ad un valore economicamente ottimo della rigidezza del sistema strutturale principale. In una seconda fase considerando la possibilità di variare il periodo del sistema strutturale principale ed imponendo un vincolo superiore allo smorzamento, è possibile ottenere le analoghe quantità delle grandezze considerate.

5.4 METODOLOGIA DI PROGETTAZIONE INTEGRATA

La metodologia seguita al fine di ricercare l'ottimo di una progettazione integrata è illustrata in Figura 5.4.1 mediante un diagramma di flusso.

Il primo passo consiste nella valutazione dello smorzamento viscoso ζ richiesto da ciascun evento sismico selezionato, in funzione della prestazione e del periodo proprio "T" di vibrazione del sistema strutturale semplice equivalente ad un singolo grado di libertà al fine di ottenere gli spettri di domanda di smorzamento per differenti prestazioni (tali spettri sono stati oggetto di numerosi contributi in letteratura, tra cui si cita il lavoro di Miranda and Bertero 1994). Le suddette analisi sono condotte nello spazio degli stati implementando le equazioni (5.3.1)-(5.3.2).

Segue che è possibile valutare lo spettro medio effettuando la media degli spettri in termini di spostamento del set di registrazioni accelerometriche selezionate (CEN

2005). Noto ζ medio relativo ad ogni prestazione considerata e pulsazione ω (periodo T), nel secondo passo, viene valutata la pulsazione ω_D (periodo T_D) della risposta smorzata attraverso la seguente relazione:

$$\omega_D = \omega \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (5.4.1)$$

Considerando una massa sismica “m” ed un’inclinazione “ \mathcal{G} ” del “viscous damper-brace component”, nel terzo passo, si valutano $k_{lateraletotale}$ e $c'(\omega_D)$, avendo depurato il rapporto di smorzamento viscoso adimensionale dell’aliquota rappresentativa dello smorzamento intrinseco del sistema strutturale principale assunta pari a $\zeta_s = 2\%$.

Il quarto passo consiste, per ogni periodo di vibrazione considerato, nel far variare in continuo la rigidezza laterale della struttura principale $k_{lateralestruttura}$ in un range variabile tra $[(20\% \div 100\%) \cdot k_{lateraletotale}]$ e, di conseguenza, anche la rigidezza dinamica del sistema di controvento dissipativo $(k'(\omega_D) \cos^2 \mathcal{G}) = (k_{lateraletotale} - k_{lateralestruttura})$, al fine di ottenere per ogni periodo e per ogni prestazione i moduli statici caratterizzanti il sistema “viscous damper-brace component” c_v e k_b . Tali valori possono essere ottenuti in forma chiusa risolvendo il sistema rappresentato dalle equazioni (4.3.4) e (4.3.5), ottenendo le seguenti relazioni:

$$c_v = \frac{c'(\omega_D)^2 \omega_D^2 + k'(\omega_D)^2}{c'(\omega_D) \omega_D^2} \quad (5.4.2)$$

$$k_b = \sqrt{\frac{c_v^2 \omega_D^2 c'(\omega_D)}{c_v - c'(\omega_D)}} \quad (5.4.3)$$

Nel passo successivo si assegnano i rapporti di costo per ogni incremento unitario di rigidezza e per ogni incremento unitario di viscosità del sistema dissipativo viscoelastico rispetto ad un incremento unitario della rigidezza laterale della struttura principale.

CAPITOLO 5: PROGETTAZIONE INTEGRATA DI SISTEMI STRUTTURALI DOTATI DI
DISSIPATORI VISCOSI

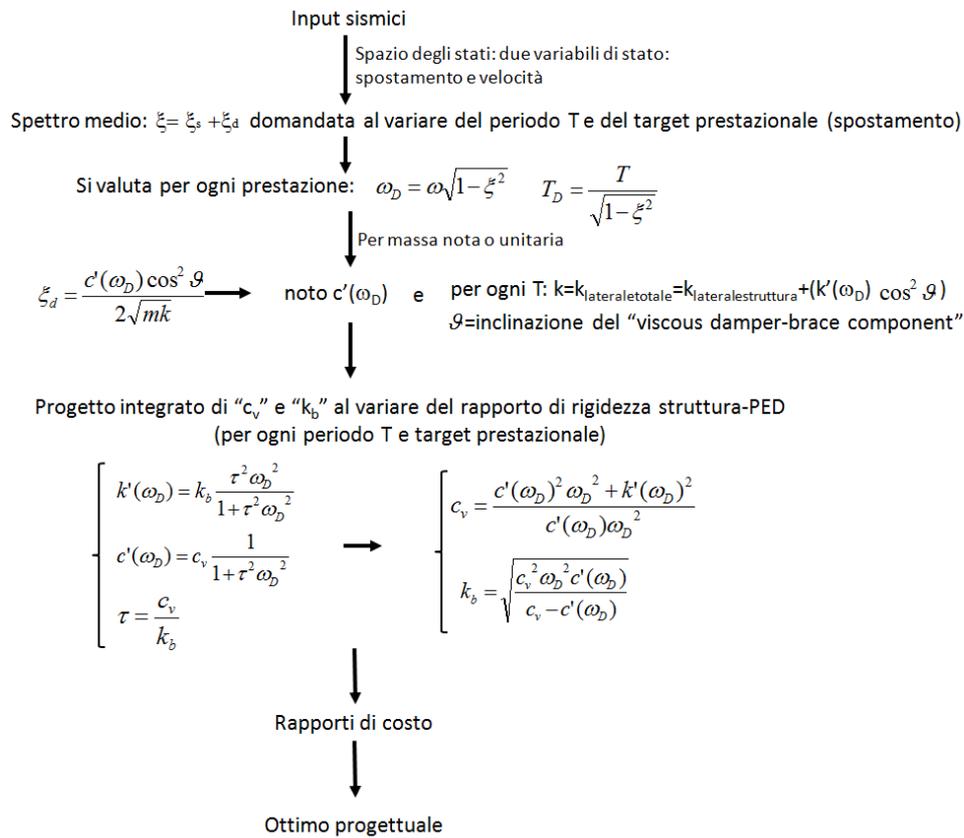


Figura 5.4.1 Diagramma di flusso della metodologia alla base della progettazione integrata

Infine nell'ultimo passo si ottiene l'ottimo progettuale come la combinazione delle tre variabili di progetto che minimizza la funzione di costo del sistema strutturale semplice equivalente ad un singolo grado di libertà per ogni periodo e prestazione.

E' opportuno sottolineare che, alla fine, considerando anche un limite sulla resistenza degli elementi verticali del sistema strutturale integrato, bisogna verificare che tali elementi, progettati con quella rigidezza laterale ottima, abbiano un'adeguata resistenza per portate i carichi verticali. In caso contrario la procedura deve essere iterata considerando valori maggiori del limite minimo della rigidezza laterale del sistema strutturale principale.

La metodologia in questione è di natura prettamente numerica (tipo “brute force”) essendo il problema, per via della non linearità, non risolvibile in forma chiusa. Tuttavia indagando un così ampio spettro di parametri, essa si propone di giungere alla valutazione qualitativa del ruolo svolto dalle diverse variabili nel processo di ottimizzazione e alla definizione di una serie di indicazioni progettuali di utilità applicativa.

Nell’ambito dell’applicazione del metodo, è opportuno precisare come la pulsazione, che si è considerata nella dinamica del “viscous damper-brace component”, sia quella della risposta smorzata del sistema strutturale semplice equivalente ad un singolo grado di libertà, il quale filtra il segnale sismico presentando una risposta dinamica caratterizzata da oscillazioni sulla propria frequenza naturale smorzata. Ciò spiega la scelta nel precedente capitolo di impiegare la pulsazione smorzata del sistema integrato ω_D come pulsazione della funzione di spostamento armonica.

Si sottolinea anche che tutte le variabili di progetto considerate, anche le grandezze k_b e c_v , come è possibile dedurre dalle relazioni (5.4.2) e (5.4.3), per fissata prestazione e periodo, risultano essere direttamente proporzionali alla massa e, pertanto, la procedura è stata condotta in termini adimensionali ovvero con riferimento ad una massa unitaria.

5.5 REGISTRAZIONI ACCELEROMETRICHE SPETTRO-COMPATIBILI SELEZIONATE

Come già anticipato, lo studio viene condotto su un sistema strutturale semplice equivalente ad un singolo grado di libertà mediante analisi dinamiche selezionando dal database europeo un set di sette registrazioni accelerometriche storiche non scalate compatibili (CEN 2005), in termini di valor medio, con lo spettro elastico relativo allo SLV (con smorzamento viscoso $\zeta = 5\%$) fornito dalle NTC08 (NTC 2008) per uno specifico sito in Italia, Sant’Angelo dei Lombardi, e considerando una struttura ordinaria con vita nominale di 50 anni, su suolo di classe A.

In particolare la scelta del set di sette registrazioni accelerometriche è stata condotta imponendo, coerentemente ai risultati della tecnica probabilistica della disaggregazione della pericolosità sismica (Bazzurro and Cornell 1999), una ricerca tra i sismi che avessero una magnitudo compresa tra 6 e 7 in una distanza epicentrale compresa tra 5-30 km, come è illustrato in Figura 5.5.1.

Impiegando un set di sette registrazioni accelerometriche è possibile, in accordo alle NTC08, CEN 2005 e Provisions (BSSC 2004), effettuare la media dei risultati e lavorare sullo spettro medio. Infatti, un minimo di tre terremoti sono necessari per le analisi dinamiche lineari o non lineari, anche se di solito è utile analizzare almeno sette o più terremoti. Il vantaggio principale rispetto alle indicazioni normative nell'uso di sette o più eventi sismici è che il sistema può essere valutato sulla base dei valori medi tra le sette risposte, mentre se sono utilizzati meno di sette terremoti, devono essere utilizzati i valori massimi tra tutte le analisi.

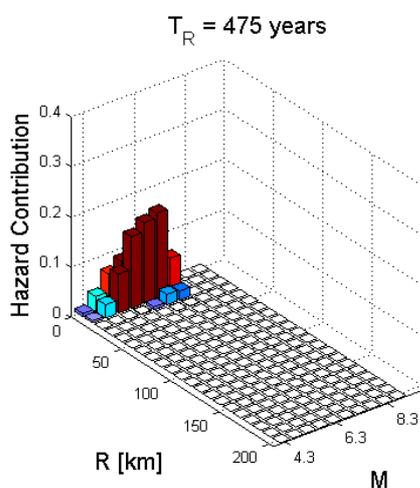


Figura 5.5.1 Contributo alla pericolosità sismica di eventi sismici con magnitudo compresa tra 6 e 7 in una distanza epicentrale compresa tra 5-30 km con riferimento al sito di Sant'Angelo dei Lombardi

In Figura 5.5.2 sono rappresentati gli spettri elastici (con smorzamento viscoso $\zeta = 5\%$) delle sette registrazioni accelerometriche selezionate, il loro spettro medio, lo spettro di riferimento ed altri due spettri aventi, rispettivamente, ordinate spettrali inferiori del 10% e superiori del 30% rispetto a quelle dello spettro di riferimento (CEN 2005; Iervolino et al. 2009). La spettro-compatibilità è stata cercata con particolare riferimento al range di periodi 0.15sec-2sec. In Tabella 5.5.1 è riportata una sintetica descrizione degli eventi sismici considerati.

CAPITOLO 5: PROGETTAZIONE INTEGRATA DI SISTEMI STRUTTURALI DOTATI DI
DISSIPATORI VISCOSI

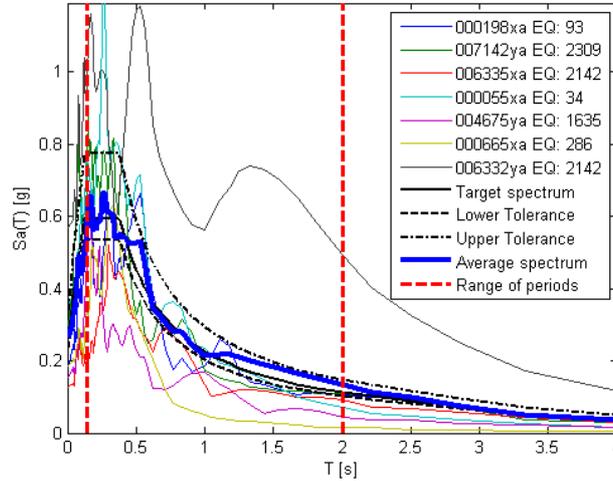


Figura 5.5.2 Spettro di riferimento e spettri dei sismi spettro-compatibili

Tabella 5.5.1 Sismi spettro-compatibili.

Waveform ID	Station ID	Earthquake Name	Date	Mw	Fault Mechanism
198	ST64	Montenegro	15/04/1979	6,9	thrust
7142	ST539	Bingol	01/05/2003	6,3	strike slip
6335	ST2557	South Iceland (aftershock)	21/06/2000	6,4	strike slip
55	ST20	Friuli	06/05/1976	6,5	thrust
4675	ST2487	South Iceland	17/06/2000	6,5	strike slip
665	ST238	Umbria Marche	26/09/1997	6	normal
6332	ST2483	South Iceland (aftershock)	21/06/2000	6,4	strike slip

Di seguito sono rappresentate le “time-histories” delle sette registrazioni accelerometriche.

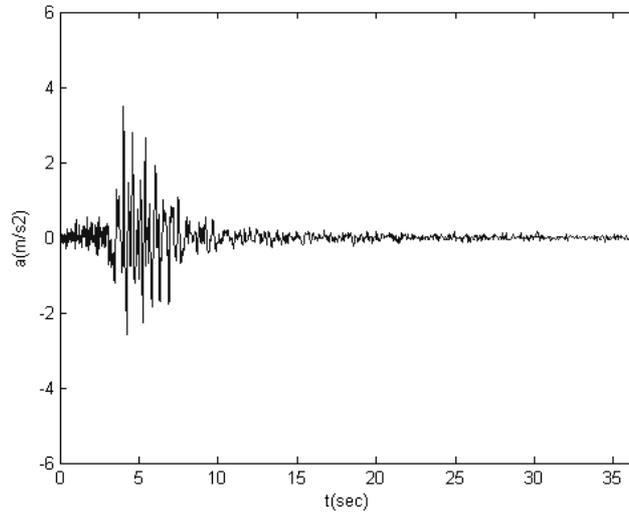


Figura 5.5.3 Accelerogramma 00055xa-Friuli

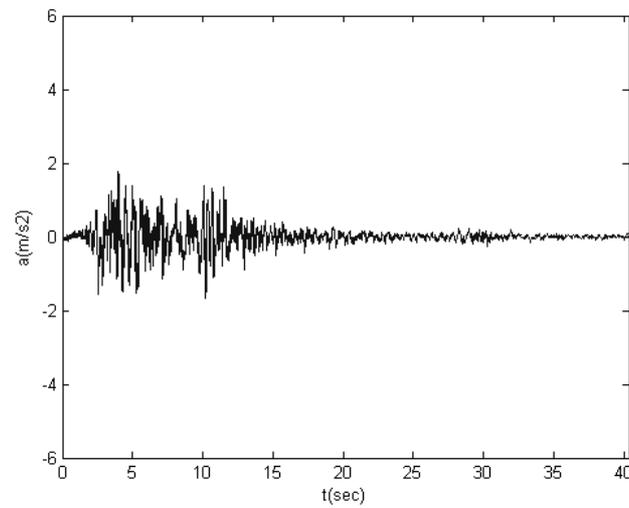


Figura 5.5.4 Accelerogramma 000198xa-Montenegro

CAPITOLO 5: PROGETTAZIONE INTEGRATA DI SISTEMI STRUTTURALI DOTATI DI DISSIPATORI VISCOSI

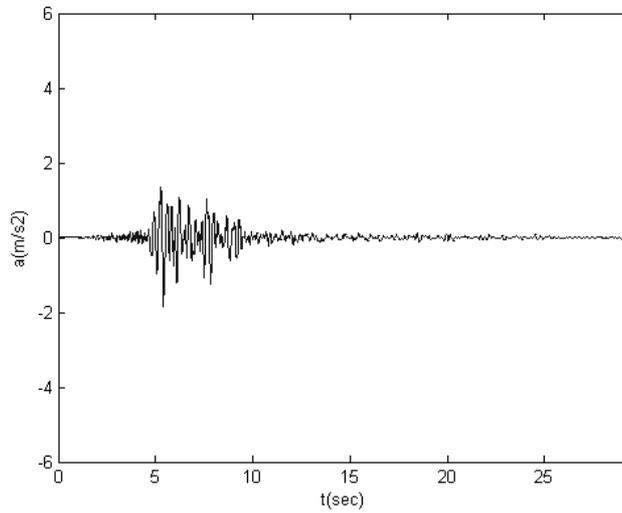


Figura 5.5.5 Accelerogramma 000665xa-Umbria Marche

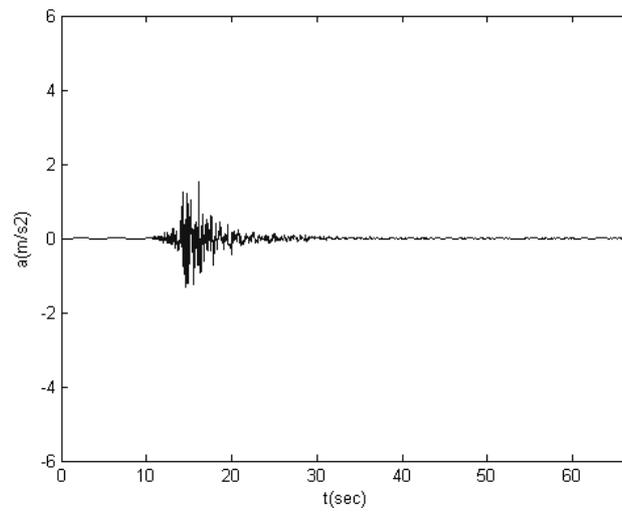


Figura 5.5.6 Accelerogramma 004675ya-South Iceland

CAPITOLO 5: PROGETTAZIONE INTEGRATA DI SISTEMI STRUTTURALI DOTATI DI DISSIPATORI VISCOSI

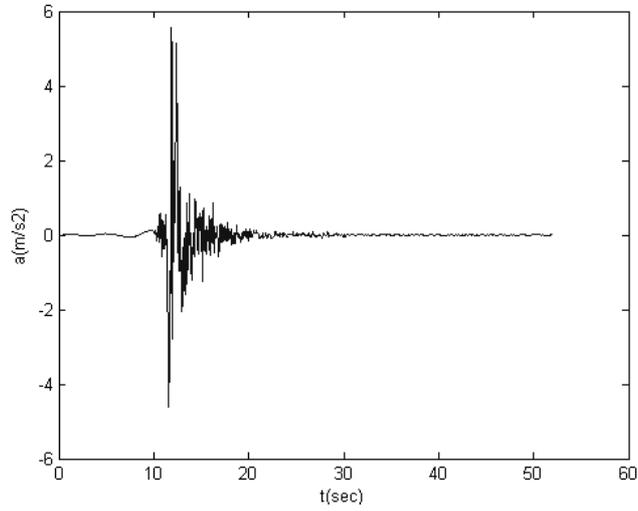


Figura 5.5.7 Accelerogramma 006332ya-South Iceland (after shock)

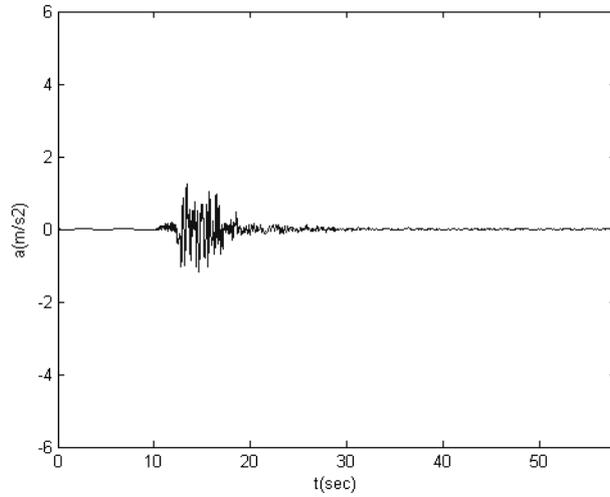


Figura 5.5.8 Accelerogramma 006335xa-South Iceland (after shock)

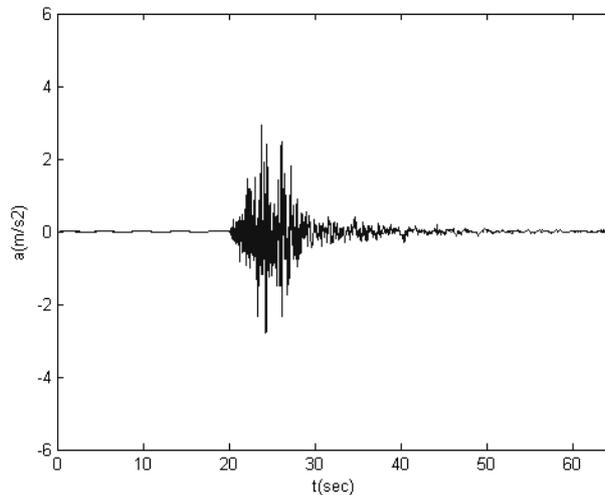


Figura 5.5.9 Accelerogramma 007142ya-Bingol

5.6 OTTIMO PROGETTUALE

Tipicamente nella progettazione delle strutture in zona sismica, una combinazione ottimale delle variabili di progetto dovrebbe essere basata su un compromesso tra i costi della protezione rispetto alle perdite potenziali causate dai terremoti futuri (Ang and Leon 1997). Pertanto, il problema della progettazione ottimale cerca di bilanciare il costo iniziale di costruzione e il costo di danni attesi. Sommando il costo iniziale e l'atteso costo dei danni si ottiene una funzione di costo totale del ciclo di vita per un data pericolosità sismica e la minimizzazione di tale funzione di costo del ciclo di vita costituisce un problema di ottimizzazione.

In Figura 5.6.1 è illustrato qualitativamente il significato di progetto ottimo in termini economici.

Nel caso in esame si ritiene opportuno evidenziare come non siano stati considerati in maniera esplicita i costi di manutenzione, di riparazione o di danneggiamento in funzione della probabilità di non soddisfacimento dello stato limite scelto in quanto il rispetto di un target prestazionale è un'ipotesi progettuale di partenza che comprende a valle tali considerazioni.

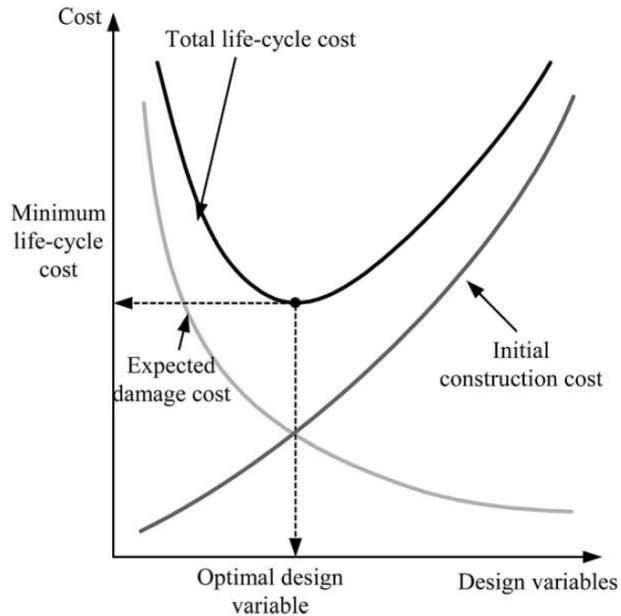


Figura 5.6.1 Curva dei costi totali di una struttura

Nell'ambito della ricerca di un ottimo progettuale, diversi sono gli studi in letteratura in cui vengono considerati esplicitamente i rapporti di costo tra le differenti componenti strutturali (Park et al. 2004; Ang and Lee 2001).

Nel presente lavoro, per strutture intelaiate dotate di controventi dissipativi viscoelastici, sono stati considerati i rapporti relativi di costo tra le seguenti grandezze:

- costo C_b per incremento unitario di rigidità del sistema viscoelastico dissipativo rispetto al costo C_s per analogo incremento di rigidità laterale del sistema principale;
- costo C_v per incremento unitario della costante di viscosità del sistema viscoelastico dissipativo rispetto al costo C_s per incremento unitario di rigidità laterale del sistema principale;

Sono stati considerati i diversi casi di rapporto di costo mantenendo costante C_b / C_s pari a 0.5 e facendo variare solo il rapporto C_v / C_s , come riportato in Tabella 5.6.1.

Tabella 5.6.1 Coppie dei rapporti relativi di costo

CASO	$\frac{C_b}{C_s}$	$\frac{C_v}{C_s}$
1	0.5	2
2	0.5	3
3	0.5	5
4	0.5	10
5	0.5	25
6	0.5	50
7	0.5	100

Considerando i valori delle grandezze corrispondenti allo spettro medio delle sette registrazioni accelerometriche (CEN 2005), i valori ottimi sono quelli per cui la funzione di costo totale (5.6.1) nella sua versione normalizzata rispetto al costo della struttura principale (5.6.2) risulta minima.

$$C_{tot} = C_s k_{lateralestruttura} + C_b k_b + C_v c_v \quad (5.6.1)$$

$$\bar{C}_{tot} = \frac{C_{tot}}{C_s} = k_{lateralestruttura} + \frac{C_b}{C_s} k_b + \frac{C_v}{C_s} c_v \quad (5.6.2)$$

Il costo normalizzato della sola struttura e il costo normalizzato della struttura controventata senza dissipatori sono, rispettivamente, definiti come:

$$\bar{C}_s = \frac{C_s}{C_s} k_{lateralestruttura} = k_{lateralestruttura} \quad (5.6.3)$$

$$\bar{C}_{sb} = \frac{C_s}{C_s} k_{lateralestruttura} + \frac{C_b}{C_s} k_b \quad (5.6.4)$$

Capitolo 6

6. APPLICAZIONE DELLA METODOLOGIA DI PROGETTAZIONE OTTIMA

Nel presente capitolo viene proposta un'analisi parametrica avente come oggetto la metodologia di progettazione integrata considerando il set di registrazioni accelerometriche selezionato nel precedente capitolo.

A partire dalla valutazione dello spettro medio, sono discusse le combinazioni delle variabili di progetto scelte ovvero la rigidezza laterale della struttura, la rigidezza statica e la costante di smorzamento statico del sistema dissipativo viscoelastico al variare del periodo del sistema strutturale integrato, dello spostamento prestazionale considerato. Successivamente viene illustrato il minimo della funzione di costo, valutata per ogni gruppo di rapporti di costo preso in esame, e, quindi i valori ottimali delle variabili di progetto. Segue, poi, un confronto economico tra soluzioni progettuali di controventamento elastico senza dissipatori e le soluzioni integrate ottime, per ogni generica prestazione considerata.

Nell'ultima parte viene effettuata una validazione della procedura proposta progettando un sistema integrato ad un grado di libertà "ottimo" e verificandone il rispetto della prestazione scelta. Infine viene sviluppata l'estensione della suddetta metodologia ad un sistema reale a più gradi di libertà sulla base di specifiche ipotesi di equivalenza con il corrispondente sistema ad un grado di libertà evidenziando l'efficacia della metodologia di progettazione integrata proposta.

6.1 DESCRIZIONE DEL MODELLO STRUTTURALE ADOTTATO NELL'APPLICAZIONE

Nelle analisi dinamiche al passo effettuate per sviluppare lo studio parametrico descritto nel precedente capitolo si è sfruttata l'equivalenza tra un sistema semplice ad un singolo grado di libertà (SDOF) e la corrispondente famiglia di sistemi complessi caratterizzati da più gradi di libertà (MDOF). La suddetta equivalenza non comporta forti approssimazioni nel caso di sistemi strutturali caratterizzati da un regolare sviluppo in elevazione tale che la prima forma modale possa ritenersi rappresentativa del comportamento dinamico dell'intero sistema. Prove sperimentali, come già accennato,

hanno, inoltre, dimostrato (Hwang and Huang 2003; Hwang et al. 2008; Hwang 2005) che se il fattore di smorzamento di una struttura aumenta, le risposte dei modi superiori della struttura sono soppresse. Ne segue che nel caso di smorzamento aggiuntivo in sistemi strutturali regolari MDOF l'ipotesi di far riferimento solo al suo primo modo, nell'ambito delle pratiche applicazioni, è da considerarsi un'approssimazione ancora più accettabile soprattutto con riferimento alle nuove costruzioni, laddove una corretta prassi di progettazione sismica dispone la ricerca di soluzioni che rispettino i criteri di regolarità strutturale. Nei sistemi irregolari in elevazione, invece, gli effetti combinati dei modi superiori difficilmente possono essere trascurati in quanto, anche se possono risultare di secondaria importanza per gli spostamenti di piano, possono dare un contributo significativo per le velocità di piano e quindi possono essere importanti per la progettazione dei dispositivi di smorzamento velocità-dipendente (rate-dependent). L'ipotesi di considerare il solo modo fondamentale è presente in diverse normative (ATC 1996, 1997a, b; NTC 2008; CEN 2005) in cui si prescrive che il meccanismo di collasso per la costruzione sia un meccanismo ad un singolo grado di libertà in modo che la distribuzione degli spostamenti su tutta l'altezza dell'edificio possa essere ragionevolmente stimata utilizzando sia la prima forma modale o un altro profilo, come un triangolo rovesciato.

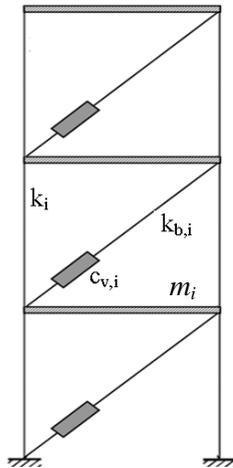


Figura 6.1.1 Sistema strutturale dotato di dispositivi viscosi lineari

Pertanto, nell'ipotesi semplificativa che il comportamento dinamico di un sistema piano ad "n" gradi di libertà, regolare in elevazione, dotato di dispositivi viscosi lineari

(Figura 6.1.1) sia governato dalla prima forma modale, si è fatto riferimento ad un sistema strutturale semplice equivalente ad un singolo grado di libertà dotato del “viscous damper-brace component” (Figura 6.1.2).

Con riferimento al sistema semplice equivalente sono illustrati, quindi, i risultati di una sperimentazione numerica avente l’obiettivo di investigare il comportamento del sistema strutturale elastico dotato di sistema dissipativo viscoelastico in base alla formulazione presentata nel capitolo 4 e rappresentata nello spazio degli stati (capitolo 3). L’algoritmo numerico presentato nel precedente capitolo è stato implementato in MATLAB e prendendo in considerazione il set di registrazione accelerometriche storiche non scalate selezionate e descritte al punto 5.5.

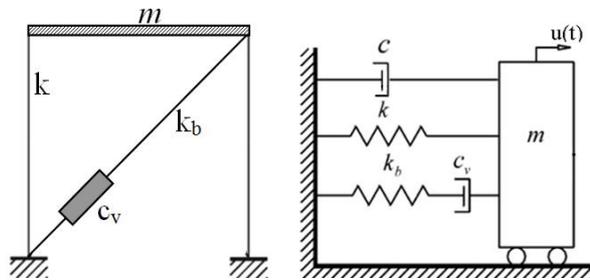


Figura 6.1.2 Modello analitico della struttura semplice equivalente con dispositivo viscoso

6.2 VALUTAZIONE DELLO SMORZAMENTO VISCOSO

Con riferimento a ciascuna delle sette registrazioni accelerometriche, descritte al punto 5.5, è stata valutata la domanda di smorzamento viscoso al variare del periodo “T” e della prestazione “u” al fine di ottenere gli spettri di domanda di smorzamento per differenti prestazioni. Tali spettri sono stati oggetto di numerosi contributi in letteratura, tra cui si cita il lavoro di Miranda and Bertero (1994). In Figura 6.2.1 è raffigurata la quantità di rapporto di smorzamento viscoso adimensionale ζ , di cui l’aliquota variabile tra il 2% e il 100% è quella relativa al sistema dissipativo ζ_d , richiesta da uno degli eventi sismici considerati al variare del periodo “T” del sistema strutturale e della prestazione desiderata “u”. Nelle analisi si è scelto, in una prima fase, di indagare tutta la variabilità dello smorzamento che le strutture propriamente smorzate possono avere.

Nelle Figure 6.2.2-6.2.8 sono raffigurate le curve di livello rappresentative del valore del rapporto di smorzamento viscoso adimensionale ζ richiesta da ogni evento sismico considerato al variare del periodo "T" del sistema strutturale e della prestazione desiderata "u".

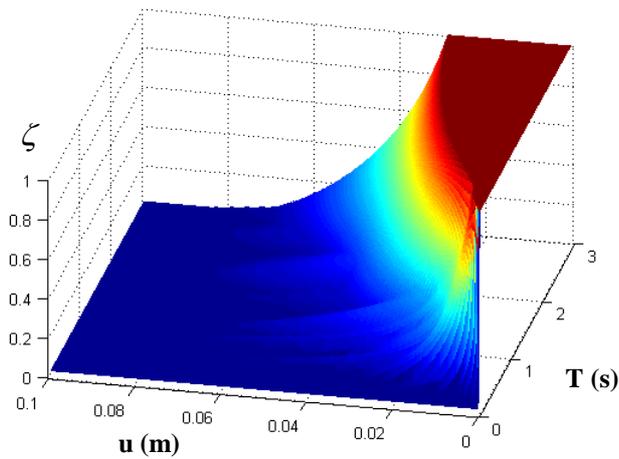


Figura 6.2.1 Rapporto di smorzamento viscoso richiesto dalla registrazione accelerometrica 00055xa

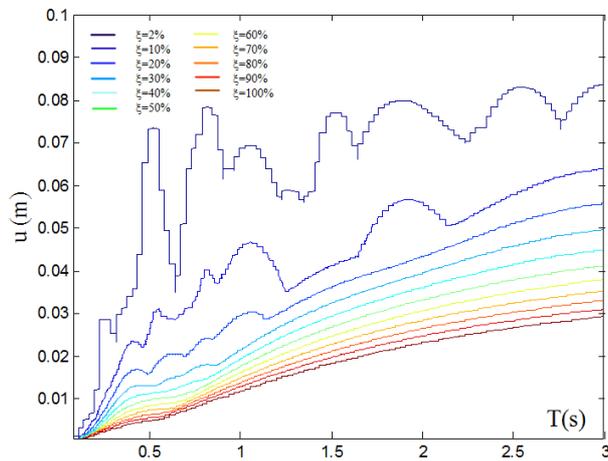


Figura 6.2.2 Curve di livello del rapporto di smorzamento viscoso richiesto dalla registrazione accelerometrica 00055xa

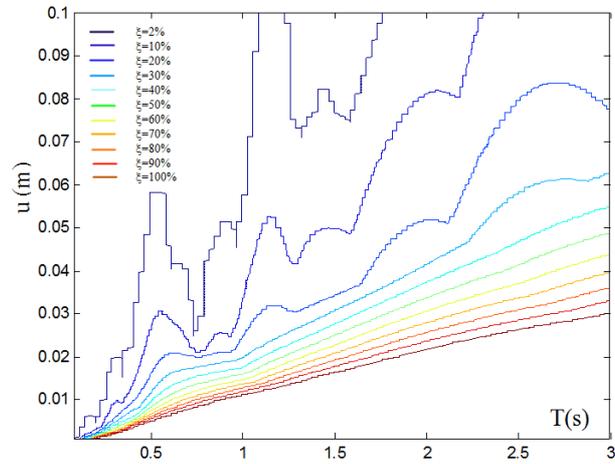


Figura 6.2.3 Curve di livello del rapporto di smorzamento viscoso richiesto dalla registrazione accelerometrica 000198xa

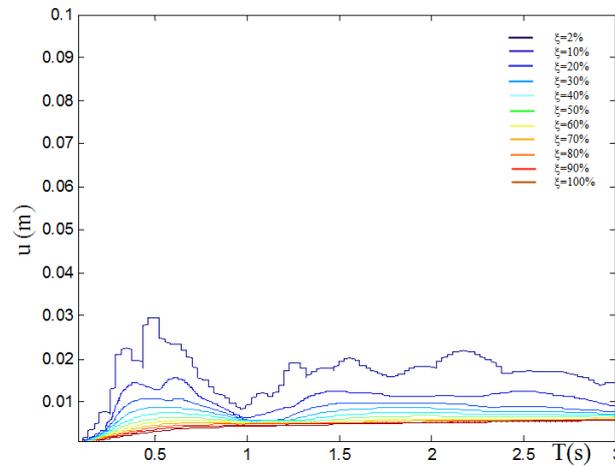


Figura 6.2.4 Curve di livello del rapporto di smorzamento viscoso richiesto dalla registrazione accelerometrica 000665xa

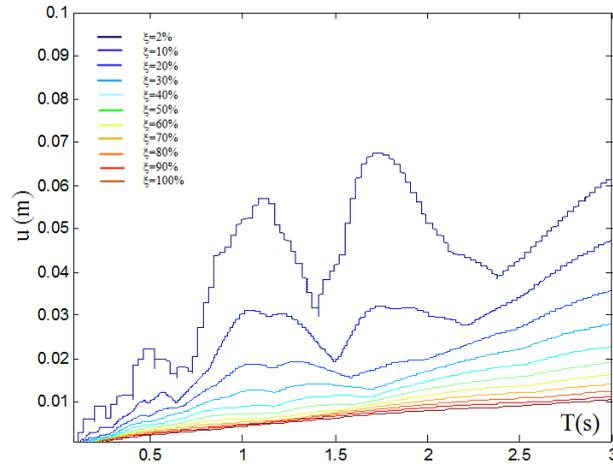


Figura 6.2.5 Curve di livello del rapporto di smorzamento viscoso richiesto dalla registrazione accelerometrica 004675ya

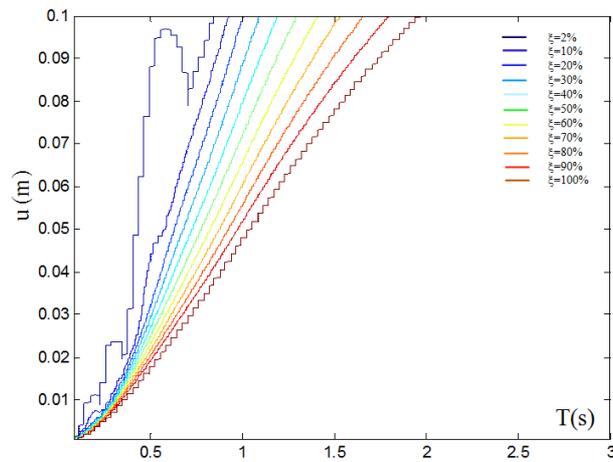


Figura 6.2.6 Curve di livello del rapporto di smorzamento viscoso richiesto dalla registrazione accelerometrica 006332ya

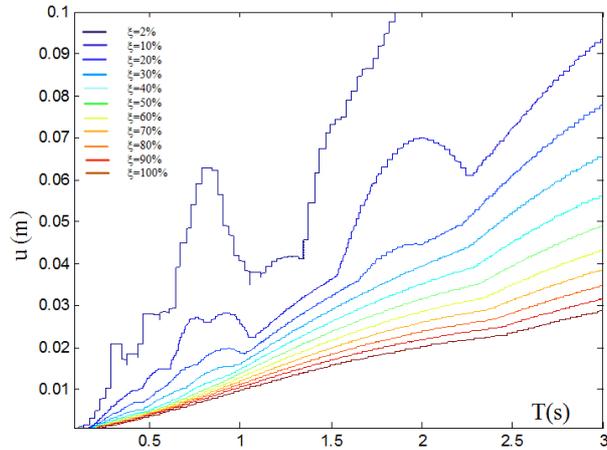


Figura 6.2.7 Curve di livello del rapporto di smorzamento viscoso richiesto dalla registrazione accelerometrica 006335xa

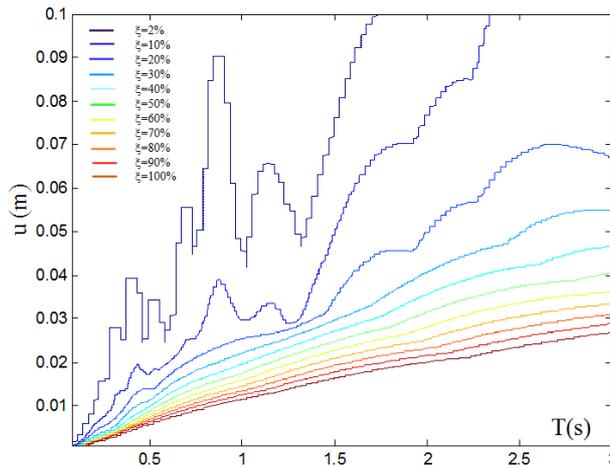


Figura 6.2.8 Curve di livello del rapporto di smorzamento viscoso richiesto dalla registrazione accelerometrica 007142ya

Sulla base dei sette spettri relativi alle corrispondenti registrazioni accelerometriche è stato possibile valutare lo spettro medio rappresentato in Figura 6.2.9. In Figura 6.2.10 sono raffigurate le corrispondenti curve di livello.

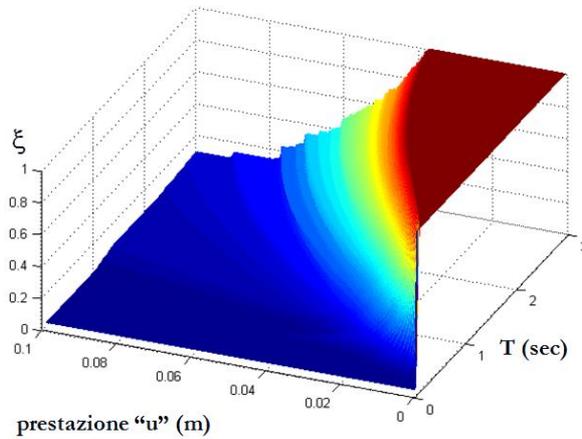


Figura 6.2.9 Spettro medio

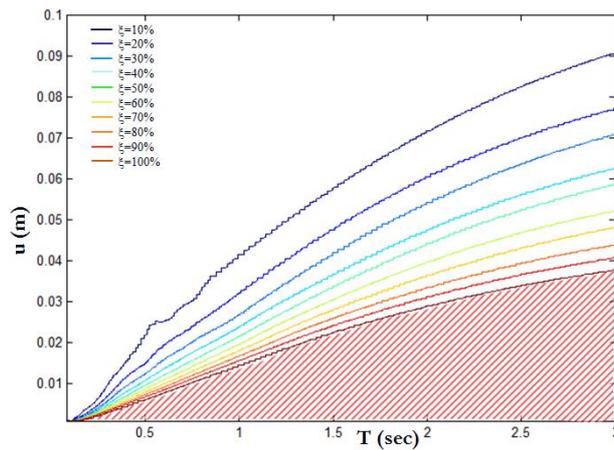


Figura 6.2.10 Spettro medio: curve di livello

La zona in rosso rappresenta la porzione di spettro in cui l'oscillatore risulta essere sovrasmorzato o criticamente smorzato. Tale zona non è stata tenuta in considerazione nelle analisi per le quali si farà riferimento ai soli sistemi propriamente smorzati. Ai fini applicativi, inoltre, in una seconda fase, si sono, anche, condotte analisi imponendo un limite massimo a ζ pari al 40%.

6.3 APPLICAZIONE DELLA METODOLOGIA DI PROGETTO INTEGRATO DELLE GRANDEZZE VISCOELASTICHE

La valutazione dello spettro medio, rappresentato in Figura 6.2.10 e che deve essere depurato dell'aliquota del rapporto di smorzamento viscoso adimensionale rappresentativa dello smorzamento intrinseco del sistema strutturale principale, assunto pari a $\zeta_s = 2\%$, rappresenta il punto di partenza della procedura di progetto.

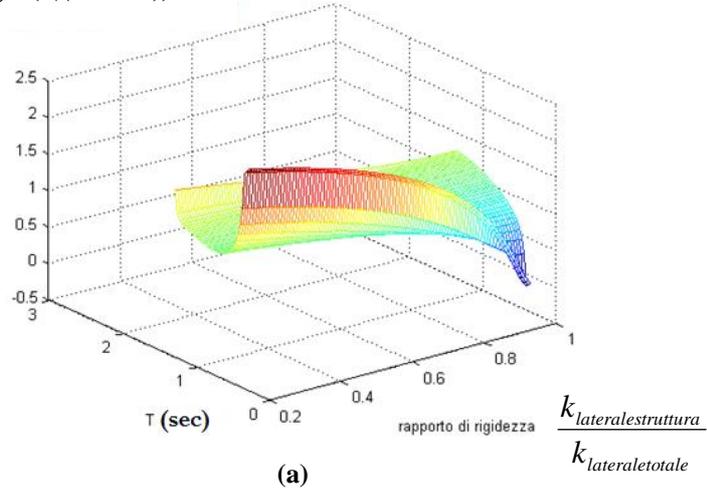
Assumendo una massa sismica unitaria ed un'inclinazione \mathcal{G} del "viscous damper-brace component", che verrà supposta da qui in avanti pari a 45° , è stato, quindi, possibile valutare, per ogni periodo T (ovvero pulsazione naturale non smorzata ω) e prestazione "u", la rigidezza complessiva del sistema strutturale integrato $k_{lateraletotale}$ e la costante dinamica dello smorzamento del sistema dissipativo $c'(\omega_d)$.

Si sottolinea che le prestazioni variabili da 1 mm a 10 cm sono state analizzate con continuità ovvero con un passo fittissimo pari a un decimo di millimetro.

Facendo, poi, variare in continuo, con variazioni percentuali unitarie, la rigidezza laterale della struttura principale $k_{lateralestruttura}$ e quella dinamica del sistema viscoelastico in parallelo $k'(\omega_d)$ per ogni periodo e per ogni prestazione, come descritto al punto 5.4, sono stati calcolati i moduli statici caratterizzanti il sistema "viscous damper-brace component" c_v e k_b mediante le equazioni (5.4.2) e (5.4.3).

Con riferimento ad alcune delle tantissime soglie prestazionali analizzate con continuità, nello specifico i valori di spostamento: u=2 cm, u=3 cm, u=4 cm, u=5 cm, u=6 cm, u=7 cm, nelle Figure 6.3.1-6.3.6 sono rappresentati i valori, in scala logaritmica con base-10, delle coppie di grandezze viscoelastiche, rigidezza statica k_b e costante di smorzamento statica c_v del sistema dissipativo, al variare del periodo T (ovvero pulsazione naturale non smorzata ω) e del rapporto di rigidezza laterale del sistema strutturale principale rispetto alla rigidezza laterale complessiva del sistema integrato $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$, le quali garantiscono mediamente il conseguimento del target prestazionale.

$\log_{10}(c_v(\text{Nsec/m}))$



$\log_{10}(k_b(\text{N/m}))$

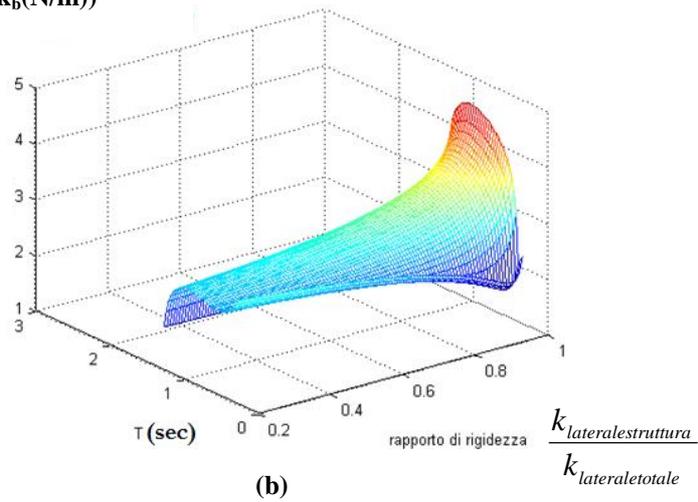
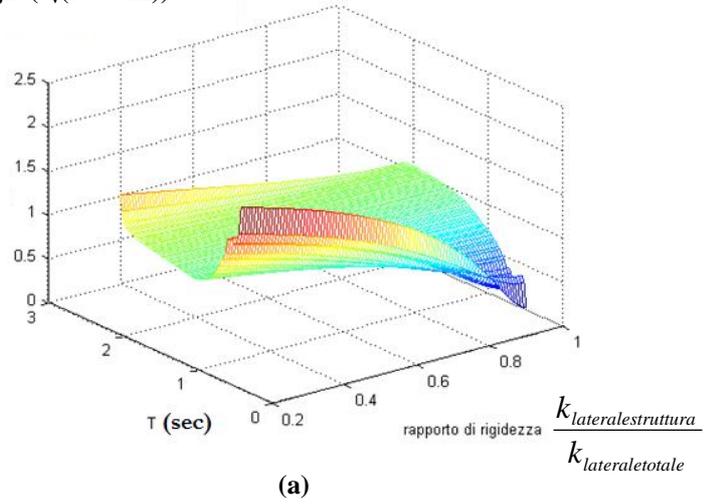


Figura 6.3.1 Per prestazione limite $u=2$ cm, $\mathcal{S} = \pi / 4$: a) c_v ; b) k_b

$\log_{10}(c_v(\text{Nsec/m}))$



$\log_{10}(k_b(\text{N/m}))$

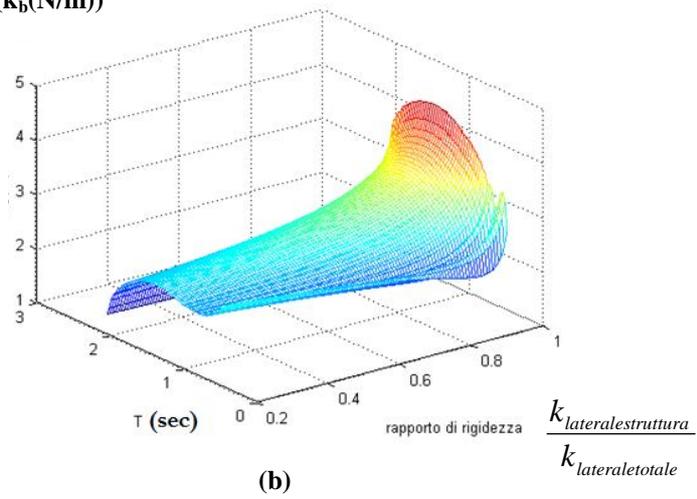
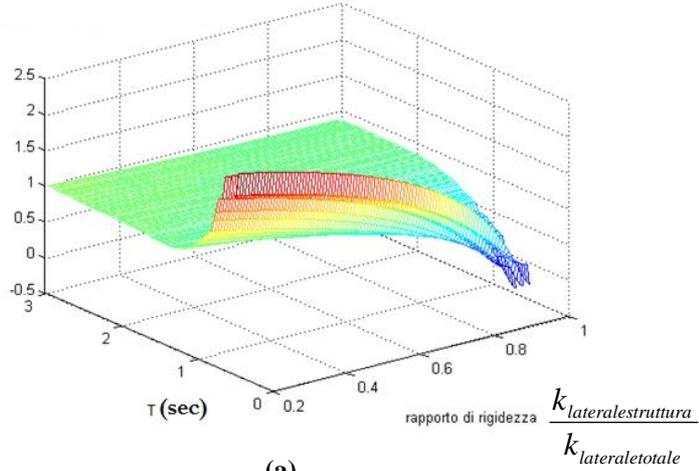


Figura 6.3.2 Per prestazione limite $u=3$ cm, $\mathcal{G} = \pi/4$: a) c_v ; b) k_b

$\log_{10}(c_v(\text{Nsec/m}))$



$\log_{10}(k_b(\text{N/m}))$

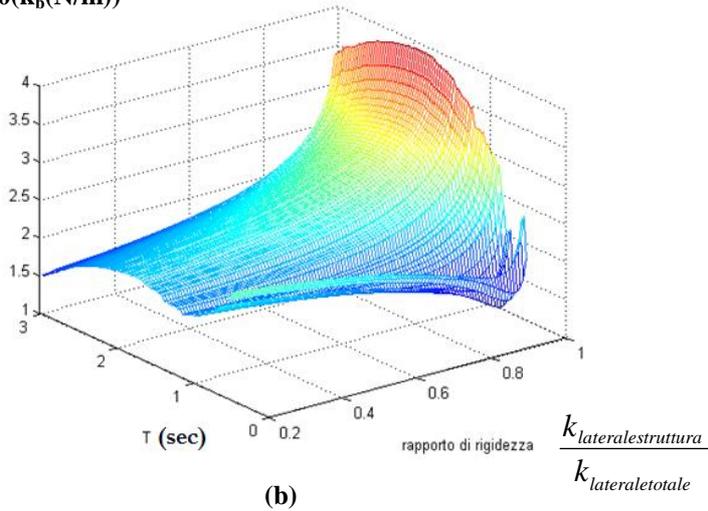
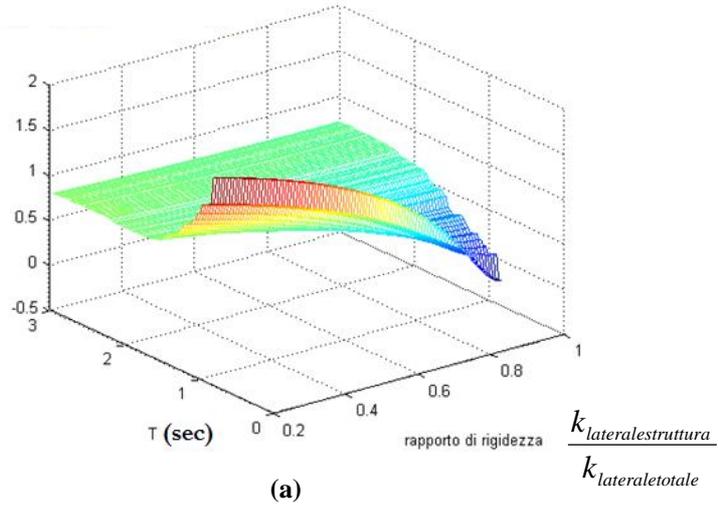


Figura 6.3.3 Per prestazione limite $u=4$ cm, $\mathcal{G} = \pi / 4$: a) c_v ; b) k_b

$\log_{10}(c_v(\text{Nsec/m}))$



$\log_{10}(k_b(\text{N/m}))$

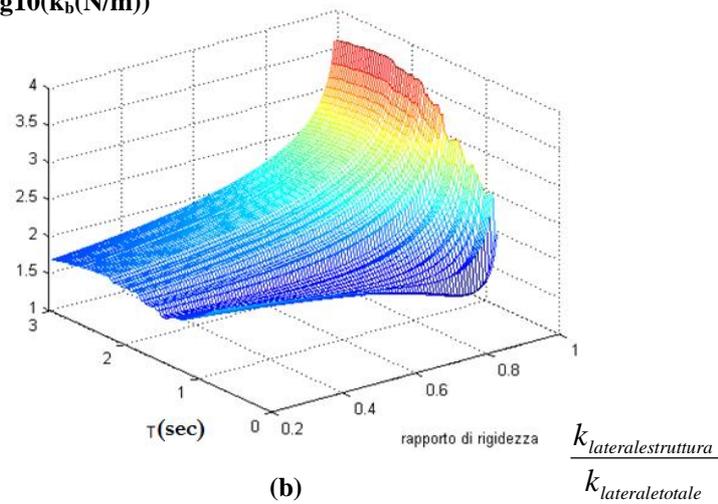
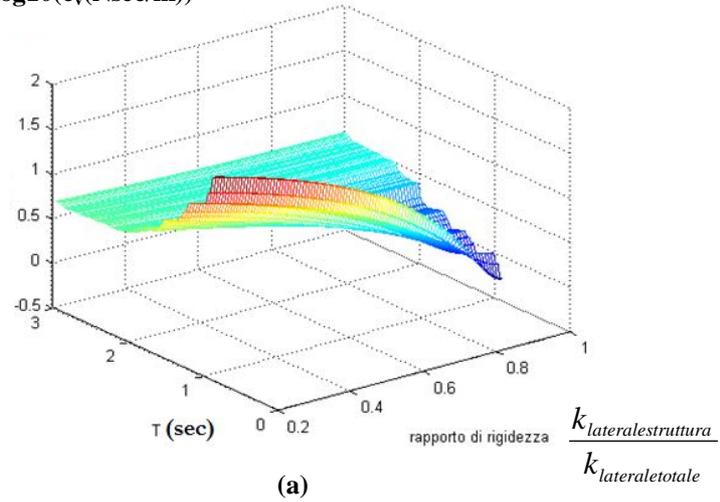


Figura 6.3.4 Per prestazione limite $u=5$ cm, $\vartheta = \pi/4$: a) c_v ; b) k_b

$\log_{10}(c_v(\text{Nsec/m}))$



$\log_{10}(k_b(\text{N/m}))$

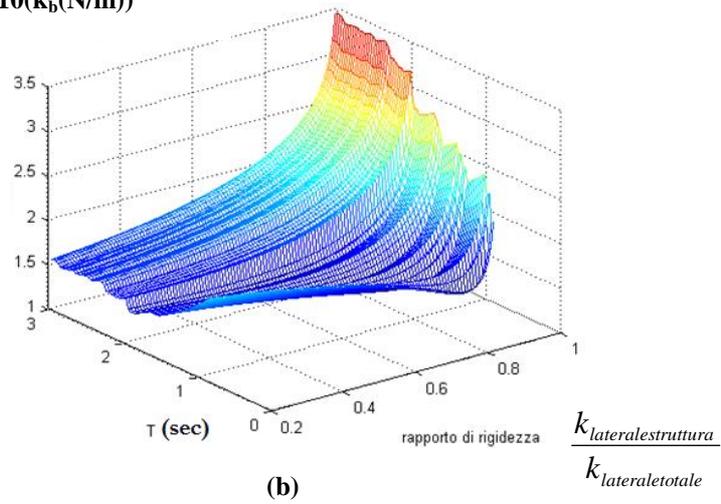
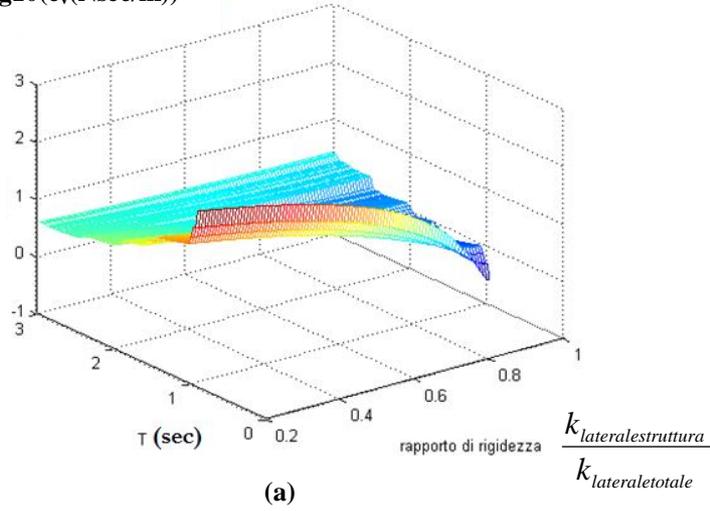


Figura 6.3.5 Per prestazione limite $u=6$ cm, $\mathcal{G} = \pi / 4$: a) c_v ; b) k_b

$\log_{10}(c_v(\text{Nsec/m}))$



$\log_{10}(k_b(\text{N/m}))$

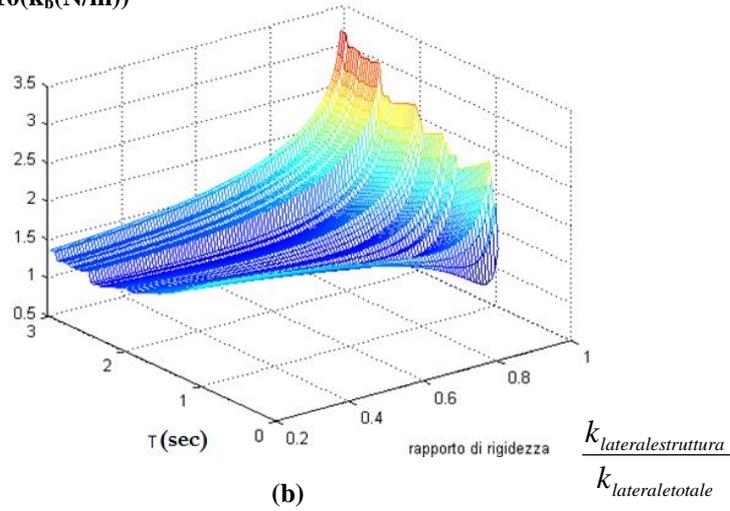


Figura 6.3.6 Per prestazione limite $u=7$ cm, $\mathcal{S} = \pi / 4$: a) c_v ; b) k_b

Dalle Figure 6.3.1 (b)-6.3.6 (b) si riscontra che, sulla base dei coefficienti di deamplificazione dinamica illustrati in Figura 4.3.3, quando il rapporto tra la rigidezza laterale della struttura principale rispetto a quella totale laterale tende ad 1 ovvero

quando la rigidezza dinamica (apparente) $k'(\omega_b)$ del sistema dissipativo viscoelastico tende a zero la rigidezza statica k_b tende ad aumentare in maniera significativa.

Si precisa anche che l'inclinazione assunta pari a 45° rappresenta un valore indicativo che può essere fortemente variabile in funzione delle caratteristiche geometriche della struttura o delle configurazioni geometriche con cui si possono predisporre i dispositivi con finalità di amplificazione (Sigaher and Constantinou 2003).

6.3.1 CONFIGURAZIONI GEOMETRICHE DEI DISSIPATORI

Le configurazioni dei dispositivi di dissipazione o in linea con il sistema di diagonali oppure in orizzontale in testa a un sistema di diagonali chevron (Sigaher and Constantinou 2003) sono le più diffuse in quanto sono le più familiari agli ingegneri e perchè gli studi sperimentali hanno testato l'efficacia principalmente di queste sole due configurazioni. Sono state, di recente, sviluppate anche altre configurazioni, come la configurazione articolata (*toggle braced*), che amplifica lo spostamento subito dal dissipatore per un dato spostamento interpiano, con una conseguenziale diminuzione della forza sviluppata dal dissipatore e, quindi, una riduzione del volume del dissipatore con una diminuzione dei costi.

Con l'intento che l'assemblaggio dei sistemi di dissipazione non occupi intere campate nei telai per non violare i requisiti architettonici, come quelli basati sugli spazi aperti e sulla vista libera, è stato sviluppato un altro sistema di dissipazione, definito *scissors jack*, come variante del sistema articolato. Esso combina le piccole dimensioni con la caratteristica di amplificazione degli spostamenti grazie alla compattezza e ad un'installazione quasi verticale del dispositivo.

Lo spostamento del dispositivo, nel caso della configurazione diagonale, è minore o uguale, nel caso della configurazione chevron, allo spostamento del piano nel quale il dispositivo è installato. Se u e u_d sono, rispettivamente, lo spostamento di interpiano e lo spostamento relativo del dissipatore, si può scrivere:

$$u_d = f \cdot u \quad (6.3.1.1)$$

dove "f" è il fattore di amplificazione. Per la configurazione chevron $f=1$, per la configurazione diagonale $f=\cos \theta$, dove θ è l'angolo di inclinazione del dissipatore rispetto all'asse orizzontale. La forza F_d lungo l'asse del dissipatore è legata similmente alla forza orizzontale esercitata sul telaio F , attraverso:

$$F = f \cdot F_d \quad (6.3.1.2)$$

La Figura 6.3.1.1 mostra il coefficiente "f" per varie configurazioni:

Diagonal		$f = \cos \theta$	$\theta = 37^\circ$ $f = 0.80$ $\beta = 0.03$
Chevron		$f = 1.00$	$f = 1.00$ $\beta = 0.05$
Scissor-Jack		$f = \frac{\cos \psi}{\tan \theta}$	$\theta = 9^\circ, \psi = 70^\circ$ $f = 2.16$ $\beta = 0.23$
Upper Toggle		$f = \frac{\sin \theta_2}{\cos(\theta_1 + \theta_2)} + \sin \theta_1$	$\theta_1 = 31.9^\circ, \theta_2 = 43.2^\circ$ $f = 3.191$ $\beta = 0.509$
Reverse Toggle		$f = \frac{\alpha \cos \theta_1}{\cos(\theta_1 + \theta_2)} - \cos \theta_2$	$\theta_1 = 30^\circ, \theta_2 = 49^\circ, \alpha = 0.7$ $f = 2.521$ $\beta = 0.318$

Figura 6.3.1.1 Illustrazione delle configurazioni, fattori di amplificazione, e fattori di smorzamento di una struttura a singolo livello con dissipatori fluido viscosi lineari

Consideriamo che un sistema SDOF abbia massa “m”, un periodo fondamentale di vibrazione “T” e sia dotato di un dispositivo fluido viscoso, la forza che si sviluppa nel dispositivo nel rispetto dell’equazione (2.5.1), è pari a:

$$F_d = c\dot{u}_d \quad (6.3.1.3)$$

dove \dot{u}_d è la velocità relativa tra gli estremi del dissipatore lungo il suo asse. La forza di dissipazione esercitata sul telaio è data da:

$$F = f \cdot F_d = f \cdot c \cdot \dot{u}_d = f^2 \cdot c \cdot \dot{u} \quad (6.3.1.4)$$

nella quale \dot{u} è la velocità relativa del sistema SDOF rispetto al suolo. Ne segue che il fattore di smorzamento supplementare può essere scritto come:

$$\zeta_d = \frac{cf^2}{2\omega m} \quad (6.3.1.5)$$

Si nota che il fattore di smorzamento varia con il quadrato del coefficiente di amplificazione. La configurazione scissor jack diversamente da quelle tradizionale può raggiungere coefficienti di amplificazione maggiori dell’unità. La presenza del meccanismo di amplificazione nel sistema scissor jack estende l’utilità dei dispositivi viscosi ai casi di piccoli spostamenti e velocità di interpiano, che sono tipici di sistemi strutturali rigidi soggetti a sisma o vento.

6.4 OTTIMO PROGETTUALE

Nel presente paragrafo viene valutato l’ottimo progettuale in termini economici del sistema strutturale integrato relativamente ai sette casi di rapporti relativi di costo tra le variabili di progetto considerate, illustrati in Tabella 5.6.1, valutando il minimo della funzione di costo normalizzato, definita dall’equazione (5.6.2), come discusso al punto 5.6.

Infatti per ogni coppia di rapporti di costi, viene scelto il valore della rigidezza del sistema strutturale principale a cui corrispondono un preciso valore della rigidezza statica e della costante di viscosità statica del sistema dissipativo viscoelastico tale che le suddette tre variabili progettuali minimizzino la funzione di costo considerata. La suddetta scelta è effettuata tra tutte le combinazioni ottenute facendo variare in continuo la rigidezza del sistema principale e quella del sistema di controventamento dissipativo, come discusso al punto 5.3. La metodologia sviluppata, come detto al punto 5.4, è di natura prettamente numerica essendo il problema, per via della non linearità, non risolvibile in forma chiusa.

Con riferimento al caso 1, $\frac{C_b}{C_s} = 0.5$ e $\frac{C_v}{C_s} = 2$, considerando $\vartheta = \pi/4$ e massa

unitaria, in Figura 6.4.1 è rappresentato il valore economicamente ottimo del rapporto tra la rigidezza laterale del sistema strutturale principale rispetto alla rigidezza laterale complessiva del sistema integrato $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ al variare del periodo T (ovvero pulsazione naturale non smorzata ω) e della prestazione “u” ed in Figura 6.4.4 sono rappresentate le corrispondenti curve di livello.

Nelle Figure 6.4.2 e 6.4.3 sono rappresentati, rispettivamente, i valori ottimi della costante di rigidezza statica k_b e della costante di smorzamento statica c_v del sistema dissipativo viscoelastico corrispondenti ai valori ottimi del rapporto tra la rigidezza laterale del sistema strutturale principale rispetto alla rigidezza laterale complessiva del sistema integrato $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$, al variare del periodo T (ovvero pulsazione naturale non smorzata ω) e della prestazione “u”. Nelle Figure 6.4.5 e 6.4.6 sono rappresentate, rispettivamente, le corrispondenti curve di livello.

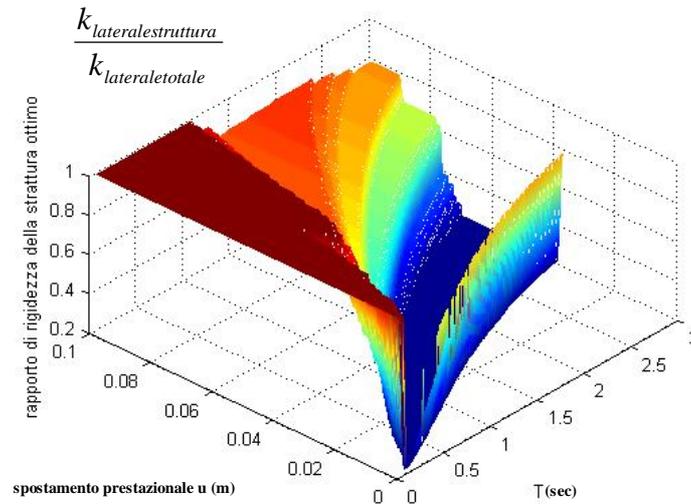


Figura 6.4.1 Rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

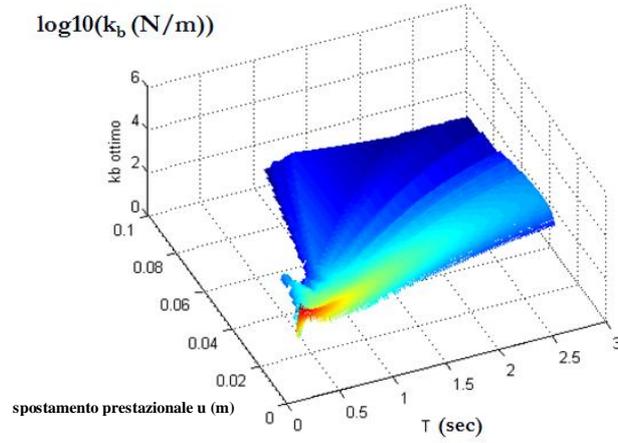


Figura 6.4.2 k_b ottimo relativo al rapporto $k_{\text{lateralestruttura}}/k_{\text{lateraletotale}}$ ottimo

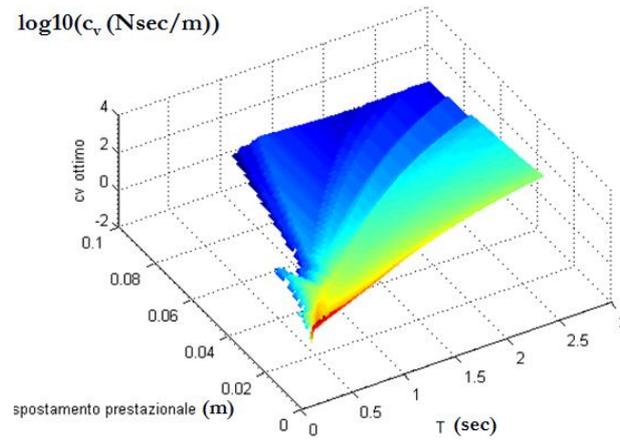


Figura 6.4.3 c_v ottimo relativo al rapporto $k_{\text{lateralestruttura}}/k_{\text{lateraletotale}}$ ottimo

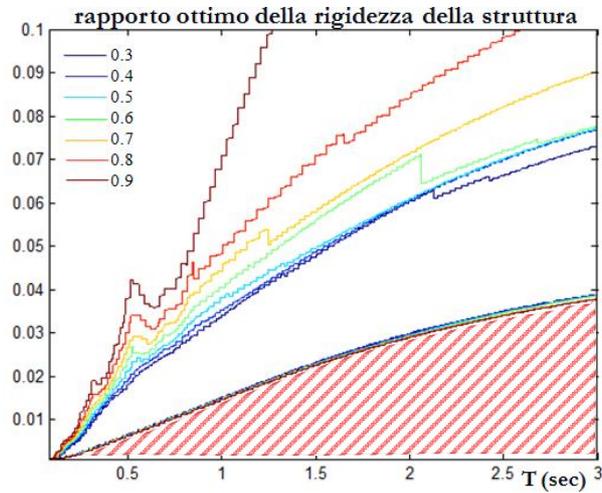


Figura 6.4.4 Curve di livello del rapporto $k_{\text{lateralestruttura}}/k_{\text{lateraletotale}}$ ottimo

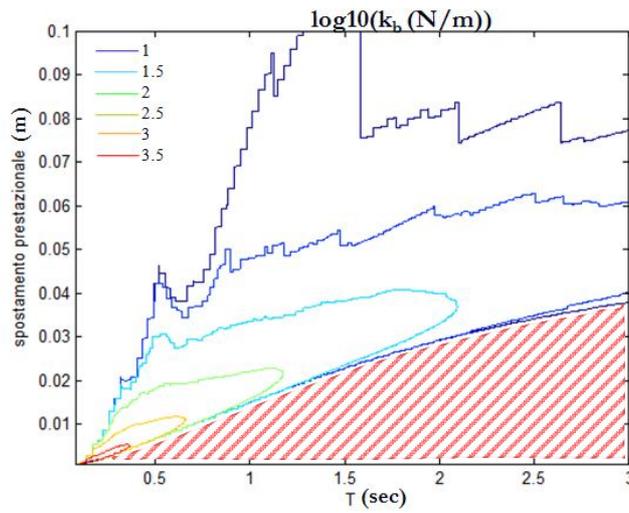


Figura 6.4.5 Curve di livello di k_b ottimo relativo al rapporto $k_{\text{lateralestruttura}}/k_{\text{lateraletotale}}$ ottimo

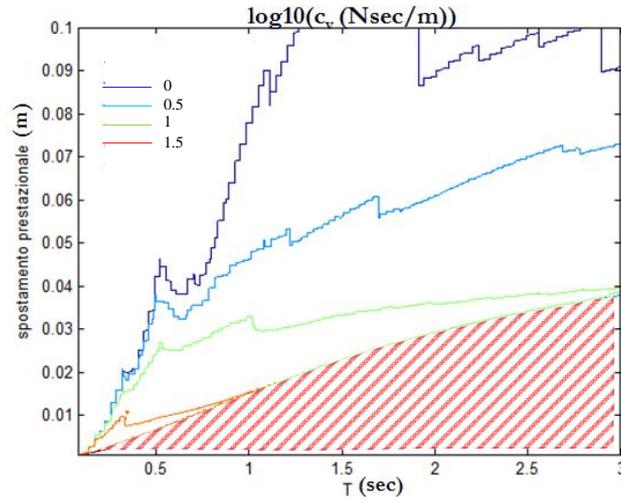


Figura 6.4.6 Curve di livello di c_v ottimo relativo al rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

Analogamente, nelle Figure 6.4.7-6.4.12 si riportano le medesime elaborazioni relative al caso 2, $\frac{C_b}{C_s} = 0.5$ e $\frac{C_v}{C_s} = 3$.

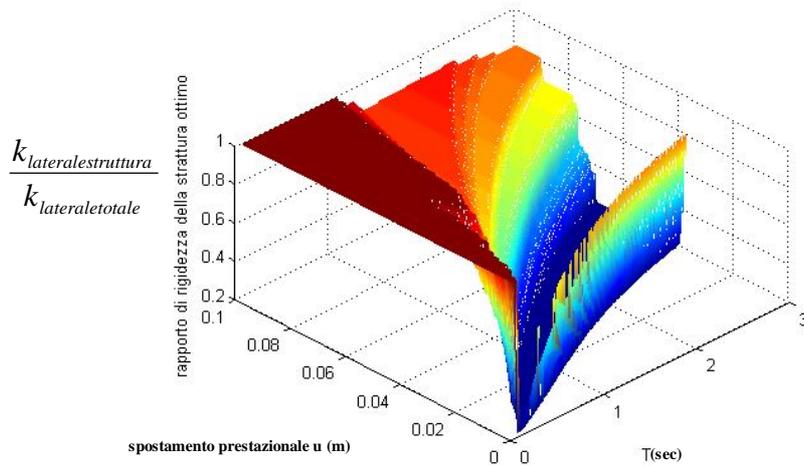


Figura 6.4.7 Rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

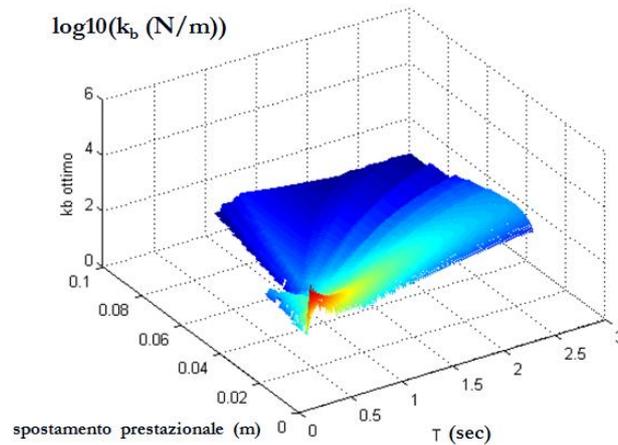


Figura 6.4.8 k_b ottimo relativo al rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

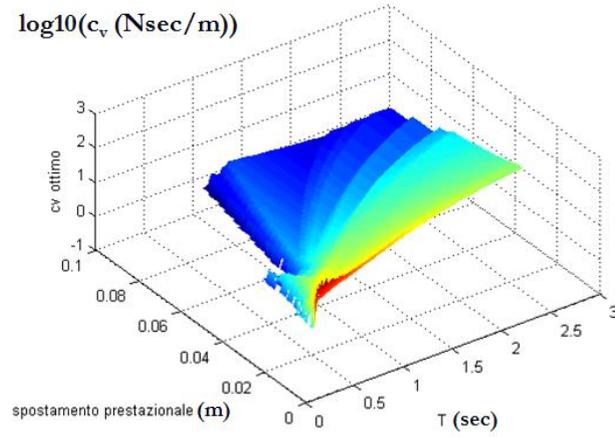


Figura 6.4.9 c_v ottimo relativo al rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

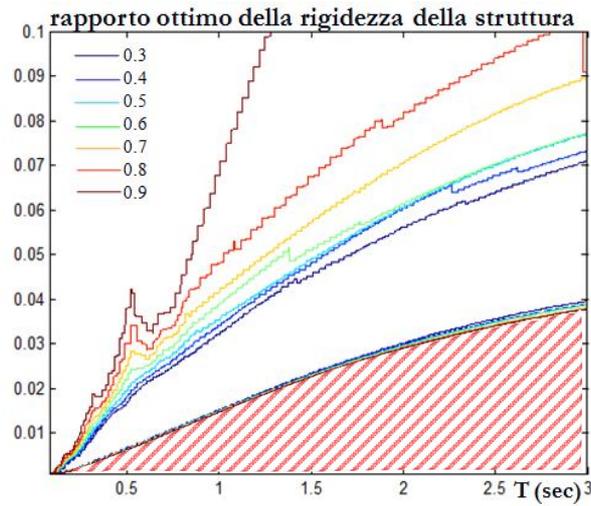


Figura 6.4.10 Curve di livello del rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

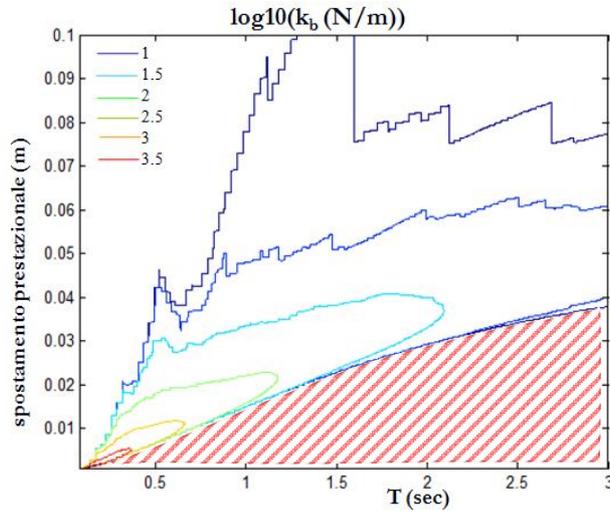


Figura 6.4.11 Curve di livello di k_b ottimo relativo al rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

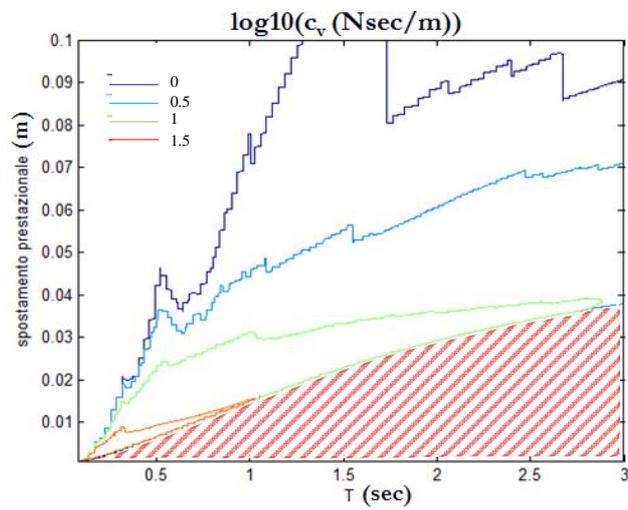


Figura 6.4.12 Curve di livello di c_v ottimo relativo al rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

Analogamente, nelle Figure 6.4.13-6.4.18 si riportano le medesime elaborazioni relative al caso 3, $\frac{C_b}{C_s} = 0.5$ e $\frac{C_v}{C_s} = 5$.

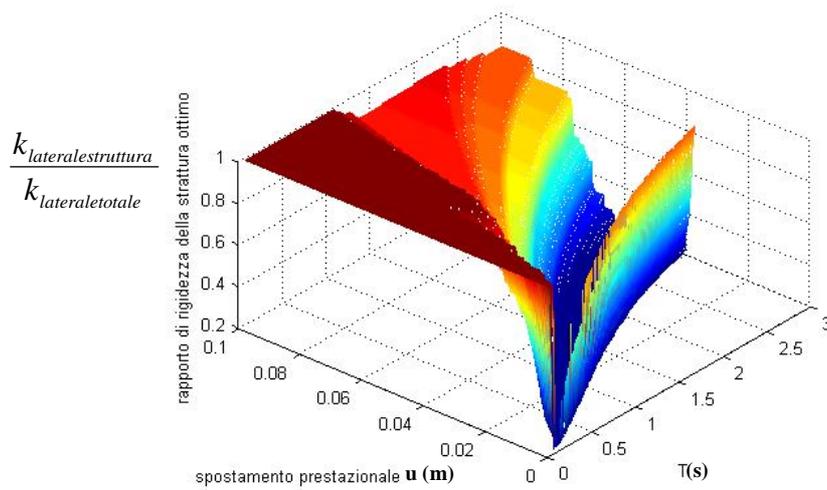


Figura 6.4.13 Rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

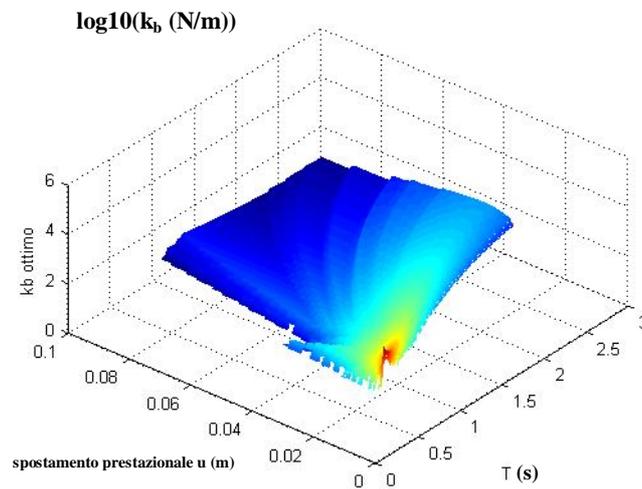


Figura 6.4.14 k_b ottimo relativo al rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

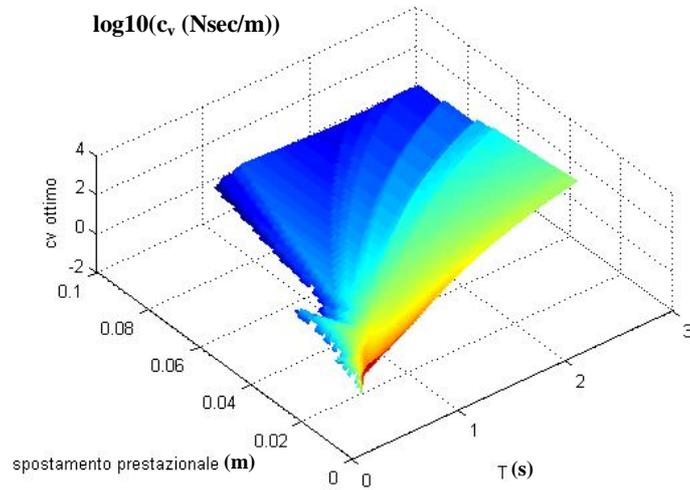


Figura 6.4.15 c_v ottimo relativo al rapporto $k_{\text{lateralestruttura}}/k_{\text{lateraletotale}}$ ottimo

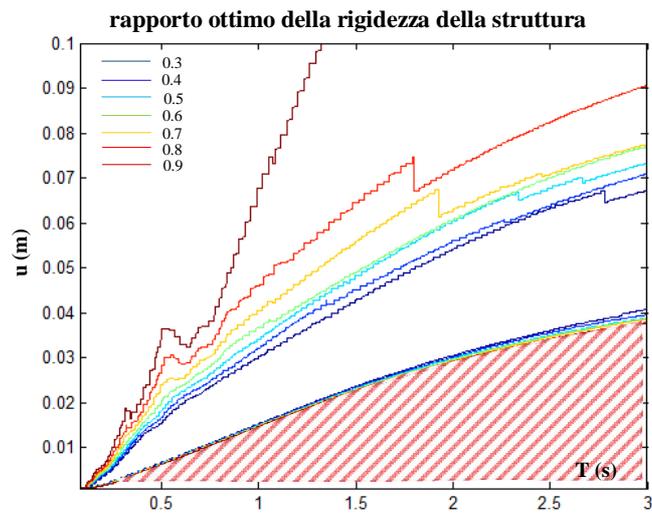


Figura 6.4.16 Curve di livello del rapporto $k_{\text{lateralestruttura}}/k_{\text{lateraletotale}}$ ottimo

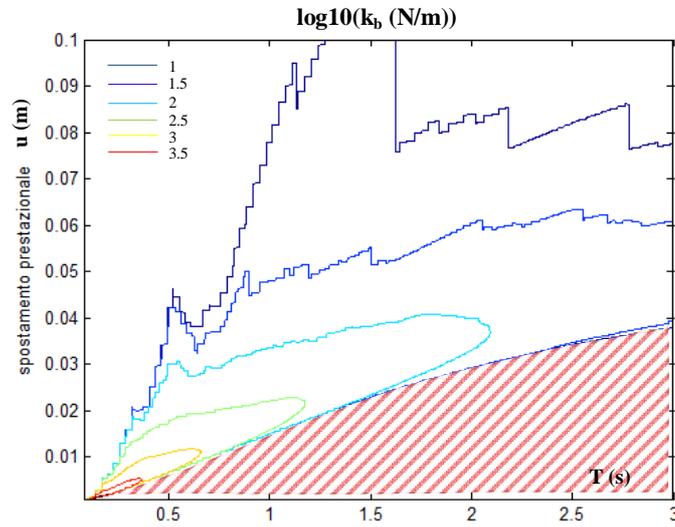


Figura 6.4.17 Curve di livello di k_b ottimo relativo al rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

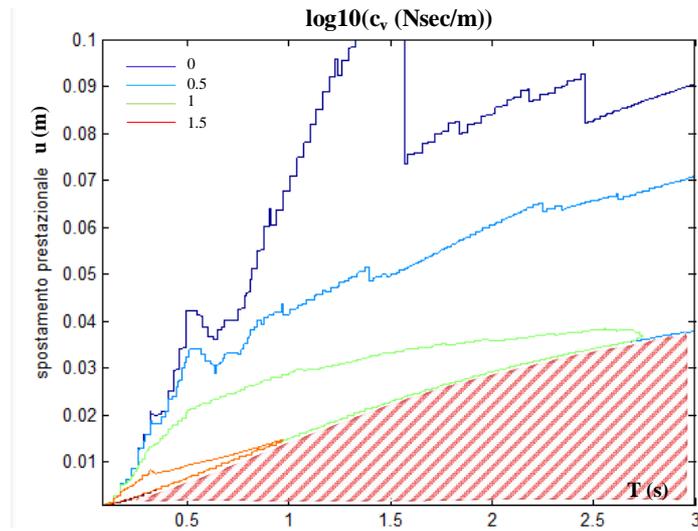


Figura 6.4.18 Curve di livello di c_v ottimo relativo al rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

Analogamente, nelle Figure 6.4.19-6.4.24 si riportano le medesime elaborazioni relative al caso 4, $\frac{C_b}{C_s} = 0.5$ e $\frac{C_v}{C_s} = 10$.

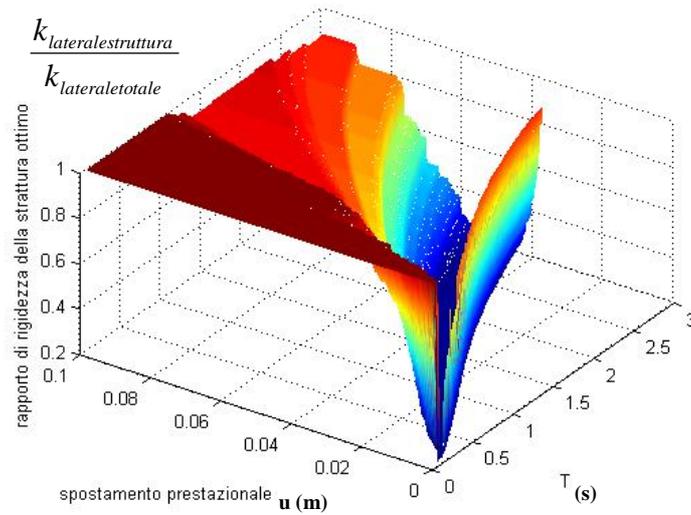


Figura 6.4.19 Rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

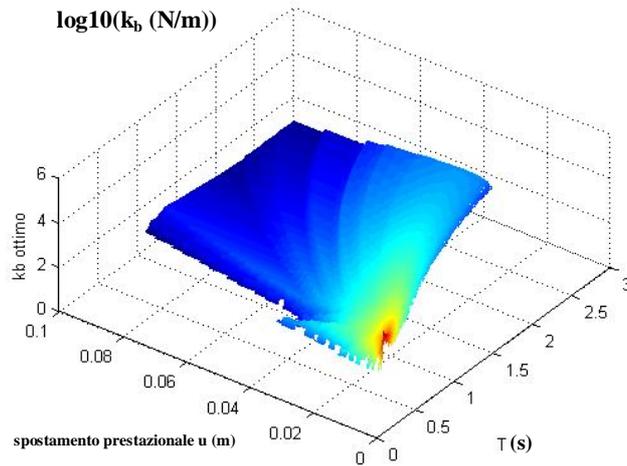


Figura 6.4.20 k_b ottimo relativo al rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

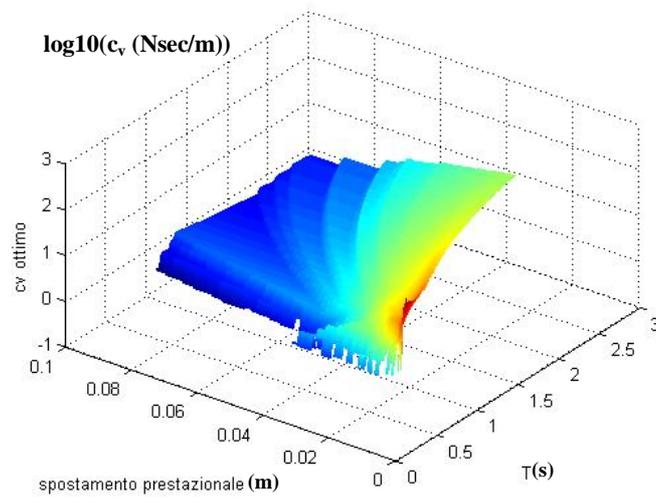


Figura 6.4.21 c_v ottimo relativo al rapporto $k_{\text{lateralestruttura}}/k_{\text{lateraletotale}}$ ottimo

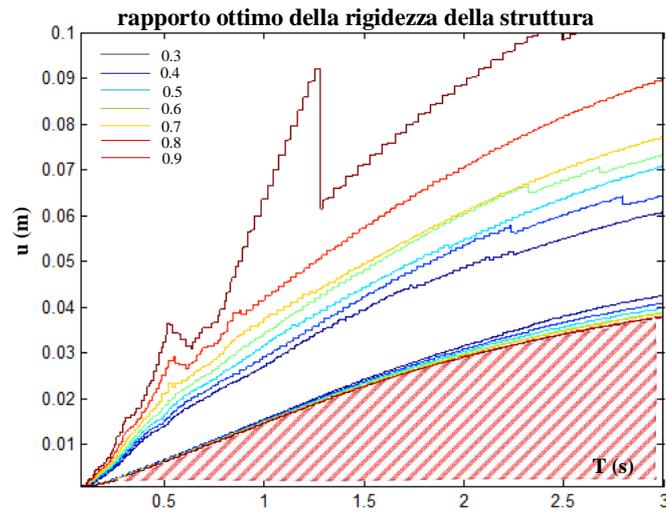


Figura 6.4.22 Curve di livello del rapporto $k_{\text{lateralestruttura}}/k_{\text{lateraletotale}}$ ottimo

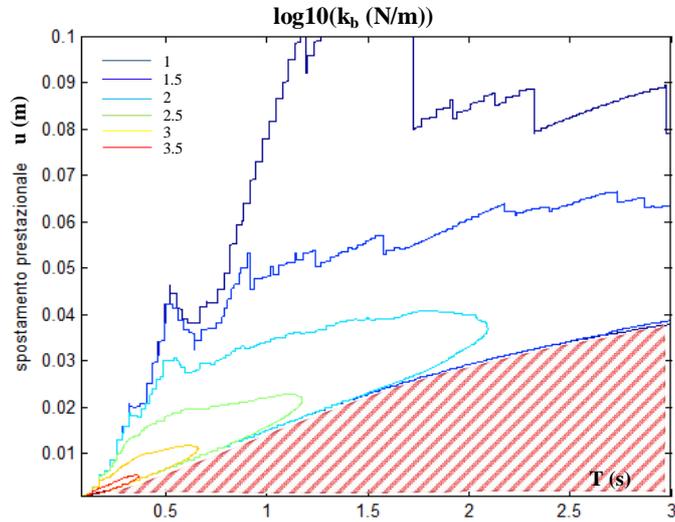


Figura 6.4.23 Curve di livello di k_b ottimo relativo al rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

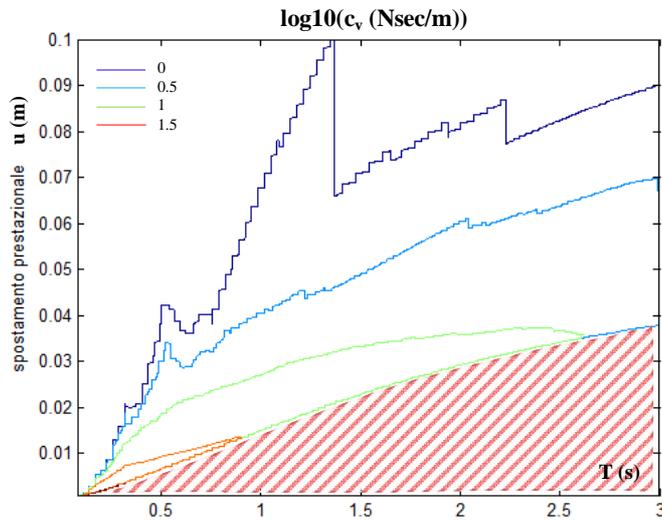


Figura 6.4.24 Curve di livello di c_v ottimo relativo al rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

Analogamente, nelle Figure 6.4.25-6.4.30 si riportano le medesime elaborazioni relative al caso 5, $\frac{C_b}{C_s} = 0.5$ e $\frac{C_v}{C_s} = 25$.

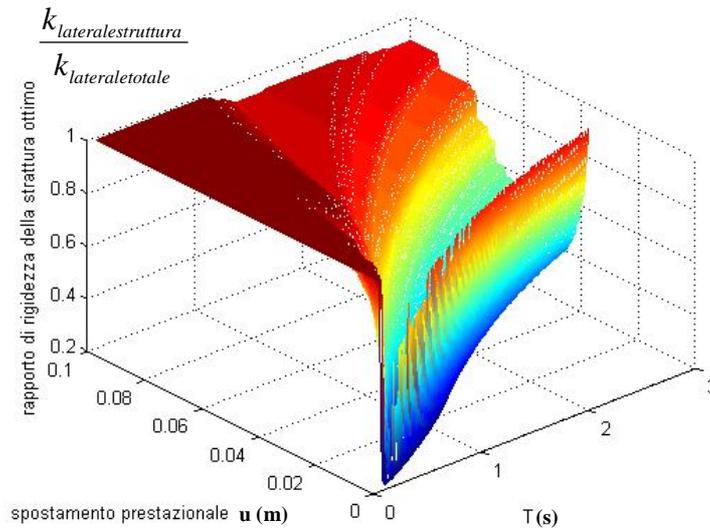


Figura 6.4.25 Rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

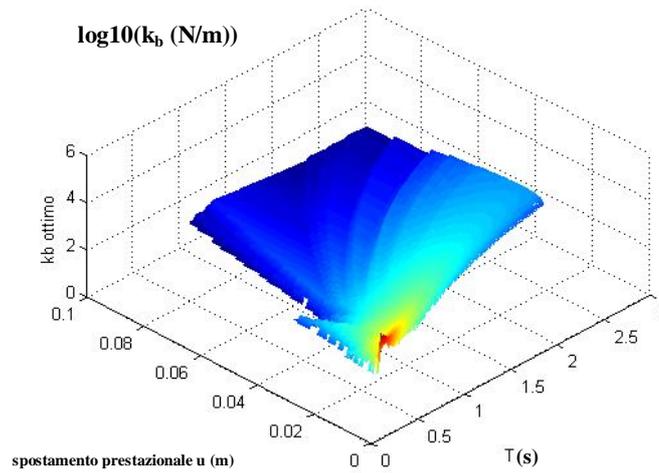


Figura 6.4.26 k_b ottimo relativo al rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

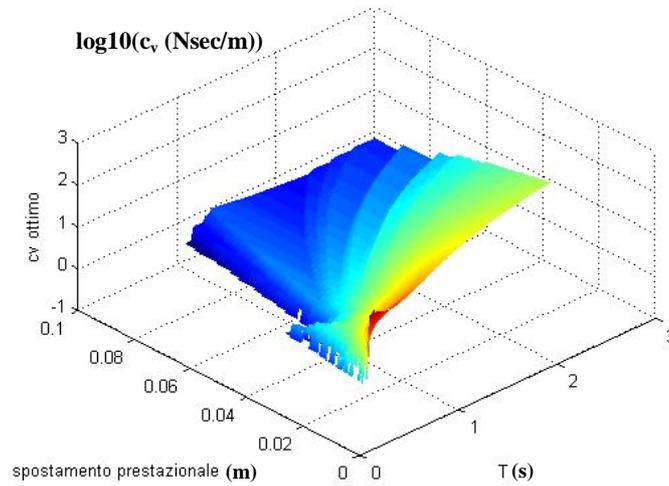


Figura 6.4.27 c_v ottimo relativo al rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

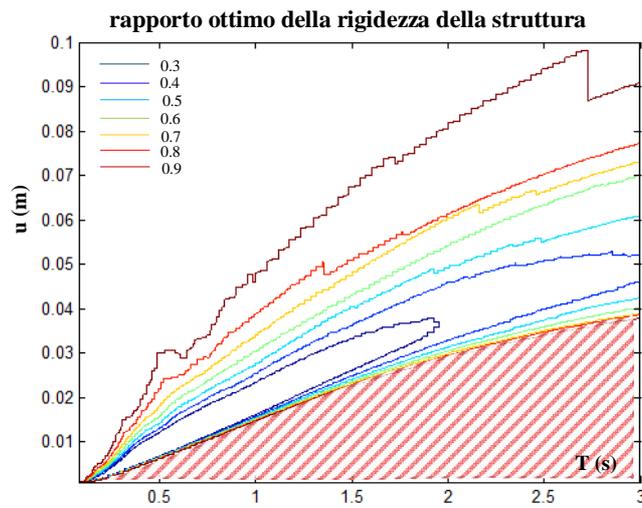


Figura 6.4.28 Curve di livello del rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

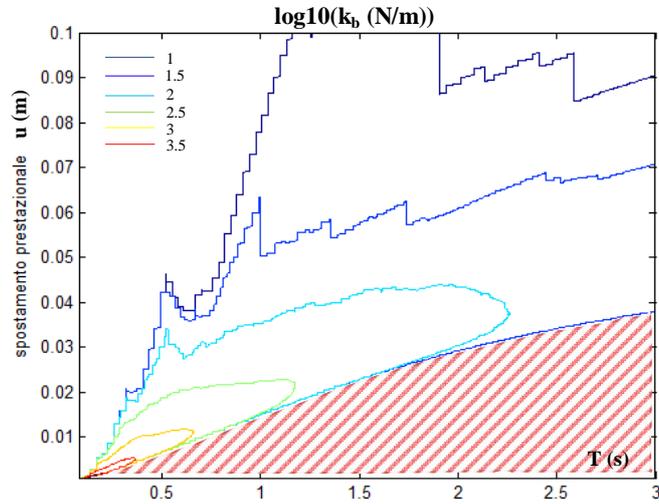


Figura 6.4.29 Curve di livello di k_b ottimo relativo al rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

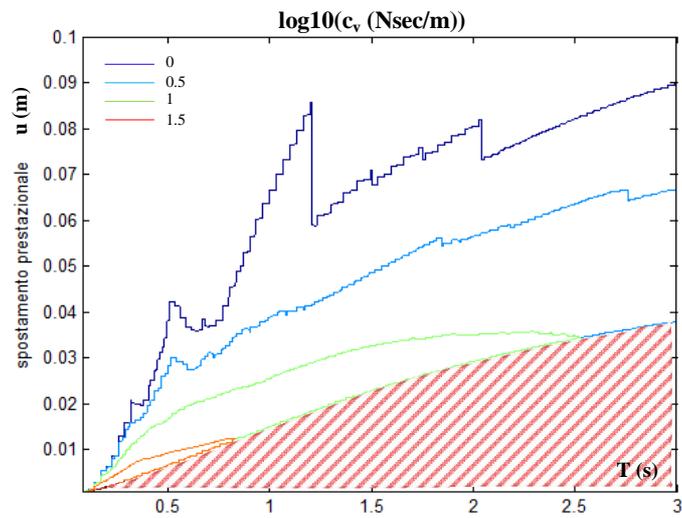


Figura 6.4.30 Curve di livello di c_v ottimo relativo al rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

Analogamente, nelle Figure 6.4.31-6.4.36 si riportano le medesime elaborazioni relative al caso 6, $\frac{C_b}{C_s} = 0.5$ e $\frac{C_v}{C_s} = 50$.

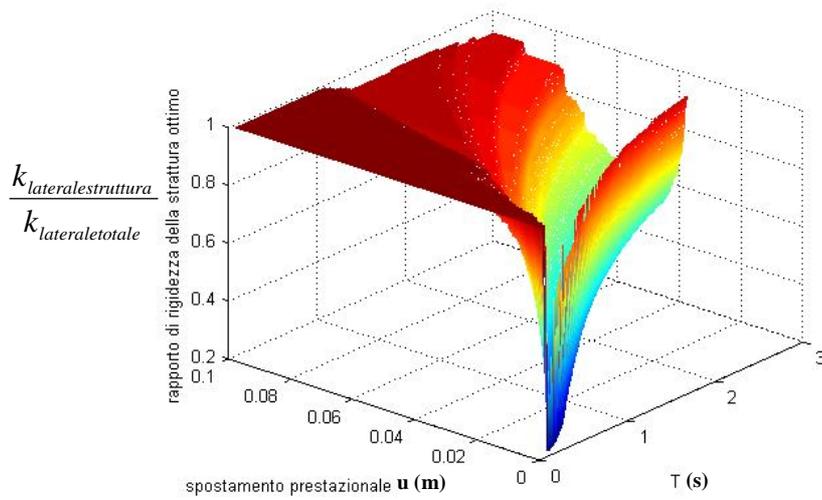


Figura 6.4.31 Rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

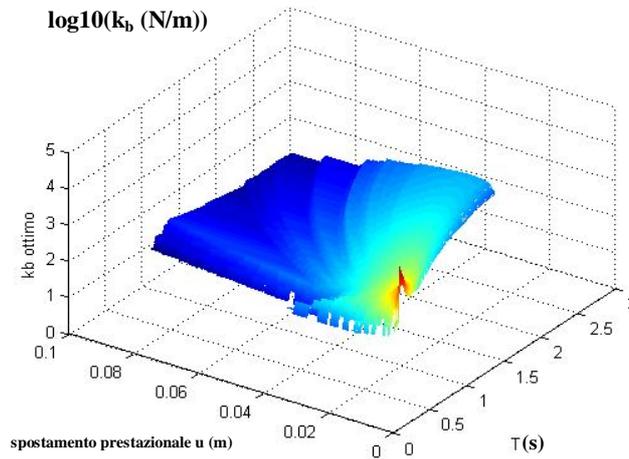


Figura 6.4.32 k_b ottimo relativo al rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

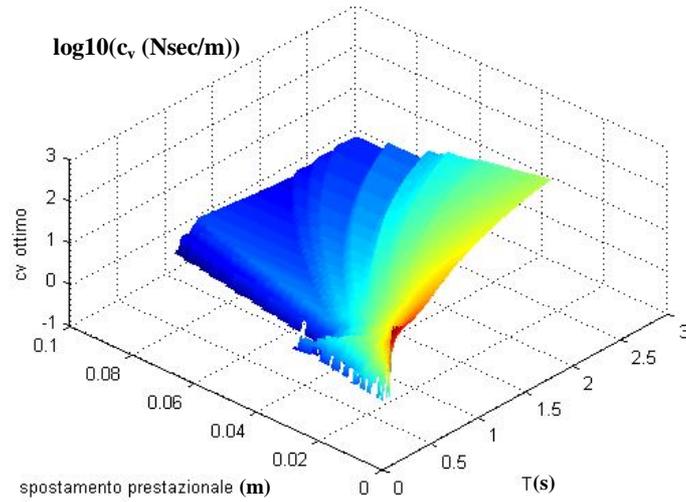


Figura 6.4.33 c_v ottimo relativo al rapporto $k_{\text{lateralestruttura}}/k_{\text{lateraletotale}}$ ottimo

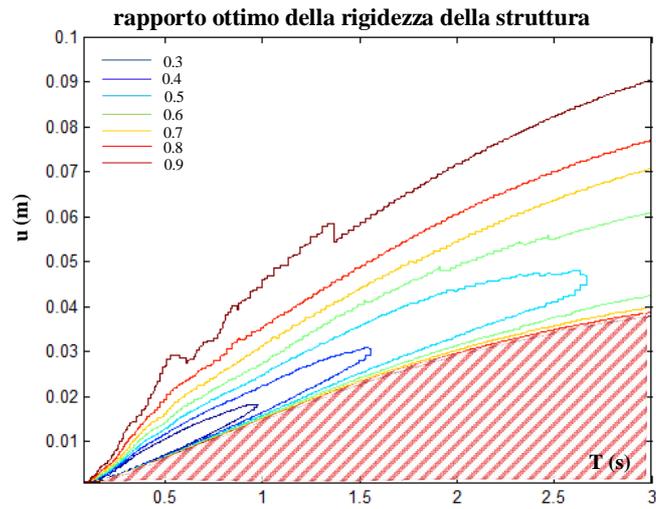


Figura 6.4.34 Curve di livello del rapporto $k_{\text{lateralestruttura}}/k_{\text{lateraletotale}}$ ottimo

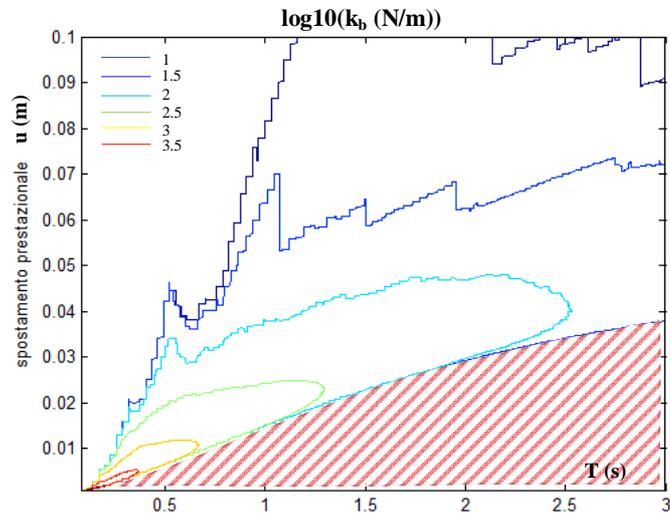


Figura 6.4.35 Curve di livello di k_b ottimo relativo al rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

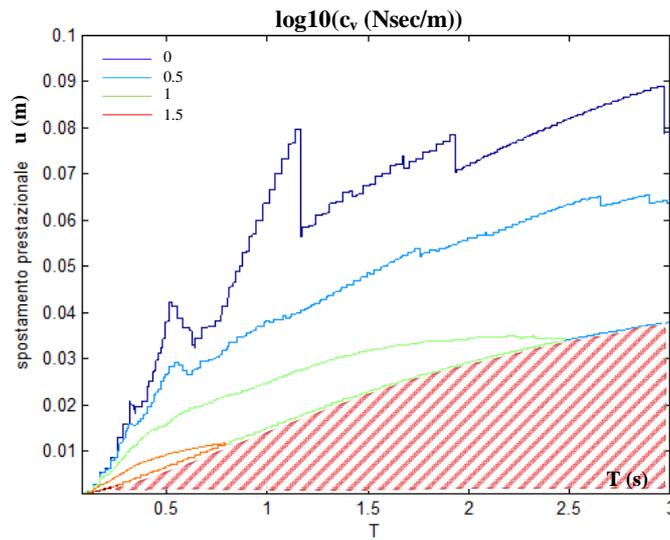


Figura 6.4.36 Curve di livello di c_v ottimo relativo al rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

Analogamente, nelle Figure 6.4.37-6.4.42 si riportano le medesime elaborazioni relative al caso 7, $\frac{C_b}{C_s} = 0.5$ e $\frac{C_v}{C_s} = 100$.

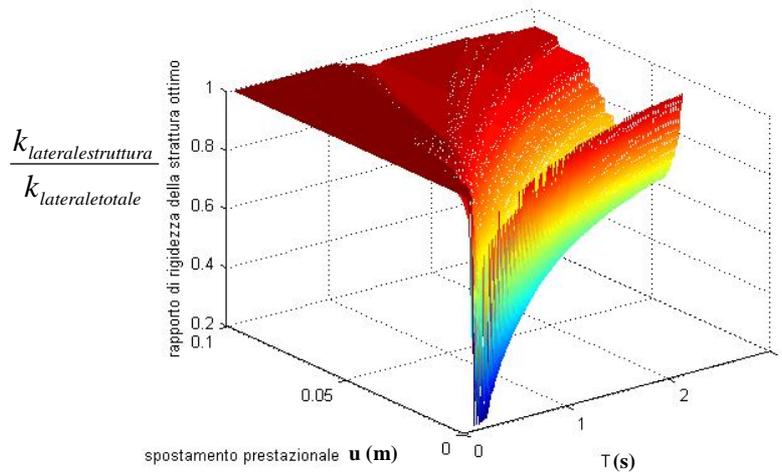


Figura 6.4.37 Rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

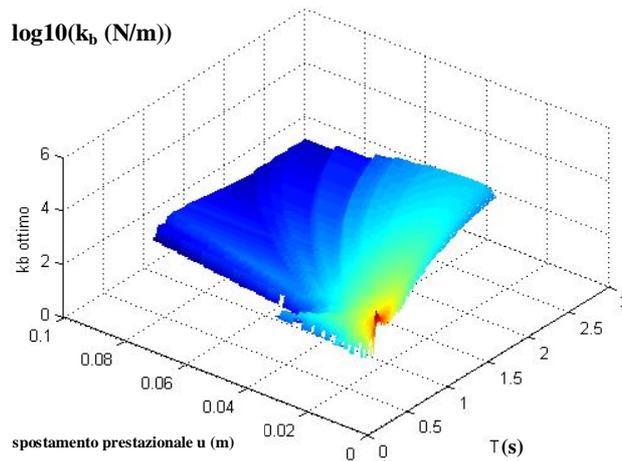


Figura 6.4.38 k_b ottimo relativo al rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

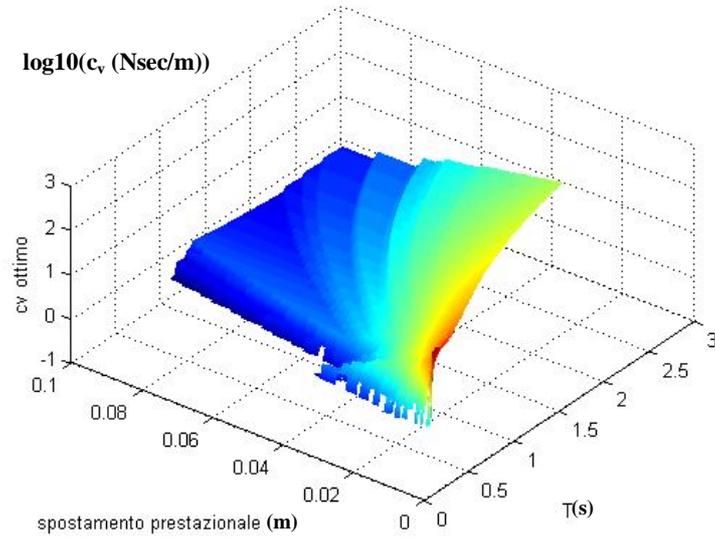


Figura 6.4.39 c_v ottimo relativo al rapporto $k_{\text{lateralestruttura}}/k_{\text{lateraletotale}}$ ottimo

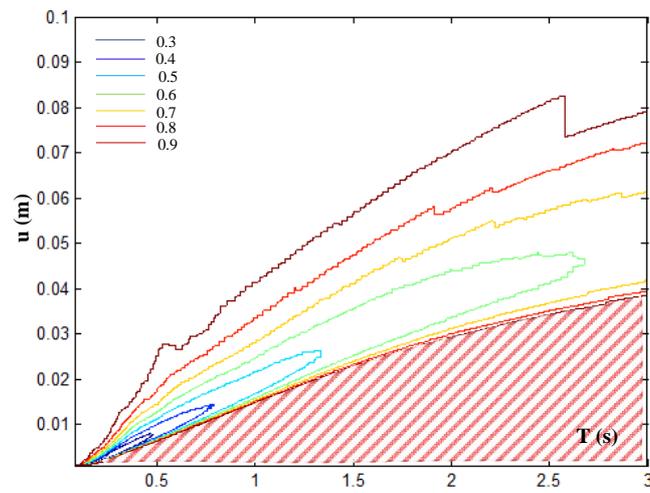


Figura 6.4.40 Curve di livello del rapporto $k_{\text{lateralestruttura}}/k_{\text{lateraletotale}}$ ottimo

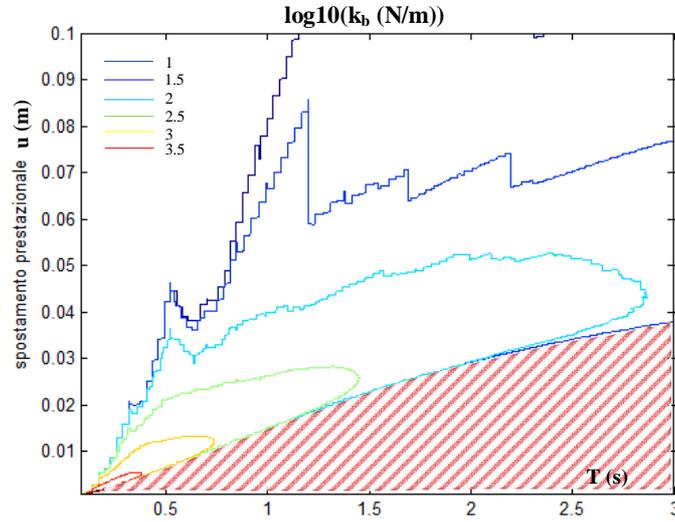


Figura 6.4.41 Curve di livello di k_b ottimo relativo al rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

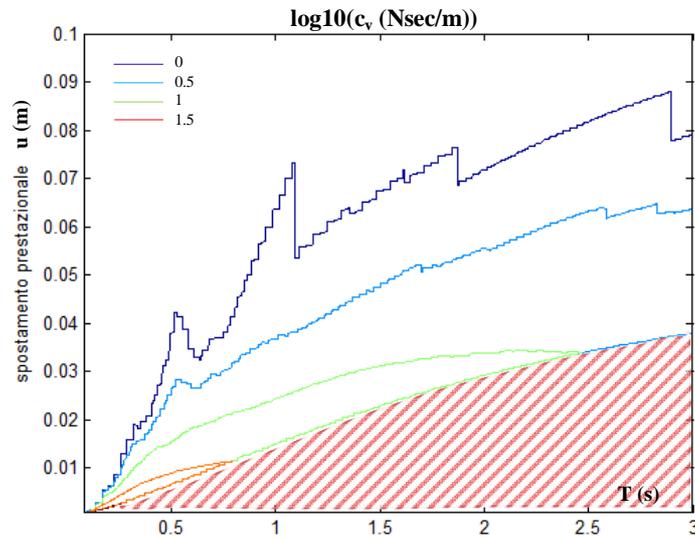


Figura 6.4.42 Curve di livello di c_v ottimo relativo al rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

Per ognuno dei sette casi analizzati, quindi, sono stati ottenuti tre abachi progettuali con le rispettive curve di livello da cui è possibile ottenere i valori economicamente ottimi della rigidezza laterale del sistema strutturale principale, della rigidezza statica e della costante di viscosità statica del sistema dissipativo viscoelastico, che deve possedere un sistema strutturale integrato al variare del periodo naturale elastico T e della prestazione desiderata u , sito in un'area caratterizzata da quello specifico livello di intensità sismica.

Dalle Figure 6.4.1, 6.4.7, 6.4.13, 6.4.19, 6.4.25, 6.4.31 e 6.4.37 si evidenzia che la parte di superficie relativa agli spostamenti molto piccoli è l'area che non è stata mai analizzata perché caratterizzata da $\zeta = 100\%$, avendo voluto applicare la progettazione integrata solo ai sistemi propriamente smorzati; la parte di superficie rossa riferita ai bassissimi periodi è la zona in cui si ha $\zeta = 2\%$ ovvero la regione spettrale in cui non c'è bisogno di dissipazione passiva. Ne segue che, quindi, la restante parte di superficie è stata quella interessata dalla progettazione integrata.

E' possibile dedurre che per fissati rapporti di costo, in funzione del periodo del sistema strutturale semplice equivalente ad un singolo grado di libertà e della prestazione desiderata, la combinazione economicamente ottimale è variabile.

Infatti si evidenzia che, con riferimento ai casi 1, 2, 3 e 4, come riscontrabile dalle Figure 6.4.1, 6.4.7, 6.4.13 e 6.4.19, per i periodi superiori a 0.5 sec e per elevate prestazioni (piccoli spostamenti) risulta sempre più conveniente impiegare le risorse viscoelastiche ed avere il minimo valore di rigidezza laterale della struttura principale con l'unica finalità di portare i carichi verticali: $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ fissato pari a 0.2. Nel caso di modeste prestazioni (elevati spostamenti), sfruttare unicamente la rigidezza laterale della struttura principale risulta economicamente sempre più conveniente. Con riferimento ai periodi inferiori a 0.5 sec risulta economicamente vantaggioso impiegare le risorse elastiche del sistema strutturale principale anche nel caso di prestazioni molto elevate.

Con riferimento ai casi 5, 6 e 7, come riscontrabile dalle Figure 6.4.25, 6.4.31 e 6.4.37, si deduce che all'aumentare del rapporto del costo relativo $\frac{C_v}{C_s}$, l'ottimo progettuale

consiste, come è intuitivo attendersi, in un impiego sempre maggiore delle risorse elastiche del sistema principale riducendo le risorse viscoelastiche del sistema dissipativo.

In Figura 6.4.43 sovrapponendo, ad esempio, le curve di livello dei casi 2 e 4, illustrate nelle Figure 6.4.10 e 6.4.22, si evidenzia l'incidenza del rapporto relativo di costo $\frac{C_v}{C_s}$

sulla scelta economicamente ottimale: si evince che, rispetto al caso 2, nel caso 4 la superficie con elevata rigidità laterale del sistema strutturale principale è molto più ampia e si estende anche alle prestazioni modeste (alti spostamenti); solo all'aumentare del periodo e per spostamenti medio-bassi si riscontra una tendenza a sfruttare le risorse viscoelastiche senza le quali non potrebbero essere rispettate le prestazioni desiderate; al diminuire della prestazione (spostamenti alti) risulta conveniente affidarsi quasi esclusivamente al sistema principale.

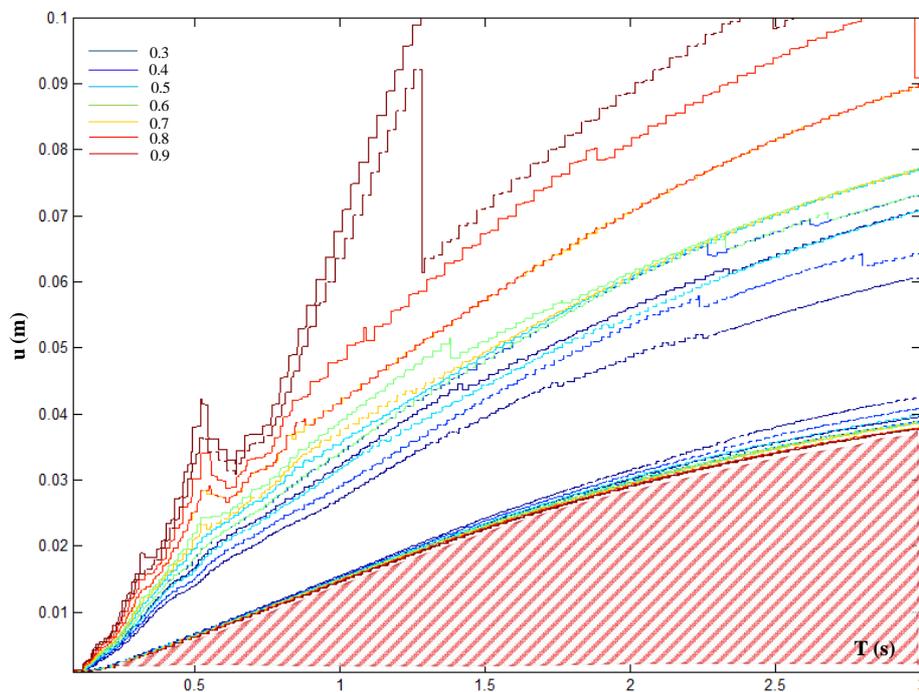


Figura 6.4.43 Sovrapposizione delle curve di livello del rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo del caso 2 “—” e caso 4 “- -”

Dalla suddetta discussione ed analisi critica dei risultati e delle figure relativi allo studio parametrico proposto è possibile concludere che la scelta della combinazione economicamente ottima delle variabili di progetto dipende dai valori dei rapporti relativi di costo, dal periodo naturale di vibrazione e dalla prestazione. Per rapporti di costo relativamente bassi, la dissipazione supplementare viscoelastica di energia può

rappresentare una componente progettuale molto importante da impiegare al fine di smorzare la risposta del sistema dissipando energia intervenendo, nella dinamica del sistema integrato, anche sulla velocità \dot{e} , conseguenzialmente, evitando che la struttura principale superi la fase elastica con una forte riduzione del danneggiamento.

Infine si precisa che i suddetti risultati con le relative curve sono estendibili anche al caso di dispositivi viscoelastici in cui le proprietà del “viscous damper-brace component” k_{vb} e c_{vb} corrispondono, rispettivamente, a k_{vb} e c_{vb} del “viscoelastic damper-brace component” come indicato nelle equazioni (4.2.24) e (4.2.25).

6.5 CONFRONTI COSTO

In questo paragrafo si è voluto confrontare il costo normalizzato ottimale di un sistema strutturale integrato, dotato di controventi dissipativi viscoelastici, con il costo normalizzato ottimale di una struttura priva di tali controventi e , poi, con il medesimo costo di un’analoga struttura dotata di diagonali di controvento, per fissata prestazione, ovvero verificare la convenienza economica nel progettare un sistema integrato rispetto ai classici sistemi sismo-resistenti nel rispetto di un prefissato requisito prestazionale.

Questo confronto è stato effettuato considerando tutte le coppie dei rapporti relativi di costo (Tabella 5.6.1) per la valutazione del costo normalizzato ottimale del sistema integrato, nel rispetto dell’equazione (5.6.2), mentre il costo normalizzato ottimale di una struttura priva di tali controventi è stato valutato come indicato dall’equazione (5.6.3). Infine, il costo normalizzato ottimale di una struttura avente diagonali di controvento è stato valutato come espresso dall’equazione (5.6.4), considerando sempre $\mathcal{G} = \pi / 4$ e massa unitaria.

Successivamente, inoltre, il suddetto confronto è stato effettuato considerando anche il periodo naturale di vibrazione come una variabile di progetto e , in una seconda fase, considerando anche un vincolo superiore sullo smorzamento pari al 40%.

Con riferimento al caso 1, $\frac{C_b}{C_s} = 0.5$ e $\frac{C_v}{C_s} = 2$, in Figura 6.5.1 è rappresentato il

valore, in scala logaritmica con base naturale, del costo normalizzato ottimale del sistema strutturale integrato al variare del periodo T (ovvero pulsazione naturale non smorzata ω) e della prestazione "u" e, in Figura 6.5.2, sono rappresentate le corrispondenti curve di livello.

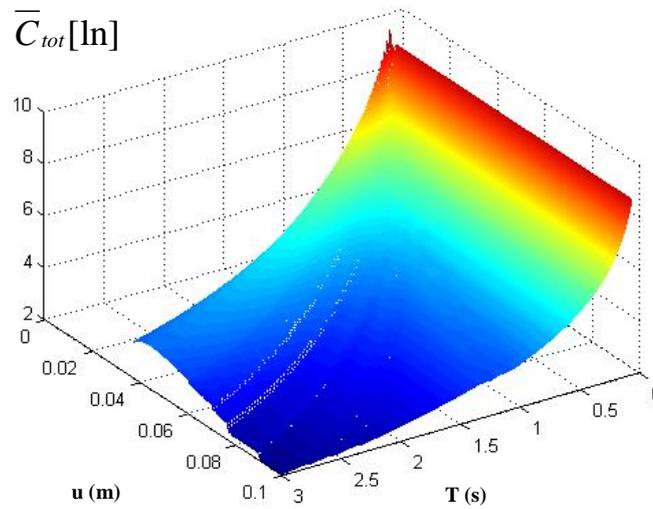


Figura 6.5.1 Costo totale normalizzato ottimo del sistema strutturale integrato al variare del periodo e della prestazione

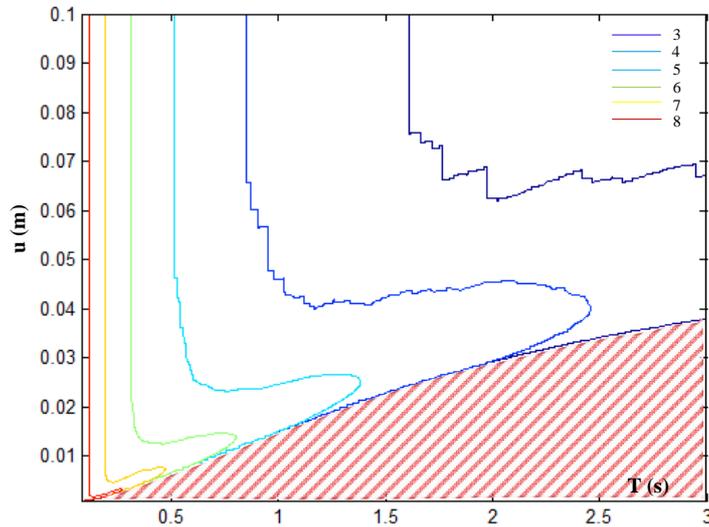


Figura 6.5.2 Curve di livello del costo totale normalizzato ottimo del sistema strutturale integrato al variare del periodo e della prestazione

Dalla Figura 6.5.2 è possibile dedurre che la parte del diagramma relativa ai piccolissimi spostamenti non è stata mai analizzata perché caratterizzata da $\zeta = 100\%$; la parte di superficie riferita ai bassissimi periodi è la zona in cui si ha $\zeta = 2\%$ ovvero non c'è bisogno di dissipazione passiva e, quindi, la restante parte di superficie è stata quella interessata dalla progettazione integrata ottima. Tale considerazione è valida per tutti i casi da 1 a 7.

Volendo considerare anche il periodo strutturale elastico del sistema integrato come variabile di progetto, in Figura 6.5.3 sono rappresentati al variare della prestazione i periodi per i quali si ha il minimo costo normalizzato del sistema strutturale integrato al fine di rispettare la prestazione prefissata.

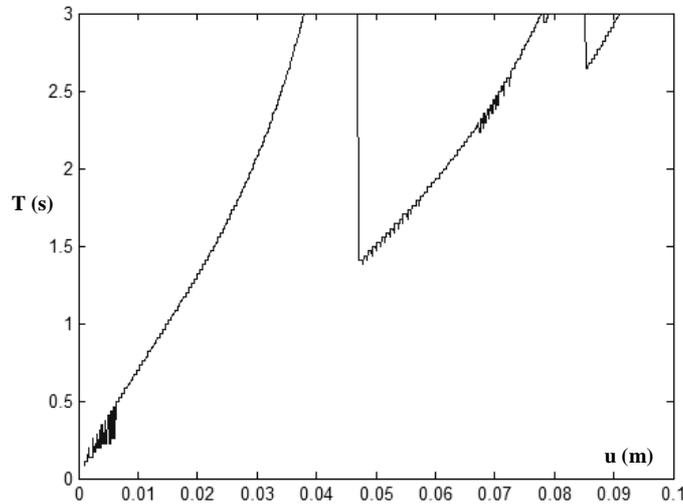


Figura 6.5.3 Periodo economicamente ottimo al variare della prestazione

Dalla Figura 6.5.3 si evidenzia che, essendo in un caso di basso rapporto relativo $\frac{C_v}{C_s}$,

c'è un andamento a privilegiare sistemi strutturali integrati sempre più flessibili con elevate risorse viscoelastiche di smorzamento risultando economicamente più conveniente aggiungere smorzamento supplementare piuttosto che irrigidire il sistema. Tale andamento è giustificato anche dal fatto che all'aumentare del periodo T , la pulsazione naturale ω diminuisce con la conseguenza di avere un'efficacia crescente della costante di viscosità statica in campo dinamico, come è illustrato nella Figura 4.3.3. Tale andamento ha una continuità a salti, che indicano la convenienza a passare a strutture più rigide con minor risorse di smorzamento viscoelastico.

Con lo scopo di confrontare da un punto di vista economico la soluzione progettuale integrata con altre due soluzioni progettuali classiche, che consistono nell'avere o la sola struttura principale oppure il sistema strutturale controventato con diagonali elastiche, sono stati valutati anche i costi delle configurazioni economicamente ottime di queste ultime due soluzioni progettuali.

In Figura 6.5.4 è rappresentato il valore, in scala logaritmica con base naturale, del costo normalizzato ottimale del sistema strutturale privo di controventi dissipativi al

variare del periodo T (ovvero pulsazione naturale non smorzata ω) e della prestazione “ u ” ed in Figura 6.5.5 sono rappresentate le corrispondenti curve di livello.

In Figura 6.5.6 è rappresentato il valore, in scala logaritmica con base naturale, del costo normalizzato ottimale del sistema strutturale avente diagonali di controvento al variare del periodo T (ovvero pulsazione naturale non smorzata ω) e della prestazione “ u ” e, in Figura 6.5.7, sono rappresentate le corrispondenti curve di livello. Il suddetto costo è stato valutato affidando l’80% della rigidezza laterale totale al sistema di controventamento ed il 20%, ovvero il valore minimo imposto ed illustrato ai punti 5.3 e 5.4, alla rigidezza laterale della struttura principale. Si è scelto di avere il minimo valore di rigidezza laterale della strutturale in quanto, sulla base del rapporto relativo di costo $C_b / C_s = 0.5$, è la soluzione che fornisce sempre il minimo costo.

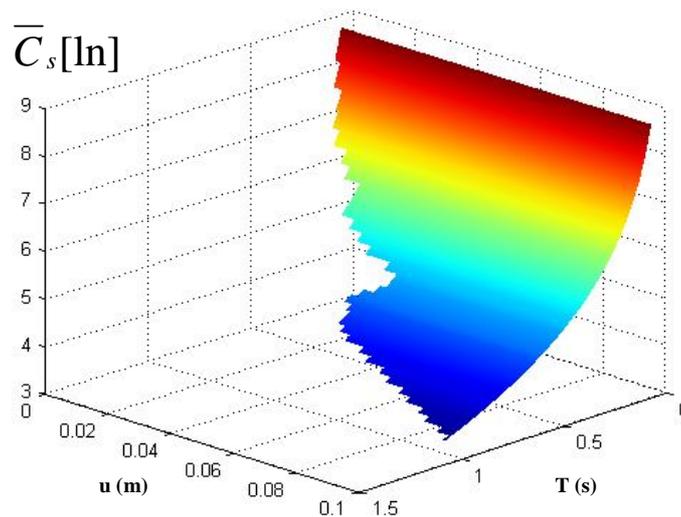


Figura 6.5.4 Costo normalizzato ottimo del solo sistema strutturale principale al variare del periodo e della prestazione

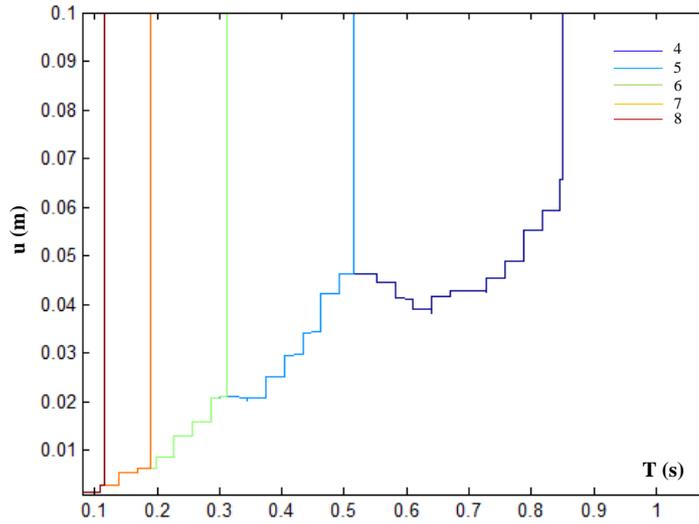


Figura 6.5.5 Curve di livello del costo normalizzato ottimo del solo sistema strutturale principale al variare del periodo e della prestazione

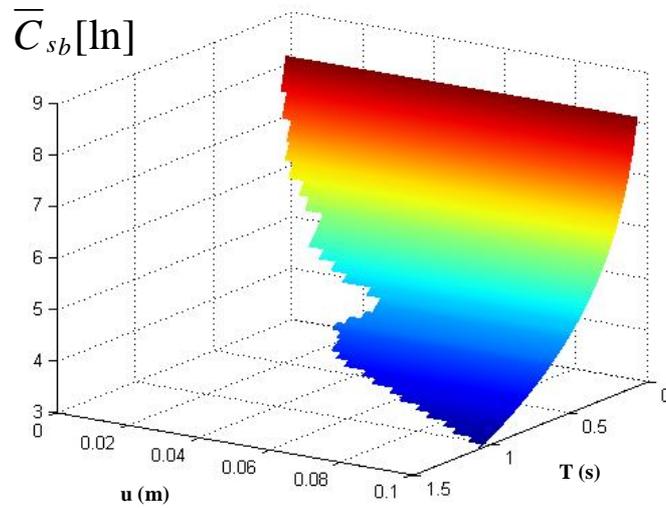


Figura 6.5.6 Costo normalizzato ottimo del sistema strutturale principale controventato al variare del periodo e della prestazione

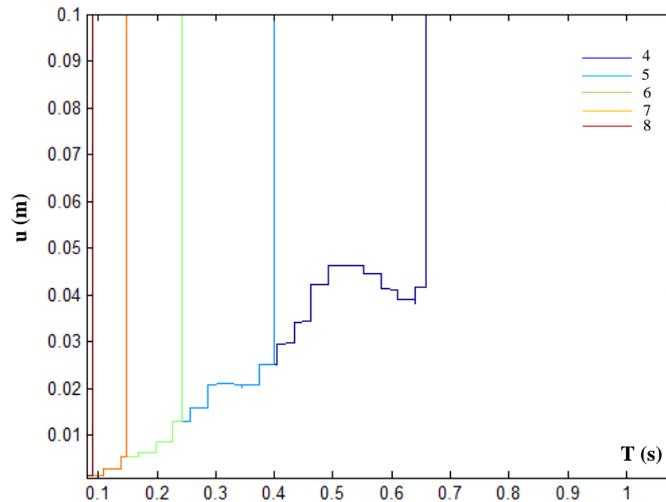


Figura 6.5.7 Curve di livello del costo normalizzato ottimo del sistema strutturale principale controventato al variare del periodo e della prestazione

Dalle Figure 6.5.4-6.5.7 è possibile dedurre che solo la parte di superficie riferita ai bassissimi periodi ovvero la zona in cui si ha $\zeta = 2\%$ è stata considerata in quanto non c'è bisogno della dissipazione passiva per rispettare i target prestazionali. E' intuitivo attendersi che con riferimento alla soluzione di sola struttura o struttura controventata, la soluzione economica ottimale, considerando il relativo periodo di vibrazione come variabile progettuale, è ottenibile considerando il periodo più alto ovvero la minima rigidezza del sistema. Le suddette valutazioni relative sia alla soluzione progettuale di sola struttura che a quella di struttura controventata sono, logicamente, valide per tutti i casi da 1 a 7.

In Figura 6.5.8 sono rappresentati, in funzione della prestazione, quindi, i valori minimi del costo normalizzato \bar{C}_{tot} del sistema strutturale integrato, del costo normalizzato della struttura \bar{C}_s priva di controventi dissipativi e del costo normalizzato \bar{C}_{sb} dell'analogo struttura avente diagonali di controvento, relativi ai periodi "ottimi".

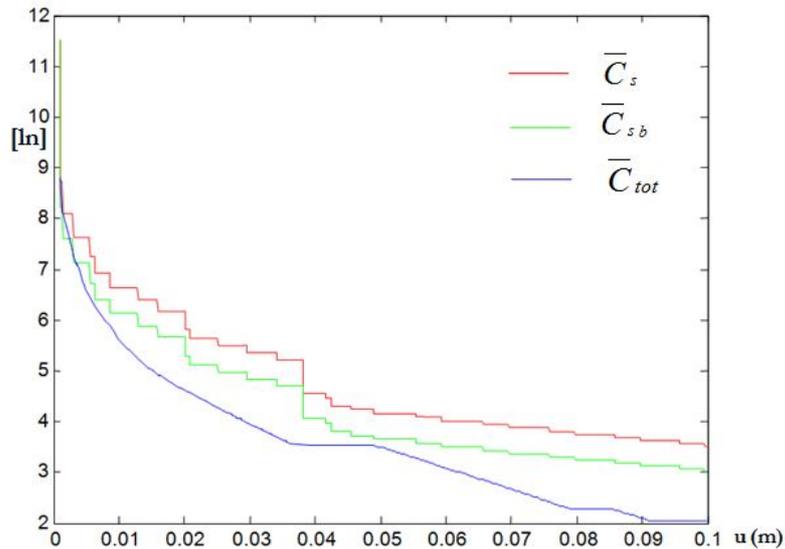


Figura 6.5.8 Confronto dei costi normalizzati relativi agli ottimi delle tre configurazioni strutturali considerate al variare della prestazione

E' possibile constatare che il sistema integrato, costituito dal sistema principale e dal sistema di controventamento viscoelastico, risulta sempre economicamente conveniente per tutte le prestazioni considerate.

In una seconda fase si è voluto imporre un ulteriore vincolo sul rapporto di smorzamento adimensionale aggiuntivo ovvero lo smorzamento aggiuntivo prodotto dal sistema dissipativo viscoelastico non può superare il 38% tale che il sistema integrato presenti uno smorzamento complessivo del 40%.

In Figura 6.5.9 sono rappresentati, al variare della prestazione, i periodi per i quali si ha il minimo costo normalizzato del sistema strutturale integrato al fine di rispettare la prestazione prefissata in presenza del limite superiore sullo smorzamento.

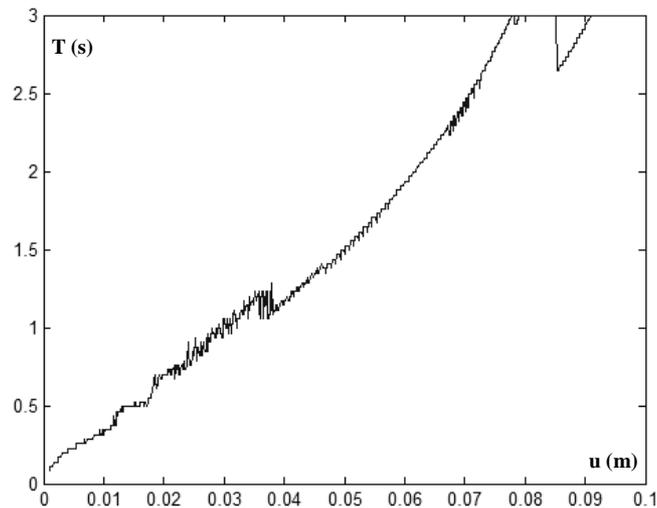


Figura 6.5.9 Periodo economicamente ottimo al variare della prestazione avendo vincolato superiormente lo smorzamento viscoso al 40%

Dalla Figura 6.5.9 si evidenzia che, a differenza della situazione senza vincolo sullo smorzamento, c'è un andamento più continuo e graduale a privilegiare sistemi strutturali integrati sempre più flessibili con elevate risorse viscoelastiche di smorzamento risultando economicamente più convenienti. Tale andamento, come già detto, è giustificato anche dal fatto che all'aumentare del periodo T , la pulsazione naturale ω diminuisce con la conseguenza di avere un'efficacia quanto più elevata della costante di viscosità statica in campo dinamico, come è illustrato nella Figura 4.3.3.

In Figura 6.5.10 è rappresentato il valore dello smorzamento, limitato superiormente al 40%, che compete ad ogni periodo economicamente ottimo del sistema integrato relativamente a ciascuna prestazione considerata.

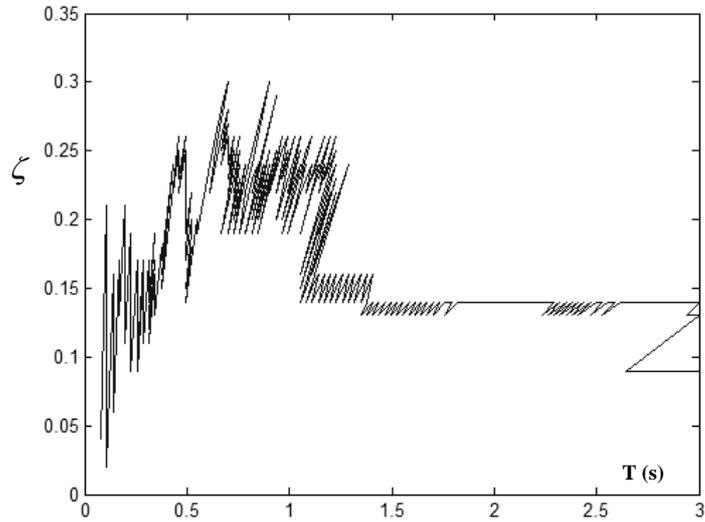


Figura 6.5.10 Valore dello smorzamento, limitato superiormente al 40%, relativo ad ogni periodo ottimo e prestazione

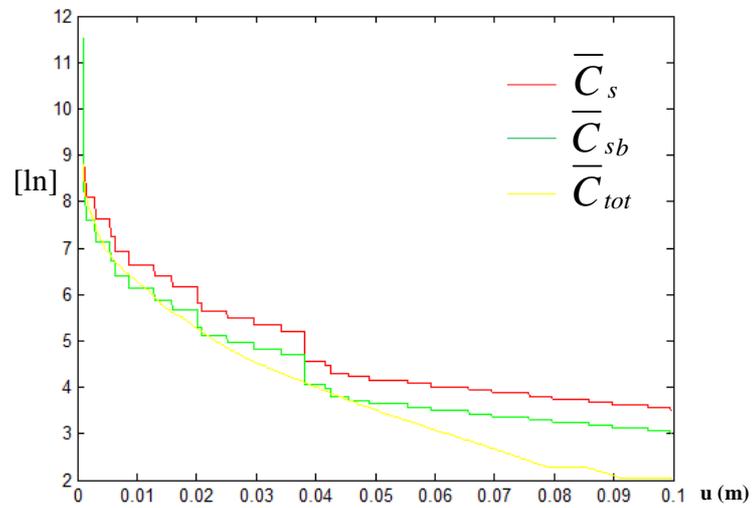


Figura 6.5.11 Confronto dei costi normalizzati relativi agli ottimi delle tre configurazioni strutturali considerate al variare della prestazione ed avendo limitato superiormente lo smorzamento al 40%

Infine in Figura 6.5.11 sono rappresentati, in funzione della prestazione, i valori minimi del costo normalizzato \bar{C}_{tot} del sistema strutturale integrato, dotato di uno smorzamento pari al massimo al 40%, del costo normalizzato della struttura \bar{C}_s priva di controventi dissipativi e del costo normalizzato \bar{C}_{sb} dell'analogo struttura avente diagonali di controvento, relativi ai periodi "ottimi".

Analogamente, con riferimento al caso 2, $\frac{C_b}{C_s} = 0.5$ e $\frac{C_v}{C_s} = 3$, in Figura 6.5.12 è

rappresentato il valore, in scala logaritmica con base naturale, del costo normalizzato ottimale del sistema strutturale integrato al variare del periodo T (ovvero pulsazione naturale non smorzata ω) e della prestazione "u" e, in Figura 6.5.13, sono rappresentate le corrispondenti curve di livello.

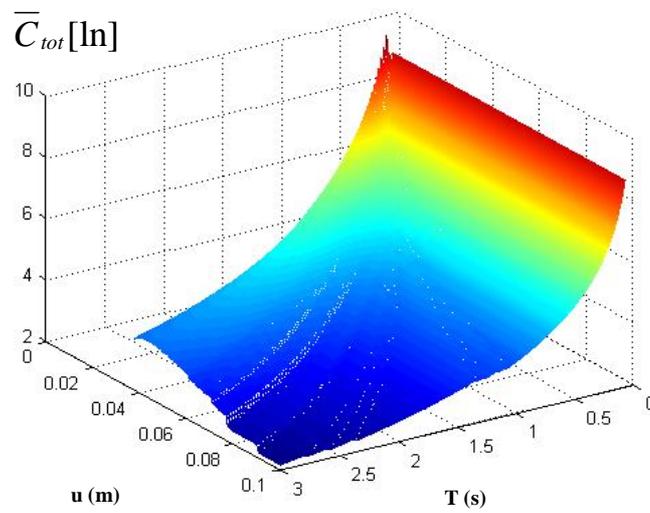


Figura 6.5.12 Costo totale normalizzato ottimo del sistema strutturale integrato al variare del periodo e della prestazione

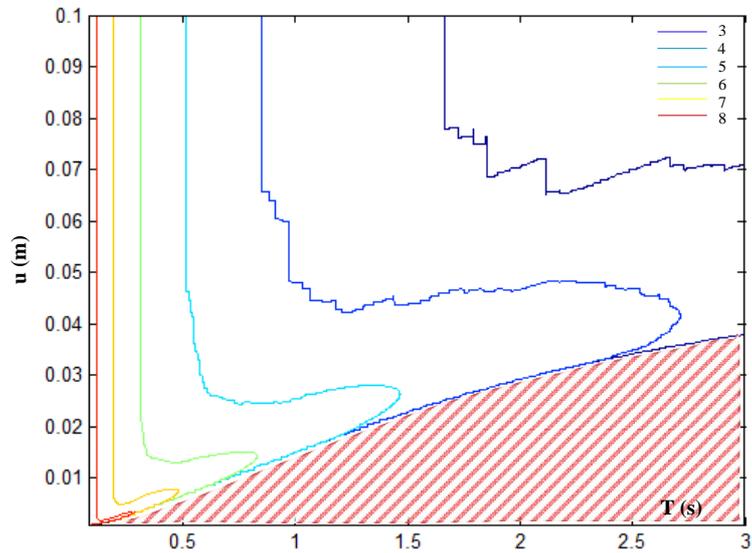


Figura 6.5.13 Curve di livello del costo totale normalizzato ottimo del sistema strutturale integrato al variare del periodo e della prestazione

In Figura 6.5.14 sono rappresentati, al variare della prestazione, i periodi per i quali si ha il minimo costo normalizzato del sistema strutturale integrato al fine di rispettare la prestazione prefissata.

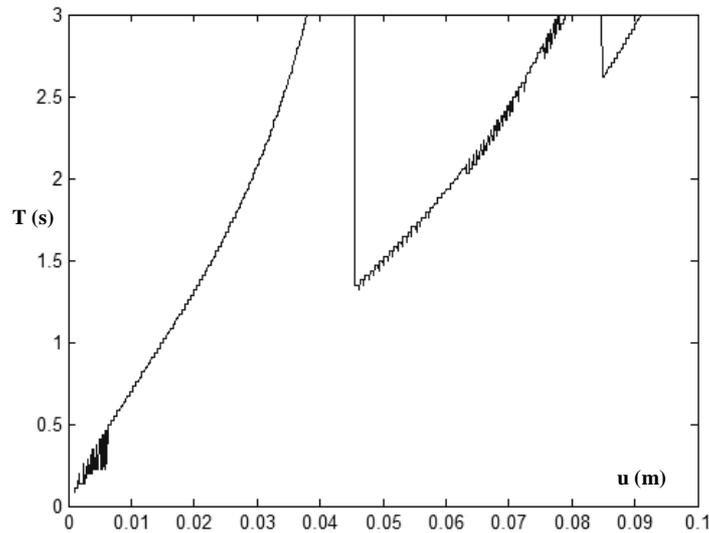


Figura 6.5.14 Periodo economicamente ottimo al variare della prestazione

Dalla Figura 6.5.14 si evidenzia quanto già discusso relativamente al caso precedente.

Con riferimento sia al costo normalizzato ottimale del sistema strutturale privo di controventi dissipativi che al costo normalizzato ottimale del sistema strutturale avente diagonal di controvento valutati al variare del periodo T (ovvero pulsazione naturale non smorzata ω) e della prestazione “ u ”, le Figure 6.5.4-6.5.7 restano invariate.

In Figura 6.5.15 sono rappresentati, in funzione della prestazione, i valori minimi del costo normalizzato \bar{C}_{tot} del sistema strutturale integrato, del costo normalizzato della struttura \bar{C}_s priva di controventi dissipativi e del costo normalizzato \bar{C}_{sb} dell’analoga struttura avente diagonal di controvento, relativi ai periodi “ottimi”.

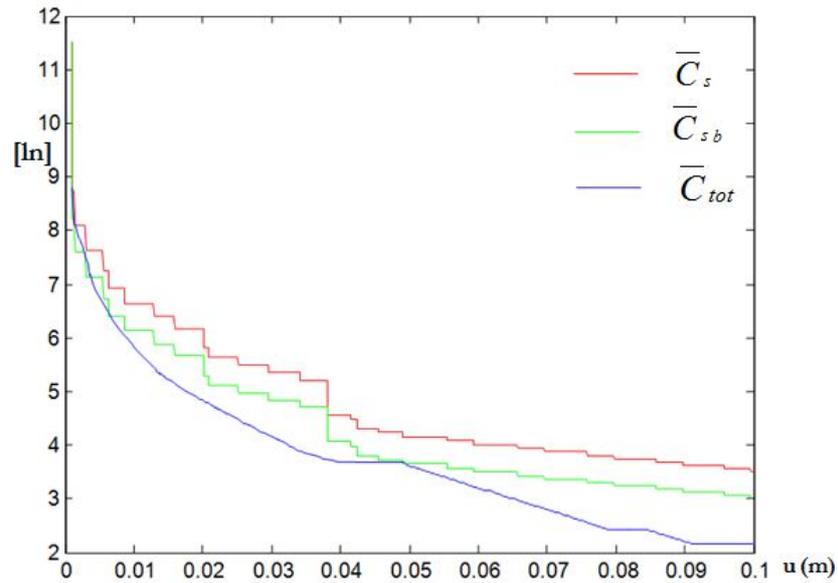


Figura 6.5.15 Confronto dei costi normalizzati relativi agli ottimi delle tre configurazioni strutturali considerate al variare della prestazione

E' possibile constatare che, anche in questo caso, il sistema integrato, costituito dal sistema principale e dal sistema di controventamento viscoelastico, risulta sempre essere economicamente conveniente rispetto alle altre soluzioni per tutte le prestazioni considerate.

Imponendo il vincolo sul rapporto di smorzamento adimensionale complessivo del 40%, in Figura 6.5.16 sono rappresentati, al variare della prestazione, i periodi per i quali si ha il minimo costo normalizzato del sistema strutturale integrato al fine di rispettare la prestazione prefissata.

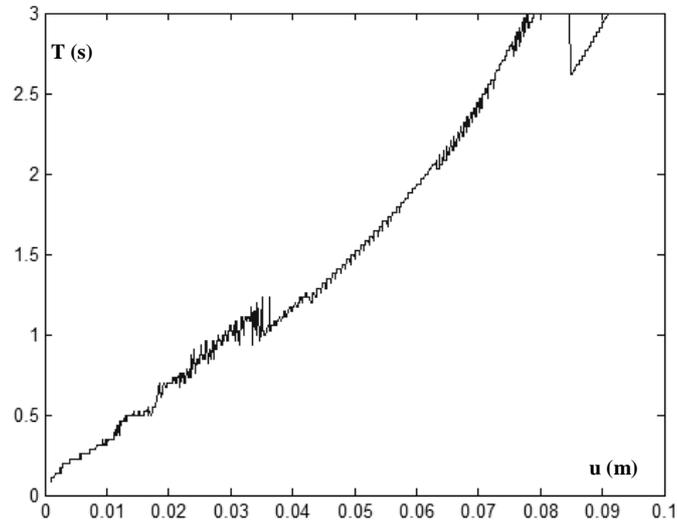


Figura 6.5.16 Periodo economicamente ottimo al variare della prestazione avendo vincolato superiormente lo smorzamento viscoso al 40%

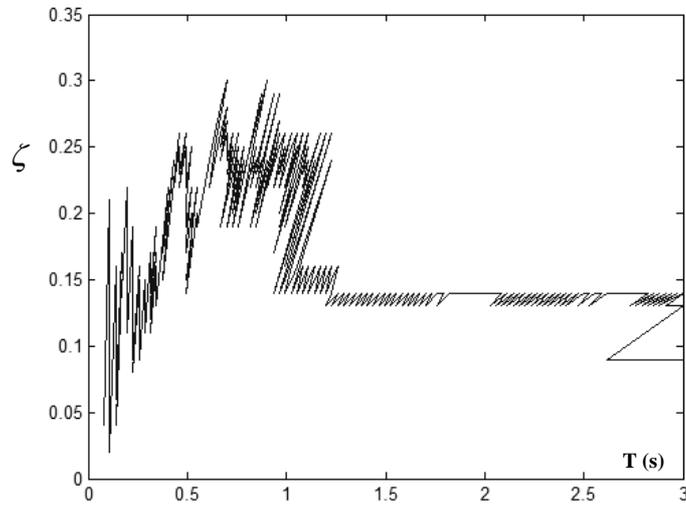


Figura 6.5.17 Valore dello smorzamento, limitato superiormente al 40%, relativo ad ogni periodo ottimo e prestazione

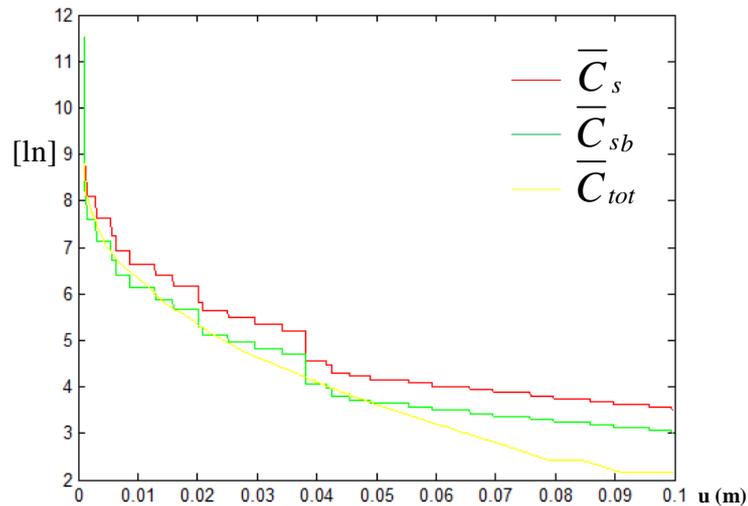


Figura 6.5.18 Confronto dei costi normalizzati relativi agli ottimi delle tre configurazioni strutturali considerate al variare della prestazione ed avendo limitato superiormente lo smorzamento al 40%

Dalla Figura 6.5.16 si evidenzia un andamento analogo a quello discusso nel caso precedente.

In Figura 6.5.17 è rappresentato il valore dello smorzamento, limitato superiormente al 40%, che compete ad ogni periodo economicamente ottimo del sistema integrato relativamente a ciascuna prestazione considerata.

Infine in Figura 6.5.18 sono rappresentati, in funzione della prestazione, i valori minimi del costo normalizzato \bar{C}_{tot} del sistema strutturale integrato, dotato di uno smorzamento al massimo pari al 40%, del costo normalizzato della struttura \bar{C}_s priva di controventi dissipativi e del costo normalizzato \bar{C}_{sb} dell'analogo struttura avente diagonal di controvento, relativi ai periodi "ottimi".

Analogamente, con riferimento al caso 3, $\frac{C_b}{C_s} = 0.5$ e $\frac{C_v}{C_s} = 5$, in Figura 6.5.19 è rappresentato il valore, in scala logaritmica con base naturale, del costo normalizzato ottimale del sistema strutturale integrato al variare del periodo T (ovvero pulsazione naturale non smorzata ω) e della prestazione "u" e, in Figura 6.5.20, sono rappresentate le corrispondenti curve di livello.

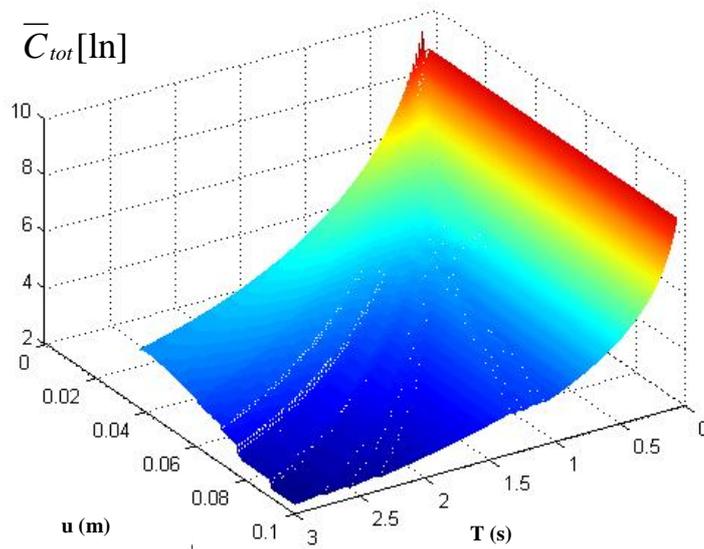


Figura 6.5.19 Costo totale normalizzato ottimo del sistema strutturale integrato al variare del periodo e della prestazione

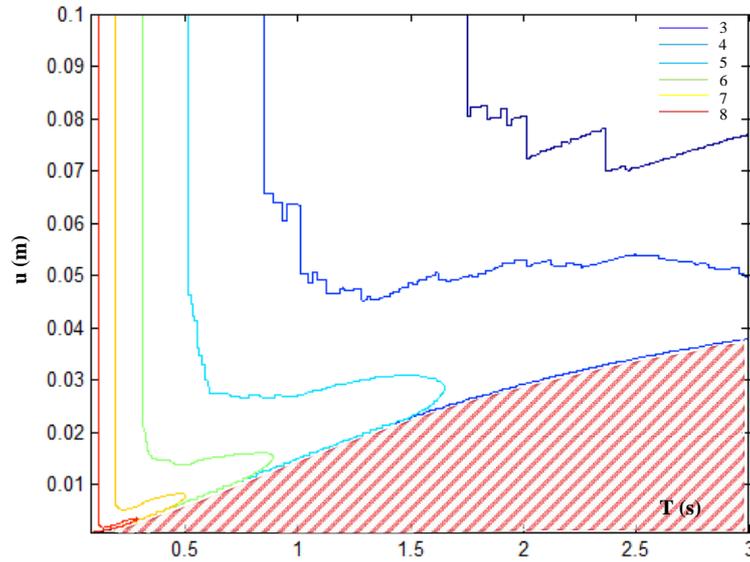


Figura 6.5.20 Curve di livello del costo totale normalizzato ottimo del sistema strutturale integrato al variare del periodo e della prestazione

In Figura 6.5.21 sono rappresentati al variare della prestazione i periodi per i quali si ha il minimo costo normalizzato del sistema strutturale integrato al fine di rispettare la prestazione prefissata.

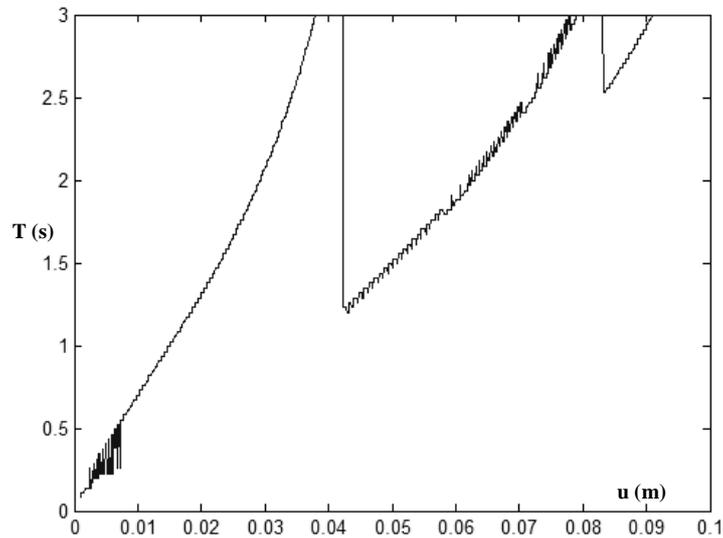


Figura 6.5.21 Periodo economicamente ottimo al variare della prestazione

Dalla Figura 6.5.21 si evidenzia un andamento analogo a quello discusso nel caso precedente.

Con riferimento sia al costo normalizzato ottimale del sistema strutturale privo di controventi dissipativi che al costo normalizzato ottimale del sistema strutturale avente diagonal di controvento valutati al variare del periodo T (ovvero pulsazione naturale non smorzata ω) e della prestazione “ u ”, le Figure 6.5.4-6.5.7 restano invariate.

In Figura 6.5.22 sono rappresentati, in funzione della prestazione, i valori minimi del costo normalizzato \bar{C}_{tot} del sistema strutturale integrato, del costo normalizzato della struttura \bar{C}_s priva di controventi dissipativi e del costo normalizzato \bar{C}_{sb} dell’analogo struttura avente diagonal di controvento, relativi ai periodi “ottimi”.

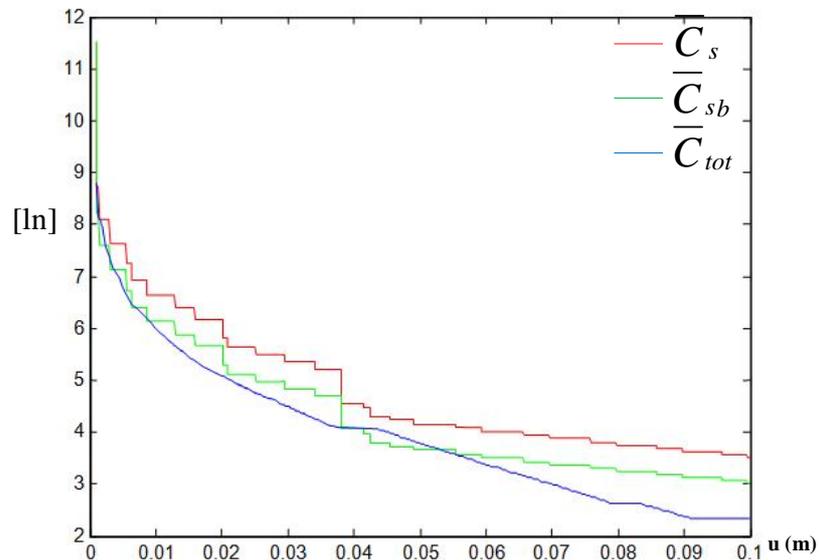


Figura 6.5.22 Confronto dei costi normalizzati relativi agli ottimi delle tre configurazioni strutturali considerate al variare della prestazione

E' possibile constatare che il sistema integrato, costituito dal sistema principale del sistema di controventamento viscoelastico, risulta essere economicamente conveniente rispetto alle altre soluzioni per quasi tutte le prestazioni considerate.

Imponendo il vincolo sul rapporto adimensionale di smorzamento complessivo del 40%, in Figura 6.5.23 sono rappresentati, al variare della prestazione, i periodi per i quali si ha il minimo costo normalizzato del sistema strutturale integrato al fine di rispettare la prestazione prefissata in presenza del limite superiore sullo smorzamento.

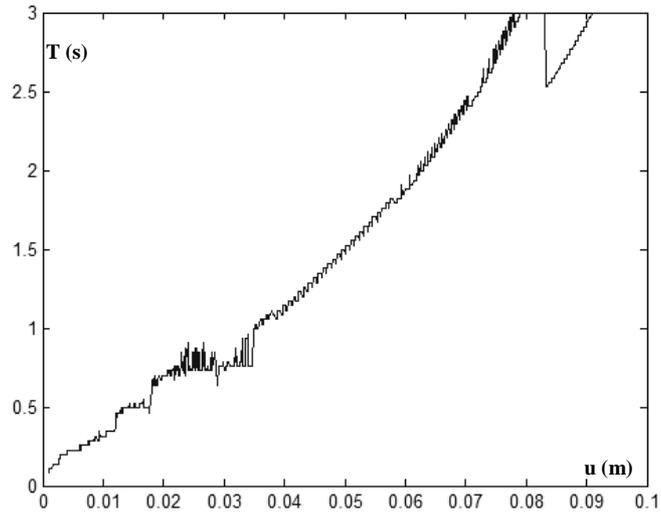


Figura 6.5.23 Periodo economicamente ottimo al variare della prestazione avendo vincolato superiormente lo smorzamento viscoso al 40%

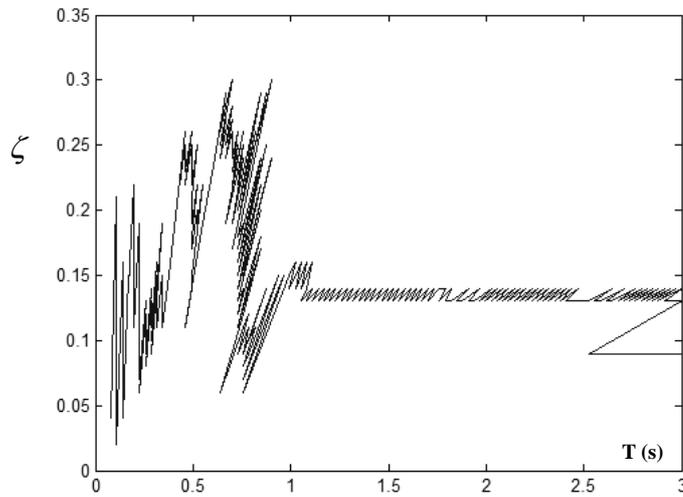


Figura 6.5.24 Valore dello smorzamento, limitato superiormente al 40%, relativo ad ogni periodo ottimo e prestazione

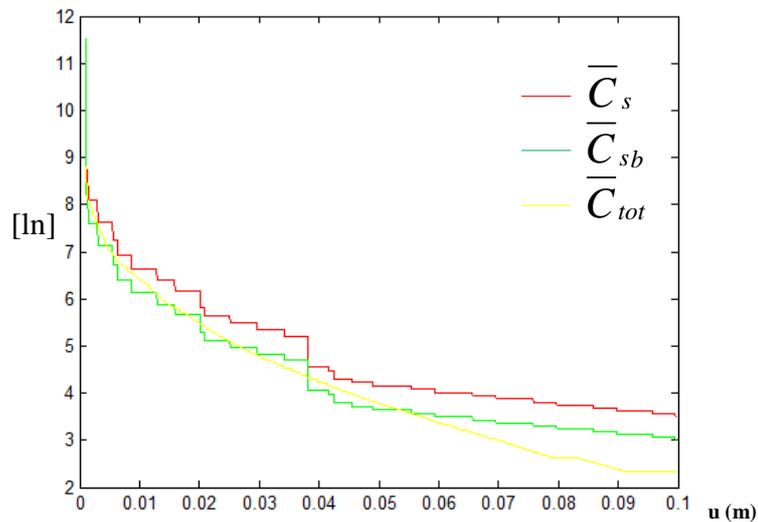


Figura 6.5.25 Confronto dei costi normalizzati relativi agli ottimi delle tre configurazioni strutturali considerate al variare della prestazione ed avendo limitato superiormente lo smorzamento al 40%

Dalla Figura 6.5.23 si evidenzia un andamento analogo a quello discusso nel caso precedente.

In Figura 6.5.24 è rappresentato il valore dello smorzamento, limitato superiormente al 40%, che compete ad ogni periodo economicamente ottimo del sistema integrato relativamente a ciascuna prestazione considerata.

Infine in Figura 6.5.25 sono rappresentati, in funzione della prestazione, i valori minimi del costo normalizzato \overline{C}_{tot} del sistema strutturale integrato, dotato di uno smorzamento al massimo pari al 40%, del costo normalizzato della struttura \overline{C}_s priva di controventi dissipativi e del costo normalizzato \overline{C}_{sb} dell'analogo struttura avente diagonal di controvento, relativi ai periodi "ottimi".

Analogamente, con riferimento al caso 4, $\frac{C_b}{C_s} = 0.5$ e $\frac{C_v}{C_s} = 10$, in Figura 6.5.26 è

rappresentato il valore, in scala logaritmica con base naturale, del costo normalizzato ottimale del sistema strutturale integrato al variare del periodo T (ovvero pulsazione naturale non smorzata ω) e della prestazione "u" e, in Figura 6.5.27, sono rappresentate le corrispondenti curve di livello.

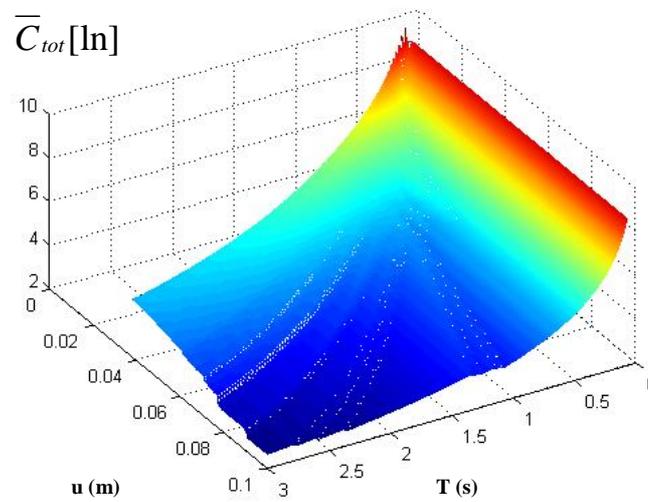


Figura 6.5.26 Costo totale normalizzato ottimo del sistema strutturale integrato al variare del periodo e della prestazione

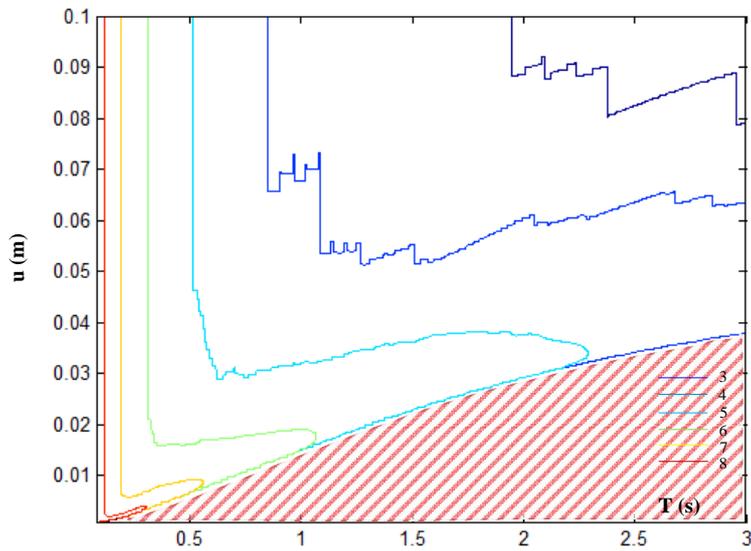


Figura 6.5.27 Curve di livello del costo totale normalizzato ottimo del sistema strutturale integrato al variare del periodo e della prestazione

In Figura 6.5.28 sono rappresentati al variare della prestazione i periodi per i quali si ha il minimo costo normalizzato del sistema strutturale integrato al fine di rispettare la prestazione prefissata.

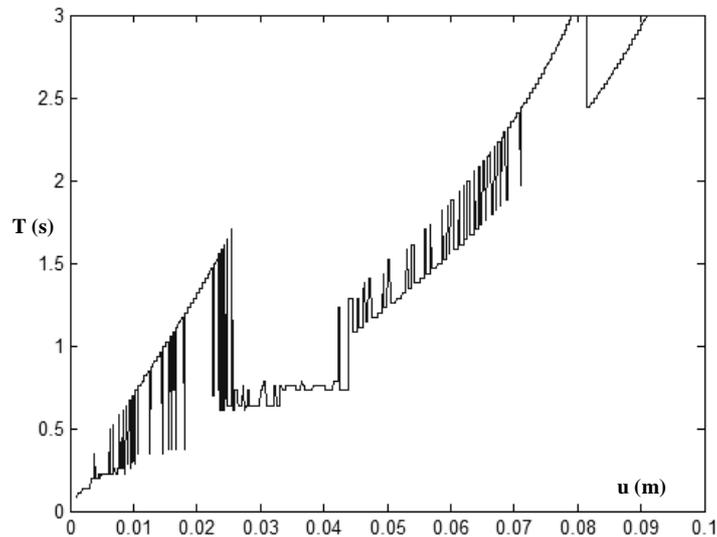


Figura 6.5.28 Periodo economicamente ottimo al variare della prestazione

Dalla Figura 6.5.28 si evidenzia che, essendo in un caso di medio rapporto relativo $\frac{C_v}{C_s}$,

c'è un andamento abbastanza graduale a privilegiare sistemi strutturali integrati sempre più flessibili con elevate risorse viscoelastiche di smorzamento risultando economicamente più convenienti. Tale andamento, come già detto, è giustificato anche dal fatto che all'aumentare del periodo T , la pulsazione naturale ω diminuisce con la conseguenza di avere un'efficacia quanto più elevata della costante di viscosità statica in campo dinamico, come è illustrato nella Figura 4.3.3. Tale andamento ha una continuità a salti che indicano la convenienza a passare a strutture più rigide con minor risorse di smorzamento viscoelastico.

Con riferimento sia al costo normalizzato ottimale del sistema strutturale privo di controventi dissipativi che al costo normalizzato ottimale del sistema strutturale avente diagonal di controvento valutati al variare del periodo T (ovvero pulsazione naturale non smorzata ω) e della prestazione "u", le Figure 6.5.4-6.5.7 restano invariate.

In Figura 6.5.29 sono rappresentati, in funzione della prestazione, i valori minimi del costo normalizzato \bar{C}_{tot} del sistema strutturale integrato, del costo normalizzato della

struttura \bar{C}_s priva di controventi dissipativi e del costo normalizzato \bar{C}_{sb} dell'analogia struttura avente diagonalali di controvento, relativi ai periodi "ottimi".

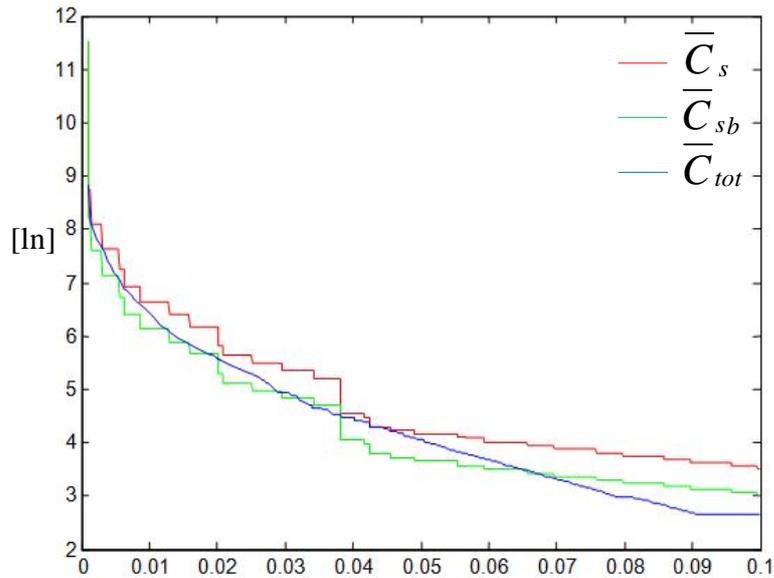


Figura 6.5.29 Confronto dei costi normalizzati relativi agli ottimi delle tre configurazioni strutturali considerate al variare della prestazione

E' possibile constatare che il sistema integrato, costituito dal sistema principale del sistema di controventamento viscoelastico, risulta essere non sempre economicamente conveniente rispetto alla soluzione di struttura controventata per tutte le prestazioni considerate.

Imponendo il vincolo sul rapporto di smorzamento adimensionale complessivo del 40%, in Figura 6.5.30 sono rappresentati, al variare della prestazione, i periodi per i quali si ha il minimo costo normalizzato del sistema strutturale integrato al fine di rispettare la prestazione prefissata in presenza del limite superiore sullo smorzamento.

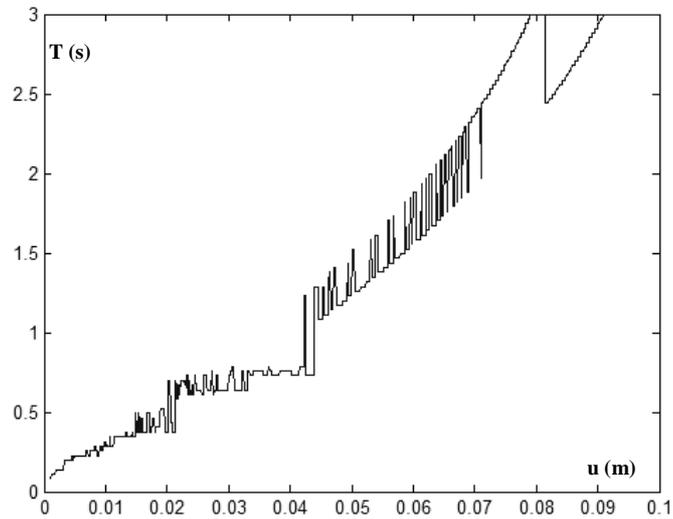


Figura 6.5.30 Periodo economicamente ottimo al variare della prestazione avendo vincolato superiormente lo smorzamento viscoso al 40%

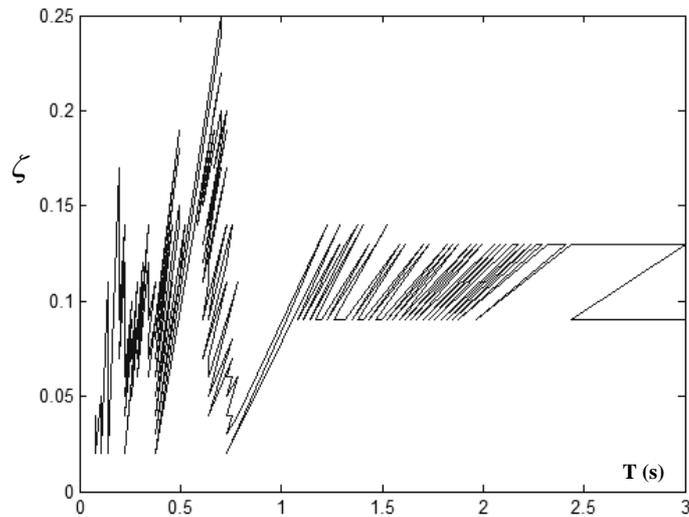


Figura 6.5.31 Valore dello smorzamento, limitato superiormente al 40%, relativo ad ogni periodo ottimo e prestazione

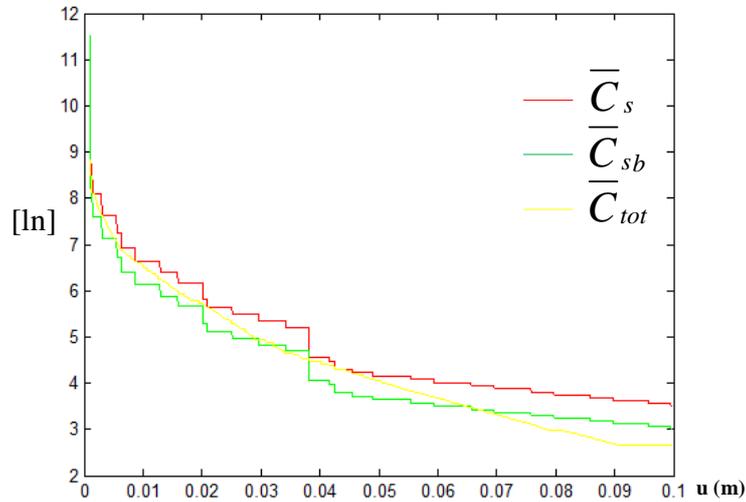


Figura 6.5.32 Confronto dei costi normalizzati relativi agli ottimi delle tre configurazioni strutturali considerate al variare della prestazione ed avendo limitato superiormente lo smorzamento al 40%

Dalla Figura 6.5.30 si evidenzia un andamento più graduale e con meno salti.

In Figura 6.5.31 è rappresentato il valore dello smorzamento, limitato superiormente al 40%, che compete ad ogni periodo economicamente ottimo del sistema integrato relativamente a ciascuna prestazione considerata.

Infine in Figura 6.5.32 sono rappresentati, in funzione della prestazione, i valori minimi del costo normalizzato \bar{C}_{tot} del sistema strutturale integrato, dotato di uno smorzamento al massimo pari al 40%, del costo normalizzato della struttura \bar{C}_s priva di controventi dissipativi e del costo normalizzato \bar{C}_{sb} dell'analogia struttura avente diagonal di controvento, relativi ai periodi "ottimi".

Analogamente, con riferimento al caso 5, $\frac{C_b}{C_s} = 0.5$ e $\frac{C_v}{C_s} = 25$, in Figura 6.5.33 è rappresentato il valore, in scala logaritmica con base naturale, del costo normalizzato ottimale del sistema strutturale integrato al variare del periodo T (ovvero pulsazione naturale non smorzata ω) e della prestazione "u" e, in Figura 6.5.34, sono rappresentate le corrispondenti curve di livello.

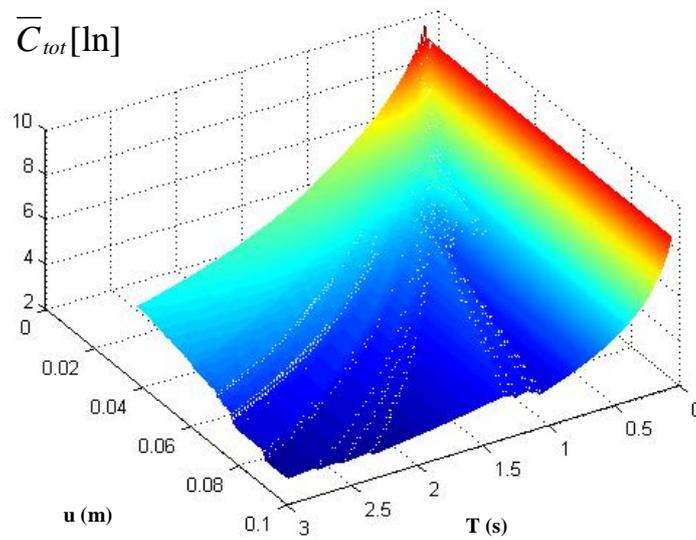


Figura 6.5.33 Costo totale normalizzato ottimo del sistema strutturale integrato al variare del periodo e della prestazione

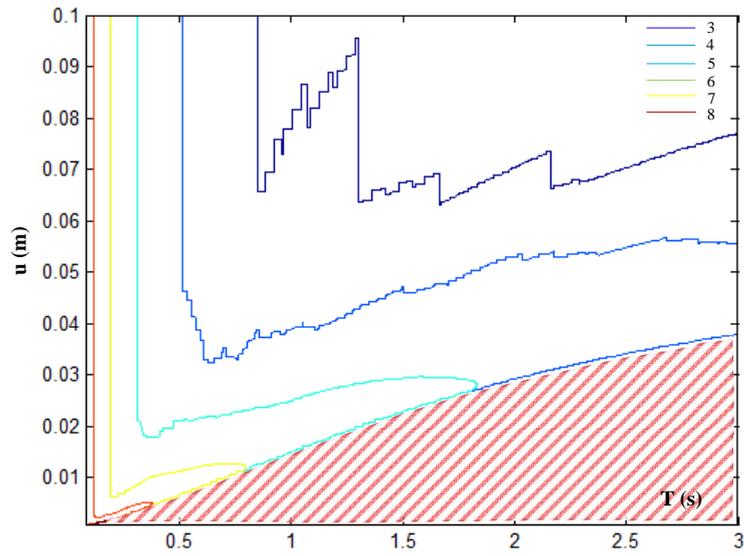


Figura 6.5.34 Curve di livello del costo totale normalizzato ottimo del sistema strutturale integrato al variare del periodo e della prestazione

In Figura 6.5.35 sono rappresentati al variare della prestazione i periodi per i quali si ha il minimo costo normalizzato del sistema strutturale integrato al fine di rispettare la prestazione prefissata.

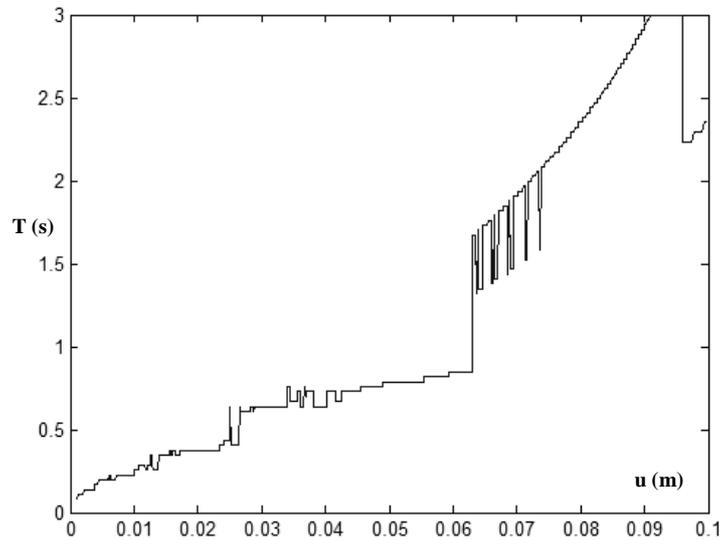


Figura 6.5.35 Periodo economicamente ottimo al variare della prestazione

Dalla Figura 6.5.35 si evidenzia che, essendo in un caso di alto rapporto relativo $\frac{C_v}{C_s}$,

c'è un andamento a privilegiare sistemi strutturali integrati meno flessibili con basse risorse viscoelastiche di smorzamento risultando economicamente più convenienti. Si riscontra sempre un andamento a salti, che indicano la convenienza a passare a strutture più rigide con minor risorse di smorzamento viscoelastico.

Con riferimento sia al costo normalizzato ottimale del sistema strutturale privo di controventi dissipativi che al costo normalizzato ottimale del sistema strutturale avente diagonal di controvento valutati al variare del periodo T (ovvero pulsazione naturale non smorzata ω) e della prestazione “u”, le Figure 6.5.4-6.5.7 restano invariate.

In Figura 6.5.36 sono rappresentati, in funzione della prestazione, i valori minimi del costo normalizzato \bar{C}_{tot} del sistema strutturale integrato, del costo normalizzato della struttura \bar{C}_s priva di controventi dissipativi e del costo normalizzato \bar{C}_{sb} dell'analoga struttura avente diagonal di controvento, relativi ai periodi “ottimi”.

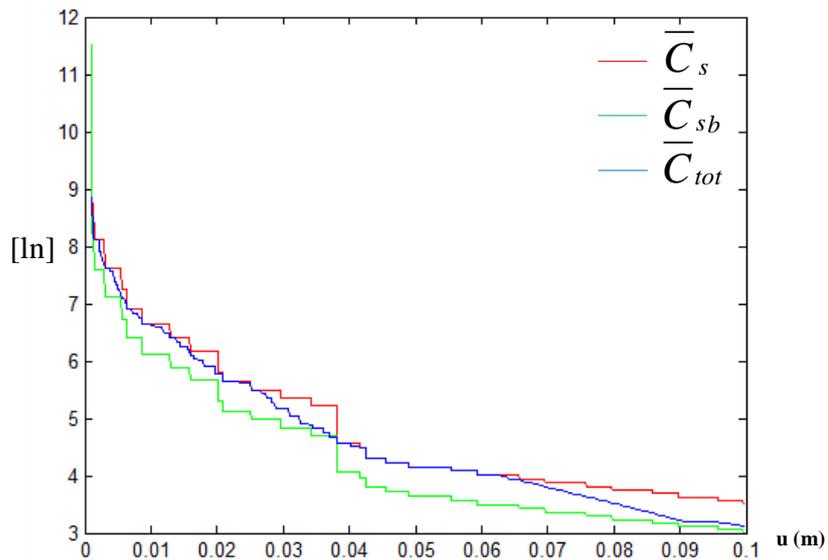


Figura 6.5.36 Confronto dei costi normalizzati relativi agli ottimi delle tre configurazioni strutturali considerate al variare della prestazione

E' possibile constatare che il sistema integrato, costituito dal sistema principale del sistema di controventamento viscoelastico, risulta sempre non essere economicamente conveniente rispetto alla soluzione di struttura controventata e, solo per alcune delle prestazioni considerate, conveniente rispetto alla soluzione della sola struttura.

Il vincolo sullo smorzamento, in questo caso, è già rispettato.

Analogamente, con riferimento al caso 6, $\frac{C_b}{C_s} = 0.5$ e $\frac{C_v}{C_s} = 50$, in Figura 6.5.37 è

rappresentato il valore, in scala logaritmica con base naturale, del costo normalizzato ottimale del sistema strutturale integrato al variare del periodo T (ovvero pulsazione naturale non smorzata ω) e della prestazione "u" e, in Figura 6.5.38, sono rappresentate le corrispondenti curve di livello.

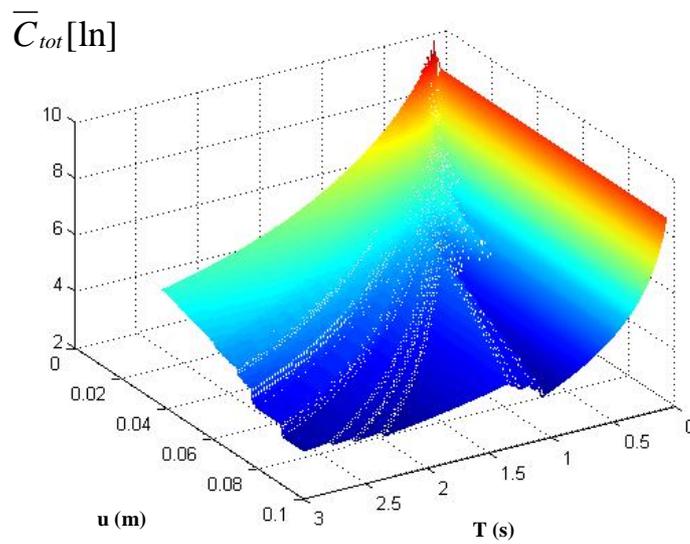


Figura 6.5.37 Costo totale normalizzato ottimo del sistema strutturale integrato al variare del periodo e della prestazione

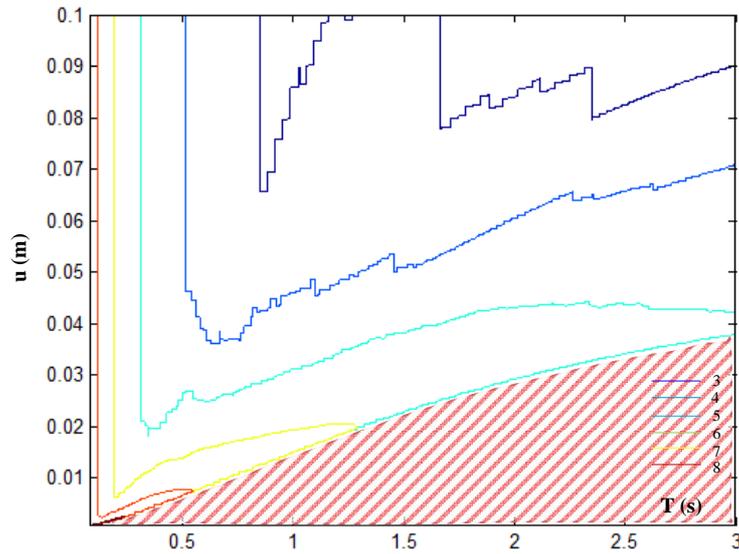


Figura 6.5.38 Curve di livello del costo totale normalizzato ottimo del sistema strutturale integrato al variare del periodo e della prestazione

In Figura 6.5.39 sono rappresentati al variare della prestazione i periodi per i quali si ha il minimo costo normalizzato del sistema strutturale integrato al fine di rispettare la prestazione prefissata.

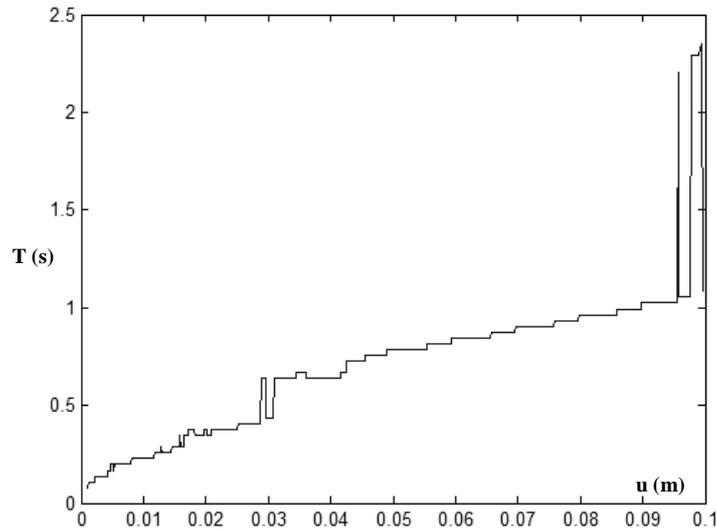


Figura 6.5.39 Periodo economicamente ottimo al variare della prestazione

Dalla Figura 6.5.39 si evidenzia che, essendo in un caso di alto rapporto relativo $\frac{C_v}{C_s}$, come nel caso precedente, c'è un andamento regolare a privilegiare sistemi strutturali integrati meno flessibili con basse risorse viscoelastiche di smorzamento risultando economicamente più convenienti.

Con riferimento sia al costo normalizzato ottimale del sistema strutturale privo di controventi dissipativi che al costo normalizzato ottimale del sistema strutturale avente diagonal di controvento valutati al variare del periodo T (ovvero pulsazione naturale non smorzata ω) e della prestazione "u", le Figure 6.5.4-6.5.7 restano invariate.

In Figura 6.5.40 sono rappresentati, in funzione della prestazione, i valori minimi del costo normalizzato \bar{C}_{tot} del sistema strutturale integrato, del costo normalizzato della struttura \bar{C}_s priva di controventi dissipativi e del costo normalizzato \bar{C}_{sb} dell'analogo struttura avente diagonal di controvento, relativi ai periodi "ottimi".

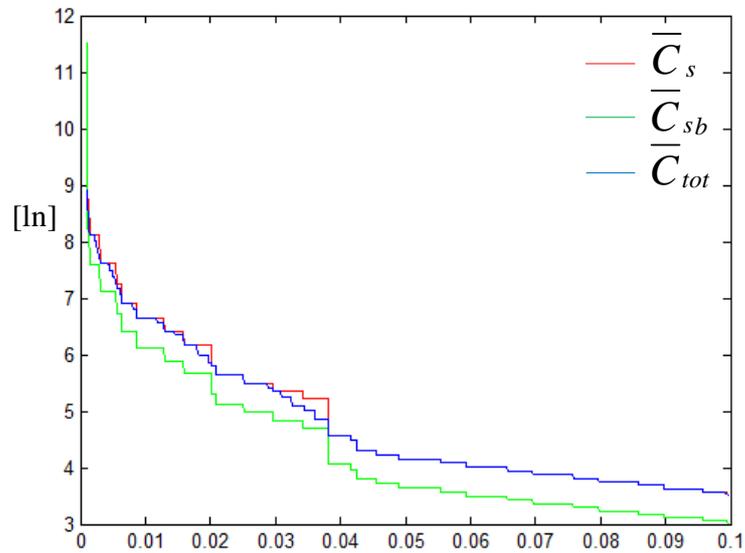


Figura 6.5.40 Confronto dei costi normalizzati relativi agli ottimi delle tre configurazioni strutturali considerate al variare della prestazione

E' possibile constatare che il sistema integrato, costituito dal sistema principale del sistema di controventamento viscoelastico, risulta sempre non essere economicamente conveniente rispetto alla soluzione di struttura controventata e, solo per poche delle prestazioni considerate, conveniente rispetto alla soluzione della sola struttura

Anche in questo caso, il vincolo sullo smorzamento, in questo caso, è già rispettato.

Analogamente, con riferimento al caso 7, $\frac{C_b}{C_s} = 0.5$ e $\frac{C_v}{C_s} = 100$, in Figura 6.5.41 è

rappresentato il valore, in scala logaritmica con base naturale, del costo normalizzato ottimale del sistema strutturale integrato al variare del periodo T (ovvero pulsazione naturale non smorzata ω) e della prestazione "u" e, in Figura 6.5.42, sono rappresentate le corrispondenti curve di livello.

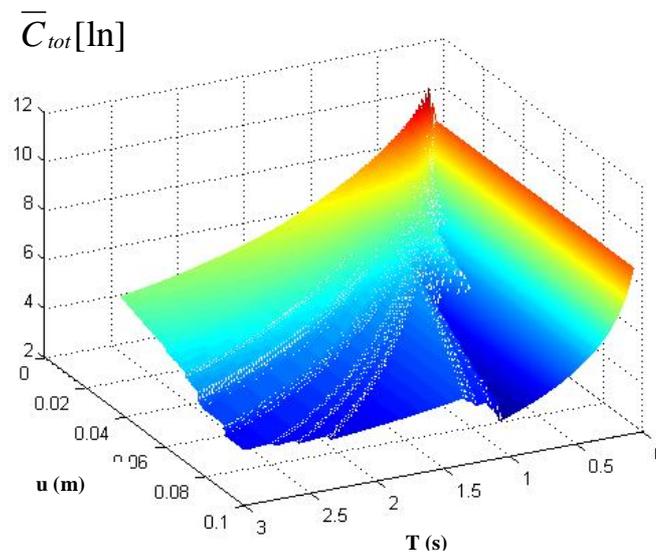


Figura 6.5.41 Costo totale normalizzato ottimo del sistema strutturale integrato al variare del periodo e della prestazione

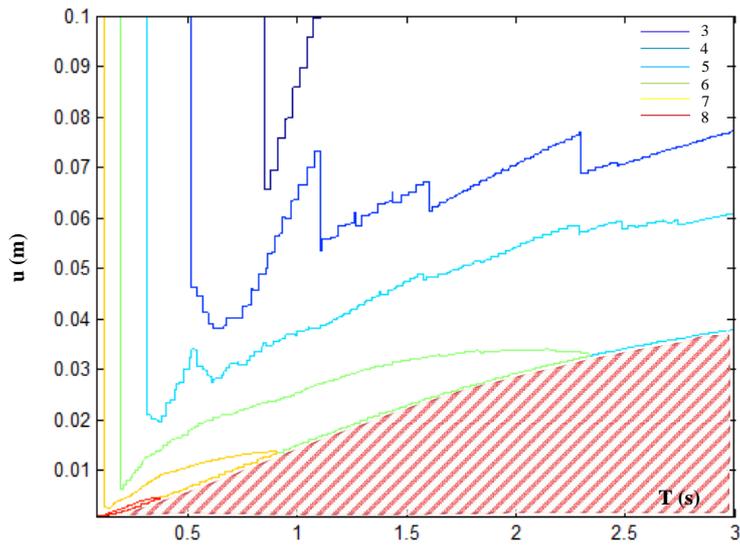


Figura 6.5.42 Curve di livello del costo totale normalizzato ottimo del sistema strutturale integrato al variare del periodo e della prestazione

In Figura 6.5.43 sono rappresentati al variare della prestazione i periodi per i quali si ha il minimo costo normalizzato del sistema strutturale integrato al fine di rispettare la prestazione prefissata.

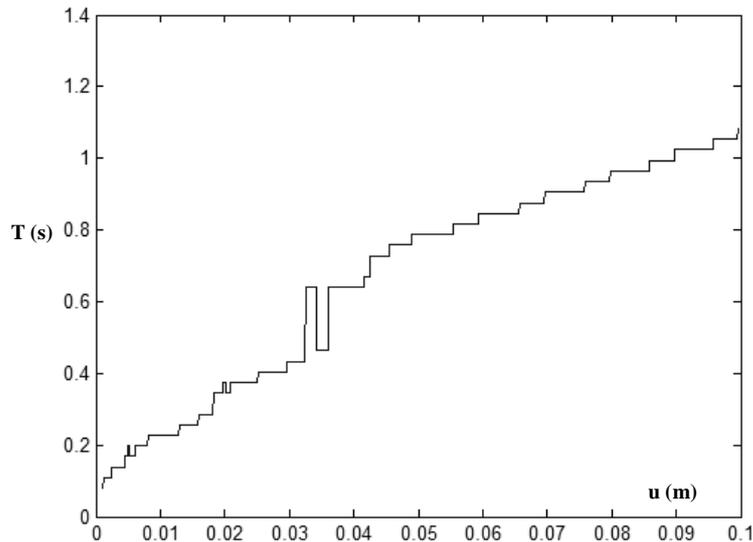


Figura 6.5.43 Periodo economicamente ottimo al variare della prestazione

Dalla Figura 6.5.43 si evidenzia che, essendo in un caso di alto rapporto relativo $\frac{C_v}{C_s}$,

come nel caso precedente, c'è un andamento molto regolare a privilegiare sistemi strutturali integrati meno flessibili con basse risorse viscoelastiche di smorzamento risultando economicamente più convenienti.

Con riferimento sia al costo normalizzato ottimale del sistema strutturale privo di controventi dissipativi che al costo normalizzato ottimale del sistema strutturale avente diagonal di controvento valutati al variare del periodo T (ovvero pulsazione naturale non smorzata ω) e della prestazione "u", le Figure 6.5.4-6.5.7 restano invariate.

In Figura 6.5.44 sono rappresentati, in funzione della prestazione, i valori minimi del costo normalizzato \bar{C}_{tot} del sistema strutturale integrato, del costo normalizzato della struttura \bar{C}_s priva di controventi dissipativi e del costo normalizzato \bar{C}_{sb} dell'analogo struttura avente diagonal di controvento, relativi ai periodi "ottimi".

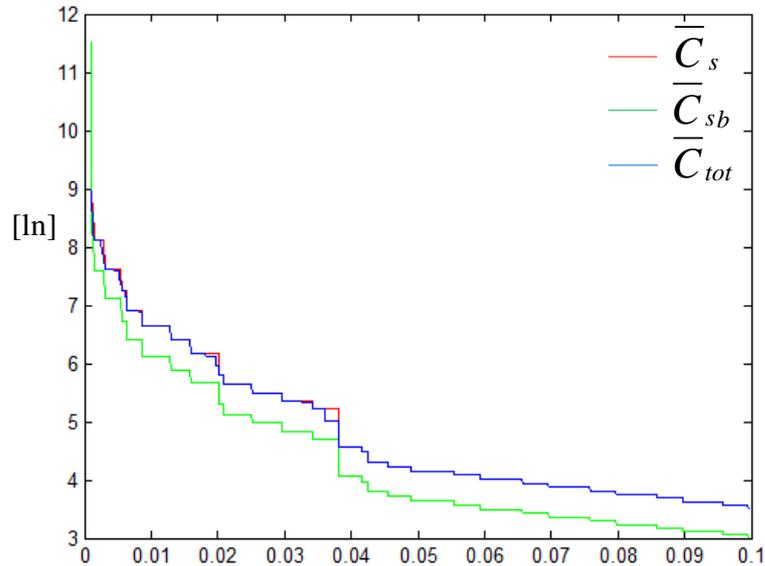


Figura 6.5.44 Confronto dei costi normalizzati relativi agli ottimi delle tre configurazioni strutturali considerate al variare della prestazione

E' possibile constatare che il sistema integrato, costituito dal sistema principale del sistema di controventamento viscoelastico, risulta sempre non essere economicamente conveniente rispetto alla soluzione di struttura controventata e, solo per pochissime delle prestazioni considerate, conveniente rispetto alla soluzione della sola struttura

Anche in questo ultimo caso, il vincolo sullo smorzamento, in questo caso, è già rispettato.

Con riferimento ai casi 1, 2, e 3, come riscontrabile nelle Figure 6.5.8, 6.5.15, e 6.5.22, relativamente all'ottimo economico del sistema integrato ottenuto considerando il periodo di vibrazione ottimale, si constata che il costo del sistema integrato è sempre inferiore ai costi degli altri due sistemi considerati evidenziando, così, la convenienza della dissipazione viscoelastica nella progettazione sismica dei sistemi strutturali. In tali casi, come riscontrabile nelle Figure 6.5.3, 6.6.14 e 6.5.21, si evidenzia un andamento, al variare della prestazione, a privilegiare sistemi strutturali integrati sempre più flessibili con elevate risorse viscoelastiche di smorzamento risultando economicamente più convenienti. Tale andamento è giustificato anche dal fatto che al diminuire di ω aumenta l'efficacia della costante di viscosità statica in campo dinamico.

Con riferimento al caso 4, come riscontrabile nella Figura 6.5.29, la convenienza che si ha nei primi tre casi è riscontrabile solo per alcune delle prestazioni considerate. Resta, tuttavia, la convenienza economica rispetto alla soluzione progettuale di avere la sola struttura principale con la funzione di portare sia i carichi verticali che le azioni sismiche. Infatti, dalla Figura 6.5.28 si deduce che, essendo in un caso di medio rapporto relativo $\frac{C_v}{C_s}$, l'andamento, al variare della prestazione, a privilegiare sistemi

strutturali integrati sempre più flessibili con elevate risorse viscoelastiche di smorzamento risulta meno marcato.

Con riferimento ai casi 5, 6, e 7, come riscontrabile nelle Figure 6.5.36, 6.5.40 e 6.5.44, relativamente all'ottimo economico del sistema integrato ottenuto considerando il periodo di vibrazione ottimale, si constata che il costo del sistema integrato tende ad essere sempre di più comparabile a quello che il solo sistema strutturale principale avrebbe con la conseguenza che il sistema controventato è la soluzione ottimale dal punto di vista economico. Infatti, dalle Figure 6.5.35, 6.5.39 e 6.5.43 si evidenzia che, essendo nei casi di alti rapporti relativi $\frac{C_v}{C_s}$, c'è un andamento, al variare della

prestazione, sempre più regolare a privilegiare sistemi strutturali integrati più rigidi con basse risorse viscoelastiche di smorzamento.

Considerando i risultati e le Figure 6.5.11, 6.5.18, 6.5.25 e 6.5.32, in cui si effettua il confronto dei costi relativi alla progettazione integrata, sviluppata imponendo anche il limite superiore sullo smorzamento adimensionale, con i costi delle altre due soluzioni progettuali "classiche", si evidenzia come nei casi 1, 2, 3 e 4 l'imposizione del vincolo superiore sullo smorzamento adimensionale porta necessariamente ad avere strutture più rigide (diminuzione del periodo economicamente ottimale) con un conseguenziale incremento dei costi tale che non per tutte le prestazioni la progettazione

integrata è più conveniente della struttura controventata. Infatti, è possibile dedurre dalle Figure 6.5.9, 6.5.16, 6.5.23 e 6.5.30, che, a differenza delle rispettive situazioni senza vincolo sullo smorzamento, c'è un andamento più graduale e meno marcato a privilegiare sistemi strutturali integrati più flessibili con elevate risorse viscoelastiche di smorzamento risultando economicamente più convenienti.

Con riferimento ai casi 5, 6 e 7 (Figure 6.5.36, 6.5.40 e 6.5.44) i costi relativi alla progettazione integrata risultano essere già riferite a periodi di sistemi strutturali a cui corrispondono livelli di smorzamento adimensionale inferiori al 40%.

Dalla suddetta analisi critica dei confronti dei costi relativi alle tre soluzioni progettuali considerate è possibile concludere che per rapporti di costo relativamente bassi, la progettazione integrata con dissipazione supplementare viscoelastica di energia rappresenta per qualsiasi prestazioni la soluzione economicamente ottima. Negli altri casi la soluzione di soli controventi senza dispositivi può essere la più conveniente.

E', tuttavia, da osservare che tali risultati sono relativi alla configurazione geometrica del controvento dissipativo viscoelastico inclinato a 45°, che, come discusso al punto 6.3.1, è la configurazione con la minor efficienza dinamica. Facendo riferimento alle altre configurazioni, anche ad esempio quella in cui il dispositivo è orizzontale, ne segue che il rendimento del dispositivo è il doppio o più del doppio, come è riscontrabile nelle equazioni illustrate in Figura 5.4.1, e, quindi, si avrebbe un fattore riduttivo, pari circa al 50%, della costante di rigidità statica con la conseguenza che le curve dei costi relativi ai sistemi integrati risulterebbero sempre inferiori alle altre due curve considerate.

6.6 VERIFICA DELL'EFFICACIA DELLA METODOLOGIA DI PROGETTO INTEGRATO SU UN SISTEMA AD UN GRADO DI LIBERTA'

Al fine di illustrare la procedura di progetto proposta si illustra un esempio applicativo di un sistema semplice equivalente ad un grado di libertà (SDOF) con l'impiego degli abachi progettuali illustrati nelle Figure 6.6.1-6.6.3.

Si considera dunque una struttura regolare, il cui periodo fondamentale di vibrazione, valutato in modo preliminare, ad esempio, con semplici relazioni di natura empirica oppure valutato con riferimento ad un sistema strutturale esistente, sia pari a $T=0.78$ sec ovvero pulsazione naturale non smorzata pari a $\omega = 7.9746$ rad/sec, ed avente una massa sismica "m", e che sia richiesta una prestazione da rispettare pari $u=3$ cm.

Al fine di avere una progettazione integrata ottima da un punto vista economico e nell'ipotesi di avere i seguenti rapporti di costo (caso 2):

$$\frac{C_b}{C_s} = 0.5 \quad \frac{C_v}{C_s} = 3$$

si valuta la rigidezza laterale totale della struttura di quel periodo e di quella massa:

$$k_{\text{laterale totale}} = 63.5943 \text{ N/m} \times \text{massa}$$

dalla Figura 6.6.1 si ottiene che il rapporto economicamente ottimo tra la rigidezza laterale del sistema principale e la rigidezza laterale complessiva del sistema strutturale integrato è pari a:

$$k_{\text{laterale struttura}} / k_{\text{laterale totale}} = 0.5671$$

e ne segue che la rigidezza laterale del sistema principale vale:

$$k_{\text{laterale struttura}} = k_{\text{laterale struttura ottimo}} = 36.1216 \text{ N/m} \times \text{massa}$$

Utilizzando le Figure 6.6.2 e 6.6.3, al suddetto rapporto economicamente ottimo di rigidezza corrispondono i due valori economicamente ottimi della rigidezza statica e della costante di smorzamento statico del sistema dissipativo viscoelastico, inclinato di $\vartheta = \pi / 4$, che risultano essere rispettivamente:

$$k_b = k_b \text{ ottimo} = 50.6098 \text{ N/m} \times \text{massa}$$

$$c_v = c_v \text{ ottimo} = 6.9653 \text{ Nsec/m} \times \text{massa}$$

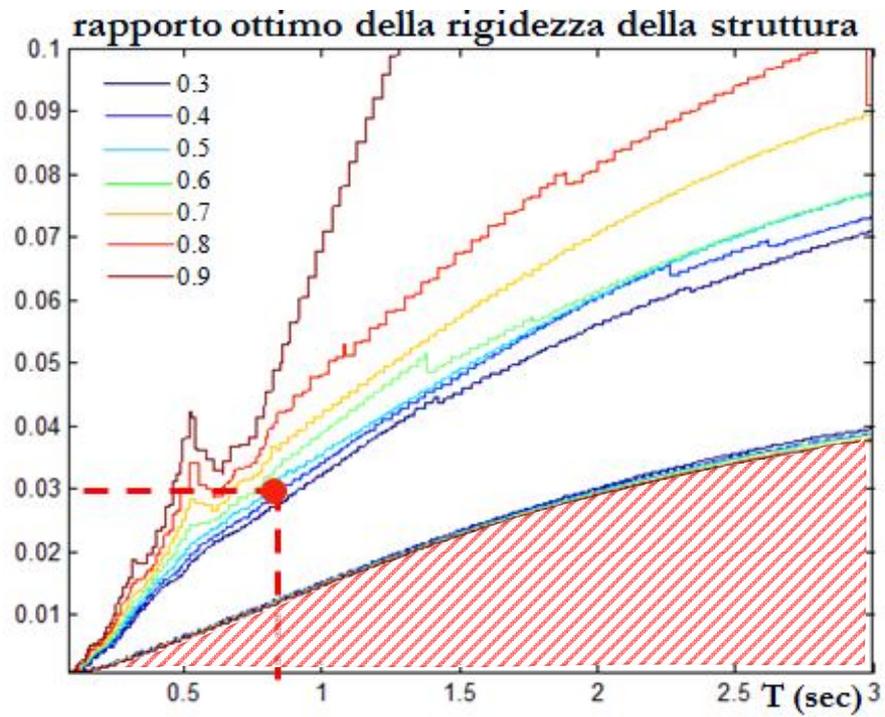


Figura 6.6.1 Curve di livello del rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

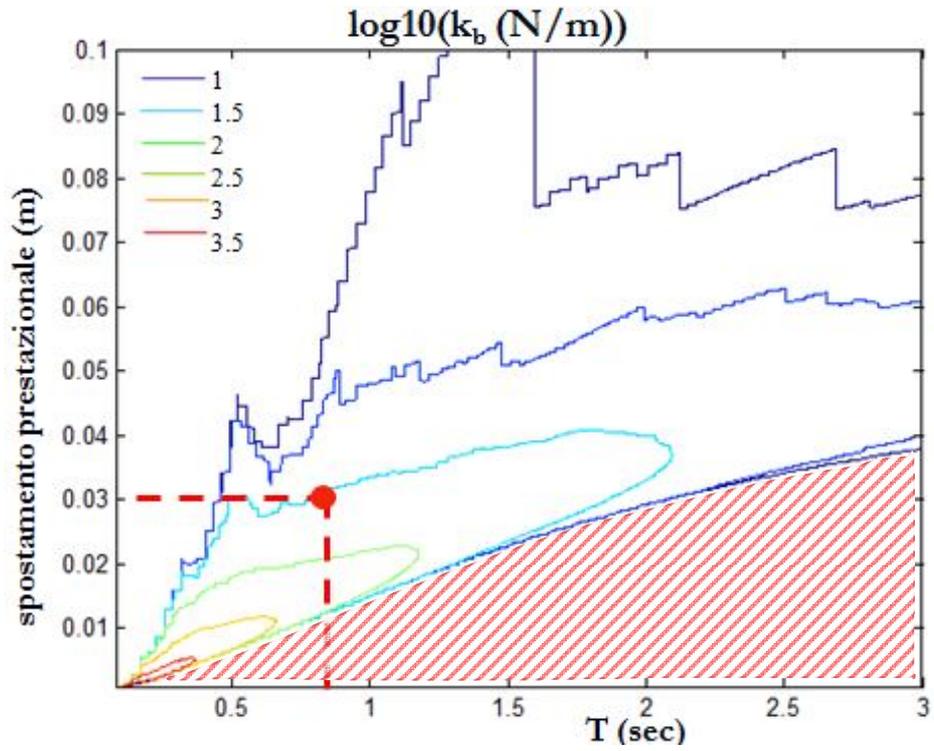


Figura 6.6.2 Curve di livello di k_b ottimo relativo al rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

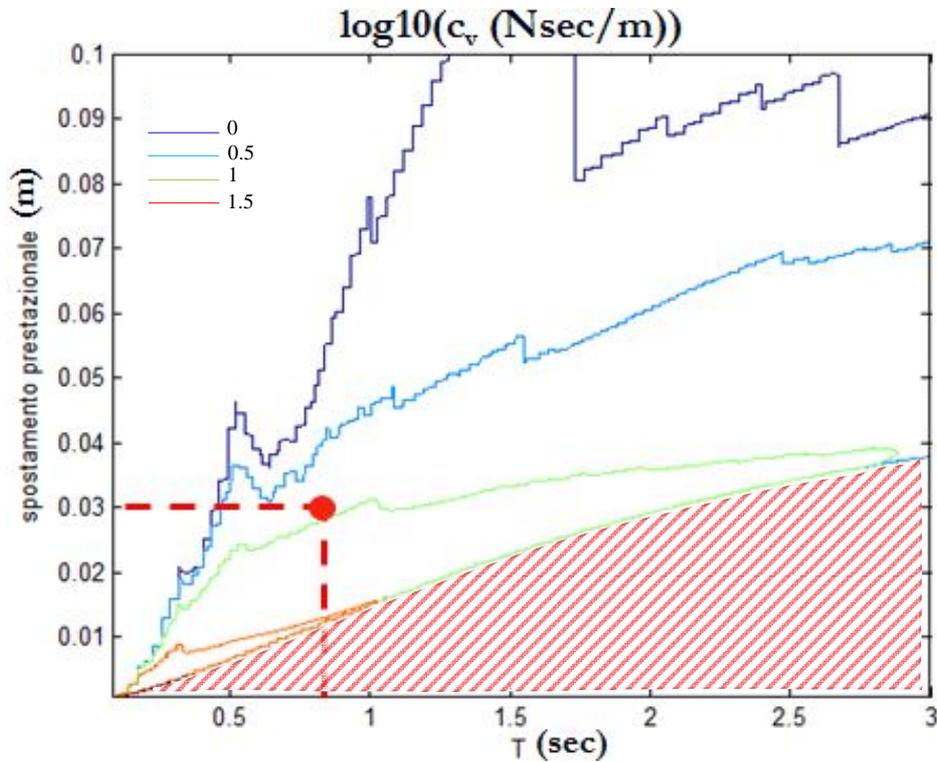


Figura 6.6.3 Curve di livello di c_v ottimo relativo al rapporto $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ ottimo

Ne segue che il tempo di rilassamento vale:

$$\tau = c_v/k_b = 0.1376$$

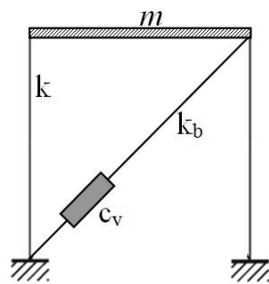
E' possibile, quindi, dopo una breve iterazione, valutare il rapporto di smorzamento viscoso adimensionale $\zeta = 12\%$, di cui $\zeta_s = 2\%$ e $\zeta_d = 10\%$, e la relativa pulsazione fondamentale smorzata $\omega_D = 7.917$ rad/sec del sistema strutturale integrato a cui corrispondono la costante di smorzamento dinamica e la rigidezza dinamica del sistema dissipativo viscoelastico, nel rispetto delle equazioni (4.3.4) e (4.3.5), che risultano pari a:

$$c_{app} = c_{vb}(\omega_D) = c'(\omega_D) = c_v \frac{1}{1 + \tau^2 \omega_D^2} = 3.1873 \text{ Nsec/m}$$

$$k_{app} \cos^2 \vartheta = k_{vb}(\omega_D) \cos^2 \vartheta = k'(\omega_D) \cos^2 \vartheta = \left(k_b \frac{\tau^2 \omega_D^2}{1 + \tau^2 \omega_D^2} \right) \cos^2 \vartheta =$$

$$= 27.4727 \text{ N/m}$$

In Figura 6.6.4 è mostrato il modello strutturale integrato con le caratteristiche strutturali progettate.



$m = 1000 \text{ kg}$
 $c_v = 6.9653 \text{ Nsec/m} \times \text{massa}$
 $k_b = 50.6098 \text{ N/m} \times \text{massa}$
 $k = 36.1216 \text{ N/m} \times \text{massa}$

Figura 6.6.4 Modello analitico della struttura con dispositivo viscoso

Infine è stata analizzata la risposta del suddetto sistema strutturale integrato semplice al set delle sette registrazioni accelerometriche considerate per valutare se il target prestazionale prefissato è mediamente rispettato. Nelle Figure 6.6.5-6.6.11 è rappresentata la risposta temporale in termini di spostamento alle sette registrazioni accelerometriche.

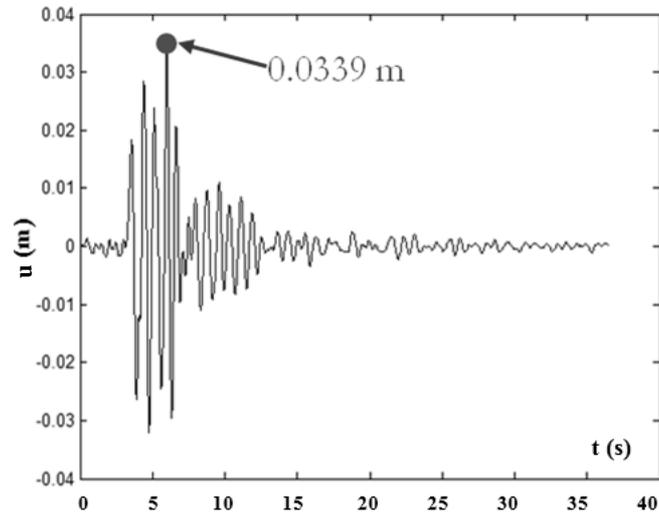


Figura 6.6.5 Risposta della struttura con controvento viscoelastico all'eccitazione 00055xa-Friuli

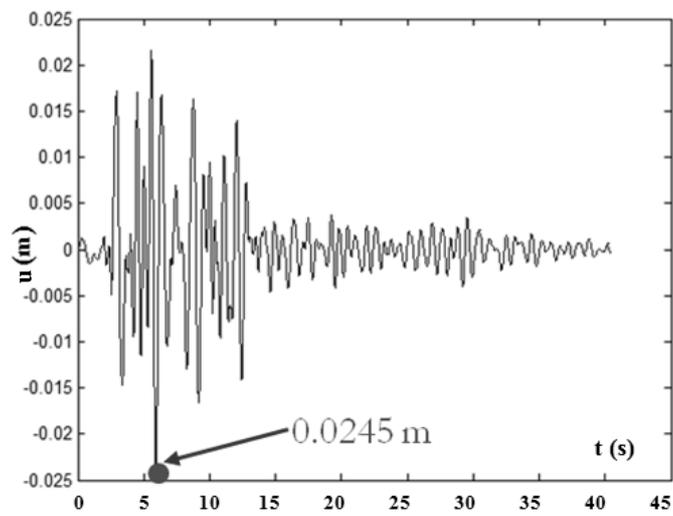


Figura 6.6.6 Risposta della struttura con controvento viscoelastico all'eccitazione 000198xa-Montenegro

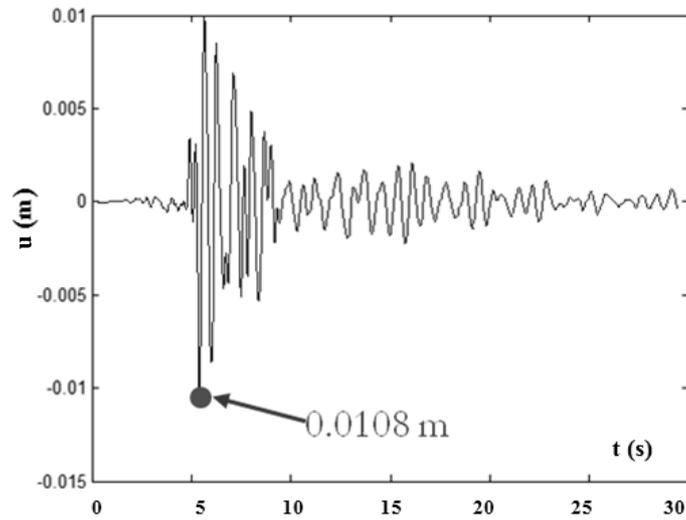


Figura 6.6.7 Risposta della struttura con controvento viscoelastico all'eccitazione 000665xa-Umbria Marche

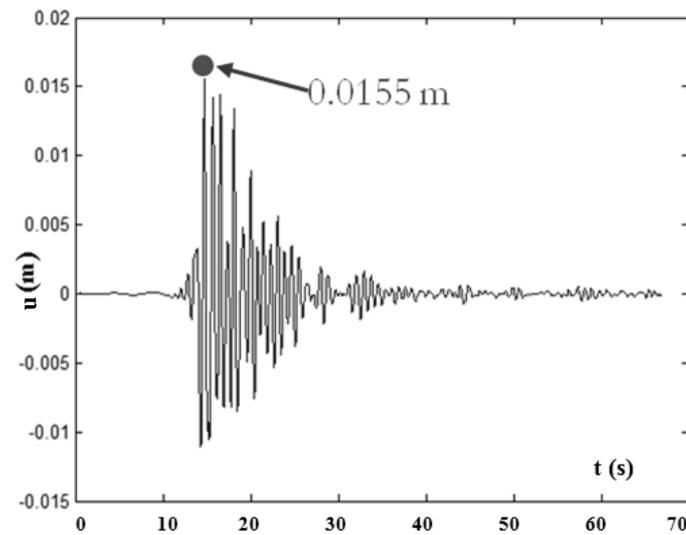


Figura 6.6.8 Risposta della struttura con controvento viscoelastico all'eccitazione 004675ya-South Iceland

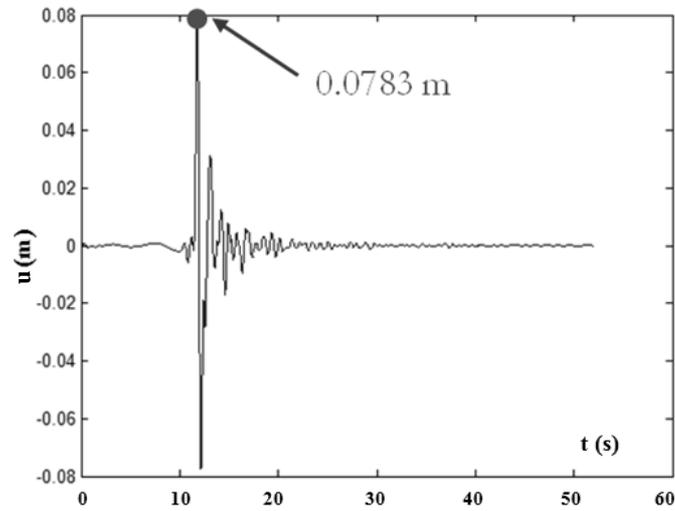


Figura 6.6.9 Risposta della struttura con controvento viscoelastico all'eccitazione 006332ya-South Iceland (after shock)

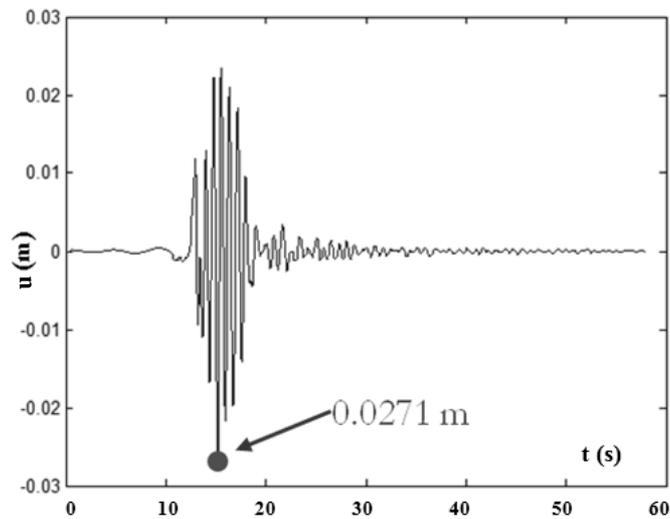


Figura 6.6.10 Risposta della struttura con controvento viscoelastico all'eccitazione 006335xa-South Iceland (after shock)

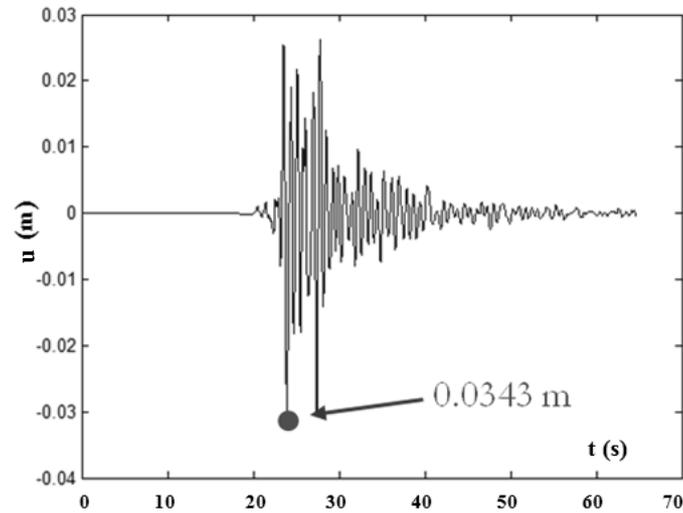


Figura 6.6.11 Risposta della struttura con controvento viscoelastico all'eccitazione 007142ya-Bingol

Lo spostamento medio risulta essere pari a u (media) = 3.16 cm. In Tabella 6.6.1 è riportata una sintesi dei risultati.

Tabella 6.6.1 Risposta del sistema strutturale integrato alle sette registrazioni accelerometriche considerate

sisma	u
000055xa-Friuli	3.39 cm
000198xa-Montenegro	2.45 cm
000665xa-Umbria Marche	1.08 cm
004675ya-South Iceland	1.55 cm
006332ya-South Iceland (after shock)	7.83 cm
006335xa-South Iceland (after shock)	2.71 cm
007142ya-Bingol	3.43 cm
u(media)	3.16 cm

Dalla Figura 6.5.12 o 6.5.13 il costo normalizzato della struttura integrata considerata risulta pari a $\bar{C}_{tot} = 107.6272$ da moltiplicare per la massa.

Successivamente è stata analizzata la risposta di una struttura capace da sola di rispettare il target prestazionale ovvero con $\zeta = 2\%$ e caratterizzata da un periodo T il più alto possibile al fine di avere un costo normalizzato minimo: periodo T=0.4335 sec ovvero pulsazione naturale non smorzata $\omega = 14.4867$ rad/sec. Tale struttura è rappresentativa sia di una struttura priva di controventi dissipativi che di quella avente diagonali di controvento.

La rigidezza laterale complessiva risulta:

$$k_{lateraletotale} = 209.8655 \text{ N/m} \times \text{massa}$$

Nelle Figure 6.6.12-6.6.18 è rappresentata la risposta temporale in termini di spostamento alle sette registrazioni accelerometriche.

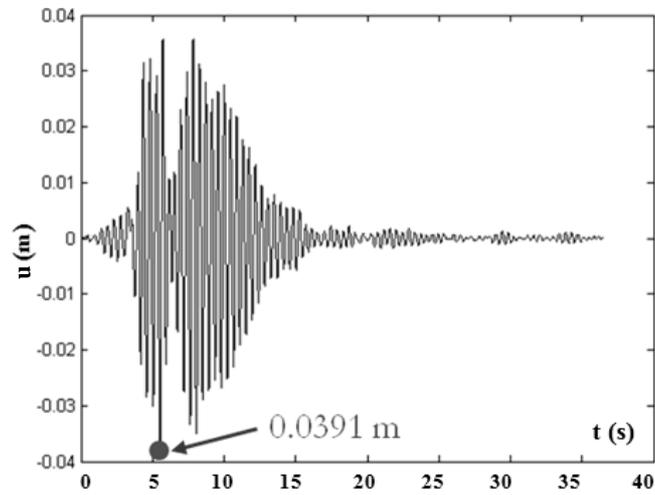


Figura 6.6.12 Risposta della struttura senza controvento viscoelastico all'eccitazione 000055xa-Friuli

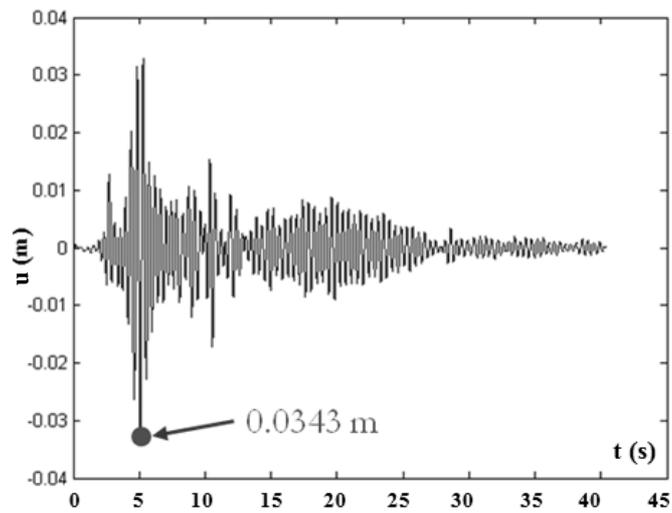


Figura 6.6.13 Risposta della struttura senza controvento viscoelastico all'eccitazione 000198xa-Montenegro

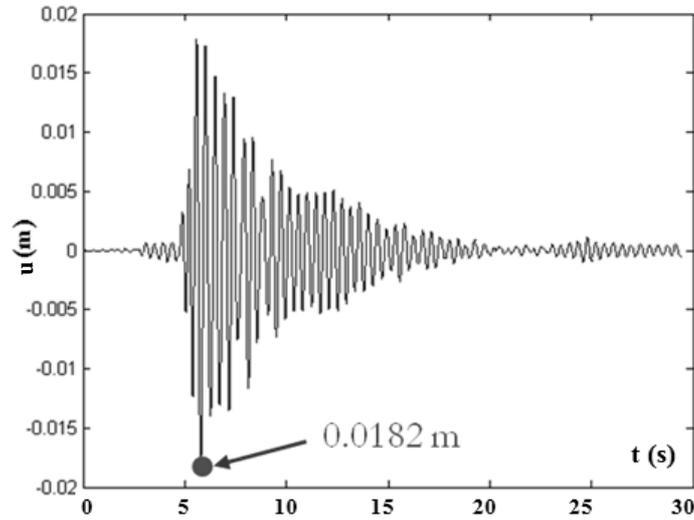


Figura 6.6.14 Risposta della struttura senza controvento viscoelastico all'eccitazione 000665xa-Umbria Marche

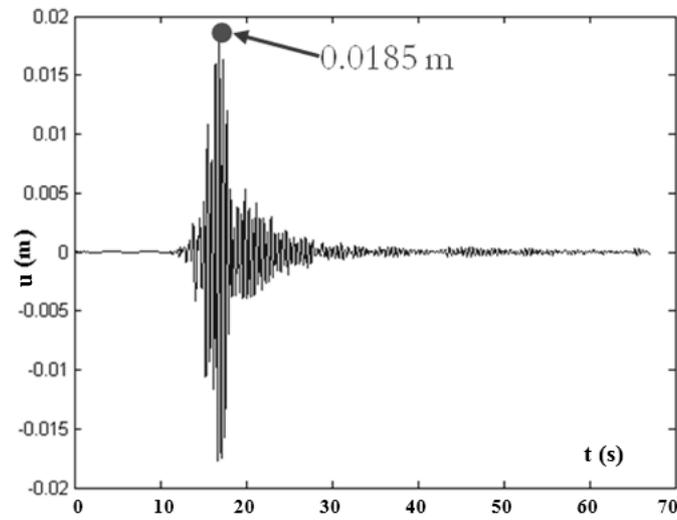


Figura 6.6.15 Risposta della struttura senza controvento viscoelastico all'eccitazione 004675ya-South Iceland

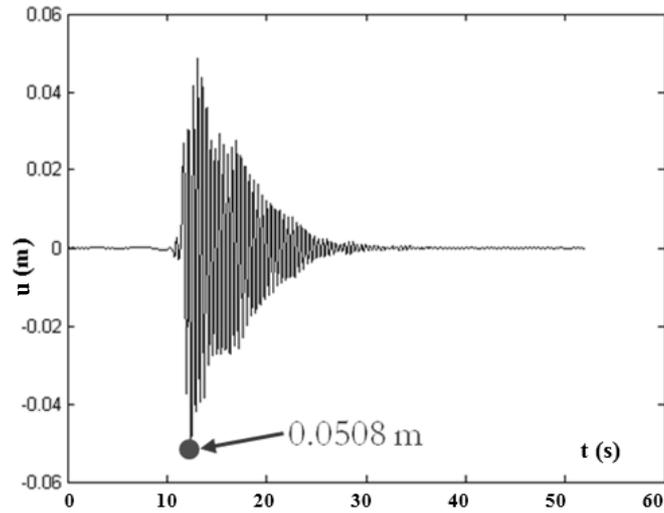


Figura 6.6.16 Risposta della struttura senza controvento viscoelastico all'eccitazione 006332ya-South Iceland (after shock)

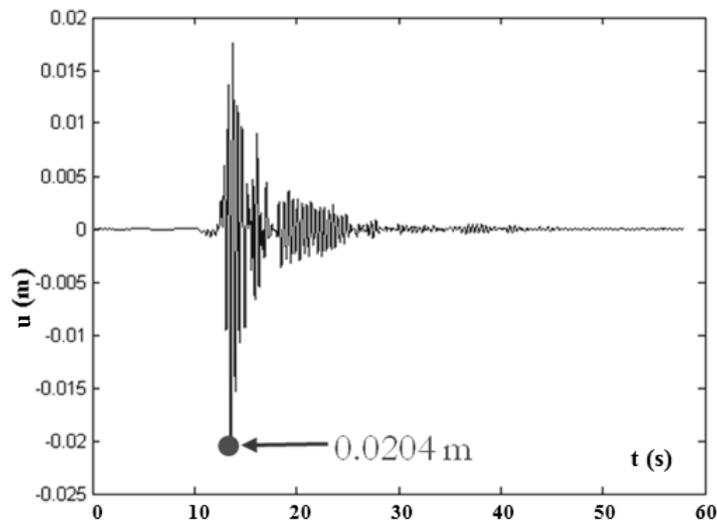


Figura 6.6.17 Risposta della struttura senza controvento viscoelastico all'eccitazione 006335xa-South Iceland (after shock)

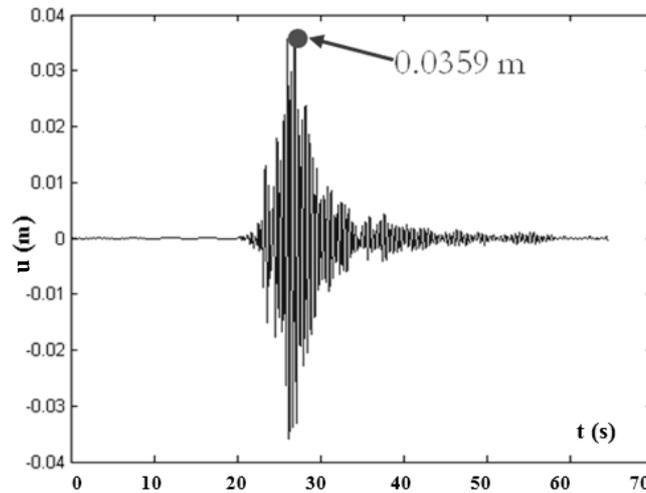


Figura 6.6.18 Risposta della struttura senza controvento viscoelastico all'eccitazione 007142ya-Bingol

Lo spostamento medio risulta essere pari a $u(\text{media}) = 3.10 \text{ cm}$. In Tabella 6.6.2 è riportata una sintesi dei risultati.

Dalla Figura 6.5.15 il costo normalizzato della struttura considerata priva di controventi dissipativi risulta pari a $\bar{C}_s = 209.8655$ da moltiplicare per la massa; il costo normalizzato dell'analoga struttura avente diagonal di controvento risulta pari $\bar{C}_{sb} = 125.9193$ da moltiplicare per la massa.

Entrambi i valori risultano superiori al costo normalizzato ottimo del sistema strutturale integrato con periodo $T=0.78 \text{ sec}$ a dimostrazione della convenienza economica della soluzione individuata mediante la metodologia progettuale integrata trattata nel presente lavoro.

Tabella 6.6.2 Risposta del sistema strutturale (privo di dispositivi dissipativi) alle sette registrazioni accelerometriche considerate

sisma	u
000055xa-Friuli	3.91 cm
000198xa-Montenegro	3.43 cm
000665xa-Umbria Marche	1.82 cm
004675ya-South Iceland	1.85 cm
006332ya-South Iceland (after shock)	5.08 cm
006335xa-South Iceland (after shock)	2.04 cm
007142ya-Bingol	3.59 cm
u(media)	3.10 cm

Nell'ambito dell'analisi compiuta, si è considerato il periodo della struttura fissato, ovvero esso non è stato trattato come una variabile di progetto.

Se si rimuove tale ipotesi, includendo T tra i parametri di progetto, è ovviamente possibile trovare soluzioni ancora più economiche. Infatti con riferimento alle analisi svolte considerando anche il vincolo sullo smorzamento complessivo del 40%, il periodo ottimo è pari $T=1.053$ sec con $\zeta = 26\%$ a cui corrisponde $\bar{C}_{tot} = 103.7549$ relativo ad una massa unitaria, come riscontrabile dalla Figura 6.5.18.

6.7 VERIFICA DELL'EFFICACIA DELLA METODOLOGIA DI PROGETTO INTEGRATO SU UN SISTEMA A PIU' GRADI DI LIBERTA' CON RIGIDENZE UNIFORMI IN ELEVAZIONE

Nel presente paragrafo si intende estendere la procedura progettuale sviluppata su un sistema integrato SDOF ad un sistema integrato reale MDOF. Si intende presentare tale estensione mediante un approccio applicativo a partire dai risultati del caso studio illustrato nel paragrafo 6.6. Si precisa che tale estensione è possibile sia nel caso che si progetti la struttura con periodo non noto a priori oppure nel caso di struttura esistente con periodo noto e fissato, ovvero sia nel caso di progettazione integrata pura, che di miglioramento o adeguamento di una struttura esistente.

Si considera, dunque, una struttura regolare in elevazione di tre piani (Figura 6.7.1), il cui periodo fondamentale di vibrazione, in analogia al caso precedente, è pari a $T=0.78$ sec ovvero pulsazione naturale non smorzata pari a $\omega = 7.9746$ rad/sec, ed avente una massa sismica “ $m=1000$ kg” per piano, e sia richiesta una prestazione da rispettare, in termini di spostamento relativo tra l'ultimo piano e il suolo, pari $u=3$ cm. Si fa sempre riferimento ai rapporti di costo del caso 2, $\frac{C_b}{C_s} = 0.5$ e $\frac{C_v}{C_s} = 3$, ed ad un'inclinazione del sistema dissipativo viscoelastico, in ognuna delle tre maglie strutturali, pari a $\mathcal{G} = \pi / 4$.

Le grandezze e le ipotesi su cui si basa l'equivalenza tra il sistema SDOF e il corrispondente sistema MDOF, sono:

- sistema strutturale integrato regolare in elevazione in termini di massa e rigidità;
- uguaglianza tra il periodo (o pulsazione non smorzata) del sistema SDOF con il periodo (o pulsazione non smorzata) della prima forma modale del sistema MDOF: $T_1=0.78$ ovvero $\omega_1 = 7.9746$ rad/sec, ed analogia uguaglianza per il corrispondente fattore di smorzamento aggiuntivo e, quindi, complessivo con quello relativo alla prima forma modale;
- sistema strutturale integrato “classicamente” smorzato (smorzamento alla Rayleigh);
- il rapporto economicamente ottimo della rigidità laterale del sistema principale rispetto alla rigidità laterale complessiva del sistema strutturale

integrato $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$, del sistema SDOF è da rispettare per ogni livello del sistema MDOF, preservando i criteri di regolarità anche sulla struttura dotata di dissipatori;

- il tempo di rilassamento “ τ ” economicamente ottimo ovvero il rapporto tra il valore economicamente ottimo della costante di viscosità statica “ c_v ” e quello della corrispondente rigidezza statica “ k_b ” del sistema dissipativo viscoelastico del sistema SDOF è da rispettare per ogni maglia strutturale del sistema integrato MDOF;
- le matrici di rigidezza e di smorzamento dinamiche del sistema dissipativo viscoelastico sono valutate sulla pulsazione fondamentale del primo modo.

La regolarità, posta ad ipotesi della procedura, porta ad avere un fattore di partecipazione relativo alla prima forma modale quanto più prossimo all'unità ovvero una massa modale efficace quanto più elevata possibile, al limite, pari alla massa complessiva del sistema. Ne segue che la prima forma è quella dominante e l'equivalenza tra la prima forma modale del sistema MDOF e il sistema SDOF è sempre più valida con approssimazioni sempre meno significative e, quindi, tutte le altre ipotesi presentano approssimazioni sempre più trascurabili.

Inoltre ne segue che, essendo il profilo di spostamenti affine alla prima forma modale, gli spostamenti relativi di interpiano saranno proporzionali alla prestazione desiderata, valutata tra il top del sistema strutturale ed il suolo.

Al fine di ottenere l'equivalenza della risposta tra il sistema integrato SDOF e il sistema integrato MDOF è necessario far riferimento al rapporto di smorzamento adimensionale, al rapporto economicamente ottimo della rigidezza laterale del sistema principale rispetto alla rigidezza laterale complessiva del sistema strutturale integrato $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$, e al tempo di rilassamento “ τ ” del sistema SDOF, che competono alla prestazione desiderata deamplificata del fattore di partecipazione della prima forma modale del sistema MDOF, come si evince dalla (6.7.26), ovvero ad un valore di una prestazione migliore (spostamento inferiore) pari alla prestazione desiderata deamplificata del fattore di partecipazione della prima forma modale “ G_1 ”. Ne segue che la procedura è iterativa.

Con riferimento al periodo $T_1=0.78$ ovvero $\omega_1 = 7.9746$ rad/sec e alla prestazione di “3 cm/ G_1 ”, si hanno le seguenti grandezze:

- $\zeta_1 = 22\%$
- $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale} = 0.208$

- c_v ottimo = 12.9506 Nsec/m x massa
- k_b ottimo = 99.1120 N/m x massa
- $\tau = 0.1307$
- $\omega_{1,D} = \omega_1 \sqrt{1 - \zeta_1^2} = 7.7792$ rad/sec

Scrivendo le equazioni del moto dei tre livelli nel dominio del tempo a partire dall'ultimo livello ovvero k_1 è la rigidezza dell'ultimo livello e k_3 è la rigidezza del primo livello, come illustrato in Figura 6.7.1, tale che lo spostamento di ogni livello sia lo spostamento relativo tra quel livello ed il suolo, si ha il sistema di equazioni (6.7.1):

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{u}_1(t) + k_1 u_1(t) - k_1 u_2(t) &= f_1(t) \\ m_2 \ddot{u}_2(t) - k_1 u_1(t) + k_1 u_2(t) + k_2 u_2(t) - k_2 u_3(t) &= f_2(t) \\ m_3 \ddot{u}_3(t) - k_2 u_2(t) + k_2 u_3(t) + k_3 u_3(t) &= f_3(t) \end{aligned} \quad (6.7.1)$$

che in forma matriciale diviene:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1(t) \\ \ddot{u}_2(t) \\ \ddot{u}_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \\ f_3(t) \end{bmatrix} \quad (6.7.2)$$

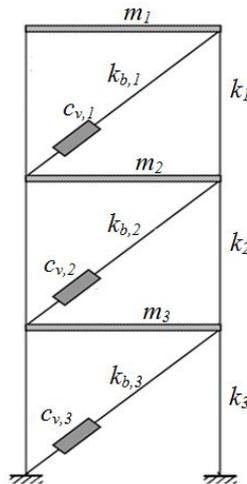


Figura 6.7.1 Sistema strutturale dotato di dispositivi viscosi lineari

Essendo la massa “m” di ciascun livello e “k” la rigidezza laterale di ciascun livello, al fine di avere la pulsazione della prima forma modale pari a $\omega_1 = 7.9746$ rad/sec, il valore della rigidezza “k” deve essere pari a 320800 N/m, come illustrato in Figura 6.7.2 in cui è riportato l’andamento della rigidezza del generico piano in funzione del quadrato della pulsazione della prima forma modale con riferimento ad una struttura di tre livelli e con massa di 1000 kg a livello.

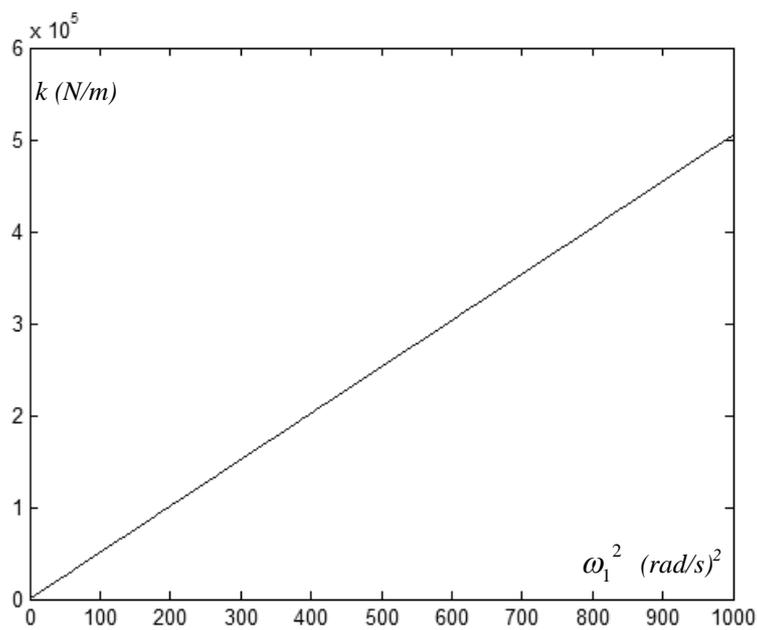


Figura 6.7.2 Rigidezza di piano in funzione di ω_1^2

La matrice delle masse \mathbf{M} risulta essere:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 0 \\ 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 \end{bmatrix} \quad (6.7.3)$$

Si precisa che si ritiene trascurabile l’incremento delle masse prodotto dal sistema dissipativo viscoelastico.

Quindi la matrice di rigidezza laterale totale \mathbf{K} del sistema integrato vale:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 320800 & -320800 & 0 \\ -320800 & 641600 & -320800 \\ 0 & -320800 & 641600 \end{bmatrix} \quad (6.7.4)$$

Sulla base del rapporto economicamente ottimo tra la rigidezza laterale del sistema principale e la rigidezza laterale complessiva del sistema strutturale integrato $k_{\text{lateralestruttura}}/k_{\text{lateraletotale}}$, che vale 0.208, ne segue che la matrice di rigidezza laterale del sistema principale \mathbf{K}_s vale:

$$\mathbf{K}_s = 0.208\mathbf{K} \quad (6.7.5)$$

la matrice di rigidezza dinamica \mathbf{K}'_b del sistema dissipativo viscoelastico, indicata $\overline{\mathbf{K}}$ nel capitolo 3, è la complementare e, quindi, vale:

$$\mathbf{K}'_b \cos^2 \vartheta = \mathbf{K} - \mathbf{K}_s \quad (6.7.6)$$

Noto il tempo di rilassamento “ τ ” e la pulsazione smorzata della prima forma modale, nel rispetto dell’equazione (4.3.4), è possibile passare alla matrice di rigidezza statica del sistema dissipativo viscoelastico \mathbf{K}_b sfruttando la seguente relazione:

$$\mathbf{K}_b = \mathbf{K}'_b \begin{pmatrix} 1 + \tau^2 \omega_{1,D}^2 \\ \tau^2 \omega_{1,D}^2 \end{pmatrix} \quad (6.7.7)$$

Risolvendo il sistema omogeneo:

$$\mathbf{M}\mathbf{u}(\mathbf{t}) + \mathbf{K}\mathbf{u}(\mathbf{t}) = \mathbf{0} \quad (6.7.8)$$

essendo le matrici simmetriche, per il teorema Spettrale, dalla diagonalizzazione della seguente matrice:

$$\det|\mathbf{K} - \lambda\mathbf{M}| = \mathbf{0} \quad (6.7.9)$$

si ottengono gli autovettori $\boldsymbol{\varphi}_i$ che costituiscono la base dello spazio modale e i relativi autovalori λ_i . È possibile ordinare gli autovettori $\boldsymbol{\varphi}_i$ delle forme modali per colonna in una matrice quadrata $\boldsymbol{\Phi}$.

E' possibile normalizzare i suddetti autovettori imponendo uguale ad 1 la prima componente di ogni autovettore (equazione (6.7.10)) oppure normalizzarli rispetto $\Phi^T \mathbf{M} \Phi = \mathbf{I}$.

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \\ 0.8019 & -0.5550 & -2.2470 \\ 0.4450 & -1.2470 & 1.8019 \end{bmatrix} \quad (6.7.10)$$

Gli autovettori rappresentano la forma del relativo modo. Gli autovalori sono i quadrati delle pulsazioni delle relative forme modali: $\lambda_i = \omega_i^2$. E' possibile, analogamente, ottenere la matrice diagonale degli autovalori Ω^2 (equazione (6.7.11)).

$$\Omega^2 = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_3^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 63.54 & 0 & 0 \\ 0 & 498.83 & 0 \\ 0 & 0 & 1041.6 \end{bmatrix} \quad (6.7.11)$$

Con riferimento allo smorzamento, esso può essere, in generale, affrontato attraverso la definizione di una matrice di smorzamento proporzionale alla matrice delle masse e/o delle rigidzze (Rayleigh proportional damping) oppure definendo valori di smorzamento nello spazio modale come proposto da Wilson (discrete modal damping) (Clough and Penzien 1993; Wilson 2002). Seguendo i suddetti approcci si parla di sistemi classicamente smorzati. Tuttavia si può optare di definire matrici di smorzamento non proporzionali, rientrando nei casi di sistemi non classicamente smorzati, e lavorando con numeri complessi a cui poi sono da associare grandezze fisiche reali. Si è scelto nelle analisi a svolgersi di considerare sempre uno smorzamento alla Rayleigh.

Con riferimento alla matrice di smorzamento intrinseco proprio della struttura si è adottata una matrice di smorzamento alla Rayleigh proporzionale sia alla matrice delle masse che delle rigidzze avendo imposto uno smorzamento del 2% sulle prime due forme modali:

$$\mathbf{C}_s = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 651.9 & -417 & 0 \\ -417 & 1069 & -417 \\ 0 & -417 & 1069 \end{bmatrix} \quad (6.7.12)$$

dove

$$\beta = \zeta \frac{2}{(\omega_1 + \omega_2)} = 0.0013 \quad (6.7.13)$$

$$\alpha = \beta(\omega_1 \omega_2) = 0.235$$

Con riferimento alla matrice di smorzamento aggiuntivo \mathbf{C}'_v dinamica del sistema dissipativo viscoelastico si è adottata una matrice di smorzamento alla Rayleigh tale che la corrispondente matrice statica di smorzamento aggiuntivo sia proporzionale solo alla matrice di rigidezza statica del sistema dissipativo viscoelastico tramite il fattore di proporzionalità: tempo di rilassamento “ τ ” (equazione 6.7.14). La proporzionalità con la sola matrice delle rigidezze è stata scelta sia per avere un comportamento dinamico del sistema dissipativo in analogia a quello studiato sul sistema SDOF che per avere un profilo delle velocità analogo a quello degli spostamenti.

$$\mathbf{C}'_v = \tau \mathbf{K}_b \quad (6.7.14)$$

E' possibile passare alla matrice di smorzamento aggiuntivo dinamica \mathbf{C}'_v del sistema dissipativo viscoelastico, indicata $\bar{\mathbf{C}}$ nel capitolo 3, nel rispetto dell'equazione (4.3.5), sfruttando la seguente relazione:

$$\mathbf{C}'_v \cos^2 \mathcal{G} = \left(\mathbf{C}'_v \frac{1}{(1 + \tau^2 \omega_{1,D}^2)} \right) \cos^2 \mathcal{G} =$$

$$= \begin{bmatrix} c'_1 & -c'_1 & 0 \\ -c'_1 & c'_1 + c'_2 & -c'_2 \\ 0 & -c'_2 & c'_2 + c'_3 \end{bmatrix} \cos^2 \mathcal{G} = \begin{bmatrix} 16083 & -16083 & 0 \\ -16083 & 32166 & -16083 \\ 0 & -16083 & 32166 \end{bmatrix} \quad (6.7.15)$$

In tal modo la matrice di smorzamento complessiva $\mathbf{C} = \mathbf{C}_s + \mathbf{C}'_v \cos^2 \mathcal{G}$ è diagonalizzabile con la stessa base di autovettori. E' verificata la suddetta diagonalizzazione in quanto risulta anche rispettato il criterio di Caughey:

$$\mathbf{C}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} = \mathbf{K}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}$$

Facendo il cambiamento di base:

$$\mathbf{u} = \Phi \mathbf{y} \quad (6.7.16)$$

è possibile calcolare la matrice delle masse generalizzate:

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi = \begin{bmatrix} m_1^* & 0 & 0 \\ 0 & m_2^* & 0 \\ 0 & 0 & m_3^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1841.2 & 0 & 0 \\ 0 & 2862.9 & 0 \\ 0 & 0 & 9295.9 \end{bmatrix} \quad (6.7.17)$$

la matrice delle rigidezze generalizzate:

$$\Phi^T \mathbf{K} \Phi = \begin{bmatrix} k_1^* & 0 & 0 \\ 0 & k_2^* & 0 \\ 0 & 0 & k_3^* \end{bmatrix} = 10^6 \begin{bmatrix} 0.1170 & 0.0000 & -0.0000 \\ 0.0000 & 1.4281 & 0 \\ -0.0000 & 0 & 9.6829 \end{bmatrix} \quad (6.7.18)$$

la matrice delle costanti di viscosità generalizzate:

$$\Phi^T \mathbf{C} \Phi = \begin{bmatrix} c_1^* & 0 & 0 \\ 0 & c_2^* & 0 \\ 0 & 0 & c_3^* \end{bmatrix} = 10^5 \begin{bmatrix} 0.0586 & 0.0000 & -0.0000 \\ 0.0000 & 0.7160 & 0 \\ -0.0000 & 0 & 4.8544 \end{bmatrix} \quad (6.7.19)$$

il vettore delle forze generalizzate:

$$\Phi^T \mathbf{F}(t) = \begin{bmatrix} f_1^*(t) \\ f_2^*(t) \\ f_3^*(t) \end{bmatrix} = -\Phi^T (\mathbf{M} \mathbf{r}) \ddot{u}_g(t) \quad (6.7.20)$$

dove

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6.7.21)$$

Ne segue che nello spazio modale le equazioni risultano disaccoppiate perché tutte le matrici generalizzate sono diagonali e, quindi, il sistema di equazioni diviene:

$$\begin{aligned} m_1^* \ddot{y}_1(t) + c_1^* \dot{y}_1(t) + k_1^* y_1(t) &= f_1^*(t) \\ m_2^* \ddot{y}_2(t) + c_2^* \dot{y}_2(t) + k_2^* y_2(t) &= f_2^*(t) \\ m_3^* \ddot{y}_3(t) + c_3^* \dot{y}_3(t) + k_3^* y_3(t) &= f_3^*(t) \end{aligned} \quad (6.7.22)$$

in forma matriciale:

$$\mathbf{\Phi}^T \mathbf{M} \Phi \ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{\Phi}^T \mathbf{C} \Phi \dot{\mathbf{y}} + \mathbf{\Phi}^T \mathbf{K} \Phi \mathbf{y} = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{F}(t) \quad (6.7.23)$$

Il fattore di partecipazione della i-esima forma modale è definito come:

$$G_i = \frac{\boldsymbol{\varphi}_i^T (\mathbf{M} \mathbf{r})}{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i} = \frac{\boldsymbol{\varphi}_i^T (\mathbf{M} \mathbf{r})}{m_i^*} \quad (6.7.24)$$

Quindi il vettore dei fattori di partecipazione risulta essere:

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} 1.2204 \\ -0.2801 \\ 0.0597 \end{bmatrix} \quad (6.7.25)$$

Adimensionalizzando la (6.7.22) rispetto alla i-esima massa generalizzata, si ha:

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1(t) + 2\zeta_1 \omega_1 \dot{y}_1(t) + \omega_1^2 y_1(t) &= -G_1 \ddot{u}_g(t) \\ \ddot{y}_2(t) + 2\zeta_2 \omega_2 \dot{y}_2(t) + \omega_2^2 y_2(t) &= -G_2 \ddot{u}_g(t) \\ \ddot{y}_3(t) + 2\zeta_3 \omega_3 \dot{y}_3(t) + \omega_3^2 y_3(t) &= -G_3 \ddot{u}_g(t) \end{aligned} \quad (6.7.26)$$

I rapporti di smorzamento adimensionali valgono:

$$\boldsymbol{\zeta} = \begin{bmatrix} 22\% \\ 58\% \\ 81\% \end{bmatrix} \quad (6.7.27)$$

Le masse modali efficaci risultano essere:

$$\hat{m}_i = \boldsymbol{\varphi}_i^T (\mathbf{M} \mathbf{r}) \frac{\boldsymbol{\varphi}_i^T (\mathbf{M} \mathbf{r})}{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i} = \boldsymbol{\varphi}_i^T (\mathbf{M} \mathbf{r}) \frac{\boldsymbol{\varphi}_i^T (\mathbf{M} \mathbf{r})}{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i} \frac{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i}{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i} = \boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i G_i^2 \quad (6.7.28)$$

La matrice delle masse modali efficaci è pari:

$$\hat{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} \hat{m}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{m}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{m}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2742.2 & 0 & 0 \\ 0 & 224.6 & 0 \\ 0 & 0 & 33.1 \end{bmatrix} \quad (6.7.29)$$

La somma delle masse modali efficaci di tutte le forme modali deve dare la somma delle masse di tutti i piani della struttura cioè 3000 kg.

La percentuale di massa modale effettiva risulta essere:

$$\frac{\widehat{\mathbf{M}}}{3m} = \begin{bmatrix} \frac{\widehat{m}_1}{3m} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\widehat{m}_2}{3m} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\widehat{m}_3}{3m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 91.41\% & -0.00\% & 0.00\% \\ -0.00\% & 7.49\% & 0.00\% \\ 0\% & 0.00\% & 1.10\% \end{bmatrix} \quad (6.7.30)$$

ovvero la traccia della suddetta matrice è 100%. Si evidenzia che solo col primo modo si supera il 90%, valore minimo che bisogna raggiungere sommando le masse modali efficaci dei modi che si vogliono considerare (BSSC 2004).

Ai fini delle analisi dinamiche tutta la procedura è stata sviluppata, come è illustrato al capitolo 3, anche nello spazio degli stati.

Con riferimento alla registrazione accelerometrica 000055xa-Friuli, nelle Figure 6.7.3-6.7.5, avendo preso in esame il contributo solo del primo modo di vibrazione del sistema strutturale integrato, si riportano, per ogni livello, la risposta viscosa e viscoelastica, rispettivamente, del dispositivo viscoso lineare e del sistema di controvento viscoelastico confrontate con la risposta viscoelastica globale di quella maglia strutturale avendo considerato la proiezione orizzontale di tutte le forze.

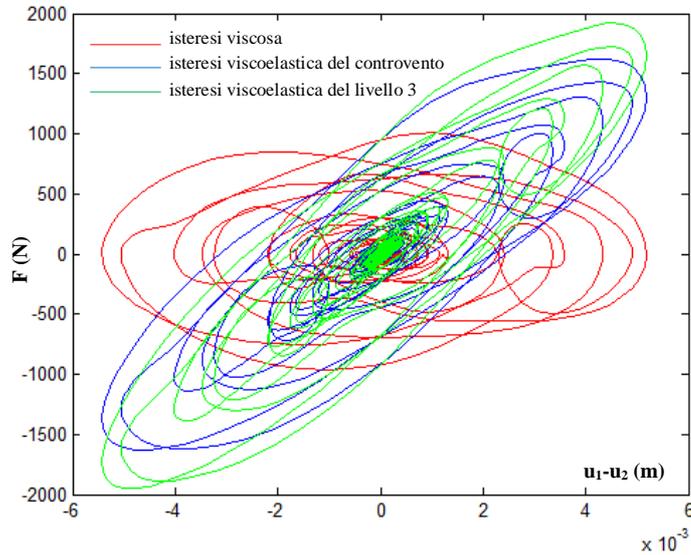


Figura 6.7.3 Cicli di isteresi al livello 3, valutati considerando solo il primo modo, relativi all'eccitazione 000055xa-Friuli

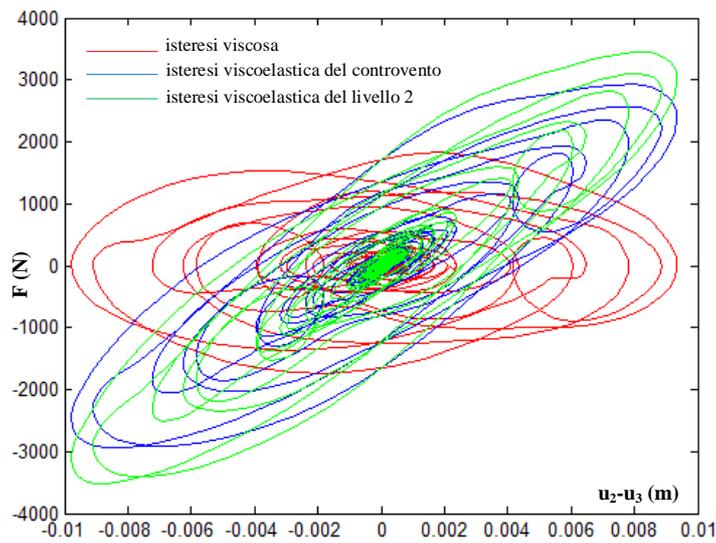


Figura 6.7.4 Cicli di isteresi al livello 2, valutati considerando solo il primo modo, relativi all'eccitazione 000055xa-Friuli

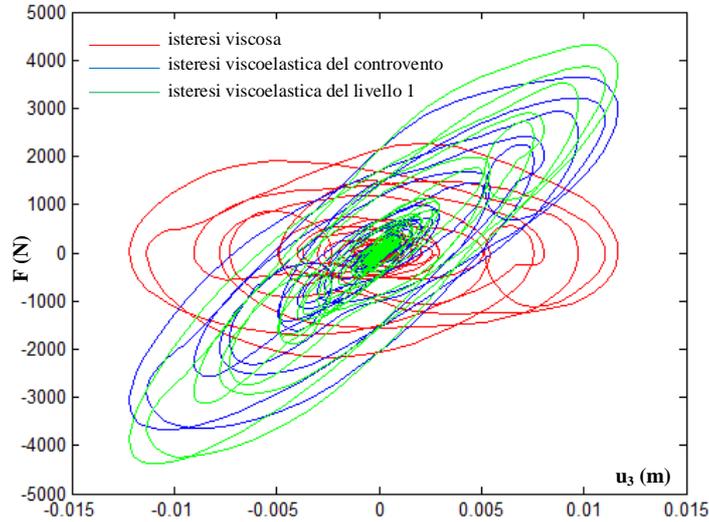


Figura 6.7.5 Cicli di isteresi al livello 1, valutati considerando solo il primo modo, relativi all'eccitazione 000055xa-Friuli

Applicando il metodo dell'energia di deformazione modale su sistemi a più gradi di libertà (MDOF), illustrato nel paragrafo 3.2.1, impiegando le equazioni (3.2.1.9) e (3.2.1.10), è stato possibile valutare l'energia dissipata dai dispositivi viscosi lineari e l'energia elastica del sistema, relativamente alla prima forma modale del sistema strutturale integrato, che risultano pari a:

$$\sum_j W_j = \frac{2\pi^2}{T_1} \sum_j c_j \phi_{dj}^2 \cos^2 \vartheta_j = 1.4660e + 005 \text{ Nm}$$

$$W_k = \Phi_1^T \mathbf{K} \Phi_1 = \Phi_1^T \omega_1^2 \mathbf{M} \Phi_1 = \sum_i \omega_1^2 m_i \phi_i^2 = \frac{4\pi^2}{T_1^2} \sum_i m_i \phi_i^2 = 1.1698e + 005 \text{ Nm}$$

è stato, quindi, possibile, utilizzando le equazioni (3.2.1.8) e (3.2.1.11), valutare il rapporto adimensionale di smorzamento sulla prima forma modale, che risulta essere:

$$\zeta_d = \frac{\frac{2\pi^2}{T_1} \sum_j c_j \phi_{rj}^2 \cos^2 \vartheta_j}{2\pi \frac{4\pi^2}{T_1^2} \sum_i m_i \phi_i^2} = \frac{T_1 \sum_j c_j \phi_{rj}^2 \cos^2 \vartheta_j}{4\pi \sum_i m_i \phi_i^2} = 0.20$$

Nel rispetto dell'equazione (3.2.1.7), lo smorzamento complessivo vale:

$$\xi = \zeta_s + \zeta_d = 22\%$$

Si sottolinea che nell'applicazione del metodo dell'energia di deformazione modale, impiegato per la valutazione del fattore di smorzamento sulla prima forma modale, è stato tenuto esplicitamente in conto il comportamneto dinamico del sistema di controvento viscoelastico impiegando le grandezze dinamiche delle costanti di viscosità e delle rigidezze delle diagonali di ogni maglia strutturale valutate in funzione della pulsazione smorzata della prima forma modale del sistema strutturale integrato.

Con riferimento alla stessa registrazione accelerometrica 000055xa-Friuli, nelle Figure 6.7.6-6.7.8, avendo preso in esame il contributo di tutti i modi di vibrazione del sistema strutturale integrato, si riportano, per ogni livello, la risposta viscosa e viscoelastica, rispettivamente, del dispositivo viscoso lineare e del sistema di controvento viscoelastico confrontate con la risposta viscoelastica globale di quella maglia strutturale avendo considerato la proiezione orizzontale di tutte le forze.

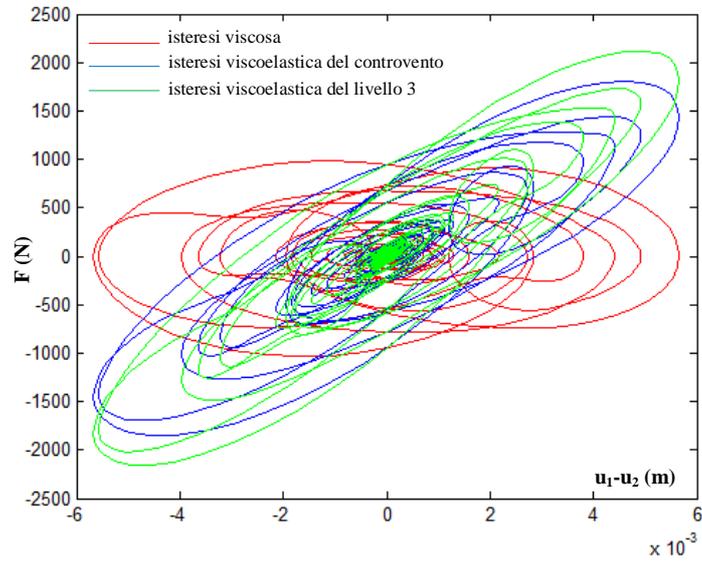


Figura 6.7.6 Cicli di isteresi al livello 3, valutati considerando tutti e tre i modi, relativi all'eccitazione 000055xa-Friuli

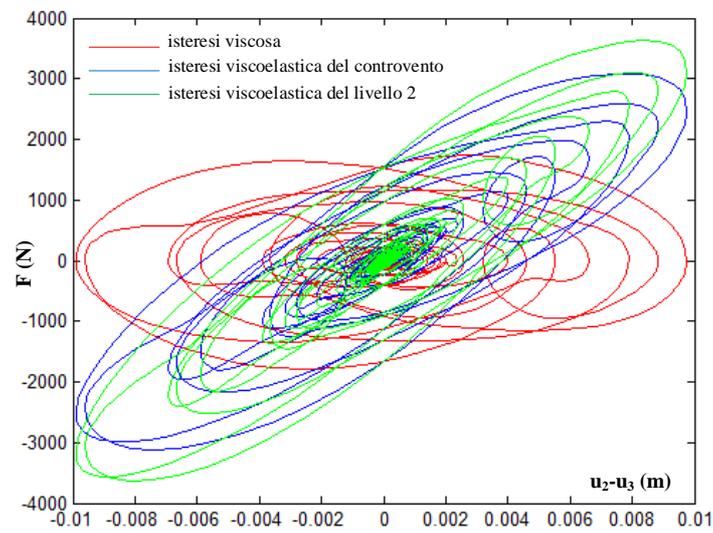


Figura 6.7.7 Cicli di isteresi al livello 2, valutati considerando tutti e tre i modi, relativi all'eccitazione 000055xa-Friuli

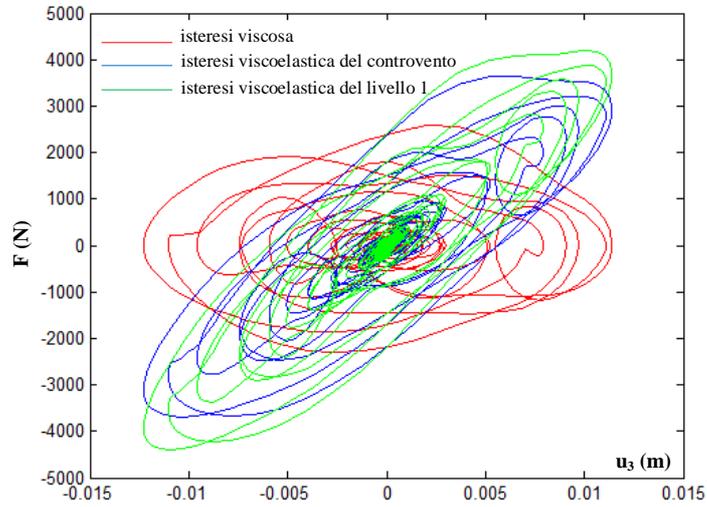


Figura 6.7.8 Cicli di isteresi al livello 1, valutati considerando tutti e tre i modi, relativi all'eccitazione 000055xa-Friuli

Con riferimento alla stessa registrazione accelerometrica 000055xa-Friuli in Figura 6.7.9 si riportano i contributi dei vari modi.

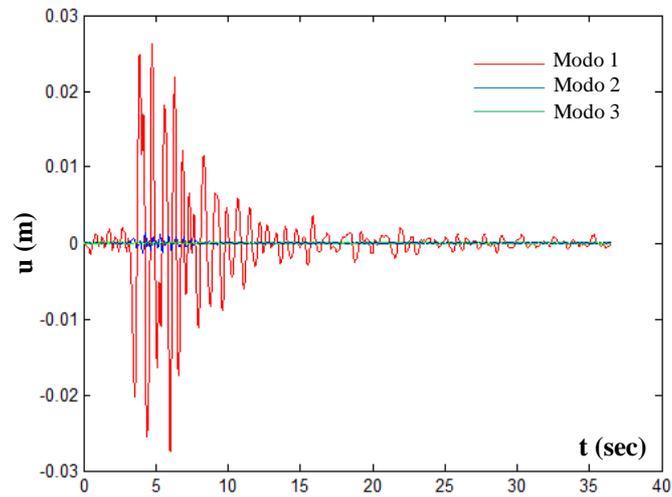


Figura 6.7.9 Contributi dei vari modi relativi all'eccitazione 000055xa-Friuli

Sulla base delle equazioni (1.2.5)-(1.2.10), dell'equazione (1.2.12), delle equazioni (6.7.1)-(6.7.7) e delle equazioni (6.7.12)-(6.7.15), è possibile estendere il bilancio di energia "relativa" (Bertero and Uang 1992; Fajfar and Krawinkler 2005) di un sistema ad un grado di libertà al sistema strutturale integrato a più gradi di libertà in esame, come segue:

$$\int_t \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} dt + \int_t \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{C}_s \dot{\mathbf{u}} dt + \int_t \dot{\mathbf{u}}^T (\mathbf{C}'_v \cos^2 \vartheta) \dot{\mathbf{u}} dt + \int_t \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{K}_s \mathbf{u} dt + \int_t \dot{\mathbf{u}}^T (\mathbf{K}'_b \cos^2 \vartheta) \mathbf{u} dt = - \int_t \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}_g dt \quad (6.7.31)$$

$$\frac{1}{2} \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{u}} + \int_t \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{C}_s \dot{\mathbf{u}} dt + \int_t \dot{\mathbf{u}}^T (\mathbf{C}'_v \cos^2 \vartheta) \dot{\mathbf{u}} dt + \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{K}_s \mathbf{u} + \frac{1}{2} \mathbf{u}^T (\mathbf{K}'_b \cos^2 \vartheta) \mathbf{u} = - \int_t \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}_g dt \quad (6.7.32)$$

$$E_K + E_{D,structure} + E_{D,devices} + E_{E,structure} + E_{E,braces} = E_I \quad (6.7.33)$$

in cui, al primo membro, sono distinte le aliquote cumulate, valutate in termini relativi, dell'energia cinetica del sistema, dell'energia viscosa sia del sistema principale che del sistema di controventamento dissipativo e dell'energia elastica sia del sistema principale che del sistema di controventamento dissipativo, la cui somma deve eguagliare l'energia cumulata in ingresso.

In Figura 6.7.10 sono rappresentate, al variare del tempo, le suddette aliquote cumulate di energia del sistema strutturale integrato, con riferimento alla stessa registrazione accelerometrica 000055xa-Friuli.

Considerando, poi, le sette registrazioni accelerometriche nelle Figure 6.7.11-6.7.17 sono riportate le risposte in termini di spostamento relativo rispetto al suolo di ognuno dei tre livelli del sistema MDOF.

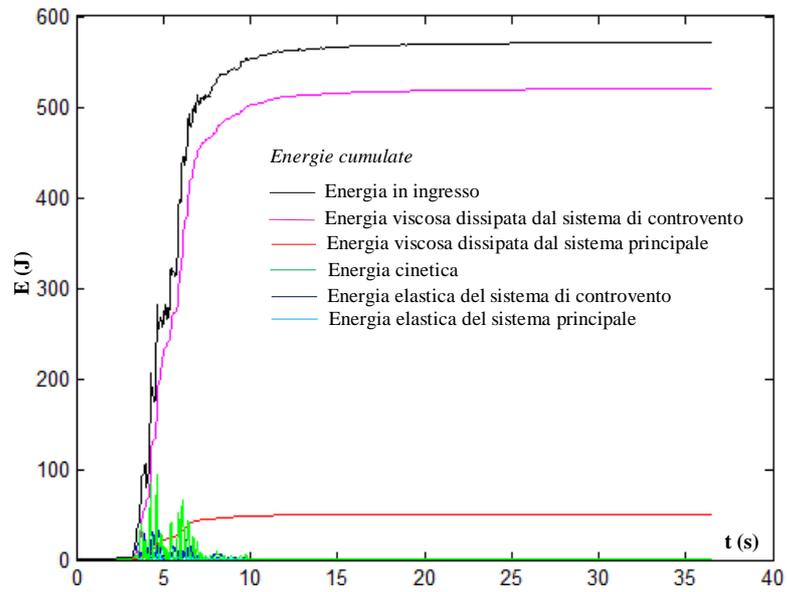


Figura 6.7.10 Energie cumulate del sistema strutturale integrato a più gradi di libertà relative all'eccitazione 000055xa-Friuli

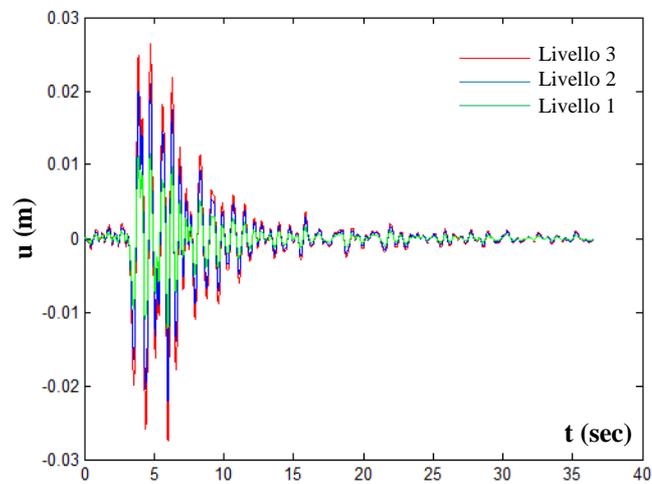


Figura 6.7.11 Risposta della struttura integrata MDOF all'eccitazione 000055xa-Friuli

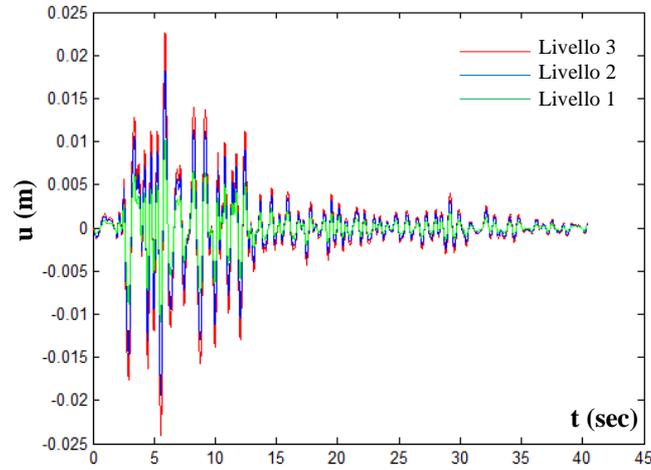


Figura 6.7.12 Risposta della struttura integrata MDOF all'eccitazione 000198xa-Montenegro

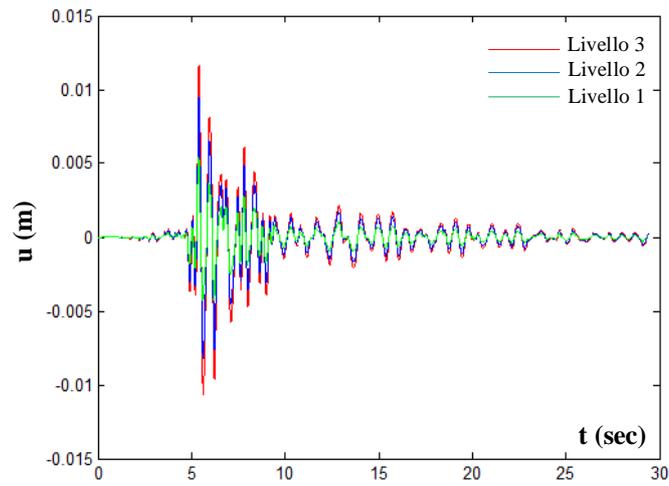


Figura 6.7.13 Risposta della struttura integrata MDOF all'eccitazione 000665xa-Umbria Marche

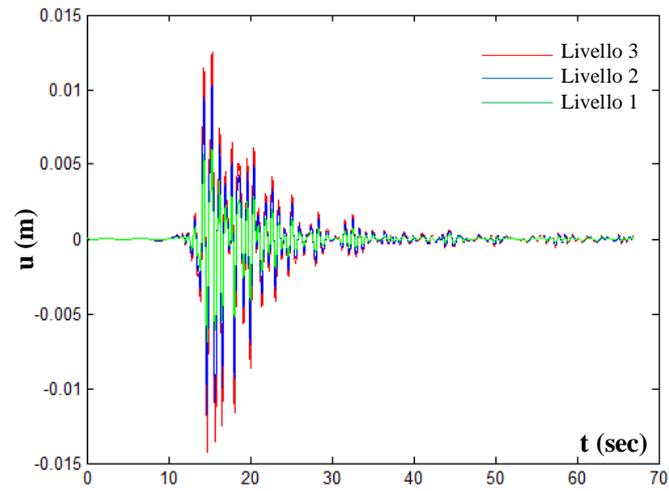


Figura 6.7.14 Risposta della struttura integrata MDOF all'eccitazione 004675ya-South Iceland

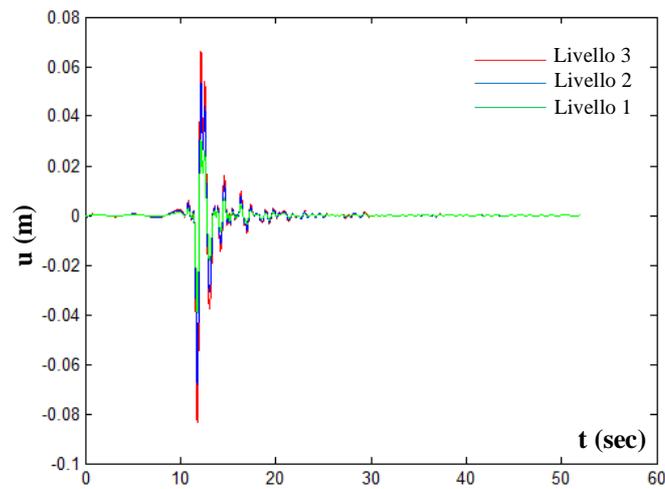


Figura 6.7.15 Risposta della struttura integrata MDOF all'eccitazione 006332ya-South Iceland (after shock)

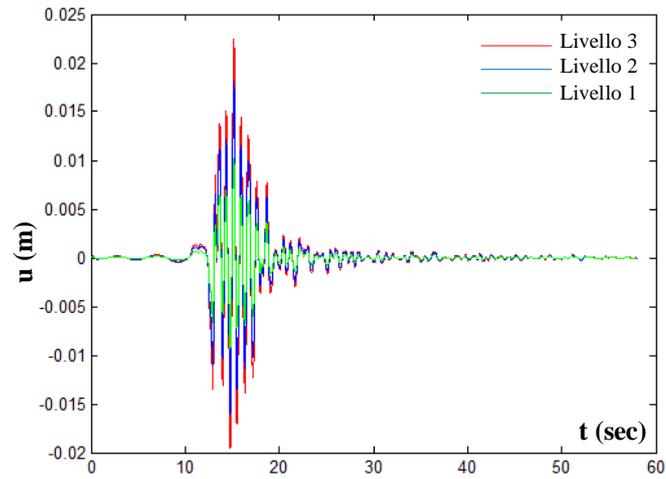


Figura 6.7.16 Risposta della struttura integrata MDOF all'eccitazione 006335xa-South Iceland (after shock)

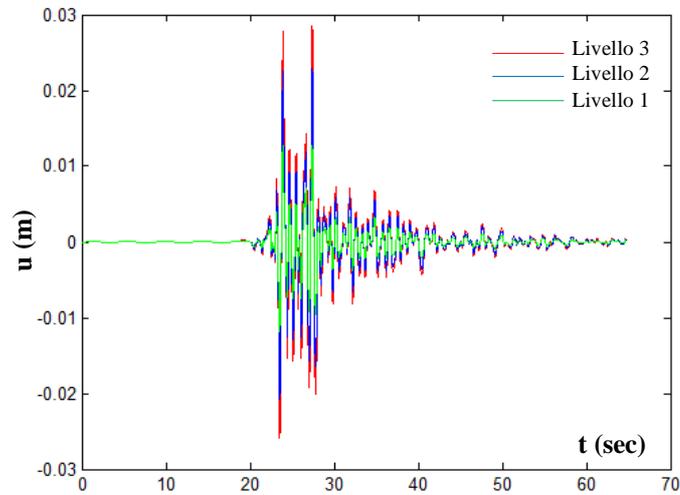


Figura 6.7.17 Risposta della struttura integrata MDOF all'eccitazione 007142ya-Bingol

In Tabella 6.7.1 sono riportati i valori massimi delle risposta del sistema strutturale integrato MDOF alle sette registrazioni accelerometriche considerate ed il corrispondente valor medio.

Lo spostamento medio risulta essere pari a 2.72 cm, inferiore della prestazione limite desiderata di 3 cm, confermando l'efficacia della metodologia della progettazione integrata.

Tabella 6.7.1 Risposta del sistema strutturale integrato MDOF alle sette registrazioni accelerometriche considerate

sisma	u
000055xa-Friuli	2.64 cm
000198xa-Montenegro	2.26 cm
000665xa-Umbria Marche	1.17 cm
004675ya-South Iceland	1.25 cm
006332ya-South Iceland (after shock)	6.62 cm
006335xa-South Iceland (after shock)	2.24 cm
007142ya-Bingol	2.86 cm
u(media)	2.72 cm

6.8 VERIFICA DELL'EFFICACIA DELLA METODOLOGIA DI PROGETTO INTEGRATO SU UN SISTEMA A PIU' GRADI DI LIBERTA' CON RIGIDENZE VARIABILI IN ELEVAZIONE

Nel presente paragrafo si intende estendere quanto illustrato nel precedente paragrafo ad un'analogia struttura integrata MDOF (Figura 6.7.1) con l'unica differenza di avere incrementi di rigidezza del 20% tra due livelli consecutivi, variazione di rigidezza che, come indicato dalle NTC08 (NTC 2008), è compresa nel limite entro il quale la struttura è definibile ancora regolare.

Tale variazione della matrice di rigidezza comporterà una modifica del fattore di partecipazione della prima forma modale "G₁" come si evince dalla (6.8.20). Analogamente al caso precedente, con riferimento al periodo T₁=0.78 ovvero ω₁ = 7.9746 rad/sec e alla prestazione di "3 cm/G₁", si hanno le seguenti grandezze:

- ζ₁ = 23%
- k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale} = 0.208
- c_v ottimo = 12.9859 Nsec/m x massa
- k_b ottimo = 103.8582 N/m x massa
- τ = 0.1250
- ω_{1,D} = ω₁√(1 - ζ₁²) = 7.7608 rad/sec

Scrivendo le equazioni del moto dei tre livelli nel dominio del tempo a partire dall'ultimo livello ovvero k₁ è la rigidezza dell'ultimo livello e k₃ è la rigidezza del primo livello, tale che lo spostamento di ogni livello sia lo spostamento relativo tra quel livello ed il suolo, si ha un sistema di equazioni analogo al sistema di equazioni (6.7.1).

Essendo la massa "m" di ciascun livello e definendo "k" la rigidezza laterale del secondo livello, saranno "k/1.2" la rigidezza laterale dell'ultimo livello e "1.2k" la rigidezza laterale del primo livello. Al fine di avere la pulsazione della prima forma modale pari a ω₁ = 7.9746 rad/sec, il valore della rigidezza "k" deve essere pari a 300000 N/m, come illustrato in Figura 6.8.1 in cui è riportato l'andamento della rigidezza del secondo piano in funzione del quadrato della pulsazione della prima forma modale con riferimento ad una struttura di tre livelli, con massa di 1000 kg a livello e con incrementi percentuali di rigidezza tra due livelli consecutivi pari al 20%.

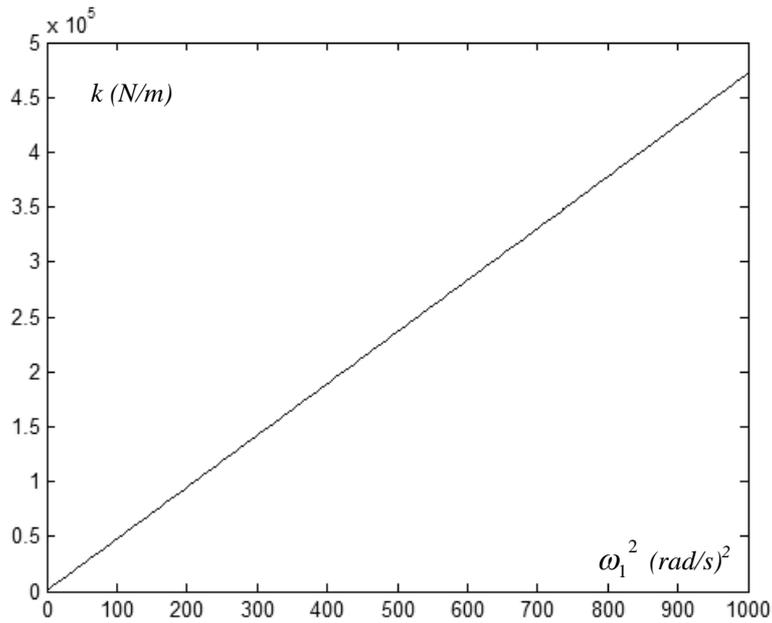


Figura 6.8.1 Rigidezza del secondo piano in funzione di ω_1^2

La matrice delle masse \mathbf{M} risulta essere del tutto uguale a quella (6.7.3).

Quindi la matrice di rigidezza laterale totale \mathbf{K} del sistema integrato vale:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 250000 & -250000 & 0 \\ -250000 & 550000 & -300000 \\ 0 & -300000 & 660000 \end{bmatrix} \quad (6.8.1)$$

Analogamente al caso precedente, il rapporto economicamente ottimo tra la rigidezza laterale del sistema principale e la rigidezza laterale complessiva del sistema strutturale integrato, $k_{\text{lateralestruttura}}/k_{\text{lateraletotale}}$, vale 0.208 e ne segue che la matrice di rigidezza laterale del sistema principale \mathbf{K}_s vale:

$$\mathbf{K}_s = 0.208\mathbf{K} \quad (6.8.2)$$

la matrice di rigidezza dinamica \mathbf{K}'_b del sistema dissipativo viscoelastico è la complementare e, quindi, vale:

$$\mathbf{K}'_b \cos^2 \mathcal{G} = \mathbf{K} - \mathbf{K}_s \quad (6.8.3)$$

Analogamente al caso precedente, noto il tempo di rilassamento “ τ ” e la pulsazione smorzata della prima forma modale, nel rispetto dell’equazione (4.3.4), è possibile passare alla matrice di rigidezza statica del sistema dissipativo viscoelastico \mathbf{K}_b sfruttando la seguente relazione:

$$\mathbf{K}_b = \mathbf{K}'_b \begin{pmatrix} 1 + \tau^2 \omega_{1,D}^2 \\ \tau^2 \omega_{1,D}^2 \end{pmatrix} \quad (6.8.4)$$

La matrice Φ degli autovettori normalizzati imponendo uguale ad 1 la prima componente di ogni autovettore risulta essere (equazione (6.8.5)):

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 \\ 0.7453 & -0.7860 & -2.7993 \\ 0.3750 & -1.1045 & 2.8975 \end{bmatrix} \quad (6.8.5)$$

Gli autovettori rappresentano la forma del relativo modo. Gli autovalori sono i quadrati delle pulsazioni delle relative forme modali: $\lambda_i = \omega_i^2$. È possibile, analogamente, ottenere la matrice diagonale degli autovalori Ω^2 (equazione (6.8.6)).

$$\Omega^2 = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_3^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 63.6636 & 0 & 0 \\ 0 & 446.5045 & 0 \\ 0 & 0 & 949.8319 \end{bmatrix} \quad (6.8.6)$$

In analogia al caso precedente, con riferimento alla matrice di smorzamento intrinseco proprio della struttura si è adottata una matrice di smorzamento alla Rayleigh proporzionale sia alla matrice delle masse che delle rigidezze avendo imposto uno smorzamento del 2% sulle prime due forme modali:

$$\mathbf{C}_s = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 557.2 & -343.5 & 0 \\ -343.5 & 987.4 & -412.2 \\ 0 & -412.2 & 1138.6 \end{bmatrix} \quad (6.8.7)$$

dove

$$\beta = \zeta \frac{2}{(\omega_1 + \omega_2)} = 0.0014 \quad (6.8.8)$$

$$\alpha = \beta(\omega_1 \omega_2) = 0.2317$$

Con riferimento alla matrice di smorzamento aggiuntivo \mathbf{C}'_v dinamica del sistema dissipativo viscoelastico si è adottata una matrice di smorzamento alla Rayleigh tale che la corrispondente matrice statica di smorzamento aggiuntivo sia proporzionale solo alla matrice di rigidità statica del sistema dissipativo viscoelastico tramite il fattore di proporzionalità: tempo di rilassamento “ τ ”.

$$\mathbf{C}_v = \tau \mathbf{K}_b \quad (6.8.9)$$

E' possibile passare alla matrice di smorzamento aggiuntivo dinamica \mathbf{C}'_v del sistema dissipativo viscoelastico, nel rispetto dell'equazione (4.3.5), sfruttando la seguente relazione:

$$\mathbf{C}'_v \cos^2 \mathcal{G} = \left(\mathbf{C}_v \frac{1}{(1 + \tau^2 \omega_{1,D}^2)} \right) \cos^2 \mathcal{G} =$$

$$= \begin{bmatrix} c'_1 & -c'_1 & 0 \\ -c'_1 & c'_1 + c'_2 & -c'_2 \\ 0 & -c'_2 & c'_2 + c'_3 \end{bmatrix} \cos^2 \mathcal{G} = \begin{bmatrix} 13157 & -13157 & 0 \\ -13157 & 28946 & -15789 \\ 0 & -15789 & 34735 \end{bmatrix} \quad (6.8.10)$$

In tal modo la matrice di smorzamento complessiva $\mathbf{C} = \mathbf{C}_s + \mathbf{C}'_v \cos^2 \mathcal{G}$ è diagonalizzabile con la stessa base di autovettori. E' verificata la suddetta diagonalizzazione in quanto risulta anche rispettato il criterio di Caughey:

$$\mathbf{C} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} = \mathbf{K} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C}$$

Facendo il cambiamento di base:

$$\mathbf{u} = \Phi \mathbf{y} \quad (6.8.11)$$

è possibile calcolare la matrice delle masse generalizzate:

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi = \begin{bmatrix} m_1^* & 0 & 0 \\ 0 & m_2^* & 0 \\ 0 & 0 & m_3^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1696 & 0 & 0 \\ 0 & 2838 & 0 \\ 0 & 0 & 17232 \end{bmatrix} \quad (6.8.12)$$

la matrice delle rigidezze generalizzate:

$$\Phi^T \mathbf{K} \Phi = \begin{bmatrix} k_1^* & 0 & 0 \\ 0 & k_2^* & 0 \\ 0 & 0 & k_3^* \end{bmatrix} = 10^7 \begin{bmatrix} 0.0108 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.1267 & -0.0000 \\ 0.0000 & -0.0000 & 1.6367 \end{bmatrix} \quad (6.8.13)$$

la matrice delle costanti di viscosità generalizzate:

$$\Phi^T \mathbf{C} \Phi = \begin{bmatrix} c_1^* & 0 & 0 \\ 0 & c_2^* & 0 \\ 0 & 0 & c_3^* \end{bmatrix} = 10^5 \begin{bmatrix} 0.0568 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.6668 & -0.0000 \\ 0.0000 & -0.0000 & 8.6139 \end{bmatrix} \quad (6.8.14)$$

il vettore delle forze generalizzate:

$$\Phi^T \mathbf{F}(t) = \begin{bmatrix} f_1^*(t) \\ f_2^*(t) \\ f_3^*(t) \end{bmatrix} = -\Phi^T (\mathbf{M} \mathbf{r}) \ddot{u}_g(t) \quad (6.8.15)$$

dove

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6.8.16)$$

Ne segue che nello spazio modale le equazioni risultano disaccoppiate perché tutte le matrici generalizzate sono diagonali e, quindi, il sistema di equazioni che ne deriva risulta:

$$\begin{aligned}
 m_1^* \ddot{y}_1(t) + c_1^* \dot{y}_1(t) + k_1^* y_1(t) &= f_1^*(t) \\
 m_2^* \ddot{y}_2(t) + c_1^* \dot{y}_2(t) + k_2^* y_2(t) &= f_2^*(t) \\
 m_3^* \ddot{y}_3(t) + c_1^* \dot{y}_3(t) + k_3^* y_3(t) &= f_3^*(t)
 \end{aligned} \tag{6.8.17}$$

in forma matriciale:

$$\mathbf{\Phi}^T \mathbf{M} \mathbf{\Phi} \ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{\Phi}^T \mathbf{C} \mathbf{\Phi} \dot{\mathbf{y}} + \mathbf{\Phi}^T \mathbf{K} \mathbf{\Phi} \mathbf{y} = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{F}(t) \tag{6.8.18}$$

Il fattore di partecipazione della i -esima forma modale è definito come:

$$G_i = \frac{\boldsymbol{\varphi}_i^T (\mathbf{M} \mathbf{r})}{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i} = \frac{\boldsymbol{\varphi}_i^T (\mathbf{M} \mathbf{r})}{m_i^*} \tag{6.8.19}$$

Quindi il vettore dei fattori di partecipazione risulta essere:

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} 1.2501 \\ -0.3138 \\ 0.0637 \end{bmatrix} \tag{6.8.20}$$

Adimensionalizzando la (6.8.17) rispetto alla i -esima massa generalizzata, si ha:

$$\begin{aligned}
 \ddot{y}_1(t) + 2\zeta_1 \omega_1 \dot{y}_1(t) + \omega_1^2 y_1(t) &= -G_1 \ddot{u}_g(t) \\
 \ddot{y}_2(t) + 2\zeta_2 \omega_2 \dot{y}_2(t) + \omega_2^2 y_2(t) &= -G_2 \ddot{u}_g(t) \\
 \ddot{y}_3(t) + 2\zeta_3 \omega_3 \dot{y}_3(t) + \omega_3^2 y_3(t) &= -G_3 \ddot{u}_g(t)
 \end{aligned} \tag{6.8.21}$$

I rapporti di smorzamento adimensionali valgono:

$$\boldsymbol{\zeta} = \begin{bmatrix} 23\% \\ 58\% \\ 81\% \end{bmatrix} \tag{6.8.22}$$

Le masse modali efficaci risultano essere:

$$\hat{m}_i = \boldsymbol{\varphi}_i^T (\mathbf{M} \mathbf{r}) \frac{\boldsymbol{\varphi}_i^T (\mathbf{M} \mathbf{r})}{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i} = \boldsymbol{\varphi}_i^T (\mathbf{M} \mathbf{r}) \frac{\boldsymbol{\varphi}_i^T (\mathbf{M} \mathbf{r})}{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i} \frac{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i}{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i} = \boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i G_i^2 \tag{6.8.23}$$

La matrice delle masse modali efficaci è pari:

$$\widehat{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} \widehat{m}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \widehat{m}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \widehat{m}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2650.6 & 0 & 0 \\ 0 & 279.5 & 0 \\ 0 & 0 & 70.0 \end{bmatrix} \quad (6.8.24)$$

La somma delle masse modali efficaci di tutte le forme modali deve dare la somma delle masse di tutti i piani della struttura cioè 3000 kg.

La percentuale di massa modale effettiva risulta essere:

$$\frac{\widehat{\mathbf{M}}}{3m} = \begin{bmatrix} \frac{\widehat{m}_1}{3m} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\widehat{m}_2}{3m} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\widehat{m}_3}{3m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 88.35\% & -0.00\% & 0.00\% \\ -0.00\% & 9.32\% & 0.00\% \\ 0\% & 0.00\% & 2.33\% \end{bmatrix} \quad (6.8.25)$$

ovvero la traccia della suddetta matrice è 100%.

Tutta la procedura può essere svolta, come è stato fatto ed illustrato al capitolo 3, analogamente nello spazio degli stati.

Analogamente al caso precedente, con riferimento alla registrazione accelerometrica 000055xa-Friuli, nelle Figure 6.8.2-6.8.4, avendo preso in esame il contributo solo del primo modo di vibrazione del sistema strutturale integrato, si riportano, per ogni livello, la risposta viscosa e viscoelastica, rispettivamente, del dispositivo viscoso lineare e del sistema di controvento viscoelastico confrontate con la risposta viscoelastica globale di quella maglia strutturale avendo considerato la proiezione orizzontale di tutte le forze.

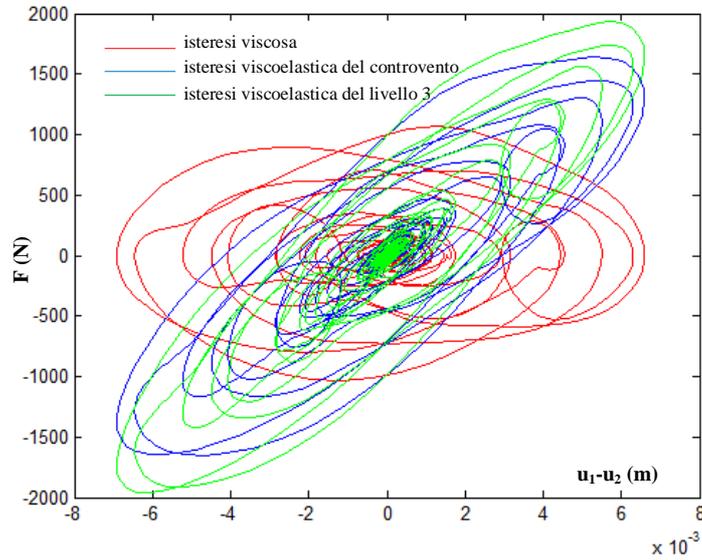


Figura 6.8.2 Cicli di isteresi al livello 3, valutati considerando solo il primo modo, relativi all'eccitazione 000055xa-Friuli

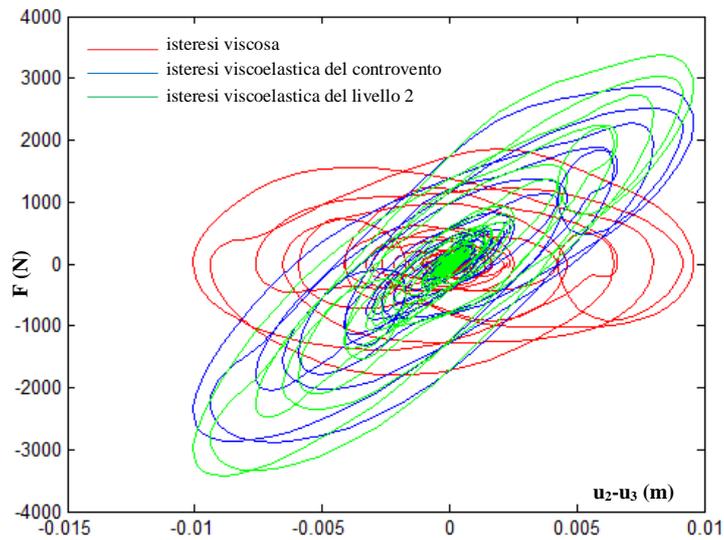


Figura 6.8.3 Cicli di isteresi al livello 2, valutati considerando solo il primo modo, relativi all'eccitazione 000055xa-Friuli

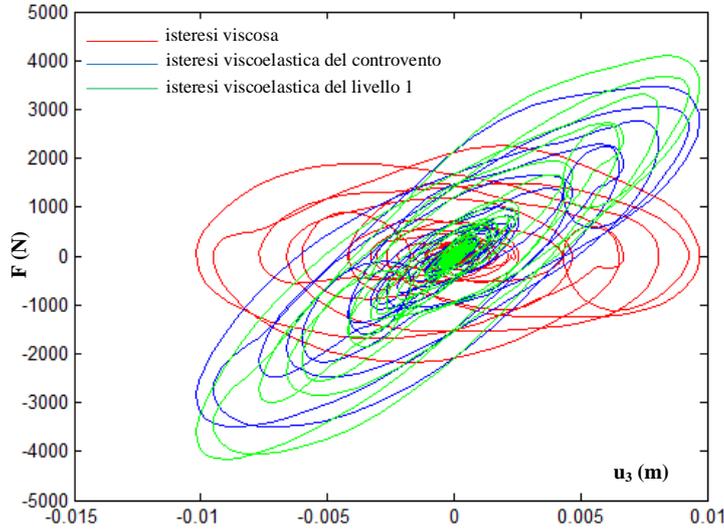


Figura 6.8.4 Cicli di isteresi al livello 1, valutati considerando solo il primo modo, relativi all'eccitazione 000055xa-Friuli

Applicando il metodo dell'energia di deformazione modale su sistemi a più gradi di libertà (MDOF), come nel caso precedente, è stato possibile valutare l'energia dissipata dai dispositivi viscosi lineari e l'energia elastica del sistema, relativamente alla prima forma modale del sistema strutturale integrato, che risultano pari a:

$$\sum_j W_j = \frac{2\pi^2}{T_1} \sum_j c_j \phi_{dj}^2 \cos^2 \vartheta_j = 1.4230e + 005 \text{ Nm}$$

$$W_k = \Phi_1^T \mathbf{K} \Phi_1 = \Phi_1^T \omega_1^2 \mathbf{M} \Phi_1 = \sum_i \omega_1^2 m_i \phi_i^2 = \frac{4\pi^2}{T_1^2} \sum_i m_i \phi_i^2 = 1.0798e + 005 \text{ Nm}$$

è stato, quindi, possibile, valutare il rapporto adimensionale di smorzamento sulla prima forma modale, che risulta essere:

$$\zeta_d = \frac{\frac{2\pi^2}{T_1} \sum_j c_j \phi_{dj}^2 \cos^2 \vartheta_j}{2\pi \frac{4\pi^2}{T_1^2} \sum_i m_i \phi_i^2} = \frac{T_1 \sum_j c_j \phi_{dj}^2 \cos^2 \vartheta_j}{4\pi \sum_i m_i \phi_i^2} = 0.21$$

Nel rispetto dell'equazione (3.2.1.7), lo smorzamento complessivo vale:

$$\xi = \zeta_s + \zeta_d = 23\%$$

Con riferimento alla stessa registrazione accelerometrica 000055xa-Friuli, nelle Figure 6.8.5-6.8.7, avendo preso in esame il contributo di tutti i modi di vibrazione del sistema strutturale integrato, si riportano, per ogni livello, la risposta viscosa e viscoelastica, rispettivamente, del dispositivo viscoso lineare e del sistema di controvento viscoelastico confrontate con la risposta viscoelastica globale di quella maglia strutturale avendo considerato la proiezione orizzontale di tutte le forze.

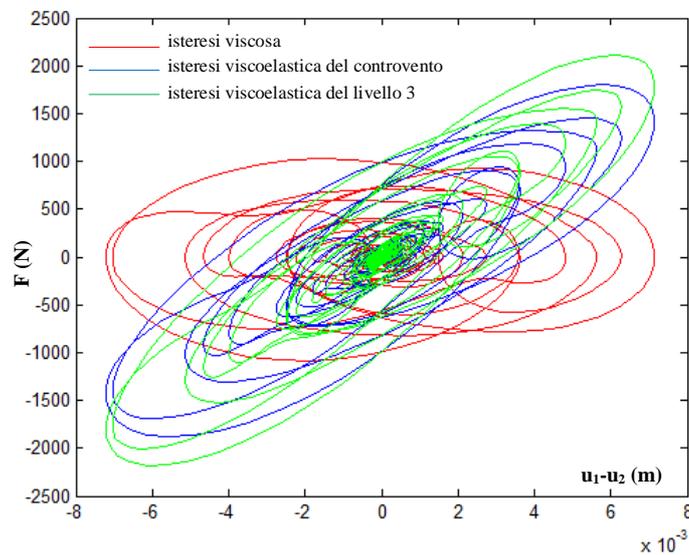


Figura 6.8.5 Cicli di isteresi al livello 3, valutati considerando tutti e tre i modi, relativi all'eccitazione 000055xa-Friuli

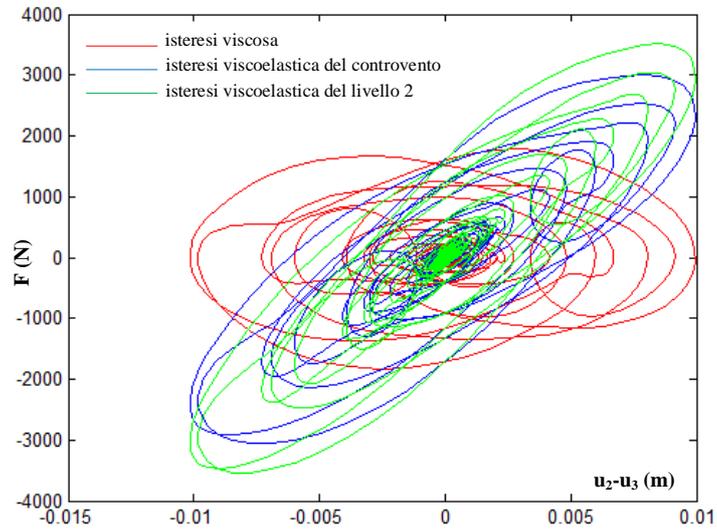


Figura 6.8.6 Cicli di isteresi al livello 2, valutati considerando tutti e tre i modi, relativi all'eccitazione 000055xa-Friuli

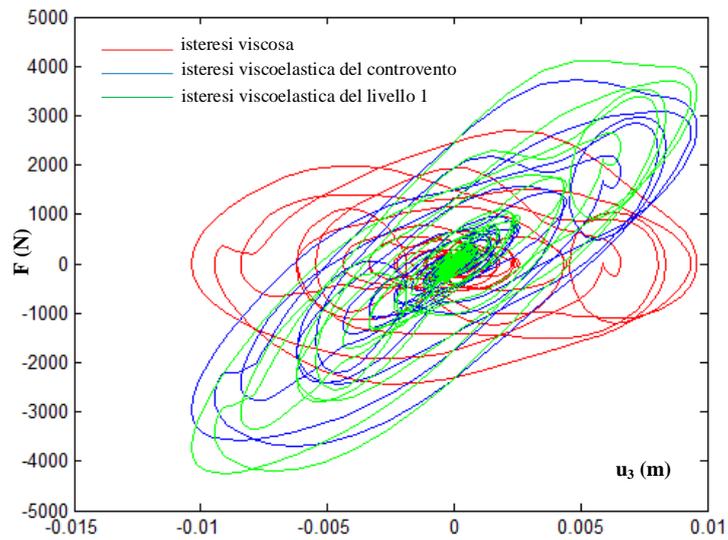


Figura 6.8.7 Cicli di isteresi al livello 1, valutati considerando tutti e tre i modi, relativi all'eccitazione 000055xa-Friuli

Dalle Figure 6.8.2-6.8.7 si riscontra come, rispetto al caso precedente, la struttura sia più deformabile all'ultimo livello e più rigida al primo livello presentando a parità di forza, non essendo né variata la massa sismica e né la domanda sismica ed essendo caratterizzata da una distribuzione di costanti di viscosità proporzionali alla rigidezza, maggiori spostamenti all'ultimo livello e minori spostamenti al primo livello. In altri termini non essendo variata la domanda sismica e né la capacità sismica globale del sistema strutturale integrato, ma essendo variata la distribuzione della propria capacità viscoelastica in elevazione, è, conseguenzialmente, variata la dinamica del sistema nel suo sviluppo in elevazione.

Con riferimento alla registrazione accelerometrica 000055xa-Friuli in Figura 6.8.8 si riportano i contributi dei vari modi ed, analogamente al caso precedente, in Figura 6.8.9, sono rappresentate, al variare del tempo, le aliquote cumulate, valutate in termini relativi, dell'energia in ingresso, dell'energia cinetica del sistema, dell'energia viscosa sia del sistema principale che del sistema di controventamento dissipativo e dell'energia elastica sia del sistema principale che del sistema di controventamento dissipativo.

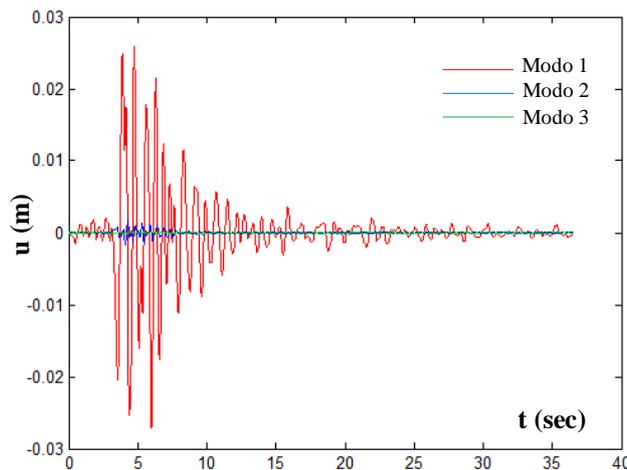


Figura 6.8.8 Contributi dei vari modi relativi all'eccitazione 000055xa-Friuli

Considerando, infine, le sette registrazioni accelerometriche nelle Figure 6.8.10-6.8.16 sono riportate le risposte in termini di spostamento relativo rispetto al suolo di ognuno dei tre livelli del sistema MDOF.

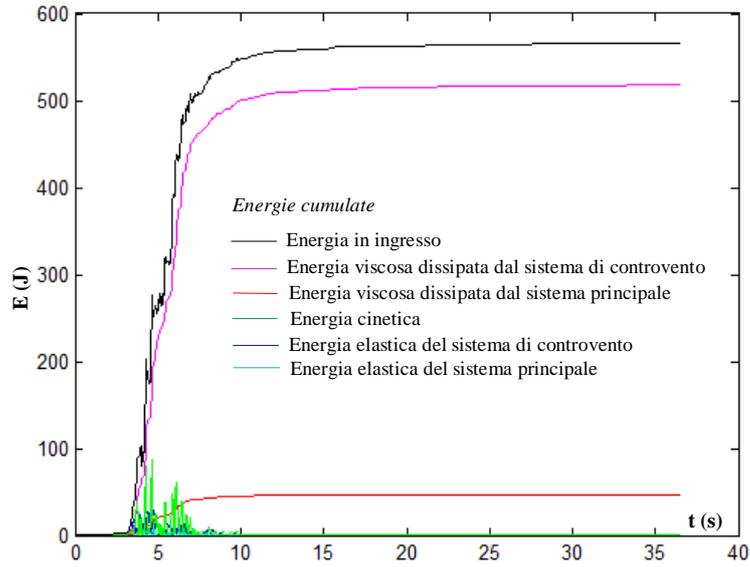


Figura 6.8.9 Energie cumulate del sistema strutturale integrato a più gradi di libertà relative all'eccitazione 000055xa-Friuli

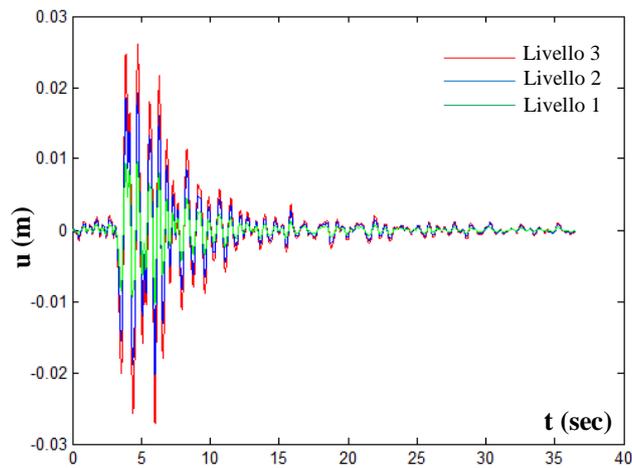


Figura 6.8.10 Risposta della struttura integrata MDOF all'eccitazione 000055xa-Friuli

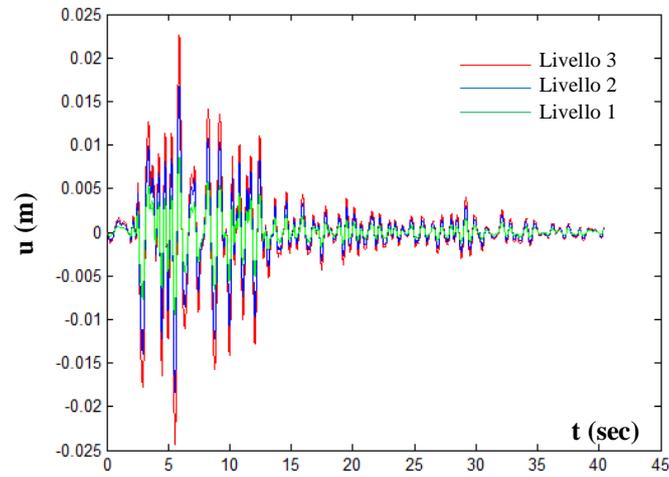


Figura 6.8.11 Risposta della struttura integrata MDOF all'eccitazione 000198xa-Montenegro

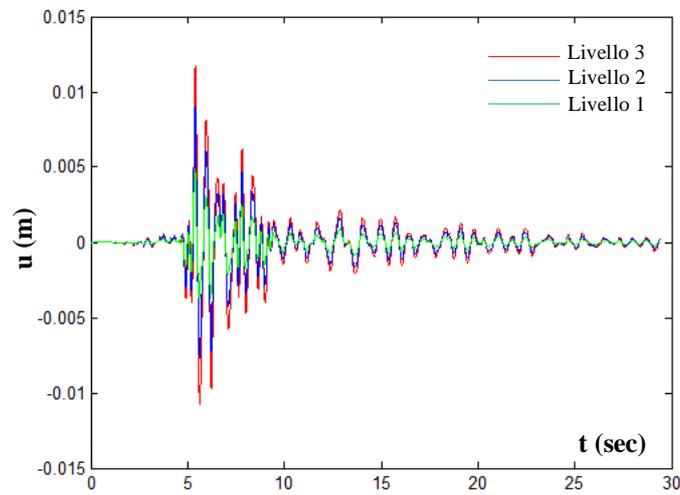


Figura 6.8.12 Risposta della struttura integrata MDOF all'eccitazione 000665xa-Umbria Marche

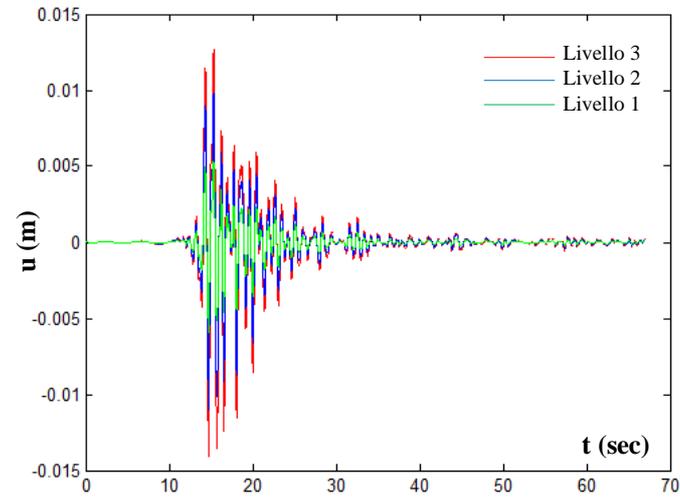


Figura 6.8.13 Risposta della struttura integrata MDOF all'eccitazione 004675ya-South Iceland

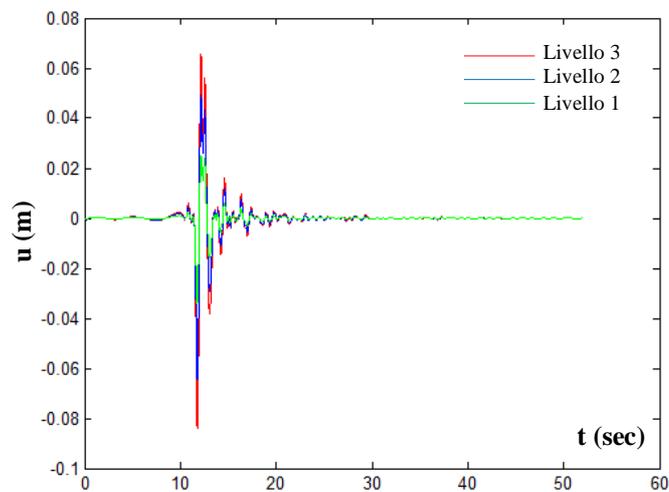


Figura 6.8.14 Risposta della struttura integrata MDOF all'eccitazione 006332ya-South Iceland (after shock)

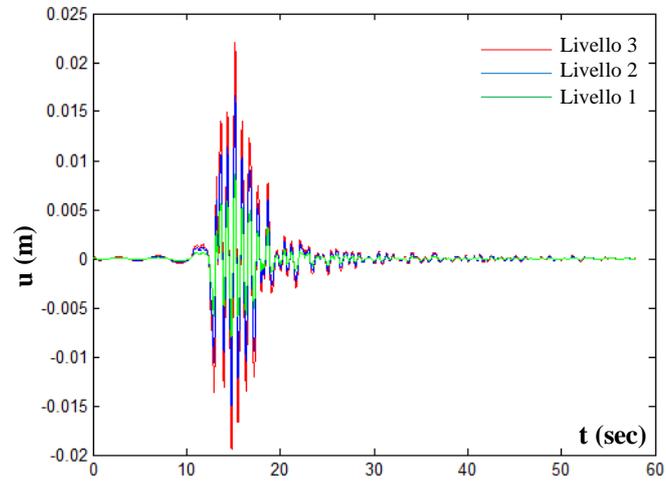


Figura 6.8.15 Risposta della struttura integrata MDOF all'eccitazione 006335xa-South Iceland (after shock)

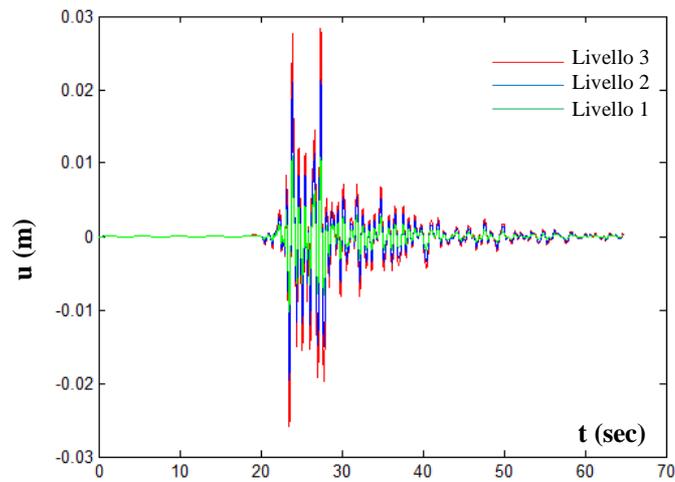


Figura 6.8.16 Risposta della struttura integrata MDOF all'eccitazione 007142ya-Bingol

In Tabella 6.8.1 sono riportati i valori massimi delle risposta del sistema strutturale integrato MDOF alle sette registrazioni accelerometriche considerate ed il corrispondente valor medio.

Anche in questo caso, lo spostamento medio pari a 2.70 cm, risulta essere inferiore della prestazione limite desiderata di 3 cm, confermando l'efficacia della metodologia della progettazione integrata.

Tabella 6.8.1 Risposta del sistema strutturale integrato MDOF alle sette registrazioni accelerometriche considerate

sisma	u
000055xa-Friuli	2.61 cm
000198xa-Montenegro	2.25 cm
000665xa-Umbria Marche	1.17 cm
004675ya-South Iceland	1.27 cm
006332ya-South Iceland (after shock)	6.54 cm
006335xa-South Iceland (after shock)	2.21 cm
007142ya-Bingol	2.84 cm
u(media)	2.70 cm

6.9 CONCLUSIONI

Il lavoro, come ampiamente discusso ed illustrato, ha esaminato la possibilità di affidare il controllo delle vibrazioni, tradizionalmente affidate alle sole risorse di rigidezza laterale del sistema di controvento elastico, anche a quelle viscoelastiche di un sistema di controvento dissipativo. Si è così proposta e sviluppata una procedura di progettazione integrata di un sistema strutturale dotato di controventi dissipativi viscoelastici, nel rispetto di un prefissato target prestazionale, variabile in un ampio range, nello spirito di un approccio prestazionale agli spostamenti. Nell'ipotesi semplificativa che il comportamento dinamico di un sistema ad "n" gradi di libertà, regolare in elevazione, sia governato dalla prima forma modale, si è fatto riferimento ad un modello semplice equivalente ad un singolo grado di libertà, facendo variare il suo periodo naturale di vibrazione in un ampio range ottenendo così una rappresentazione spettrale dei risultati.

Con riferimento al suddetto modello, le variabili di progetto considerate, quindi, sono state, in una prima fase, la rigidezza laterale del sistema strutturale principale, la rigidezza e la viscosità del sistema di controventamento dissipativo viscoelastico, imponendo un vincolo di minimo al valore della rigidezza laterale del sistema principale. In una seconda fase è stata considerata come altra variabile progettuale il periodo naturale del sistema strutturale integrato e, successivamente, è stato introdotto anche un vincolo sul valore massimo che può assumere il rapporto adimensionale di smorzamento.

La ricerca della combinazione ottimale delle variabili di progetto è stata condotta mediante analisi dinamiche al passo sotto l'azione di un set di registrazioni accelerometriche storiche non scalate compatibili, in termini di valor medio, con un assegnato spettro di progetto.

L'ottimo progettuale, riferito al sistema strutturale integrato equivalente e relativo ad una prefissata prestazione, è rappresentato dai valori delle grandezze di progetto, valutate sulla media delle domande corrispondenti alle registrazioni accelerometriche, che minimizzano una funzione di costo del sistema relativamente ad ognuna delle coppie di rapporti relativi di costo esaminate.

Per ognuno dei sette casi analizzati, quindi, sono stati ottenuti tre abachi progettuali con le rispettive curve di livello da cui è possibile ottenere i valori economicamente ottimi della rigidezza laterale del sistema strutturale principale, della rigidezza statica e della costante di viscosità statica del sistema dissipativo viscoelastico, che deve possedere un sistema strutturale integrato al variare del periodo naturale di vibrazione e della

prestazione desiderata, sito in un'area caratterizzata da quello specifico livello di intensità sismica.

La metodologia consiste nell'individuare, per fissati rapporti di costo, in funzione del periodo del sistema strutturale e della prestazione desiderata, la combinazione delle variabili di progetto economicamente ottima. Infatti si evidenzia che per i rapporti di costo C_v/C_s inferiori o uguali a dieci, per i periodi superiori a 0.5 sec e per elevate prestazioni (piccoli spostamenti) risulta sempre economicamente conveniente impiegare le risorse viscoelastiche del sistema di controventamento dissipativo ed avere il minimo valore di rigidezza laterale della struttura principale con l'unica finalità di portare i carichi verticali: $k_{lateralestruttura}/k_{lateraletotale}$ pari a 0.2. Nel caso di modeste prestazioni (elevati spostamenti), impiegare la rigidezza laterale della struttura principale risulta sempre economicamente conveniente. Con riferimento ai periodi inferiori a 0.5 sec risulta economicamente vantaggioso impiegare le risorse elastiche del sistema strutturale principale anche nel caso di prestazioni molto elevate.

All'aumentare del rapporto del costo relativo C_v/C_s , l'ottimo progettuale consiste, come è intuitivo attendersi, anche per gli alti periodi, in un impiego sempre maggiore delle risorse elastiche del sistema principale riducendo al minimo le risorse viscoelastiche del sistema dissipativo; solo per spostamenti medio-bassi e periodi non bassi si riscontra una tendenza a sfruttare le risorse viscoelastiche senza le quali non potrebbero essere rispettate le prestazioni desiderate.

In una seconda fase, considerando il periodo di vibrazione ottimale e con riferimento ai casi con rapporti di costo C_v/C_s inferiori o uguali a dieci, si constata che il costo della soluzione progettuale economicamente ottima del sistema integrato è sempre inferiore ai costi degli altri due sistemi considerati, sola struttura o struttura controventata, evidenziando, così, la convenienza della dissipazione viscoelastica nella progettazione sismica dei sistemi strutturali. In tali casi si evidenzia un andamento più o meno marcato, al variare della prestazione, a privilegiare sistemi strutturali integrati sempre più flessibili con elevate risorse viscoelastiche di smorzamento risultando economicamente più convenienti.

All'aumentare del rapporto del costo relativo C_v/C_s , relativamente all'ottimo economico del sistema integrato ottenuto considerando il periodo di vibrazione ottimale, si constata che il costo del sistema integrato tende ad essere sempre di più comparabile a quello che il solo sistema strutturale principale avrebbe con la conseguenza che il sistema controventato è la soluzione ottimale dal punto di vista economico. Infatti in questi casi si evidenzia che c'è un andamento, al variare della prestazione, sempre più

regolare a privilegiare sistemi strutturali integrati più rigidi con basse risorse viscoelastiche di smorzamento.

L'introduzione, infine, del limite superiore sullo smorzamento adimensionale comporta, anche nei casi di bassi rapporti relativi di costo, necessariamente ad avere strutture più rigide (diminuzione del periodo economicamente ottimale), con un conseguenziale incremento dei costi tale che non per tutte le prestazioni la progettazione integrata è più conveniente della struttura controventata. Infatti, è possibile dedurre che, a differenza delle rispettive situazioni senza vincolo sullo smorzamento, c'è un andamento più graduale e meno marcato a privilegiare sistemi strutturali integrati più flessibili con elevate risorse viscoelastiche di smorzamento risultando economicamente più convenienti.

E', tuttavia, da osservare che tali risultati sono relativi alla configurazione geometrica del controvento dissipativo viscoelastico inclinato a 45° , che è la configurazione con la minor efficienza dinamica. Facendo riferimento alle altre configurazioni, anche ad esempio quella in cui il dispositivo è orizzontale, ne segue che il rendimento del dispositivo è il doppio o più del doppio e, quindi, si avrebbe un fattore riduttivo, pari circa al 50%, della costante di rigidità statica con la conseguenza che le curve dei costi relative ai sistemi integrati risulterebbero sempre inferiori alle altre due curve considerate.

Successivamente lo sviluppo di un esempio applicativo di un sistema integrato ad un grado di libertà (SDOF) ha dimostrato l'efficacia della metodologia di progettazione integrata proposta e la convenienza economica rispetto alle altre due soluzioni sismo-resistenti classiche.

Infine è stata presentata l'estensione della suddetta metodologia ad un sistema reale a più gradi di libertà (MDOF) sia nel caso di rigidità uniforme che variabile tra i vari livelli sulla base di specifiche ipotesi di equivalenza tra il sistema integrato ad un grado di libertà (SDOF) ed il corrispondente sistema strutturale integrato a più gradi di libertà (MDOF) evidenziando l'efficacia della metodologia di progettazione integrata proposta. In entrambi i casi, il sistema reale a più gradi di libertà (MDOF) progettato, seguendo la metodologia di progettazione integrata proposta, risulta possedere le quantità economicamente ottime di rigidità e viscosità sia del sistema principale che del sistema dissipativo viscoelastico per fissato target prestazionale. L'ipotesi adottata di avere una distribuzione proporzionale in elevazione delle costanti di viscosità ha consentito di tener esplicitamente conto dell'effetto della presenza della rigidità di ogni diagonale di ogni livello nell'ambito della risposta dinamica del sistema ovvero la risposta dinamica di ogni maglia strutturale è stata valutata in funzione del prodotto

della pulsazione smorzata del sistema integrato per il tempo di rilassamento corrispondente alla relativa maglia dissipativa viscoelastica.

E' opportuno sottolineare che, alla fine, considerando anche un limite sulla resistenza degli elementi verticali del sistema strutturale integrato, bisogna verificare che tali elementi, progettati con quella rigidezza laterale ottima, abbiano un'adeguata resistenza per portate i carichi verticali. In caso contrario la procedura deve essere iterata considerando valori maggiori del limite minimo della rigidezza laterale del sistema strutturale principale.

Deve essere anche precisato che i dispositivi fluido viscosi, a differenza dei viscoelastici, ma soprattutto, a differenza di tutti gli altri dispositivi e delle due soluzioni progettuali sismo resistenti "classiche" (solo struttura o struttura controventata), in presenza di non linearità strutturali in termini di resistenza, non portano un significativo aumento del taglio alla base e dei maggiori costi di realizzazione delle fondazioni essendo l'azione in fase con la velocità maggiormente sfasata rispetto alle azioni in fase con lo spostamento.

E' possibile concludere, quindi, che sia i dispositivi fluido viscosi e viscoelastici sono molto efficienti nel ridurre il danno nella struttura principale e spesso rappresentano soluzioni progettuali economicamente convenienti.

BIBLIOGRAFIA

- Aiken I.D., Kelly J.M. (1990) "Earthquake simulator testing and analytical studies of two energy absorbing systems for multistory structures", Report n. UCB/EERC-90/03, University of California, Berkeley, CA.
- Ang A.H.-S., Lee J.-C. (2001) "Cost optimal design of R/C structures", *Reliability Engineering and System Safety*, 73, 233-238.
- Ang A.H.-S., Leon D.D. (1997) "Determination of optimal target reliabilities for design and upgrading of structures" *Structural Safety*, 19(1), 91-103.
- Applied Technology Council (ATC) (1994) "Review of Seismic Research Results on Existing Buildings", ATC-37, Redwood City, Calif..
- Applied Technology Council (ATC) (1996) "Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings", *ATC-40*, Redwood City, Calif..
- Applied Technology Council (ATC) (1997a) "NEHRP commentary on the guidelines for the seismic rehabilitation of buildings", Rep. no. FEMA-274, Prepared for the Building Seismic Safety Council (BSSC) by the Applied Technology Council (ATC), Federal Emergency Management Agency (FEMA), Washington D.C..
- Applied Technology Council (ATC) (1997b) "NEHRP commentary on the guidelines for the seismic rehabilitation of buildings", Rep. no. FEMA-273, Prepared for the Building Seismic Safety Council (BSSC) by the Applied Technology Council (ATC), Federal Emergency Management Agency (FEMA), Washington D.C..
- Applied Technology Council (ATC) (2000) "Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings", Rep. no. FEMA-356, Prepared for the Building Seismic Safety Council (BSSC) by the Applied Technology Council (ATC), Federal Emergency Management Agency (FEMA), Washington D.C..
- ASCE (2005) "Minimum design loads for buildings and other structures", *ASCE/SEI 7-05*, Reston, Va.
- Bagley R. L., Torvik P. J. (1983) "A theoretical basis for the application of fractional calculus to viscoelasticità", *J. Rheol.*, 27, 201-10.
- Bazzurro P., Cornell C. A. (1999) "Disaggregation of seismic hazard", *Bulletin of the Seismological Society of America*, 89, 501-520.
- Bergman D.M., Hanson R.D. (1993) "Viscoelastic mechanical damping devices tested at real earthquake displacements", *Earthquake Spectra*, 9(3), 389-418.
- Bertero V.V., Uang C.-M. (1992) "Evaluation of seismic Energy in structures" *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 19, 77-90.

Black C.J., Makris N., Aiken I. (2004) "Component testing, seismic evaluation and characterization of buckling-restrained braces", *J. Struct. Eng.*, 130(6), 880-894.

Building Seismic Safety Council (BSSC) (2004) "NEHRP recommended provisions for seismic regulations for new buildings and other structures", 2003 Ed., Rep. Nos. FEMA-450/1 and FEMA-450/2, Prepared by the Building Seismic Safety Council (BSSC) for the Federal Emergency Management Agency (FEMA), Washington, D.C..

Butterworth J.J., Clifton G.C.C. (2000) "Performance of hierarchical friction dissipating joints in moment resisting steel frames", *Proc. 12 WCEE*.

Caughey T.K., Ma F. (1993) "Complex modes and solvability of non classical linear systems", *Journal of Applied Mechanics*, 32, 583-588.

CEN - European Committee for Standardization (2005) "Eurocode 8 Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings", CEN, Brussels.

Chang K.C., Lai M.L., Soong T.T., Hao D.S., Yeh Y.C. (1993) "Seismic behavior and design guidelines for steel frame structures with added viscoelastic dampers", NCEER 93-0009, Buffalo, NY.

Chang K.C., Soong T.T., Oh S.-T., Lai M.L. (1995) "Seismic behavior of steel frame with added viscoelastic dampers", *ASCE*, 121(10), 1418-1426.

Charney F. A., Mcnamara R. J. (2002) "Use of damped mode shapes to assess the seismic performance of a 39-story building with viscous fluid dampers" *Proc.*, 7th U.S. National Conf. on Earthquake Engineering, EERI, Oakland, Calif..

Charney F.A., Mcnamara R.J. (2008) "A comparison of methods for computing equivalent viscous damping ratios of structures with added viscous damping." *J. Struct. Eng.*, 134(1), 32-44.

Chrysanthakopoulos C., Bazeos N., Beskos D.E. (2006) "Approximate formulae for natural periods of plane steel frames", *Journal of Constructional Steel Research*, 62, 592-604.

Cimellaro G.P., Soong T.T., Reinhorn F. (2009) "Integrated design of controller linear structural systems", *Journal of Structural Engineering*, 135(7), 853-862.

Clough R.W., Penzien J. (1993) "Dynamics of structures", 2nd ed. McGraw-Hill.

Constantinou M.C., Soong T.T., Dargush G.F. (1996) "Passive Energy Dissipation Systems for Structural Design and Retrofit", Monograph of the National Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, New York.

Constantinou M.C., Soong T.T., Dargush G.F. (1998) "Passive energy dissipation systems for structural design and retrofit", Monograph n.1, Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, NY..

- Constantinou M.C., Symans M.D. (1993a) "Experimental study of seismic response of building with supplemental fluid dampers", *J. Struct. Design Tall Buildings*, 2(2) 93-132.
- Constantinou M.C., Symans M.D. (1993b) "Seismic response of structures with supplemental damping", *Struct. Des. Tall Build.*, 77-92.
- Crowley H., Pinho R. (2009) "Revisiting Eurocode 8 formulae for periods of vibration and their employment in linear seismic analysis", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*.
- Fajfar P., Krawinkler H. (2005) "Non linear Seismic Analysis and Design of Reinforced Concrete Buildings", Elsevier.
- Ferraioli M., Laezza G., Mandara A. (2005) "Impiego di controventi dissipativi per la protezione sismica di strutture in c.a.", XX CTA.
- Fierro E.A., Perry C.L. (1993) "San Francisco retrofit design using added damping and stiffness (ADAS) elements", *Proc., ATC-17-1 Seminar on Seismic Isolation, Passive Energy Dissipation and Active Control*, Vol. 2, ATC, Redwood City, Calif., 593-603.
- Filiatrault A., Cherry S. (1987) "Performance evaluation of friction damped braced frames under simulated Earthquake loads", *Earthquake Spectra*, 3(1), 57-78.
- Filiatrault A., Cherry S. (1989) "Efficient numerical modelling for seismic design of friction damped braced steel plane frames", *Canadian J. Civ. Engrg.*, 16(3), 211-218.
- Filiatrault A., Tremblay R., Wanitkorkul A. (2001) "Performance evaluation of passive damping systems for the seismic retrofit of steel moment resisting frames subjected to near field ground motions", *Earthquake Spectra*, 17(3), 427-456.
- Filiatrault A., Cherry S. (1990) "Seismic design spectra for friction-damped structures" *J. Struct. Engrg.*, 116(5), 1334-1355.
- Fitzgerald T.F., Anagnos T., Goodson M., Zsuttu T. (1989) "Slotted bolted connections in aseismic design for concentrically braced connections", *Earthquake Spectra*, 5(2), 383-391.
- Freeman S. A. (1998) "Development and use of capacity spectrum method", *Proc., 6th National Conf. on Earthquake Engineering*, Seattle.
- Fu Y., Kasai K. (1998) "Comparative study of frames using viscoelastic and viscous dampers", *J. Struct. Eng.*, 124(5), 513-552.
- Fujino Y., Soong T.T., Spencer Jr. B.F. (1996) "Structural Control: Basic Concepts and Applications", *Proc. ASCE Struct. Cong. XIV, Chicago, Illinois*, 1277-1287.
- Fung Y.C. (1965) "Foundations of solid mechanics", Prentice-Hall, New Jersey.

- Ghobarah A. (2001) "Performance-based design in earthquake engineering: state of development", *Engineering Structures*, 23, 878-884.
- Grigorian C.E., Yang T.S., Popov E.P. (1993) "Slotted bolted connection energy dissipaters", *Earthquake Spectra*, 9(3), 491-504.
- Hertzberg R.W. (1983) "Deformation and fracture mechanics of engineering materials", John Wiley & Sons, New York, NY.
- Housner G.W. (1959) "Behaviour of structures during earthquake", *Journal of the Mechanics Engineering*, 85, 109-129.
- Hwang J.S. (2005) "Seismic design of structures with viscous dampers", 高科技廠房震害防治研討會, 教育部科技顧問室, September. 30, 國立交通大學., 40-53.
- Hwang J.S., Huang Y.N. (2003) "Seismic design of structures with viscous dampers", International training program for seismic design of structures, National Center for Research on Earthquake Engineering, 217-234.
- Hwang J.-S., Huang Y.-N., Yi S.-L., Ho S.-Y. (2008) "Design Formulations for Supplemental Viscous Dampers to Building Structures", *Journal of Structural Engineering*, 134(1), 22.
- Iervolino I., Galasso C., Cosenza E. (2009) "Rexel: computer aided record selection for code-based seismic structural analysis", *Bulletin of Earthquake Engineering*, DOI 10.1007/s10518-009-9146.
- International Code Council (ICC) (2006) "International building code", 2006 Ed., Delmar Cengage Learning, Clifton Park, N.Y..
- Jalali A., Milani A.-S. (2004) "Vibration Properties of Steel-Framed Buildings determined from Ambient Vibration Tests", 13th World Conference on Earthquake Engineering, August 1-6, Vancouver, B.C., Canada.
- Johnson C.D., Kienholz D.A. (1982) "Finite element prediction of damping in structures with constrained viscoelastic layers", *AIA A Journal*, 20(9), 1284-1290.
- Kelly J.M., Skinner R.I., Heine A.J. (1972) "Mechanisms of energy absorption in special devices for use in earthquake resistant structures", *Bull. N.Z. Soc. Earthquake Engrg.*, 5(3), 63-88.
- Kim J. K., Choi H. H., Min K. W. (2003) "Performance-based design of added viscous dampers using capacity spectrum method", *J. Earthquake Eng.*, 7(1), 1-24.
- Kim J. K., Seo Y. I. (2004) "Seismic design of low-rise steel frames with buckling-restrained braces", *Eng. Struct.*, 26(5), 543-551.

- Kim J., Choi H. (2006) "Displacement-Based Design of Supplemental Dampers for Seismic Retrofit of a Framed Structure", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 132(6), 873-883.
- Kircher C.A. (1999) "Seismic regulations for passive structural control systems- Overview of United States codes", *Proc., 2nd World Conf. on Structural Control*, Wiley, Chichester, U.K..
- Lee D., Taylor D.P. (2001) "Viscous damper development and future trends", *Struct. Des. Tall. Build.*, 10(5), 311-320.
- Lin W.H., Chopra A.K. (2003) "Earthquake response of elastic single-degree-of-freedom systems with nonlinear viscoelastic dampers", *J. Eng. Mech.*, 129(6), 597-606.
- Lin Y. Y., Tsai M. H., Hwang J. S., Chang K. C. (2003) "Direct displacement-based design for building with passive energy dissipation systems", *Eng. Struct.*, 25(1), 25-37.
- Lobo R.F., Bracci J.M., Shen K.L., Reinhorn A.M., Soong T.T. (1993) "Inelastic response of R/C structures with viscoelastic braces", *Earthquake spectra*, 9(3), 419-446.
- Makris N. (1998) "Viscous heating of fluid dampers. I: Small amplitude motions", *J. Eng. Mech.*, 124(11), 1210-1216.
- Makris N., Roussos Y., Whittaker A.S., Kelly J.M. (1998) "Viscous heating of fluid dampers. II: Large amplitude motions", *J. Eng. Mech.*, 1217-1223.
- Miller A.K. (1987) "Unified constitutive equations for creep and plasticity", Elsevier applied science, London, UK.
- Miranda E., Bertero V.V. (1994) "Evaluation of Strength Reduction Factors", *Earthquake Spectra*, Earthquake Engineering Research Institute, 10(2), 357-379.
- Miyamoto H.K., Determan L., Gilani A., Hanson R. (2003) "Seismic rehabilitation of historic concrete structure with fluid viscoelastic dampers", *Proc. of 72nd Annual Structural Engineers Association of California Convention*, SEAOC, Sacramento, Calif..
- National Fire Protection Association, (NFPA) (2006) "NFPA 5000: Building construction and safety code", Quincy, Mass..
- Newmark N.M., Rosenblueth E., (1971) "Fundamentals of earthquake engineering", Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Nims D.K., Richter P.J., Bachman R.E. (1993) "The use of the energy dissipating restraint for seismic hazard mitigation", *Earthquake spectra*, 9(3), 467-489.
- NTC08 (2008) "Norme tecniche per le costruzioni", *Gazzetta Ufficiale del 04.02.08*, DM 14.01.08, Ministero delle Infrastrutture.

- Oesterle M. (2003) "Use of incremental dynamic analysis to assess the performance of steel moment-resisting frames with fluid viscous dampers", MS Thesis, Virginia Tech, Blacksburg, Va.
- Ou J.P., Long. X., Li Q.S. (2007) "Seismic response analysis of structures with velocity-dependent dampers", *Journal of Constructional Steel Research*, 63(5), 628-638.
- Ozdemir H., (1976) "Nonlinear transient dynamic analysis of yielding structures", Ph. D. Dissertation, University of California, Berkeley, CA.
- Pall A.S., Marsh C. (1982) "Response of friction damped braced frames", *J. Struct. Div., ASCE*, 108(ST6), 1313-1323.
- Pall A.S., Marsh C., Fazio P. (1980) "Friction joints for seismic control of large panel structures", *J. Prestressed Concrete Inst.*, 25(6), 38-61.
- Park K.S., Koh H.M., Hahm D. (2004) "Integrated optimum design of viscoelastically damped structural systems", *Engineering Structures*, 26(5), 581-591.
- Park S.W. (2001) "Analytical modelling of viscoelastic dampers for structural and vibration control", *International Journal of Solids and Structures*, 38(44), 8065-8092.
- Park Y.J. (1984) "Seismic damage analysis and damage-limiting design of R/C structures", Ph.D. Thesis, Dept. of Civil Engineering, University of Illinois, Urbana, IL.
- Park Y.J., Ang A.H.S., Wen Y.K. (1985) "Seismic damage analysis of reinforced concrete buildings", *J. Struct. Eng.*, 111(4), 740-757.
- Park Y.J., Ang A.H.S., Wen Y.K. (1987) "Damage-limiting aseismic design of buildings", *Earthquake Spectra*, 3(1), 1-26.
- Pavlou E., Constantinou M.C. (2004) "Response of elastic and inelastic structures with damping systems to near-field and soft-soil ground motions", *Eng. Struct.*, 26(9), 1217-1230.
- Pekcan G., Mander J.B., Chen S.S. (1999) "Design and Retrofit Methodology for Building Structures with Supplemental Energy Dissipating Systems", Report No MCEER 99-0021, Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, New York..
- Ramirez O. M., Constantinou M. C., Kircher C. A., Whittaker A., Johnson M., Gomez J. D., Chrysostomou C. Z. (2001) "Development and evaluation of simplified procedures of analysis and design for structures with passive energy dissipation systems", Technical Rep. No. MCEER-00-0010, Revision, 1, Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research, Univ. of Buffalo, State Univ. of New York, Buffalo, N.Y..

- Ross D., Ungar E.E., Kerwin E.W. (1959) "Damping of plate flexural vibrations by means of viscoelastic laminar", Structural damping, ASME, N.Y..
- Sadek, F., Mohraz, B., Riley, M. A. (2000) "Linear procedures for structures with velocity-dependent dampers", J. Struct. Eng., 126(8), 887-895.
- Seleemah A., Constantinou M.C. (1997) "Investigation of seismic response of buildings with linear and nonlinear fluid viscous dampers", Report no. NCEER 97-0004, National Center for Earthquake Engineering Research, State Univ. of New York at Buffalo, Buffalo, N.Y..
- Sigaher A.N., Constantinou M.C. (2003) "Scissor-jack-damper dissipation system", Earthquake Spectra, 19(1), 133-158.
- Skinner R.I., Kelly J.M., Heine A.J. (1975) "Hysteresis dampers for earthquake-resistant structures", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 3, 287-296.
- Smith M.J., Grigoriadis K.M., Skelton, R. (1992) "Optimal mix of passive and active control in structures", J. Guid. Control Dyn., 15(4), 912-919.
- Soong T. T., Constantinou M. C. (1994) "Passive and active structural vibration control in civil engineering", Springer-Verlag, Wien and New York.
- Soong T.T., Cimellaro G.P. (2009) "Future directions in structural control", Structural Control and Health Monitoring, 16(1), 7-16.
- Soong T.T., Constantinou M.C. (1994) "Passive and Active Structural Vibration Control in Civil Engineering", Springer-Verlag, Wien-New York.
- Soong T.T., Dargush G.F. (1997) "Passive energy dissipation systems in structural engineering", Wiley and Sons Ltd, Chichester, U.K..
- Soong T.T., Dargush G.F. (1999) "Passive energy dissipation and active control" Structural Engineering Handbook.
- Soong T.T., Lai M.L. (1991) "Correlation of experimental results with predictions of viscoelastic damping for a model structure", Proc. Damping 91', San Diego, CA.
- Soong T.T., Spencer B.F. JR (2002) "Supplemental energy dissipation: state of the art and state of the practice", Engineering Structures, 24, 243-259.
- Structural Engineers Association of California (SEAOC) (1999) "Recommended lateral force requirements and commentary", Appendix I, Sacramento, Calif..
- Sullivan T. J., Calvi G. M., Priestley M. J. N., Kowalski M. J. (2003) "The limitations and performances of different displacement based design methods", J. Earthquake Eng., 7(1), 201-241.

- Symans M.D., Charney F.A., Whittaker A.S., Constantinou M.C., Kicher C.A., Johnson M.W., McNamara R.J. (2008) "Energy dissipation system for seismic applications: current practise and recent developments", *Jornal of Structural Engineering*, 134(1), 3-21.
- Symans M.D., Constantinou M.C. (1998) "Passive fluid viscous damping systems for seismic energy dissipation", *ISET Journal of Earthquake Technology*, 35(4), 185-206.
- Symans M.D., Constantinou M.C. (1999) "Semi-active control systems for seismic protection of structures: a state of the art review", *Engineering structures*, 21, 469-487.
- Symans, M. D., Constantinou M. C. (1997) "Seismic testing of a building structure with a semi-active fluid damper control system" *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 26(7), 759-77.
- Tehrani P, Maalek S. (2006) "The use of passive dampers and conventional strengthening methods for the rehabilitation of an existing steel structure", 4th International Conference on Earthquake Engineering Taipei, Taiwan, n.133.
- Tremblay R. (2005) "Fundamental Periods of Vibration of Braced Steel Frames for Seismic Design", *Earthquake Spectra*, 21(3), 883-860.
- Tsai M.H., Chang K.C. (2000) "A Study On Modal Strain Energy Method For Viscoelastically Damped Structures", 12 WCEE.
- Tsai M.H., CHANG K.C. (2001) "A Study Of The Modal Strain Energy Method For Viscoelastically Damped Structures", *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, 24(3), 311-320.
- Tsopelas P., Okamoto S., Constantinou M.C., Ozaki D., Fujii S. (1994) "NCEER-TAISEI Corporation research program on sliding seismic isolation systems for bridges—Experimental and analytical study of systems consisting of sliding bearings, rubber restoring force devices and fluid dampers" Rep. No. NCEER 94-0002, National Center for Earthquake Engineering Research, State Univ. of New York at Buffalo, Buffalo, N.Y..
- Ungar E.E., Kerwin JR. E.M. (1962) "Loss factor of viscoelastic systems in terms of energy concepts", *Journal of American acoustic society*, 34, 954-957.
- Uriz P., Whittaker A.S. (2001) "Retrofit of pre-northridge steel moment-resisting frames using fluid viscous dampers", *Struct. Des. Tall Build.*, 19(5), 371-390.
- Wada A., Saeki E., Takeuchi T., Watanabe A. (1998) "Development of Unbonded Brace" in *Nippon Steel's Unbonded Braces* (promotional document), Nippon Steel Corporation Building Construction and Urban Development Division, Tokyo, 1-16.
- Wen Y.K. (1976) "Method for random vibration of hysteretic systems", *J. Engrg. Mech. Div.*, 102(2), 249-263.

- Whittaker A. S., Aiken I. D., Bergman D., Clark P. W., Cohen J., Kelly J. M., Scholl R. E. (1993) "Code requirements for design and implementation of passive energy dissipation systems", Proc., ATC-17-1 Seminar on Seismic Isolation, Passive Energy Dissipation and Active Control, Vol. 2, ATC, Redwood City, Calif., 497-508.
- Whittaker A. S., Bertero V.V., Thompson C.L., Alonso L.J. (1991) "Seismic testing of steel-plate energy dissipating devices", *Earthquake Spectra*, 7(4), 563-604.
- Wilson E.L. (2020) "Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures", 3th ed. Computers and Structures.
- Xia C., Hanson R.D. (1992) "Influence of ADAS element parameters on building seismic response", *J. structural Engineering, ASCE*, 118(7), 1903-1918.