



**DOTTORATO DI RICERCA IN INGEGNERIA CIVILE PER
L'AMBIENTE ED IL TERRITORIO**
XII Ciclo - Nuova Serie (2011-2013)
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI SALERNO

NUMERICAL MODELING OF TRACERS IN GRAVEL-BED RIVERS

ING. ANNA PELOSI

ABSTRACT

The erosion, transport and deposition of pebbles in rivers have often been studied by considering the motion of tracer particles. There are reports of bedload tracing programs in field and laboratory since the late 1930s. The theoretical basis for the study of the dispersal of sediment tracer particles was delineated for the first time in 1950 by Einstein, who formulated the problem in terms of a standard 1D random walk in which each particle moves in a series of steps punctuated by waiting times. Subsequent to Einstein's original work on tracers, the study of random walks has been extended to the case of continuous time random walks (CTRW). CTRW, accompanied by appropriate probability distribution functions (PDFs) for walker step length and waiting time, yields asymptotically the standard advection-diffusion equation (ADE) for thin-tailed PDFs, and the fractional advection-diffusion equation (fADE) for heavy-tailed PDFs, the latter allowing the possibilities of subdiffusion or superdiffusion of particles, which is often referred as non-local behavior or anomalous diffusion.

In latest years, considerable emphasis has been placed on non-locality associated with heavy-tailed PDFs for particle step length. This appears to be in part motivated by the desire to construct fractional advective-diffusive equations for pebble tracer dispersion corresponding to the now-classical fADE model. Regardless of the thin tail of the PDF, the degree of non-locality nevertheless increases with increasing mean step length. In the thesis, we firstly consider the general case of 1D morphodynamics of an erodible bed subject to bedload transport analysing the effects of non-locality mediated by both heavy- and thin-tailed PDFs for particle step length on transient aggradational- degradational bed profiles.

Then, we focus on tracers. (i) We show that the CTRW Master Equation is inappropriate for river pebbles moving as bed material load and (ii) by using the Parker-Paola-Leclair (PPL) framework for the Exner equation of sediment conservation, which captures the vertical structure of bed elevation variation as particles erode and deposit, we develop a new ME for tracer transport and dispersion for alluvial morphodynamics.

The new ME is derived from the Exner equation of sediment continuity and it yields asymptotic forms for ADE and fADE that differ significantly from CTRW. It allows a) vertical dispersion, as well as streamwise advection-diffusion, and b) mean waiting time to vary in the vertical. We also show that vertical dispersion is nonlocal (subdiffusive), but cannot be expressed with fractional derivatives. Vertical dispersion is the likely reason for the slowdown of streamwise advection of tracer pebbles observed in the field, which is the key result of our modeling when co-evolution of vertical and streamwise dispersion are considered.



**DOTTORATO DI RICERCA IN INGEGNERIA CIVILE PER
L'AMBIENTE ED IL TERRITORIO**

XII Ciclo - Nuova Serie (2011-2013)

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI SALERNO

**MODELLAZIONE NUMERICA DI TRACCIANTI
IN FIUMI A LETTO GHIAIOSO**

ING. ANNA PELOSI

SOMMARIO

L'erosione, il trasporto e il deposito dei sedimenti ghiaiosi nei fiumi sono comunemente studiati considerando il moto di sedimenti traccianti. Ci sono pubblicazioni relative a campagne di studio con sedimenti traccianti, in campo e in laboratorio, fin dalla fine degli anni '30. Dal punto di vista teorico, le basi per lo studio della dispersione dei sedimenti traccianti sono state tracciate per la prima volta da Einstein nel 1950. Egli ha formulato il problema della dispersione dei sedimenti in termini di 1D *random walk* secondo cui ogni granello si muove con una serie di salti intervallati da tempi di attesa. Successivamente al lavoro di Einstein sui traccianti, la teoria del *random walk* è stata estesa al caso di *continuous time random walk* (CTRW). Lo schema di *continuous time random walk* (CTRW), accompagnato da opportune ipotesi sulle distribuzioni di probabilità (PDF) relative alle lunghezze di salto e ai tempi di attesa dei granelli, coincide, al limite asintotico, (i) con l'equazione di avvezione-diffusione (ADE) nel caso di PDF esponenziali ovvero (ii) con l'equazione di avvezione-diffusione frazionaria (fADE) nel caso di PDF con code il cui andamento segue una legge di potenza. Nel secondo caso i grani possono dar vita nel processo di diffusione a subdiffusione o superdiffusione, a cui spesso si fa riferimento come comportamento non locale o diffusione anomala.

L'interesse principale del presente lavoro consiste, da un lato, nel mostrare che la *CTRW Master Equation* è inappropriata nello studio dei sedimenti ghiaiosi traccianti, che contribuiscono al trasporto di fondo, dall'altro nel proporre una nuova *Master Equation* per il trasporto e la diffusione di traccianti ghiaiosi, partendo dall'equazione di conservazione della massa applicata agli stessi sedimenti traccianti (i.e. equazione di Exner) nella formulazione proposta da Parker-Paola-Leclair (PPL), in grado di catturare le variazioni nella struttura verticale del letto a seguito dell'erosione e del deposito dei grani.

La nuova ME quindi deriva da un'equazione di continuità e, asintoticamente, coincide con versioni simili ma non perfettamente analoghe di ADE e fADE così come derivate dalla teoria del CTRW. In particolare, la nuova ME consente di catturare il fenomeno di dispersione verticale dei grani, che dà luogo ad effetti non-locali (subdiffusivi) che non possono essere espressi con derivate frazionarie.

Si dimostra, infine, come la dispersione verticale è causata dalla riduzione della velocità di avvezione dei traccianti a valle, così come risultato da esperimenti in campo.